高知工科大学 経済・マネジメント学群

計量経済学応用

4. 回帰分析

矢内 勇生（やない ゆうき）

https://yukiyanai.github.io

yanai.yuki@kochi-tech.ac.jp

RCTの問題点

- どんな処置でもランダム化していいのか？
  - 病院に行くかどうか、実験者がコイントスで決めていいのか？
  - どんな処置を与えてもいいのか？
- ランダム化できない問題もあるのでは？
  - RCT ができない問題は研究できない・すべきでないのか？
  - 実験外の観察からしか得られない情報（データ）もあるのでは？
- ランダム化されていない処置の効果を推定したい！

今日の目標

- 因果推論に回帰分析を利用する方法を身につけよう
  - 回帰係数は条件付き期待値の差
  - 重回帰でセレクションバイアスを除去する
  - 回帰分析の「誤用」によるバイアス
    - 脱落変数バイアス
    - 処置後変数バイアス
  - DAG とバックドア基準

回帰分析について、今回説明しないこと

- 回帰分析の基本的な説明は「計量経済学」で学習済み
  - 因果推論についても少し説明したが、その部分は後で詳しく復習する
- 以下の内容は（おおむね）理解していると仮定する
  - 回帰分析とは何か
    - 回帰係数の求め方、最小二乗法
  - 回帰分析における統計的検定
    - 回帰分析で検証する仮説
    - 仮説の検証方法：p 値とは？
  - Rで回帰分析を実行する方法
    - `lm()` で回帰式を推定する
    - `summary()` または `broom::tidy()` で結果を読む
    - `ggplot2::ggplot()` または `coefplot::coefplot()` で推定結果を可視化する

回帰分析

因果効果の推定のために

記号の設定

- 個体 $i = 1,2,\ldots,N$
- 結果変数（応答変数）Y_i
- 処置変数（説明変数） D_i
- 処置変数以外の説明変数（コントロール変数）

  $X_{1i}, X_{2i}, \ldots, X_{ki}$

期待値 (expectation)*

- Y_i が連続型確率変数で確率密度関数が $f(y)$ で表されるとき、Y の期待値 $\mathbb{E}[Y_i]$ は

$$\mathbb{E}[Y_i] = \int y\, f(y)\, dy$$

- Y が離散型確率変数のとき、Y の期待値 $\mathbb{E}[Y_i]$ は

$$\mathbb{E}[Y_i] = \sum_{y} y \Pr(Y_i = y)$$

条件付き期待値*

- $X_i = x$ に条件付けたY の期待値 $\mathbb{E}[Y_i \mid X_i = x]$ は
  - Y が連続型変数のとき：

$$\mathbb{E}[Y_i \mid X_i = x] = \int y\, f(y \mid X_i = x)\, dy$$

  - Y が離散型変数のとき：

$$\mathbb{E}[Y_i \mid X_i = x] = \sum_y y \Pr(Y_i = y \mid X_i = x)$$

- $\mathbb{E}[Y_i \mid X_i]$ は X の関数

繰り返し期待値の法則*

- $\mathbb{E}\left[\mathbb{E}[Y_i \mid X_i]\right] = \mathbb{E}[Y_i]$
  - 離散の場合の証明（連続の場合も同様に証明できる）

$$\mathbb{E}\left[\mathbb{E}[Y_i \mid X_i]\right] = \mathbb{E}\left[\sum_y y \Pr(Y_i = y \mid X_i)\right]$$

$$= \sum_x \left[\sum_y y \Pr(Y_i = y \mid X_i = x)\right] \Pr(X_i = x)$$

$$= \sum_x \sum_y y \Pr(Y_i = y \mid X_i = x) \Pr(X_i = x)$$

$$= \sum_y y \left[\sum_x \Pr(Y_i = y, X_i = x)\right]$$

$$= \sum_y y \Pr(Y_i = y) \ = \mathbb{E}[Y_i] \,.$$

回帰 (regression)

- 結果変数の確率 [密度] を説明変数の関数で表す

$$p(Y \mid D, X_1, X_2, \ldots, X_k) = f(D, X_1, X_2, \ldots, X_k)$$

- 結果変数 Y を説明変数に回帰する
  - 回帰関数：$\mathbb{E}[Y \mid D, X_1, X_2, \ldots, X_k]$
    - 回帰関数は、説明変数（処置およびコントロール）で条件付けた Y の条件付き期待値
  - 回帰関数が線形関数だと**仮定**すると

$$\mathbb{E}[Y_i \mid D_i, X_1, X_2, \ldots, X_k] = \alpha + \beta D_i + \gamma_1 X_{1i} + \gamma_2 X_{2i} + \cdots \gamma_k X_{ki}$$

単回帰 (simple regression)

- Y を D に回帰する
  - 回帰関数：$\mathbb{E}[Y \mid D]$
    - 回帰関数は、説明変数 D で条件付けた Y の条件付き期待値
  - 回帰関数が線形関数だと**仮定**すると

$$\mathbb{E}[Y_i \mid D_i] = \alpha + \beta D_i$$

観測値は回帰関数と残差で構成される

$$Y_i \mid D_i = \mathbb{E}[Y_i \mid D_i] + \left(Y_i \mid D_i - \mathbb{E}[Y_i \mid D_i]\right)$$

- 残差：$e_i \mid D_i = Y_i \mid D_i - \mathbb{E}[Y_i \mid D_i]$
  - $\mathbb{E}[e_i] = 0$
  - $\mathrm{Cov}(D_i, e_i) = \mathbb{E}[D_i e_i] = 0$

$$e_i = Y_i \mid D_i - \mathbb{E}[Y_i \mid D_i]$$

$$Y_i \mid D_i = \mathbb{E}[Y_i \mid D_i] + e_i = \alpha + \beta D_i + e_i$$

「傾き」は条件付き期待値の差 (1)

$$Y_i \mid D_i = \alpha + \beta D_i + e_i$$

- 処置が二値変数のとき： $D_i \in \{0,1\}$
  - $\mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 0] = \mathbb{E}[\alpha + \beta \cdot 0 + e_i] = \alpha$
  - $\mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 1] = \mathbb{E}[\alpha + \beta \cdot 1 + e_i] = \alpha + \beta$
- $\mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 1] - \mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 0] = \beta$
  - β：処置 D の値が0から1に変わったとき、結果変数 Y の期待値がどれだけ増えるかを表す

「傾き」は条件付き期待値の差 (2)

$$Y_i \mid D_i = \alpha + \beta D_i + e_i$$

- 処置 D_i が二値変数ではないとき：$D_i \in \mathbb{R}$
  - $\mathbb{E}[Y_i \mid D_i = d] = \mathbb{E}[\alpha + \beta \cdot d + e_i] = \alpha + \beta d$
  - $\mathbb{E}[Y_i \mid D_i = d + 1] = \mathbb{E}[\alpha + \beta \cdot (d + 1) + e_i] = \alpha + \beta d + \beta$
- $\mathbb{E}[Y_i \mid D_i = d + 1] - \mathbb{E}[Y_i \mid D_i = d] = \beta$
  - β：処置変数 D の値が1単位分増えたとき、結果変数 Y の期待値がどれだけ増えるかを表す

因果効果と回帰直線の「傾き」(1)

$$Y_i \mid D_i = \alpha + \beta D_i + e_i$$

- 処置が二値変数のとき： $D_i \in \{0,1\}$

$$\beta = \mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 1] - \mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 0]$$

$$= \mathbb{E}[Y_i(1) \mid D_i = 1] - \mathbb{E}[Y_i(0) \mid D_i = 0]$$

- 回帰直線の傾き：処置群と統制群の観測された平均値の差

因果効果と回帰直線の「傾き」(2)

- 観測された平均値の差：

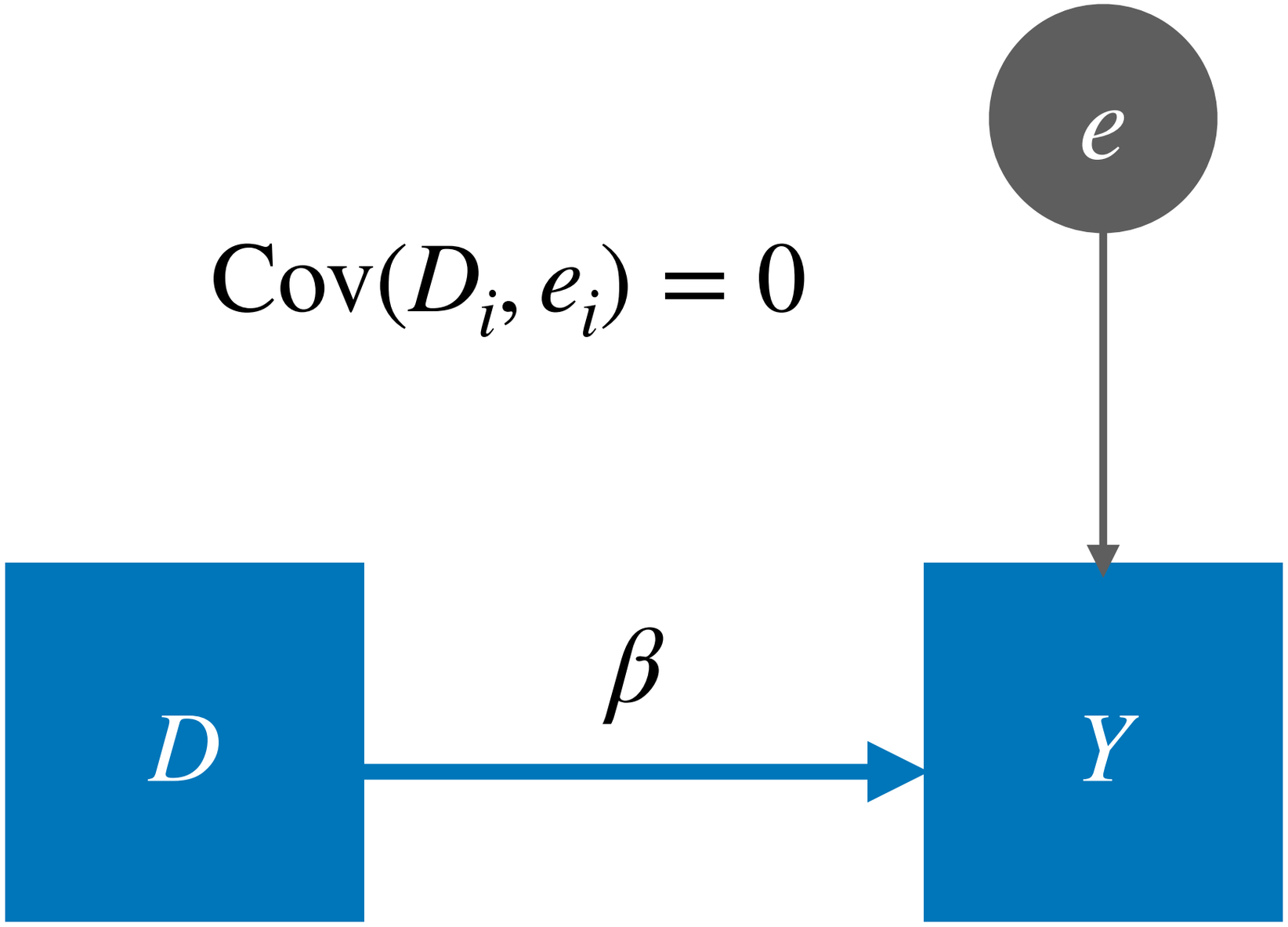
$$\begin{aligned}\beta &= \mathbb{E}[Y_i(1) \mid D_i = 1] - \mathbb{E}[Y_i(0) \mid D_i = 0] \\ &= \mathbb{E}[Y_i(1) \mid D_i = 1] - \mathbb{E}[Y_i(0) \mid D_i = 1] \\ &\quad + \mathbb{E}[Y_i(0) \mid D_i = 1] - \mathbb{E}[Y_i(0) \mid D_i = 0] \\ &= \text{ATT} + \text{セレクションバイアス}\end{aligned}$$

- セレクションバイアスが 0 なら：$\beta = \text{ATT}$
- 平均独立が成り立つなら：

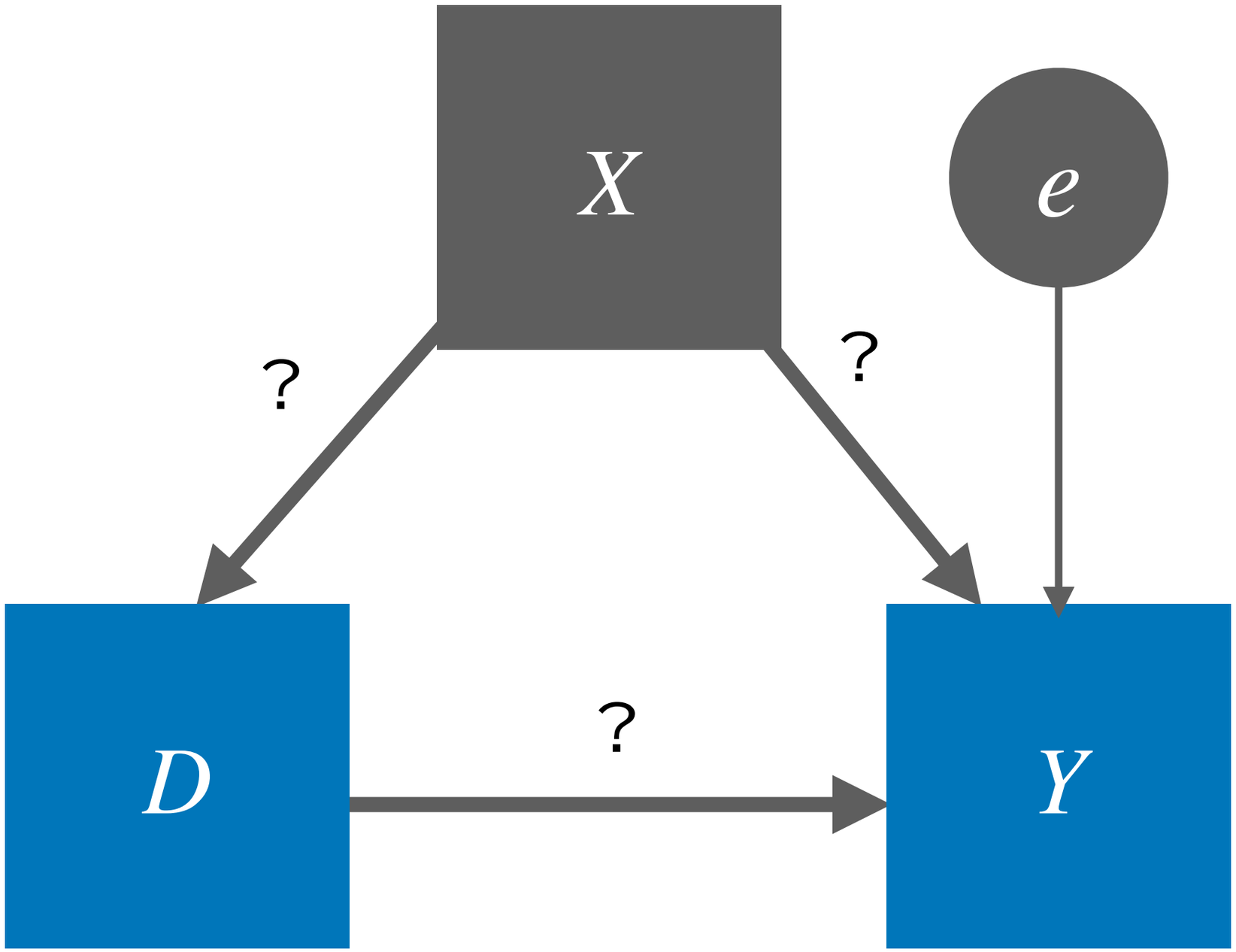
$$\begin{aligned}\beta &= \mathbb{E}[Y_i(1) \mid D_i = 1] - \mathbb{E}[Y_i(0) \mid D_i = 0] \\ &= \mathbb{E}[Y_i(1)] - \mathbb{E}[Y_i(0)] \\ &= \text{ATE}\end{aligned}$$

ここで考えている関係

$$\mathrm{Cov}(D_i, e_i) = 0$$



セルフセレクションがあったら？



重回帰 (multiple regression)

- セレクションを考慮に入れた回帰式を作る
  - Y は D と X の関数
    - 回帰関数：D と X で条件付けた Y の期待値

$$\mathbb{E}[Y_i \mid D_i, X_i] = \alpha + \beta D_i + \gamma X_i$$

$$Y_i \mid D_i, X_i = \mathbb{E}[Y_i \mid D_i, X_i] + e_i = \alpha + \beta D_i + \gamma X_i + e_i$$

「傾き」は条件付き期待値の差 (3)

$$Y_i \mid D_i, X_i = \alpha + \beta D_i + \gamma X_i + e_i$$

- 処置が二値変数のとき： $D_i \in \{0,1\}$

  - $\mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 0,\ X_i = x] = \mathbb{E}[\alpha + \beta \cdot 0 + \gamma x + e_i] = \alpha + \gamma x$

  - $\mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 1,\ X_i = x] = \mathbb{E}[\alpha + \beta \cdot 1 + \gamma x + e_i] = \alpha + \beta + \gamma x$

- $\mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 1,\ X_i = x] - \mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 0,\ X_i = x] = \beta$

  - β：$X = x$ のとき、処置 D の値が0から1に変わると結果変数 Y の期待値はどれだけ増えるかを表す

因果効果と重回帰における「傾き」

$$\beta = \mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 1,\ X_i = x] - \mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 0,\ X_i = x]$$

$$= \mathbb{E}[Y_i(1) \mid D_i = 1,\ X_i = x] - \mathbb{E}[Y_i(0) \mid D_i = 0,\ X_i = x]$$

ここで

$$\begin{cases} \mathbb{E}[Y_i(1) \mid D_i = 1,\ X_i = x] = \mathbb{E}[Y_i(1) \mid D_i = 0,\ X_i = x] \\ \quad \text{and} \\ \mathbb{E}[Y_i(0) \mid D_i = 1,\ X_i = x] = \mathbb{E}[Y_i(0) \mid D_i = 0,\ X_i = x] \end{cases}$$

が成り立つなら、

$$\beta = \mathbb{E}[Y_i(1) \mid X_i = x] - \mathbb{E}[Y_i(0) \mid X_i = x]$$

$$= \mathbb{E}[Y_i(1) - Y_i(0) \mid X_i = x]$$

- 回帰係数 β ：X で条件付けた ATE

条件付き平均独立

- **条件付き平均独立** (conditional mean independence; conditional mean exchangeability)

$$\mathbb{E}[Y_i(1) \mid D_i = 1,\ X] = \mathbb{E}[Y_i(1) \mid D_i = 0,\ X]$$

かつ

$$\mathbb{E}[Y_i(0) \mid D_i = 1,\ X] = \mathbb{E}[Y_i(0) \mid D_i = 0,\ X]$$

- 条件付き平均独立が成り立つとき：

$$\mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 1,\ X_i] - \mathbb{E}[Y_i \mid D_i = 0,\ X_i]$$

$$= \mathbb{E}[Y_i(1) \mid D_i = 1,\ X_i] - \mathbb{E}[Y_i(0) \mid D_i = 0,\ X_i]$$

$$= \mathbb{E}[Y_i(1) \mid X_i] - \mathbb{E}[Y_i(0) \mid X_i]$$

$$\mathbb{E}\left(\mathbb{E}[Y_i(1) \mid X_i] - \mathbb{E}[Y_i(0) \mid X_i]\right) = \mathbb{E}[Y_i(1)] - \mathbb{E}[Y_i(0)] = \text{ATE}$$

条件付き独立・条件付き交換可能性

- セレクションバイアスの原因が X だけで、X の影響さえ取り除けば、D の値はランダムに決まると**仮定**すると：潜在的結果と処置は、
  - 条件付き独立： $\{Y(0), Y(1)\} \perp\!\!\!\perp D \mid X$
  - 条件付き交換可能性：

$$p(Y(0), Y(1) \mid D = 1, X) = p((Y(0), Y(1) \mid D = 0, X) = p((Y(0), Y(1) \mid X)$$

- セレクションバイアスの原因が $X_1, X_2, \ldots, X_k$ なら、
  - 条件付き独立： $\{Y(0), Y(1)\} \perp\!\!\!\perp D \mid X_1, X_2, \ldots, X_k$
- 条件付き独立 ⇒ 条件付き平均独立
- 調査・観察研究の問題：セレクションバイアスの原因を全て特定し、観察するのが難しい

無視可能性 (ignorability)*

- 強い意味での無視可能性 (strong ignobility) の仮定：観測された共変量に条件付ければ、潜在的変数と処置の割付けは独立

$$p(D \mid Y(0), Y(1), X) = p(D \mid X)$$ 強い意味での無視可能性

$$\Leftrightarrow p(Y(0), Y(1) \mid D, X) = p(Y(0), Y(1) \mid X)$$ 条件付き交換可能性

$$\Rightarrow p(Y(D) \mid D, X) = (Y(D) \mid X) \quad (D = 0,1)$$ 弱い無視可能性

- 処置の割付けは観測された変数だけに依存する (selection on observables) という仮定

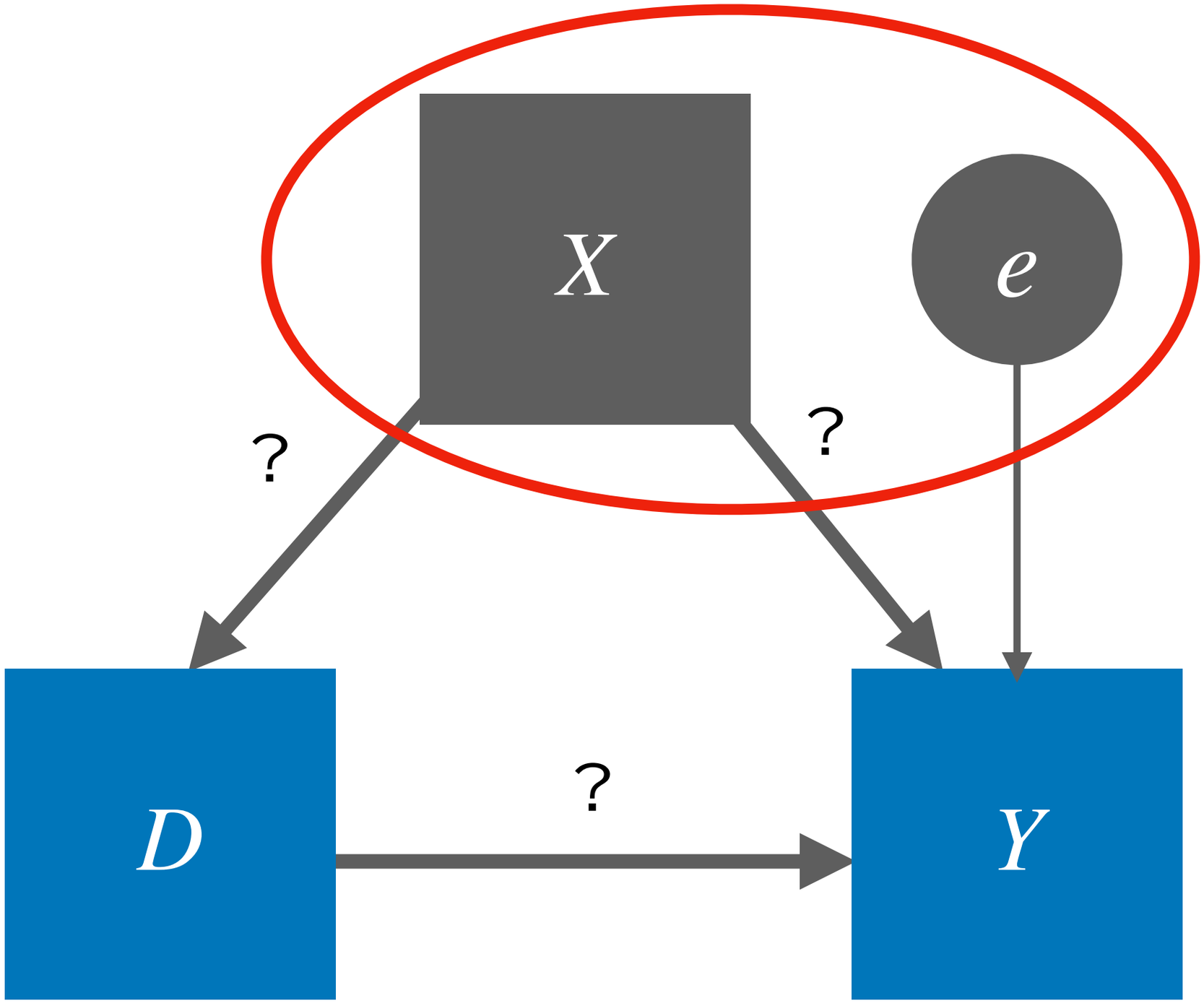
セレクションと重回帰

- セレクションバイアスがありそうな調査・観察データでも、重回帰によってATEを推定できる
- そのためには、以下の2つが必要
  - セレクションを生み出す変数を**観測**する
  - セレクションを生み出す変数を回帰式に含める
- これができれば、セレクションバイアスは除去できる
  - 完全にできない場合、セレクションバイアスをゼロにすることはできないが、減らすことはできる
- セレクションバイアスを生み出す変数：**交絡因子（共変量）**

回帰分析のバイアスⅠ

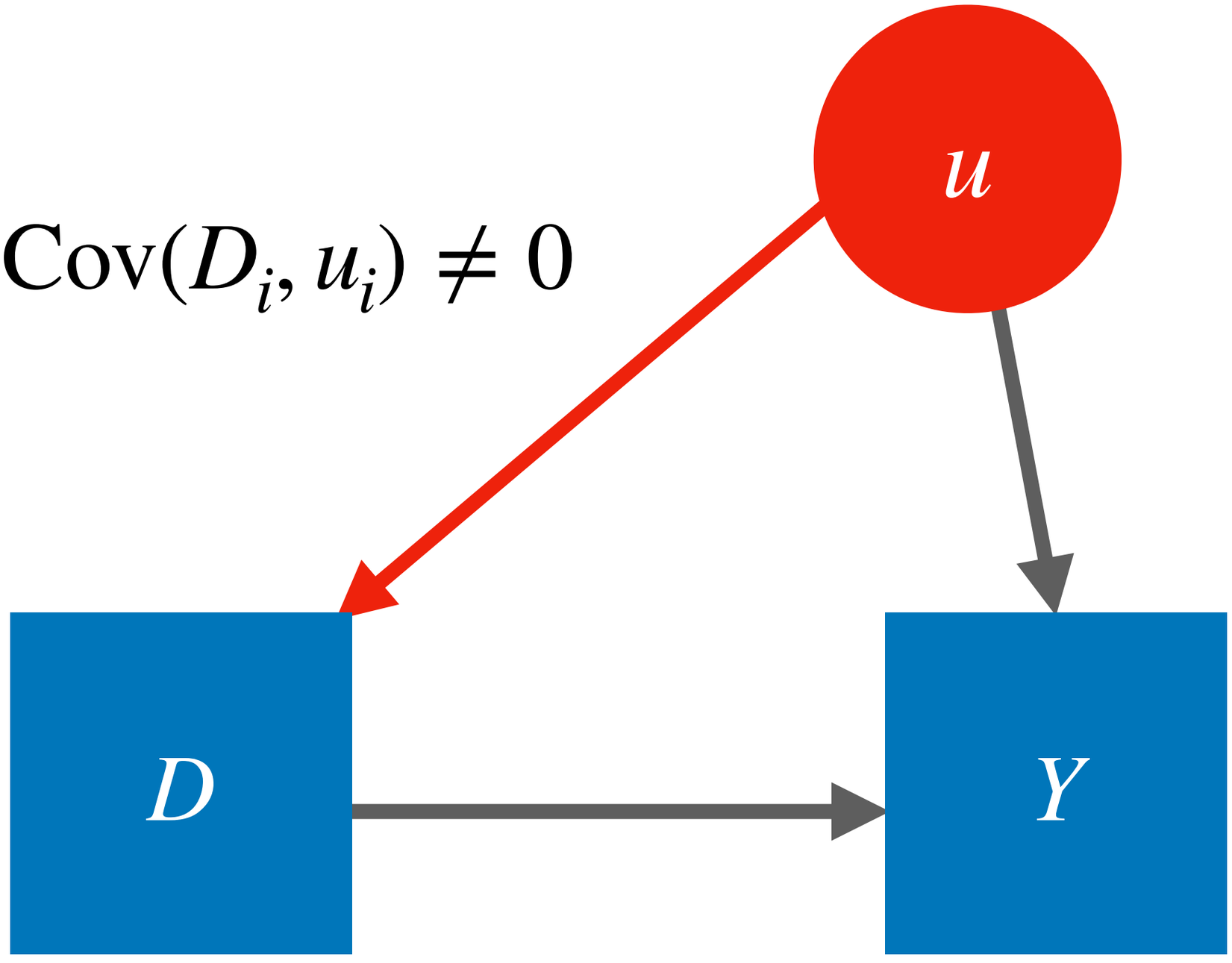
脱落変数バイアス

セレクションバイアスがあったら？



セレクションバイアスがあったら？

$$\mathrm{Cov}(D_i, u_i) \neq 0$$



回帰モデルの定式化

- セレクションは X によって生じると仮定する
  - 正しい定式化 (long regression)

$$Y_i = \alpha^l + \beta^l D_i + \gamma^l X_i + e_i \tag{1}$$

  - セレクションを考慮しない定式化 (short regression)

$$Y_i = \alpha^s + \beta^s D_i + u_i \tag{2}$$

  - X を D に回帰する

$$X_i = \alpha_0 + \lambda D_i + \nu_i \tag{3}$$

セレクションを無視する

- 正しい式から X を消去する
- (1) に (3) を代入する

$$
\begin{aligned}
Y_i &= \alpha^l + \beta^l D_i + \gamma^l X_i + e_i \\
&= \alpha^l + \beta^l D_i + \gamma^l (\alpha_0 + \lambda D_i + \nu_i) + e_i \\
&= \alpha^l + \gamma^l \alpha_0 + (\beta^l + \gamma^l \lambda) D_i + e_i + \gamma^l \nu_i \qquad (4)
\end{aligned}
$$

脱落変数バイアス (OVB)

- 脱落 [欠落] 変数バイアス：omitted variable bias
- 式(2) と (4) ：式 (1) から X_i が脱落している
  - Y を D に回帰したときの D の係数：
    - $\beta^s = \beta^l + \gamma^l \lambda$
    - 脱落変数バイアス： $\gamma^l \lambda$
      - ✦ γ^l：X と Y の共変関係
      - ✦ λ：X と D の共変関係

脱落変数バイアスと交絡

- 脱落変数バイアス： $\gamma^l\lambda$
  - $\gamma^l = 0$ または $\lambda = 0$ ならば、このバイアスは生じない
  - $\gamma^l \neq 0$ かつ $\lambda \neq 0$ のとき、X を 交絡因子（共変量）と呼ぶ
- 交絡をコントロールしないと
  - 脱落変数バイアスが生じる
  - つまり、セレクションバイアスが除去されずに残る

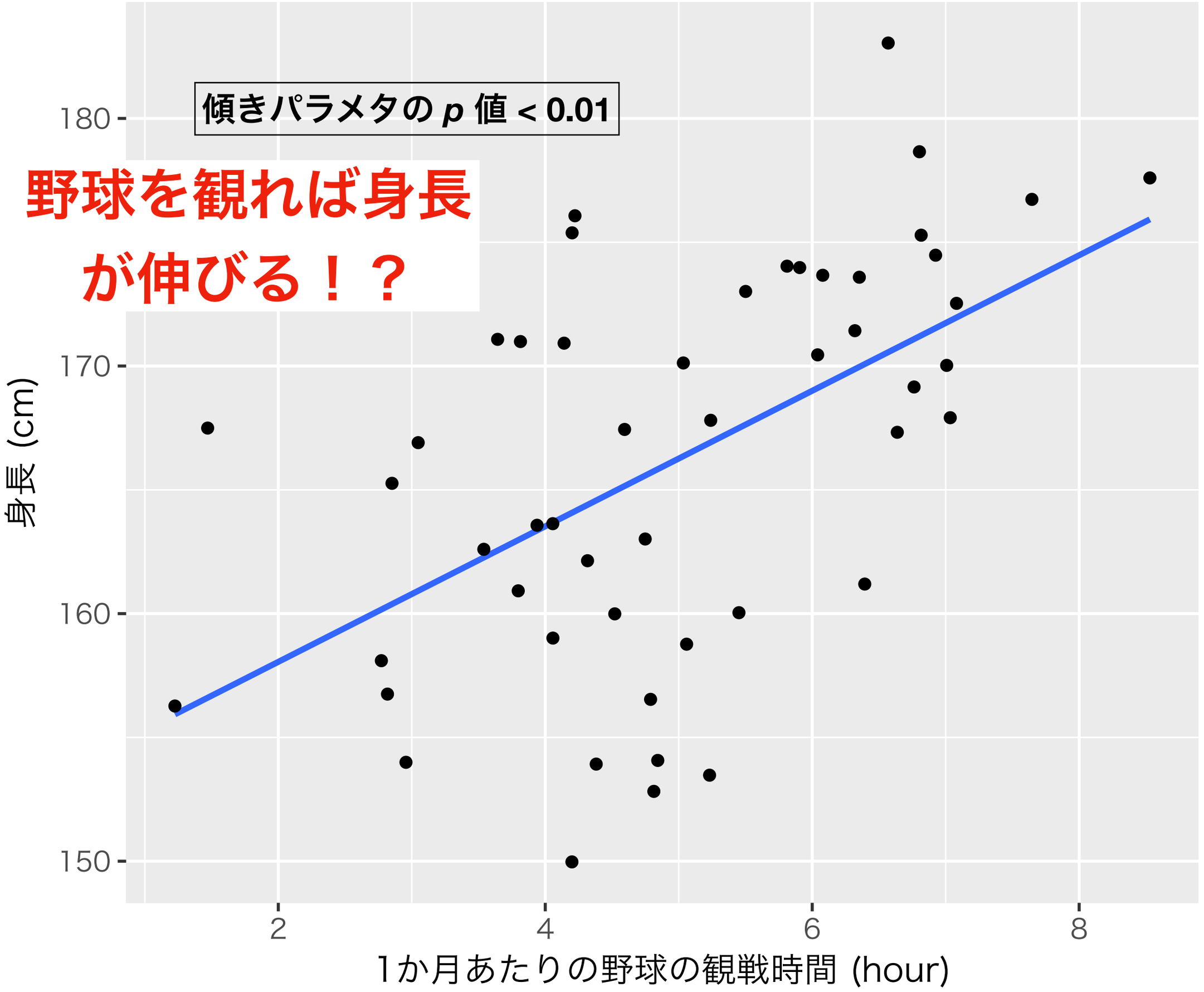
脱落変数バイアスの例

- 身長とプロ野球の観戦時間の関係は？
  - プロ野球の観戦時間は身長を伸ばす？
  - 理論的に考えると、おそらく No!
  - しかし、回帰分析をすると…
    - Yes ???

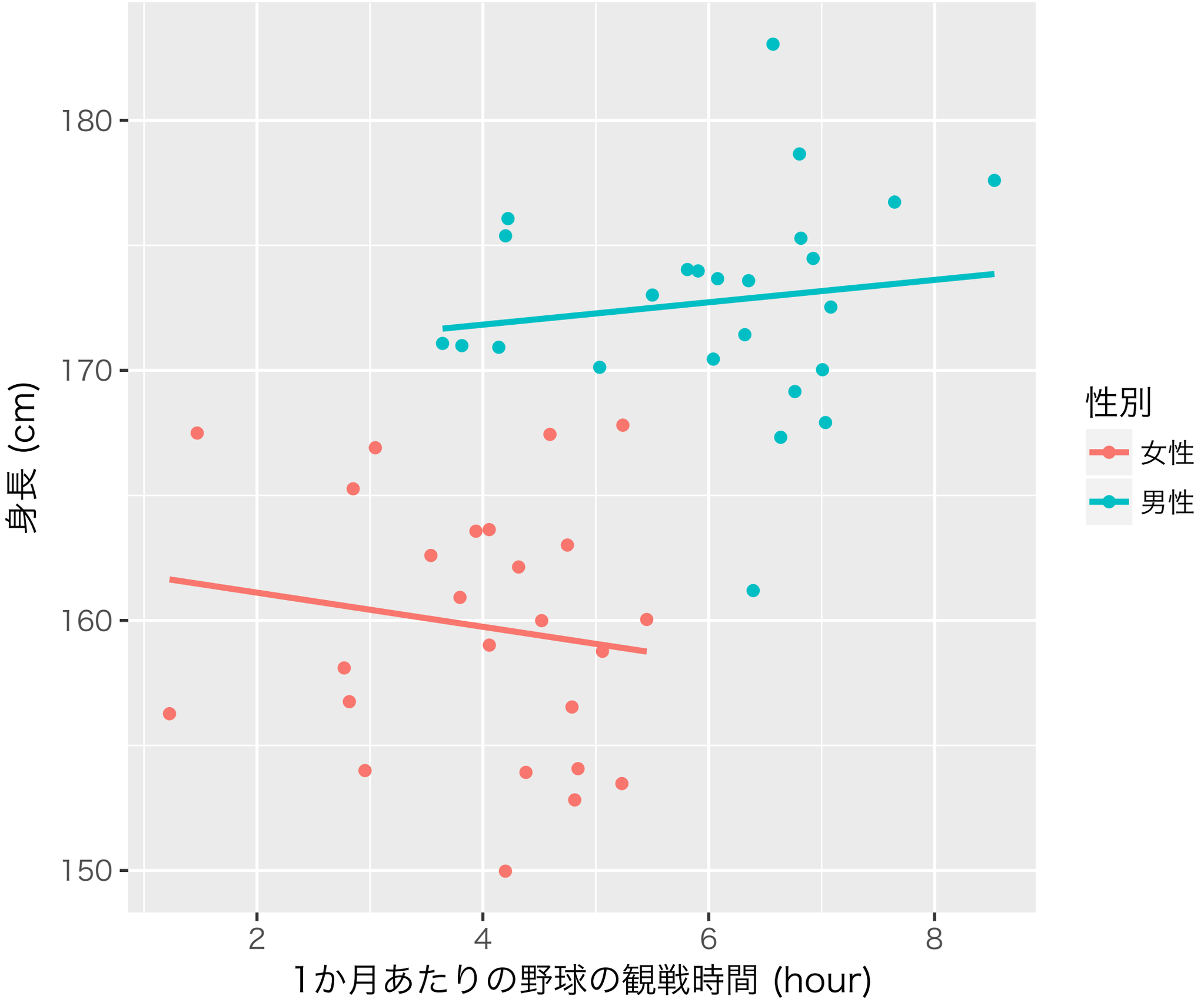
(架空のデータ)

傾きパラメタの p 値 < 0.01

野球を観れば身長が伸びる！？



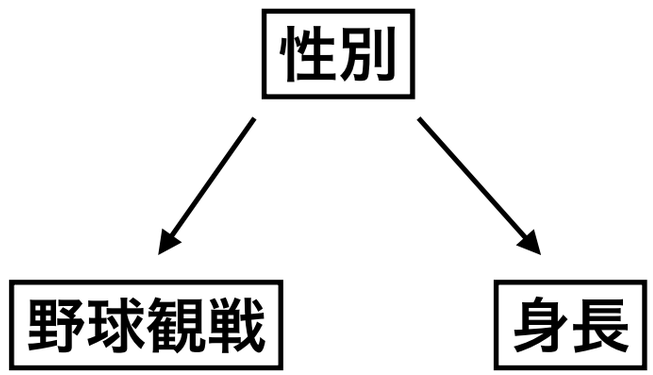
Yuki Yanai



何が問題か？

- 性別が交絡になっている
- 性別が野球の観戦時間 (X) と身長 (Y) の両者に影響を及ぼす

- 男性のほうが野球を観る
- 男性のほうが身長が高い



男性型脱毛症と新型コロナウィルス

- 男性型脱毛症 [Androgenetic Alopecia]（あるいはその原因となるホルモン [androgen]）は、新型コロナウィルスの重症化リスクを高める! (???)
  - Wambier et al. 2020. “Androgenetic Alopecia Presents in the Majority of Hospitalized COVID-19 Patients,” https://doi.org/10.1016/j.jaad.2020.05.079
  - Goren et al. 2020. “A Preliminary Observation: Male Pattern in Hair Loss among Hospitalized COVID-19 Patients in Spain”, https://doi.org/10.1111/jocd.13443
- 因果効果は疑わしい
  - 年齢がコントロールされていない！
    - 参考：https://www.forbes.com/sites/marlamilling/2020/06/06/bald-men-at-higher-risk-of-severe-coronavirus-symptoms/#2449f87729e4

回帰分析におけるコントロール

- コントロール変数
  - RCT におけるブロック変数の役割を果たす
- 重回帰がやっていること
  - コントロール変数によるブロッキング
  - ブロックごとに処置効果を計算
    - ブロックごとの処置効果の加重平均を計算
      - $X = x$ となるブロックの重み
        - ✦ ATE: $\Pr(X_i = x)$,
        - ✦ ATT: $\Pr(X_i = x \mid D_i = 1)$
          - ❖ 詳しくは、Angrist and Pischke (2008) 3.3.1 節を参照

コントロール変数による条件付け

- 交絡因子 X を統制（コントロールする）
- 交絡因子は複数あることも: $X_1, X_2, \ldots, X_k$
  - 私たちが比較したい個体が様々な面で異質なとき、複数の交絡を統制する必要がある
- 複数の交絡を統制するためには、標本サイズはある程度大きくないといけない
  - 標本サイズが小さいと、各ブロックに属する個体数が少なくなる
  - 処置の値が異なる個体が存在しないブロックの重みはゼロ

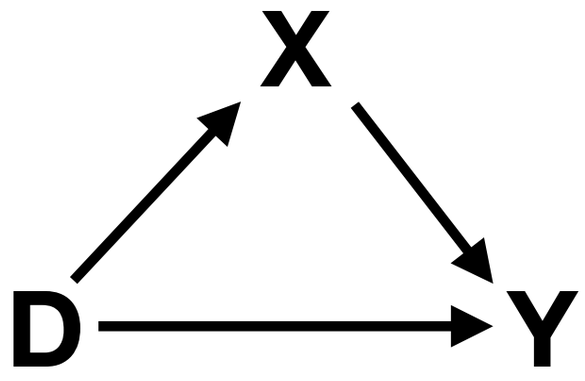
回帰分析のバイアス II

処置後変数バイアス

処置の影響を受けた変数を含む重回帰

- Y を D と X に回帰する

$$Y_i = \alpha + \beta D_i + \gamma X_i + e_i$$



  - D が Y に与える処置効果を知りたいわけではないなら、何も問題ない
    - X が Y に与える影響を知りたいなら、正しい推定

- しかし、D が Y に与える処置効果を知りたいなら、この回帰式は問題

処置後変数

- X は D の処置後変数 (post-treatment variable)
  - D の処置効果の一部は、X を通じて Y に伝わる
    - $X_i = \alpha_0 + \lambda D_i + u_i$
    - これを先程の式に代入し、X を消去する

$$
\begin{aligned}
Y_i &= \alpha + \beta D_i + \gamma X_i + e_i \\
&= \alpha + \beta D_i + \gamma(\alpha_0 + \lambda D_i + u_i) + e_i \\
&= (\alpha + \alpha_0) + (\beta + \gamma\lambda) D_i + (\gamma u_i + e_i)
\end{aligned}
$$

処置後変数バイアス

- Y を D と X に回帰したときの推定値：β
- Y を D のみに回帰したときの推定値：$\beta + \gamma\lambda$
  - これが、D のY に対する処置効果
- 処置後変数によって生じたバイアス：$-\gamma\lambda$
  - γ と λ の符号が同じ：バイアスにより過小推定
  - γ と λ の符号が異なる：バイアスにより過大推定
  - γ または λ が0：バイアスは生じない
    - $\lambda = 0$ ならばX はD の処置後変数ではない

重回帰における
コントロール変数の選び方

どの変数を統制する？

- 重回帰で因果推論を行うために使う変数は何？
  - 結果変数（理論における結果）：絶対に必要
  - 処置変数（理論における原因）：絶対に必要
  - 統制変数：必要かもしれない（ほとんどの場合必要）
    - どの変数を統制する？
    - いくつの変数を統制する？

バックドア基準

- どの変数を統制すべきか教えてくれる基準
- この用語は、因果推論におけるグラフィカルモデリングで使われる

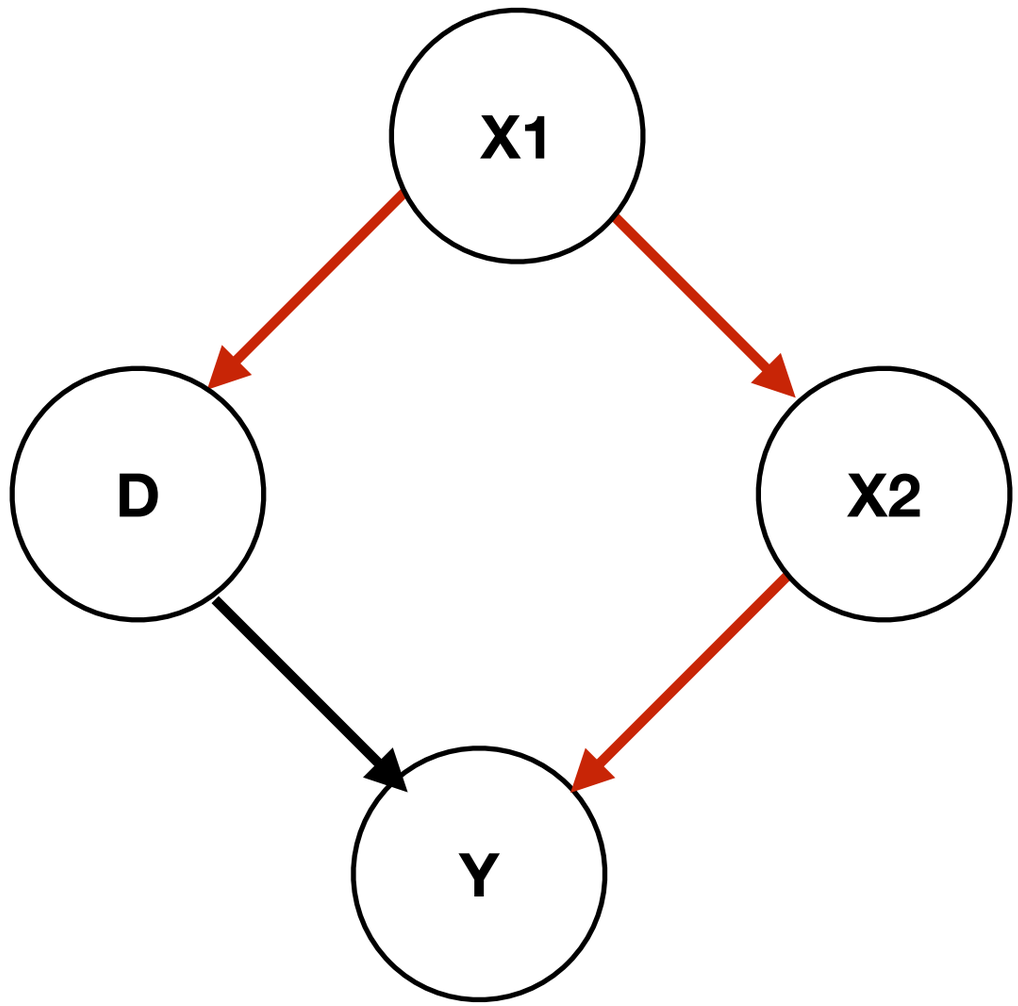
- DAG: directed acyclic graph、有向非巡回グラフ
- 回帰分析でもこの考え方は便利
  - 詳しくは、以下を参照
    - 黒木学, 2017,『構造的因果モデルの基礎』共立出版.
    - Pearl, J. et al. （落海 訳）2019, 『入門 統計的因果推論』朝倉書店.

バックドア基準の基礎

- D：処置変数 [treatment]（介入、刺激、暴露 [exposure]、独立変数）
- Y：結果変数 [outcome]（応答変数、目的変数、従属変数）
- X：統制変数 （コントロール、**交絡 [confounder]、共変量 [covariate]**）

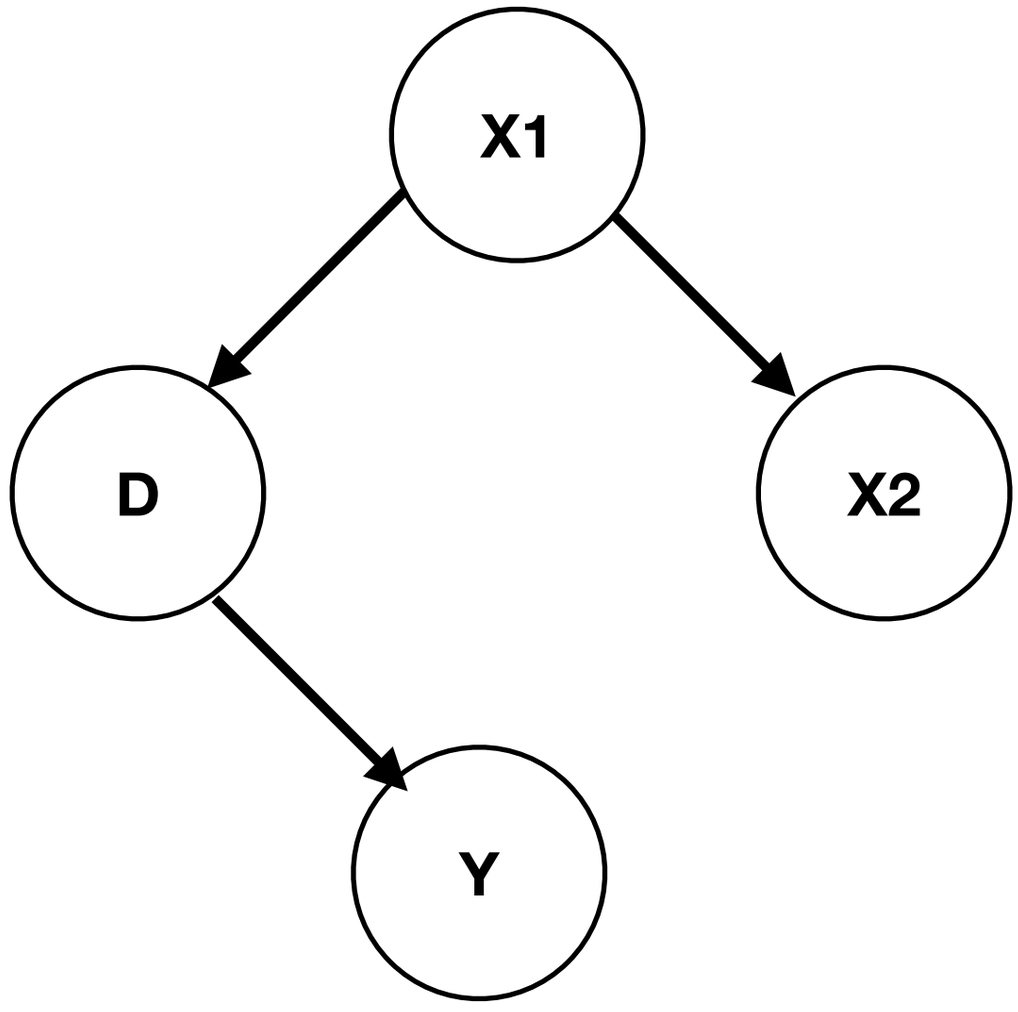
交絡変数とバックドア経路（1）

- DAG を描いて考える
- バックドア経路: ある変数が**Dとの**<u>**両者**</u>**の原因**となるような経路
  - D ←X1 → X2 → Y
- **交絡変数** (confounding variables, confounders): **Dとの**<u>**両者**</u>**の原因**となる変数
  - X1



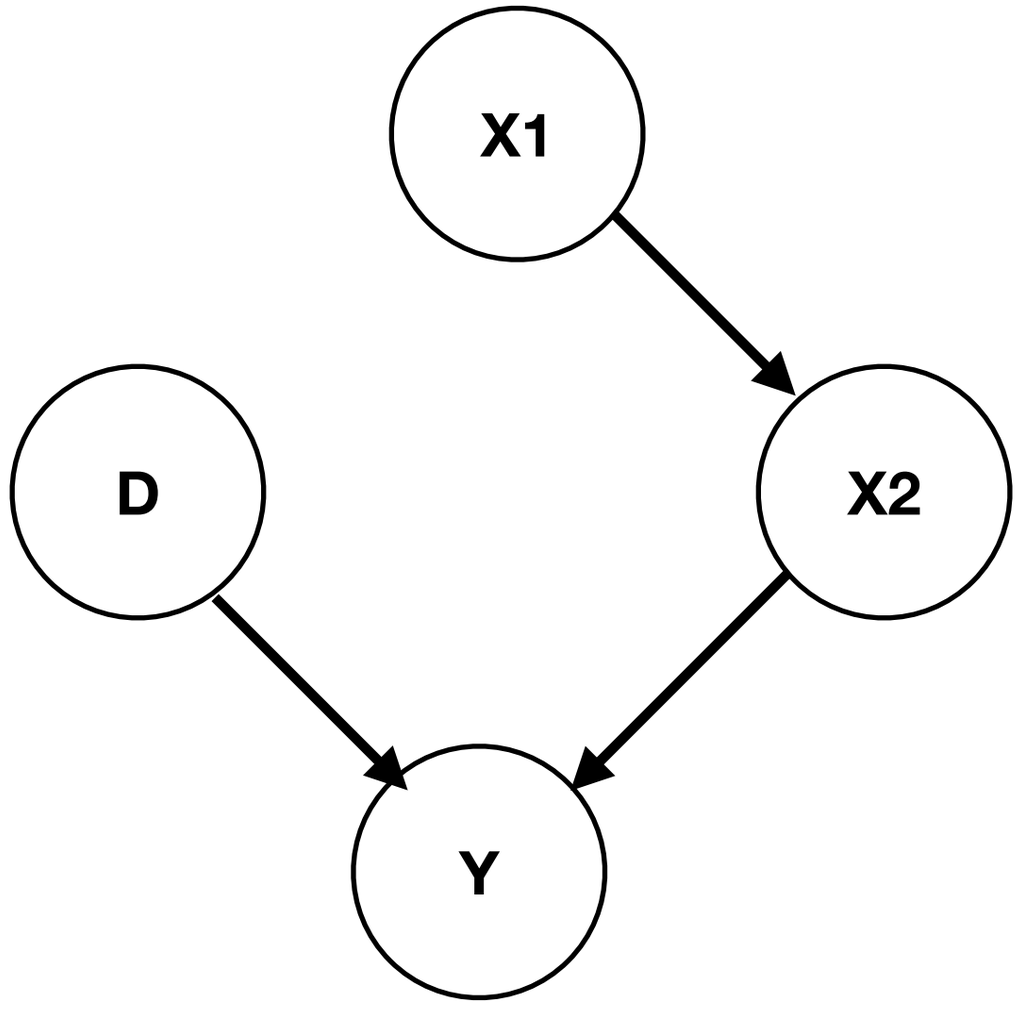
交絡変数とバックドア経路（2)

- 右の図にバックドア経路は存在しない
  - D ←X1 → X2 はバックドア経路ではない！
- 交絡変数はない
  - X1 は交絡ではない



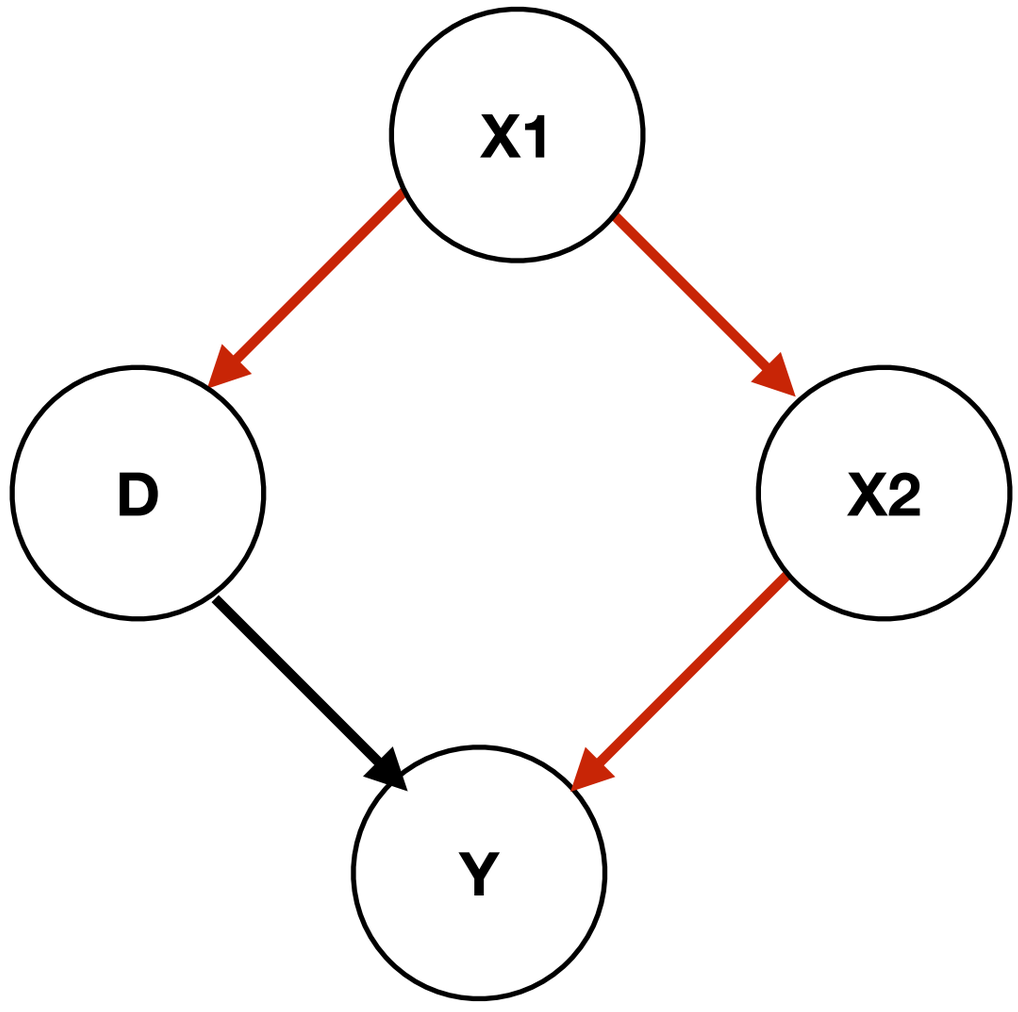
交絡変数とバックドア経路（3)

- 右の図にバックドア経路は存在しない
  - X1 → X2 → Y はバックドア経路ではない
- 交絡変数はない



バックドアを閉じたい

- バックドア経路：
  - D ←X1 → X2 → Y
- バックドアを閉じたい
- どうすればいい？



バックドアを閉じる

- バックドア経路にある変数を
  コントロールすれば良い！

- バックドア経路：

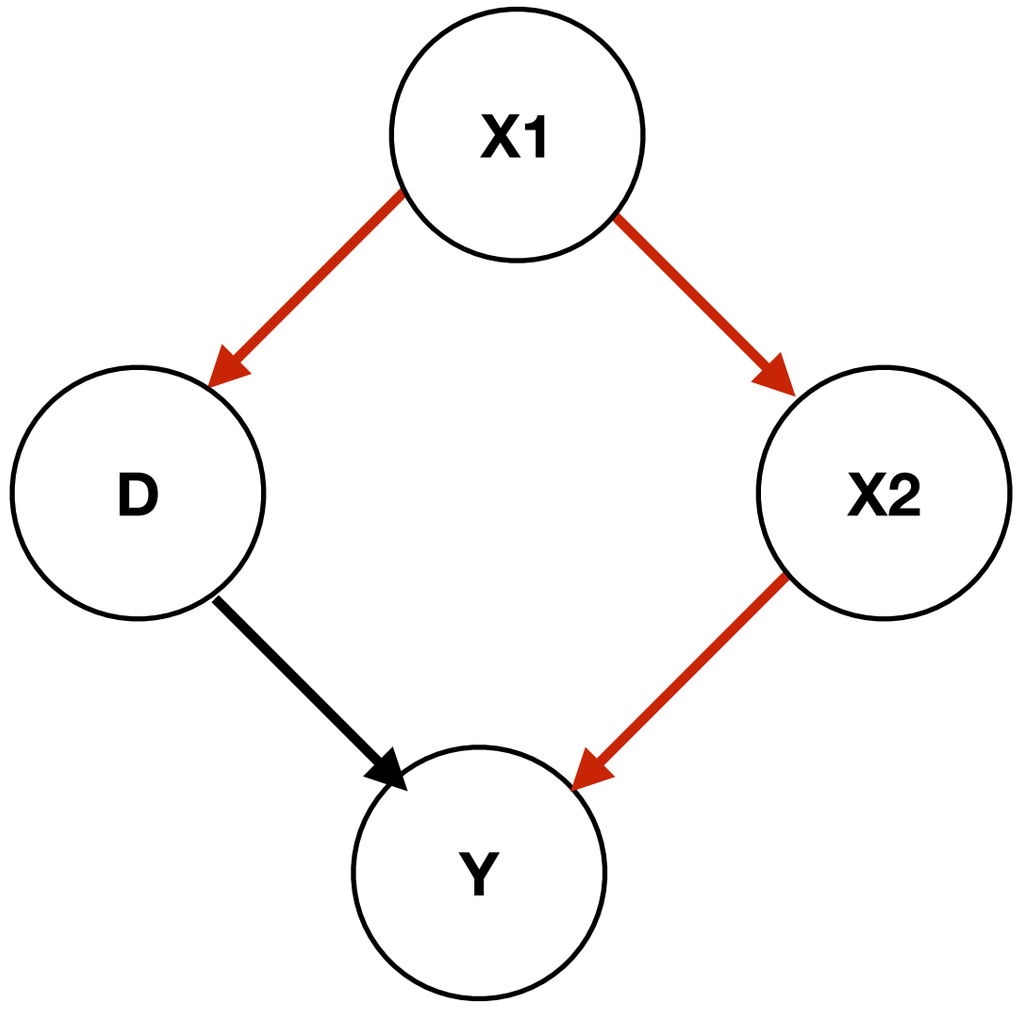
  - D ←X1 → X2 → Y

- この例では、閉じ方は3通り

  - X2 をコントロール

  - X1 をコントロール

  - X1とX2 をコントロール

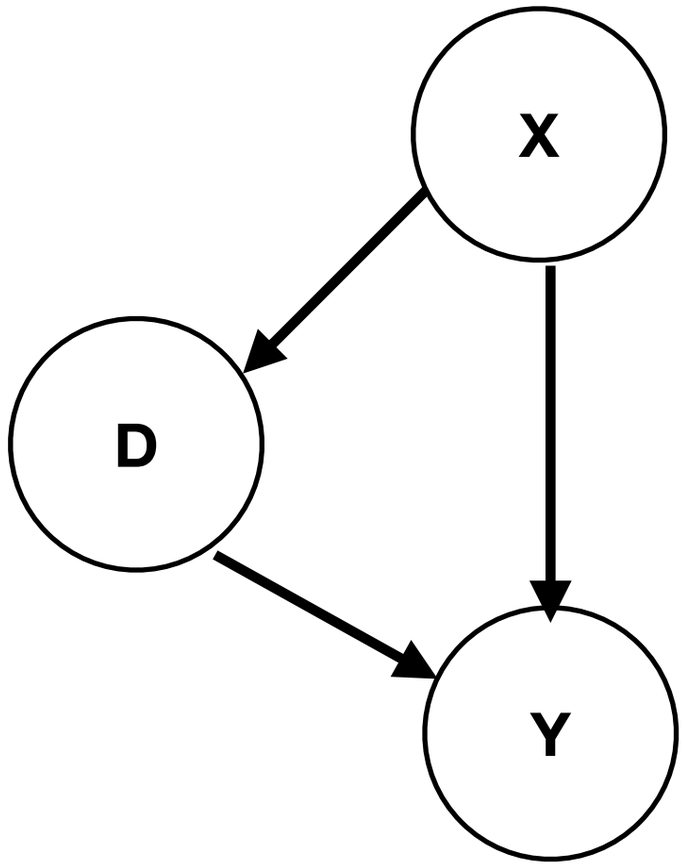


変数 D, Y, X の関係

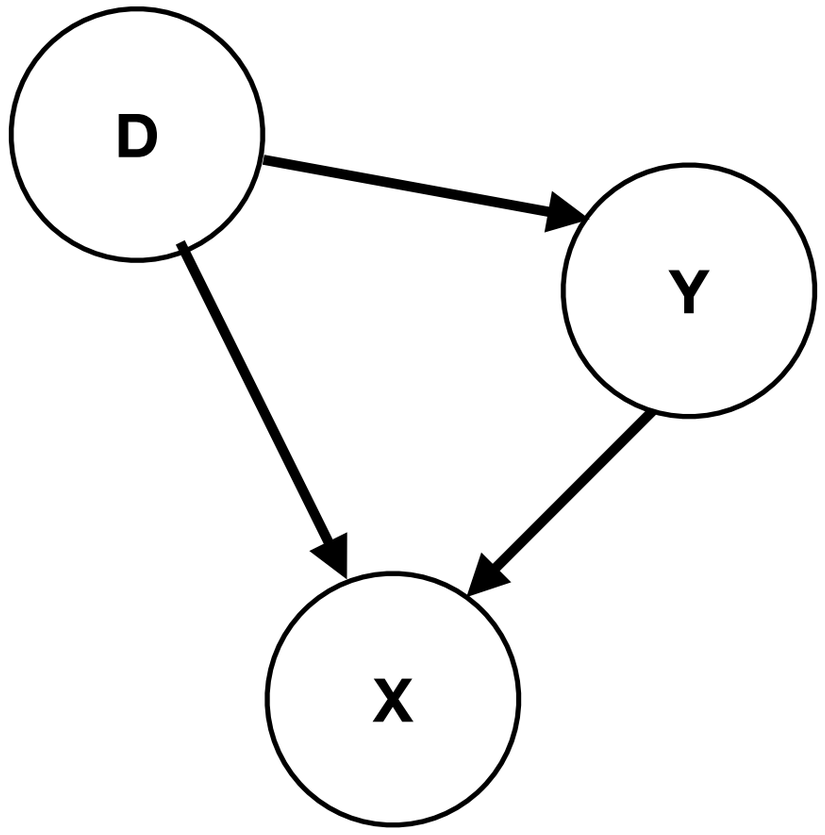
- Yを結果、Dを原因とする
- 3つの可能性

1. X は D と Y の交絡変数 (confounder) である
2. X は D と Y の合流点 (collider) である
3. X は D と Y の媒介変数（mediator, 中間因子）である

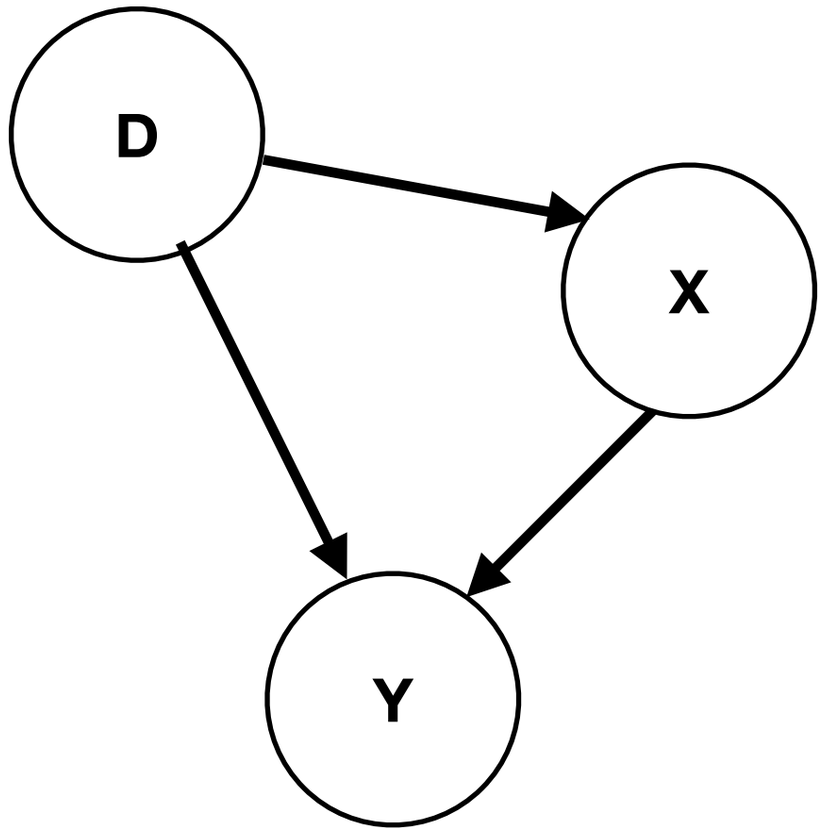
交絡変数 X



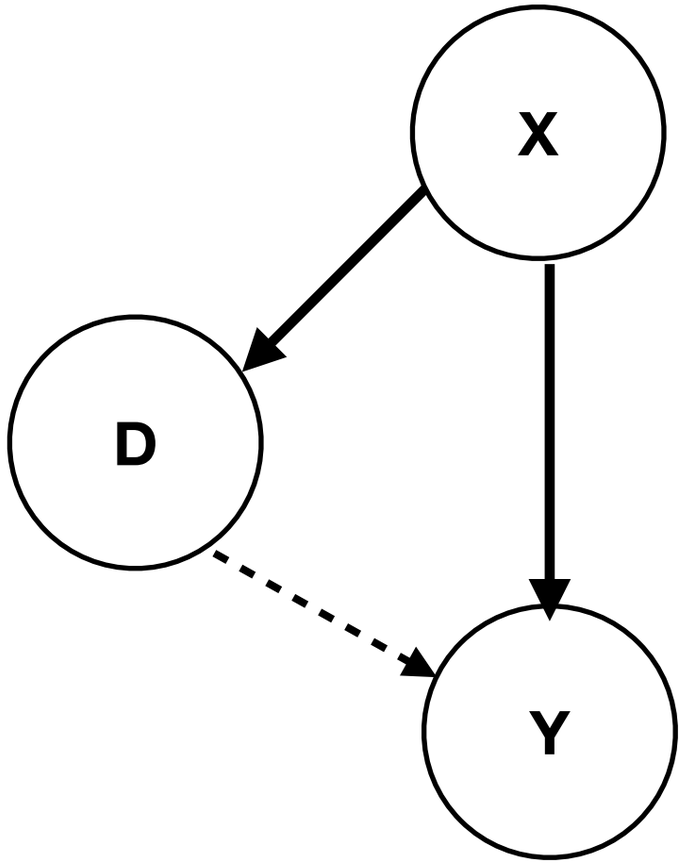
合流点 X

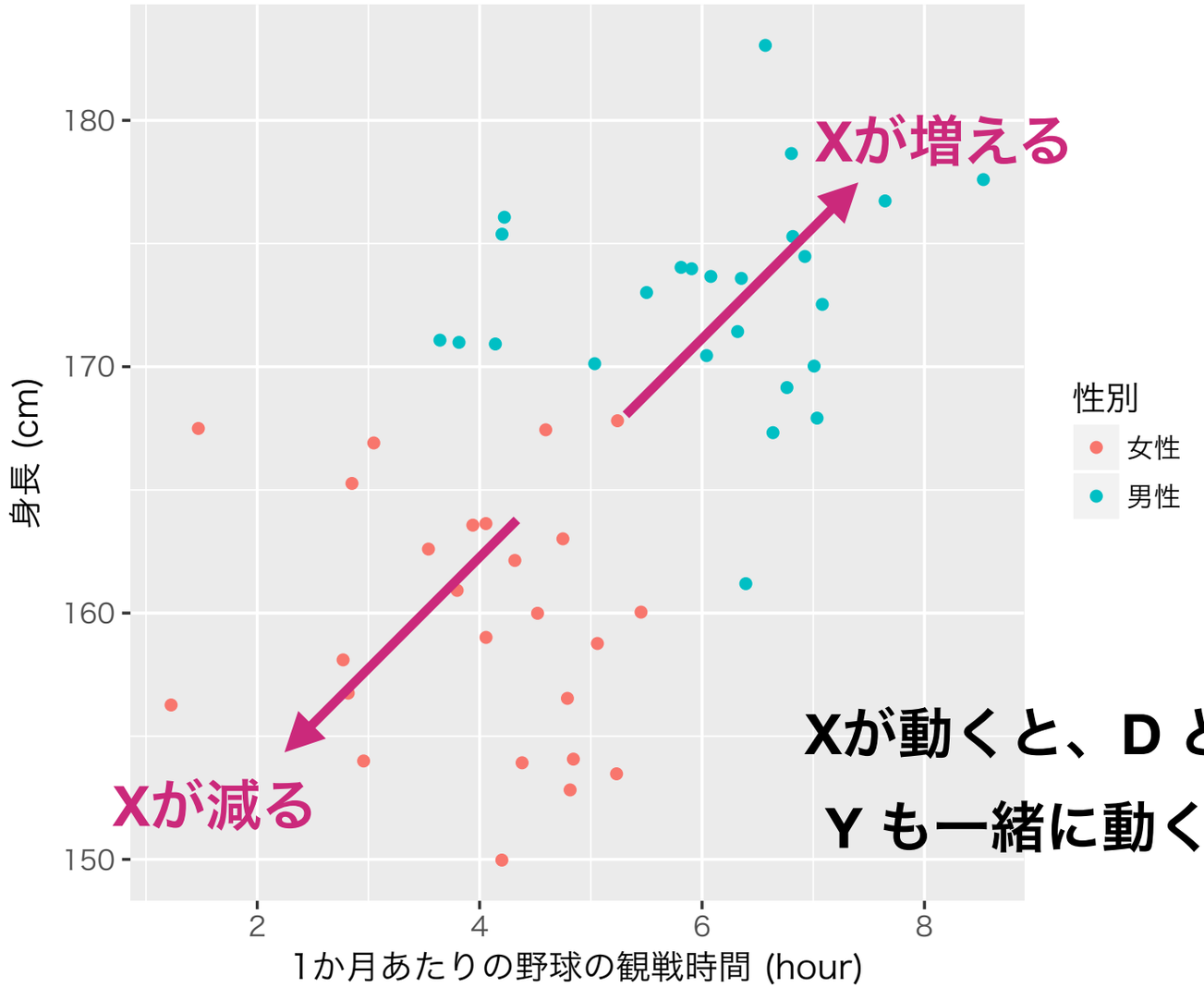


媒介変数 X



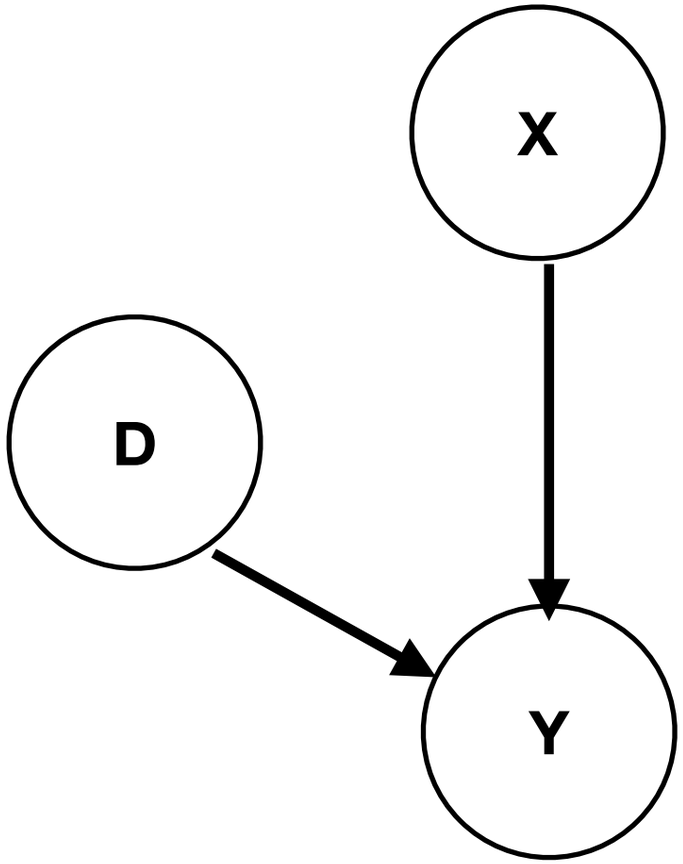
Xが交絡変数のとき

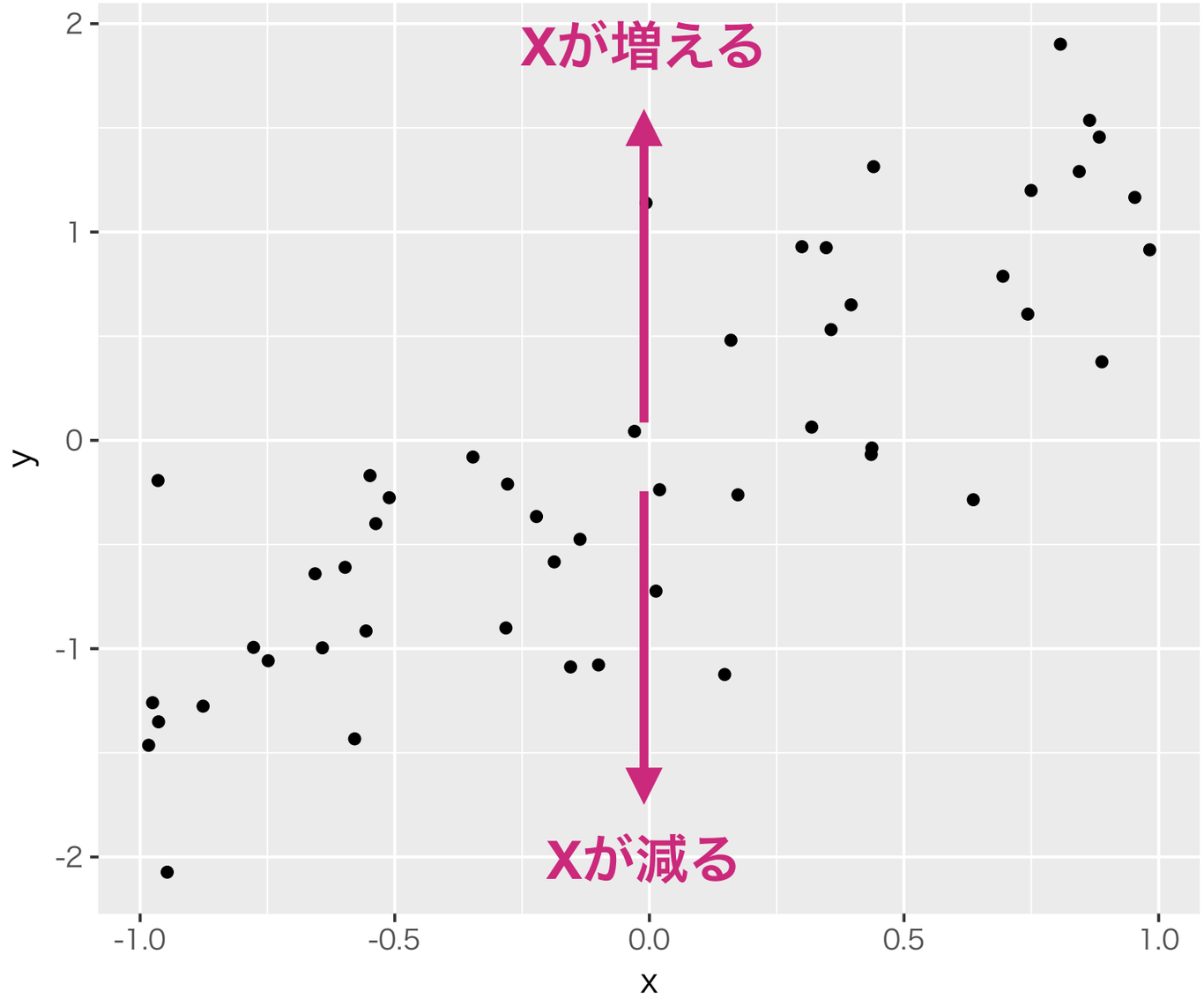




- バックドアが開いていると、Zの変化がXとYの変化を同時に引き起こす
- Y を Xだけに回帰すると、バイアスが生じる

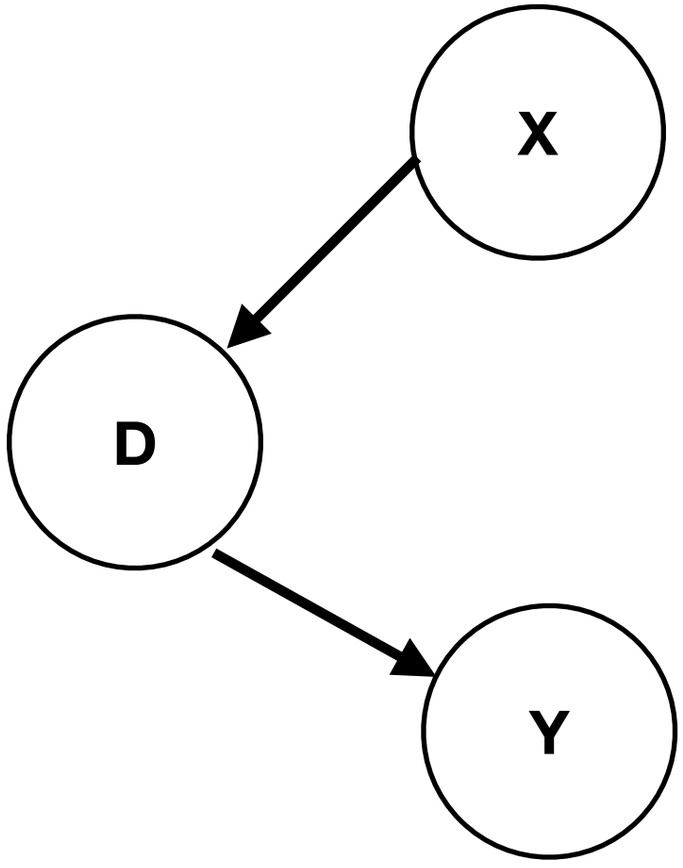
Xが交絡ではない場合 (1)

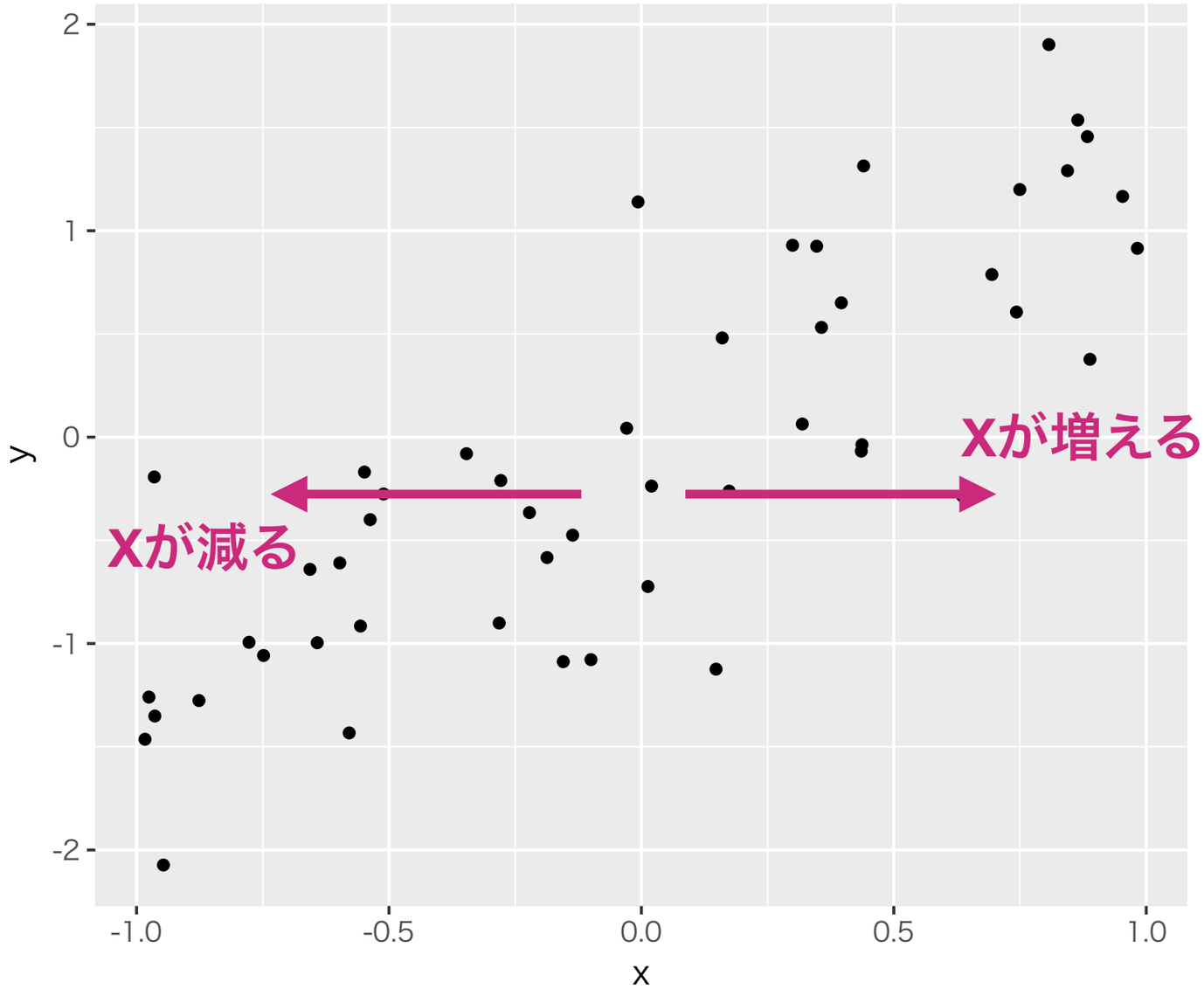




- Xの変化は、Dの変化には影響しない

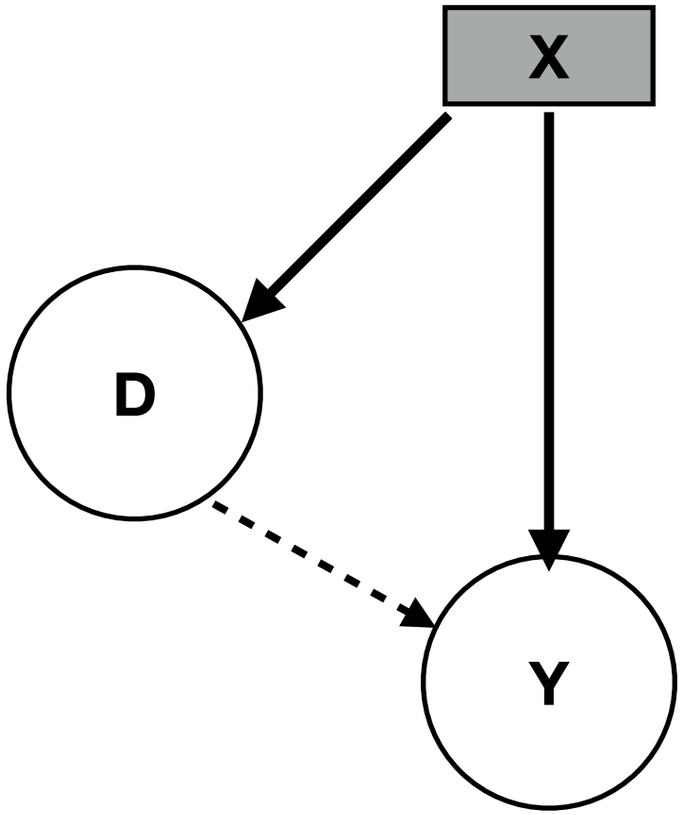
X が交絡ではない場合 (2)

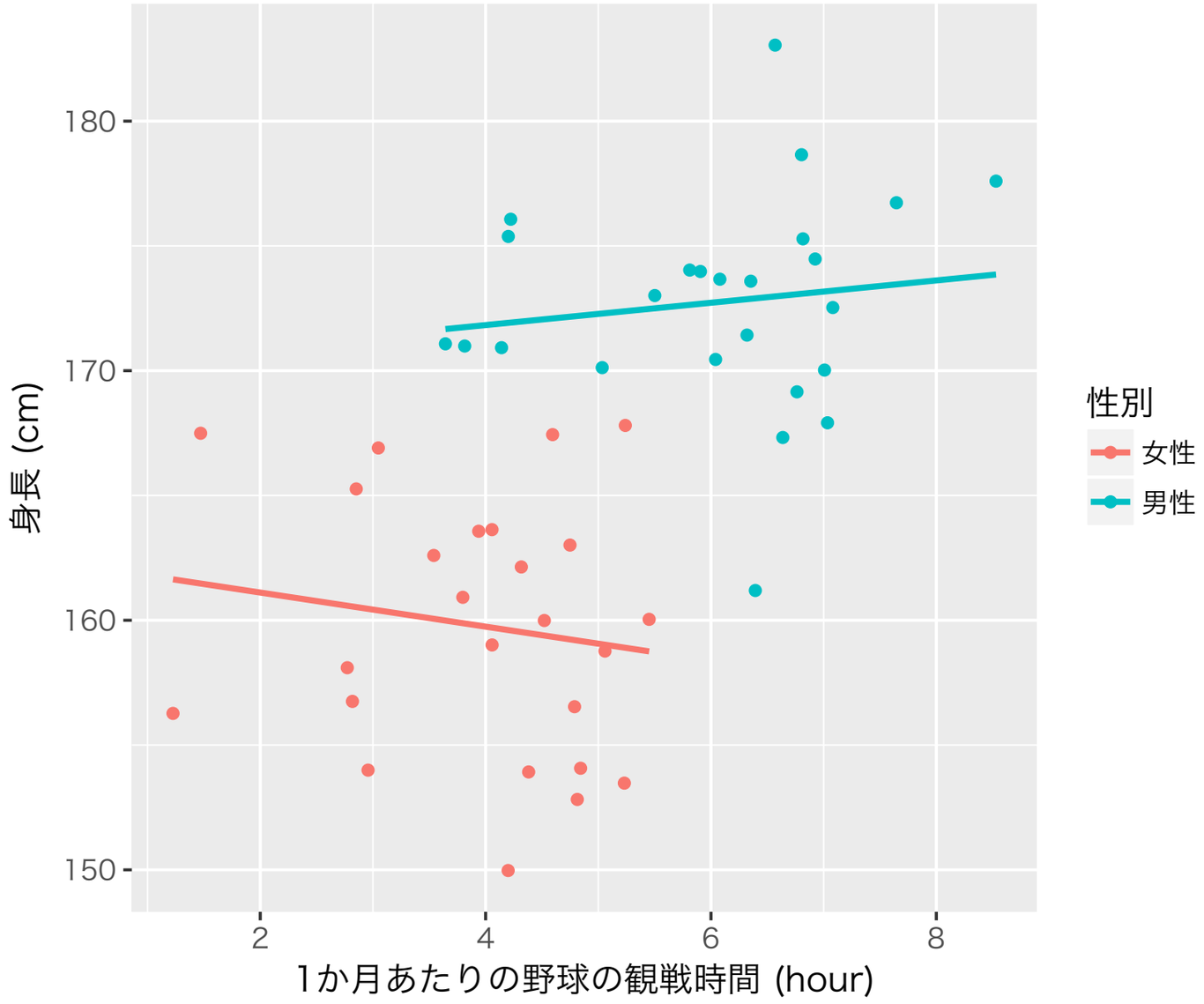




- Xの変化は、Yの変化には影響しない

バイアスを取り除くには？

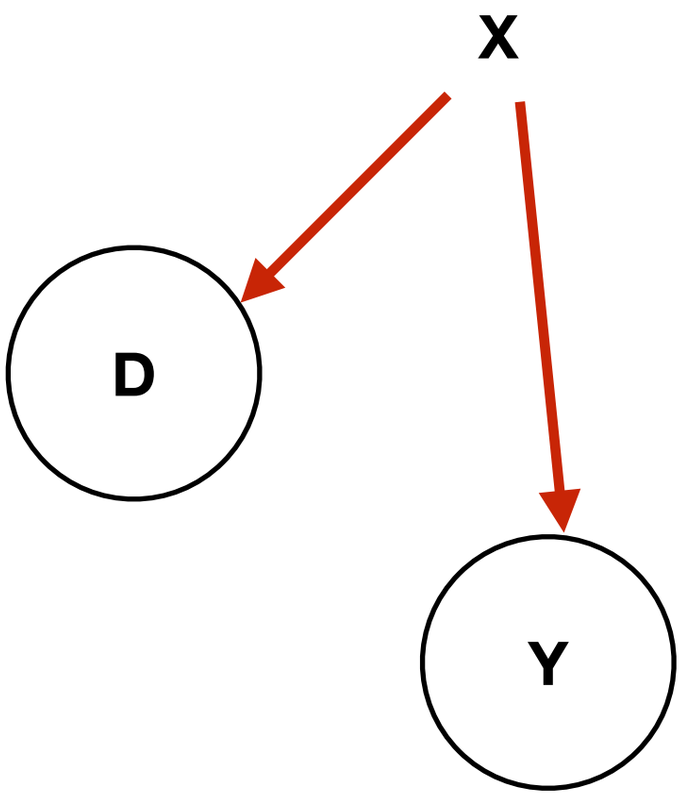




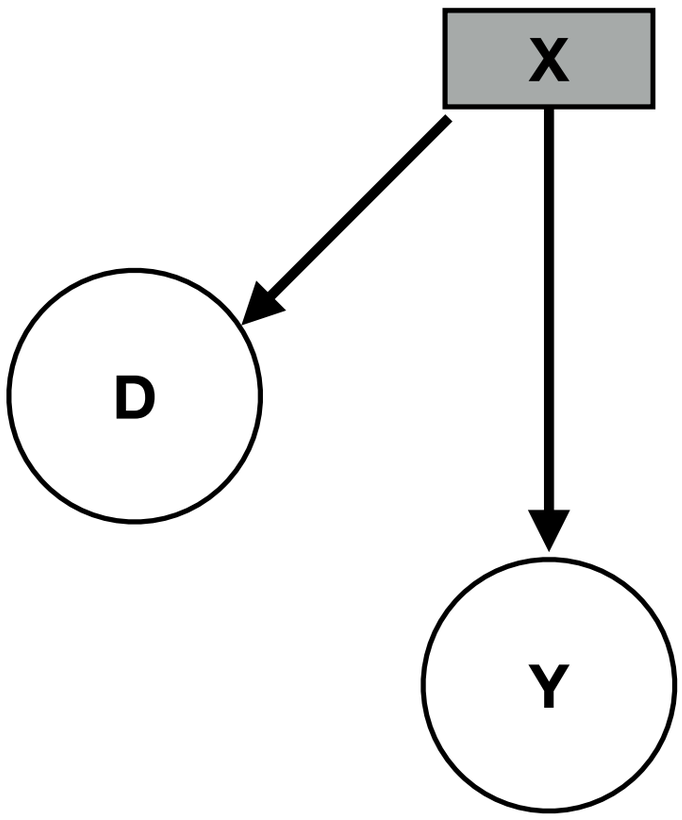
- Xの値を「固定」すればよい
  - Xをコントロールした重回帰分析

バックドアを閉じる

Xなしの回帰



Xを含む回帰



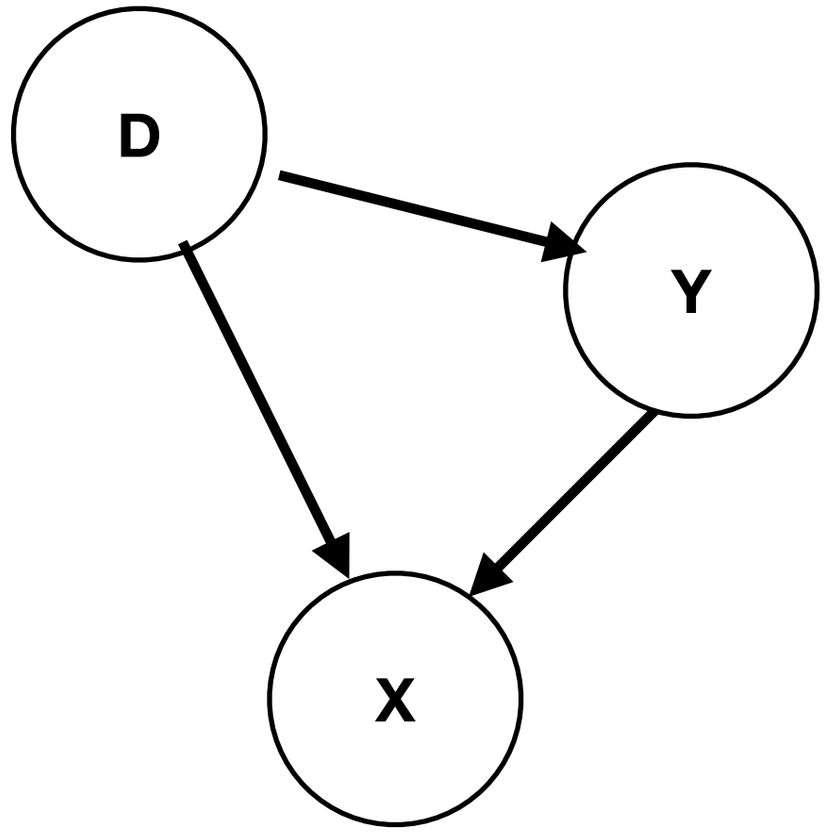
バックドアが開いている：
X が考慮されていないので、バックドアを通じたXの影響をDの影響だと見誤る

バックドアが閉じて（塞がれて）いる：
X が考慮されているので、バックドア経路はDの影響と見なされない

回帰分析における交絡変数の扱い方

- **交絡はコントロール**せよ！
  - 交絡をコントロールすれば、セレクションバイアスは除去できる
  - 交絡をコントロールし損ねると、**脱落変数バイアス** (omitted variable bias; OVB) が生じる

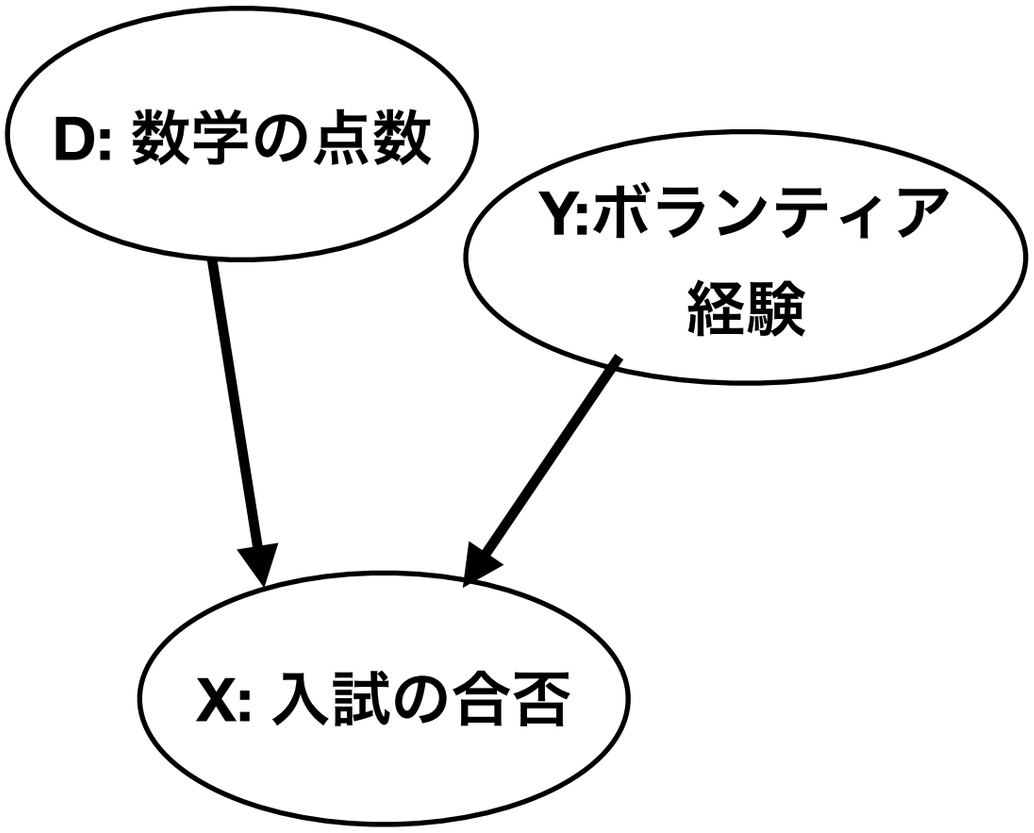
Xが合流点のとき

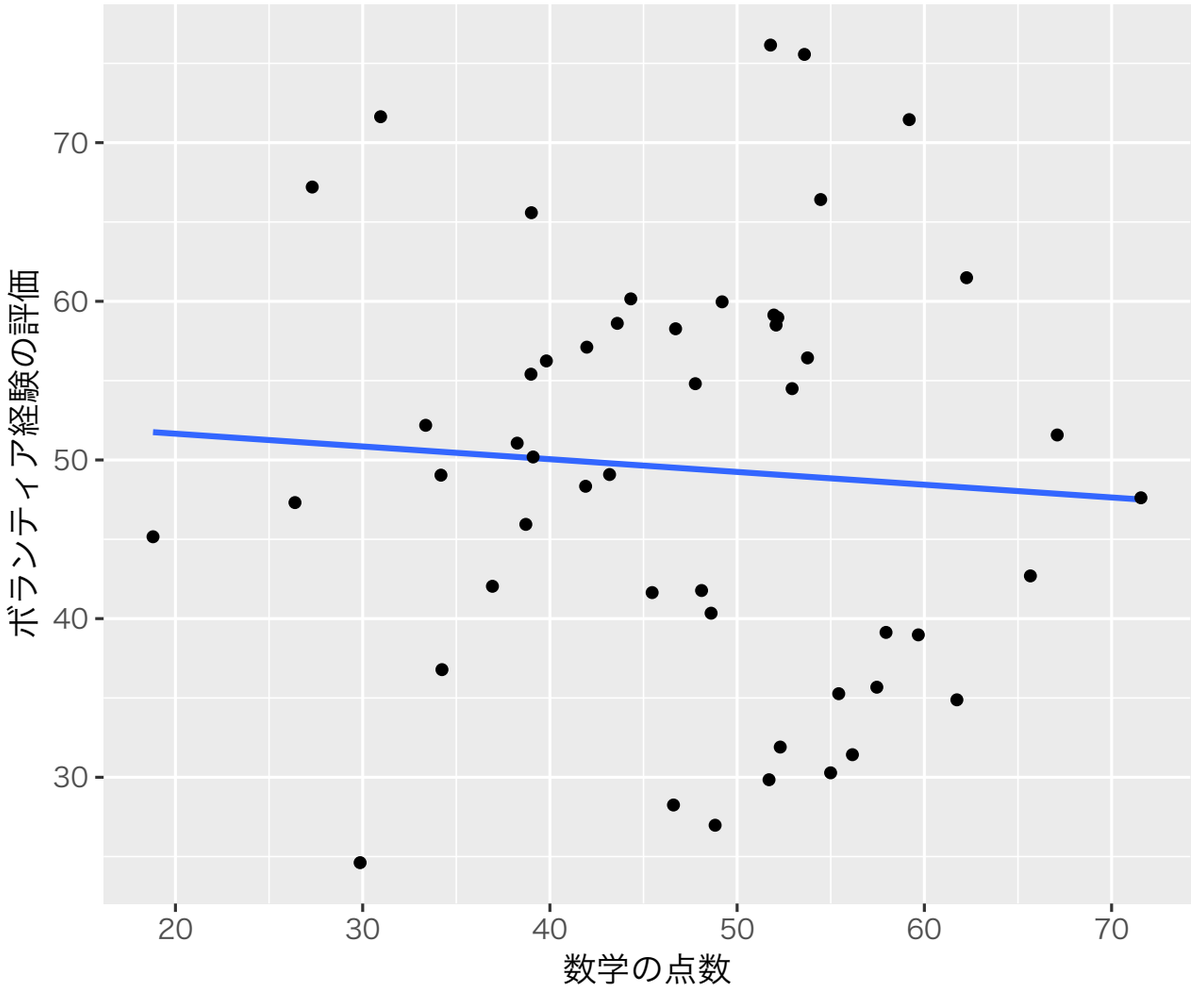


- Xを無視した単回帰で、DのYに対する因果効果を推定できる

合流点を統制すると何が起きる？(1)

例：アメリカ合衆国の大学入試

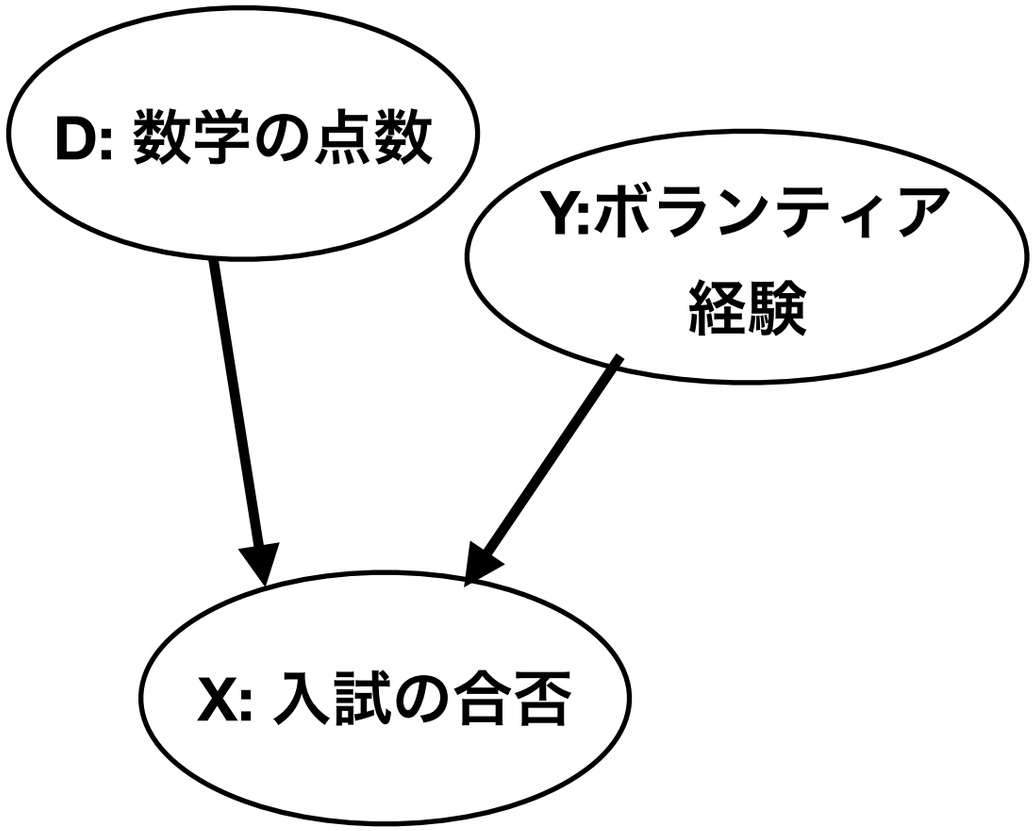


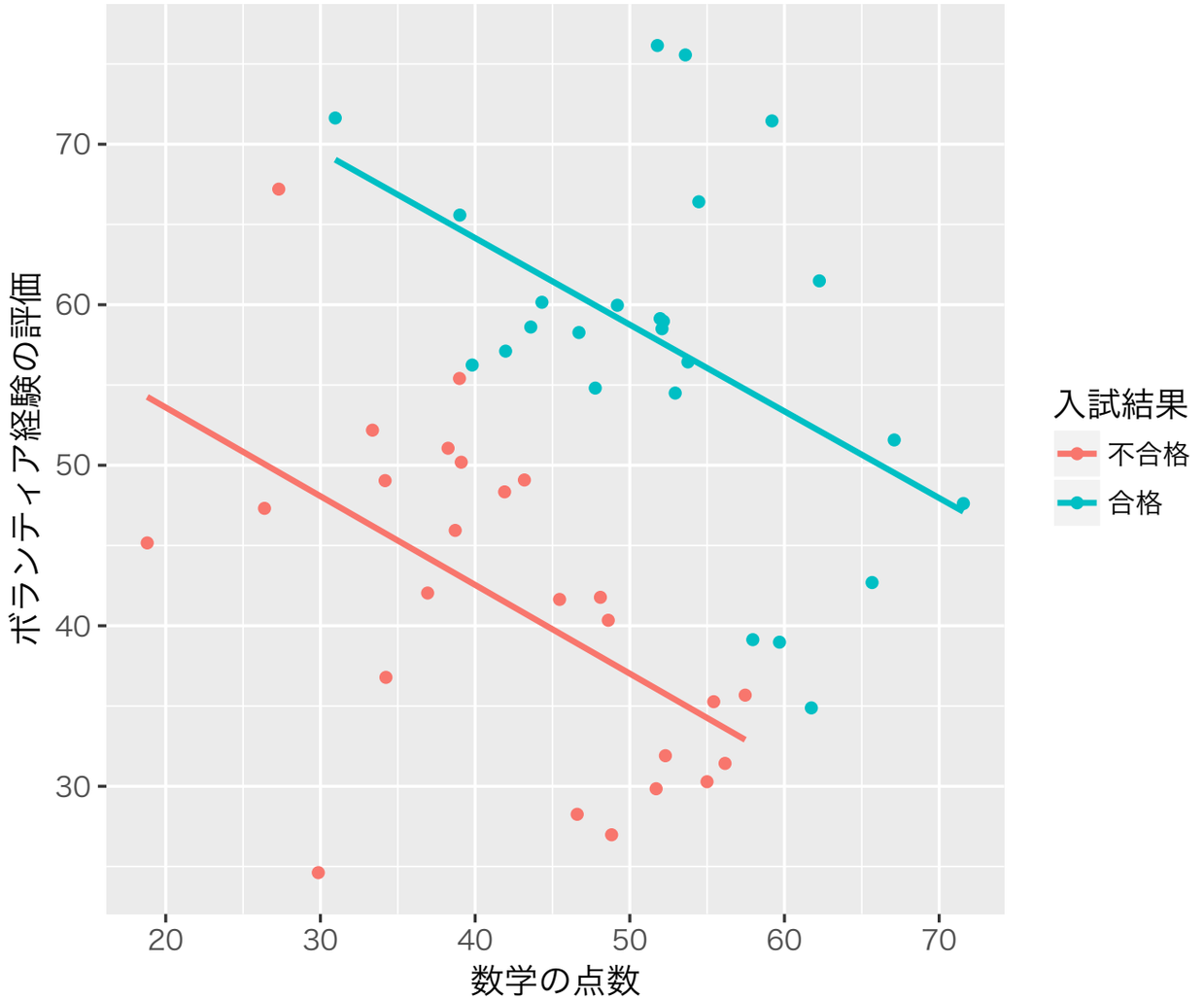


- 入試の合否は、数学の点数とボランティア経験の評価によって決まる
  （架空のデータ）
  - D から Y への因果効果はない

合流点を統制すると何が起きる？ (2)

例：アメリカ合衆国の大学入試

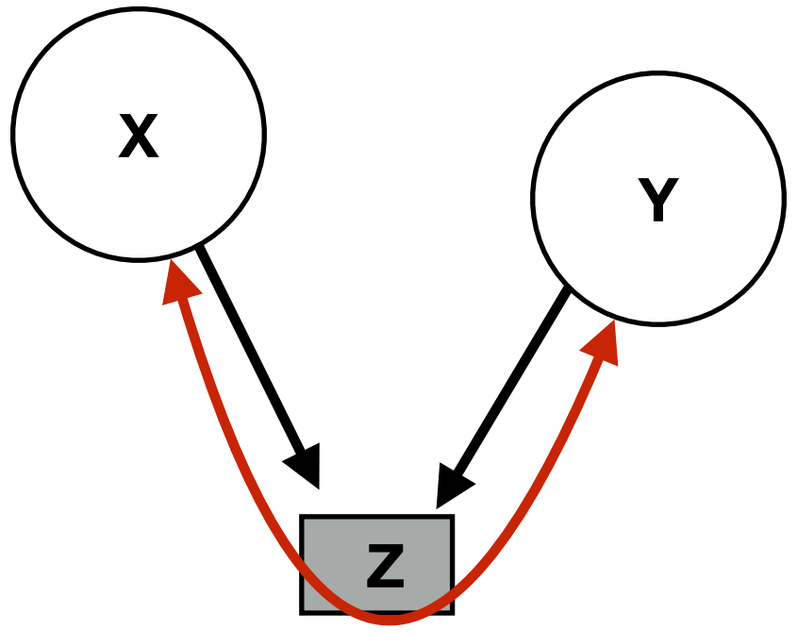




- 合流点Xを統制すると、重回帰で因果効果ではない効果を捉えてしまう

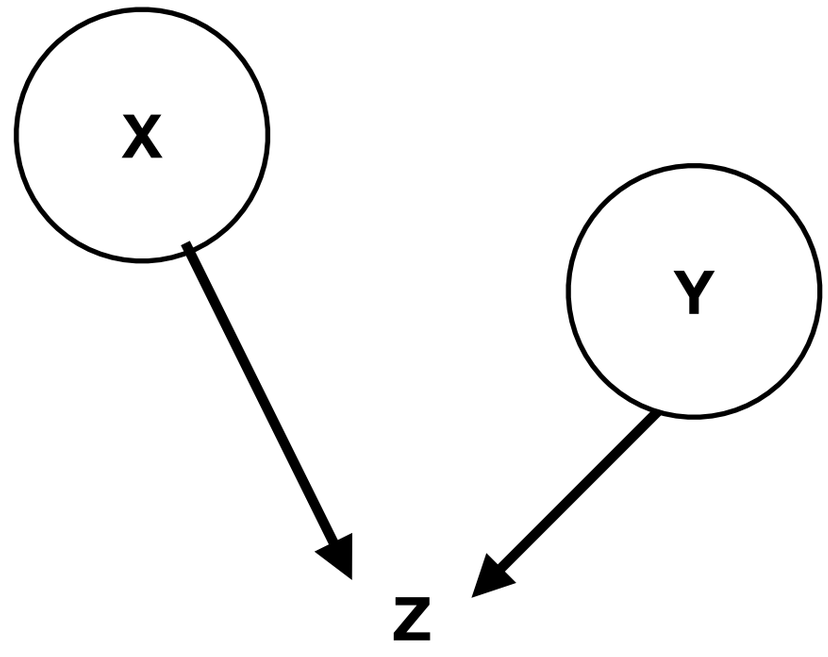
合流点とバックドア経路

Xを含む回帰



バックドアが「開いて」しまう：
DとYに関係はないのに、経路が繋がってしまう

Zを含まない回帰

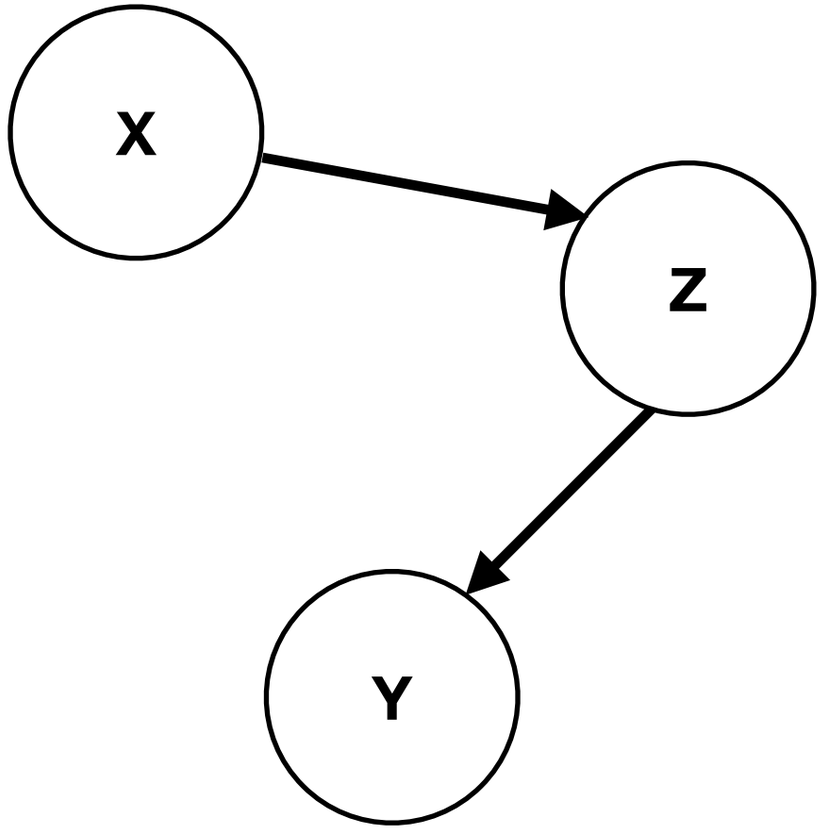


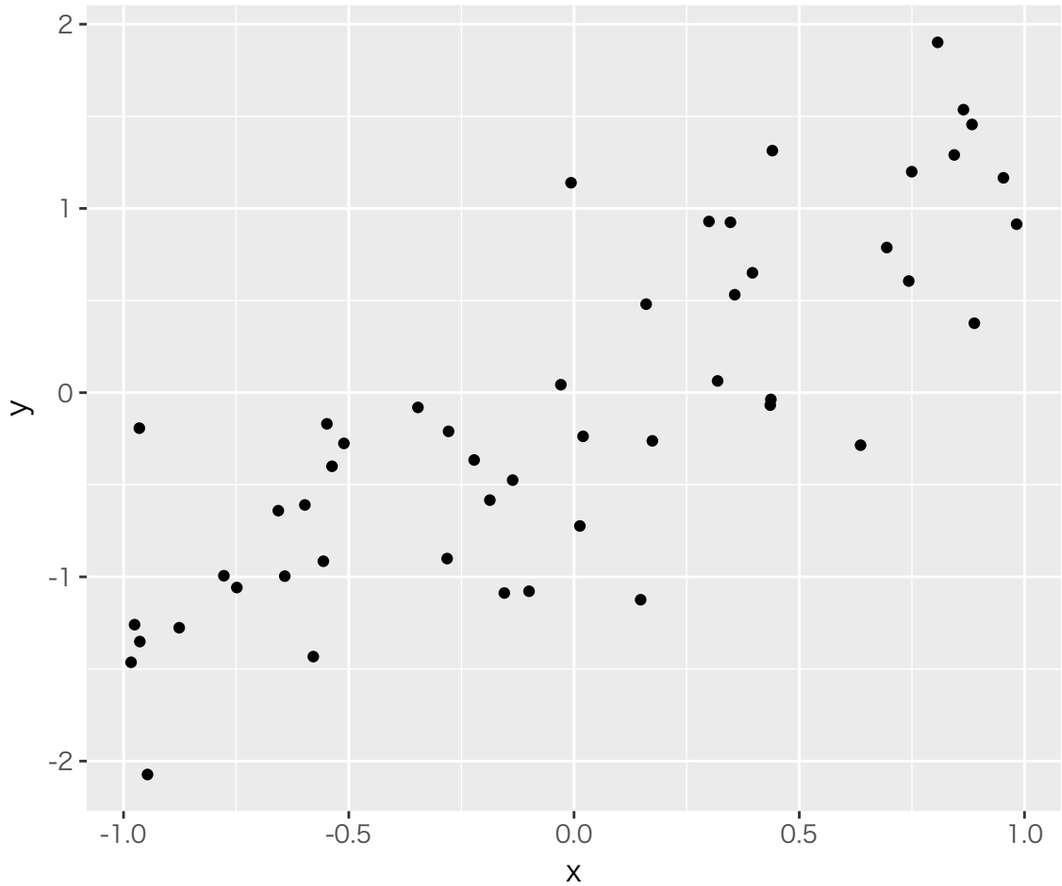
バックドアは存在しない

回帰分析における合流点の扱い方

- **理論的に**考えて合流点だと思われる変数は、**回帰分析から外す**

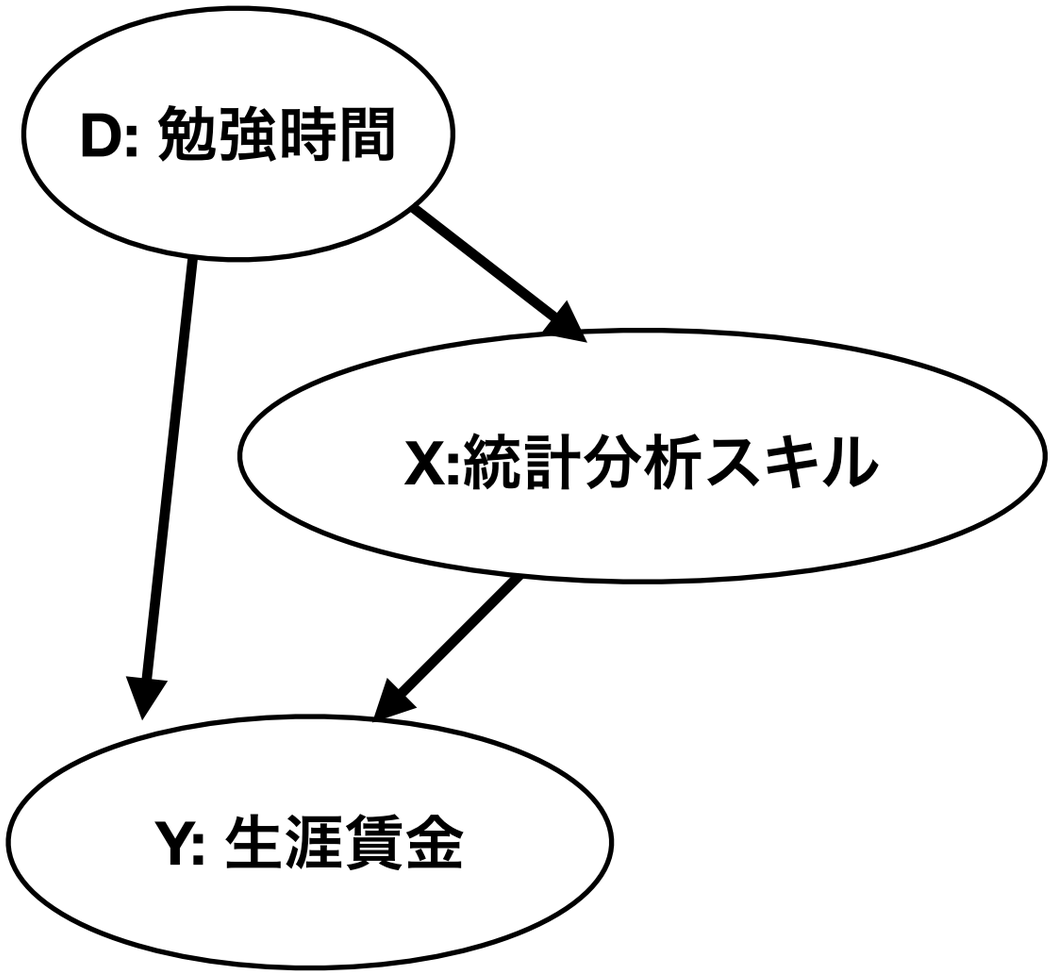
Zが媒介変数のとき

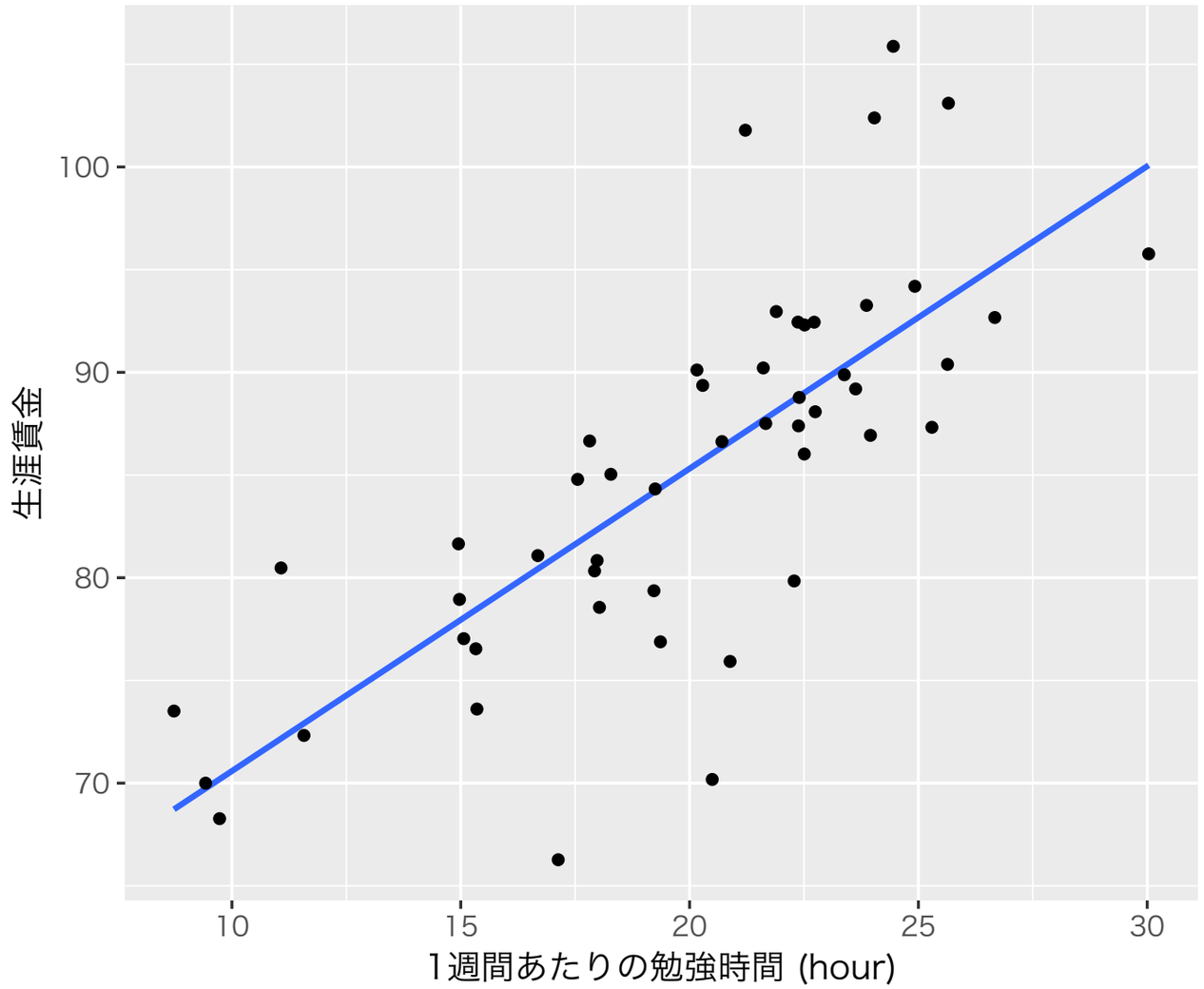




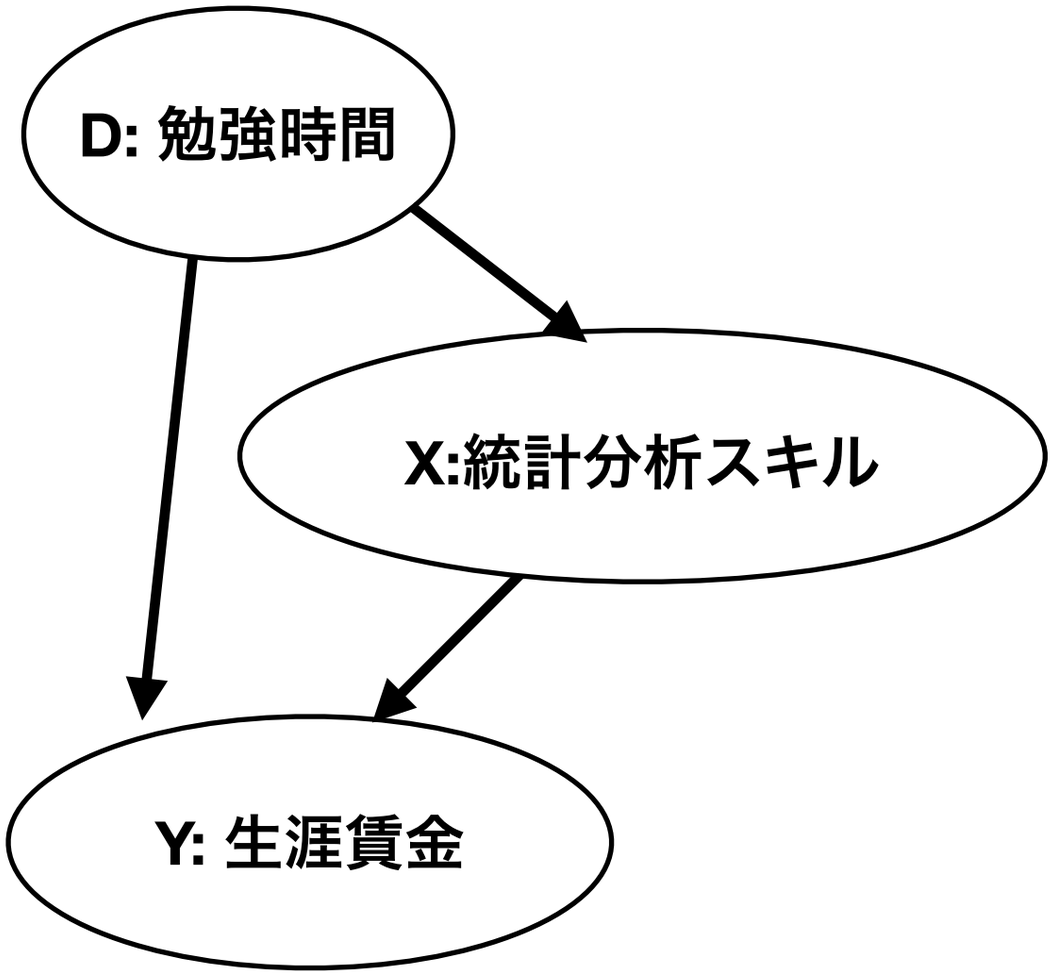
- Zを含まない単回帰モデルで、因果効果を推定できる

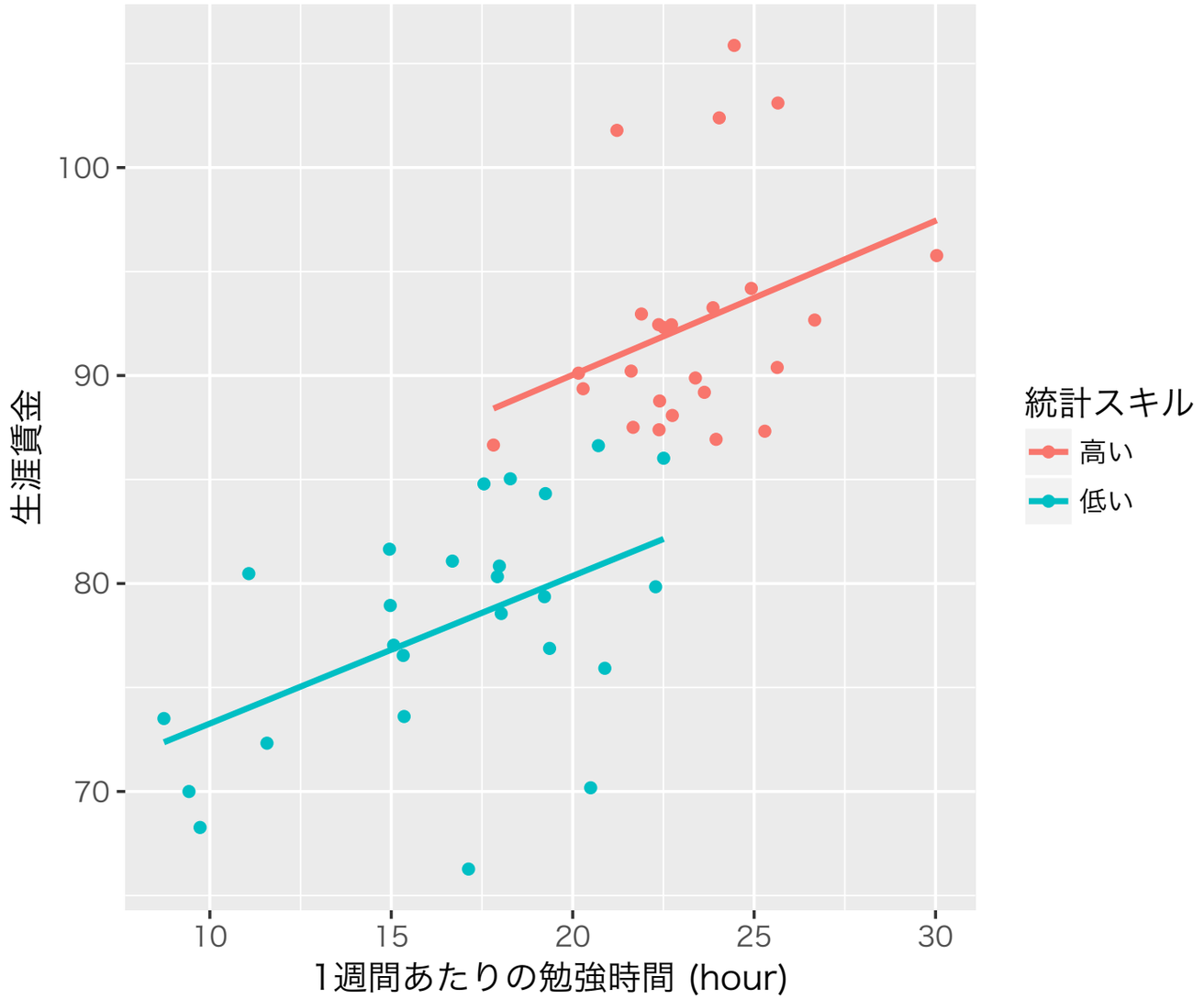
媒介変数を統制すると何が起きる？(1)





媒介変数を統制すると何が起きる？ (2)





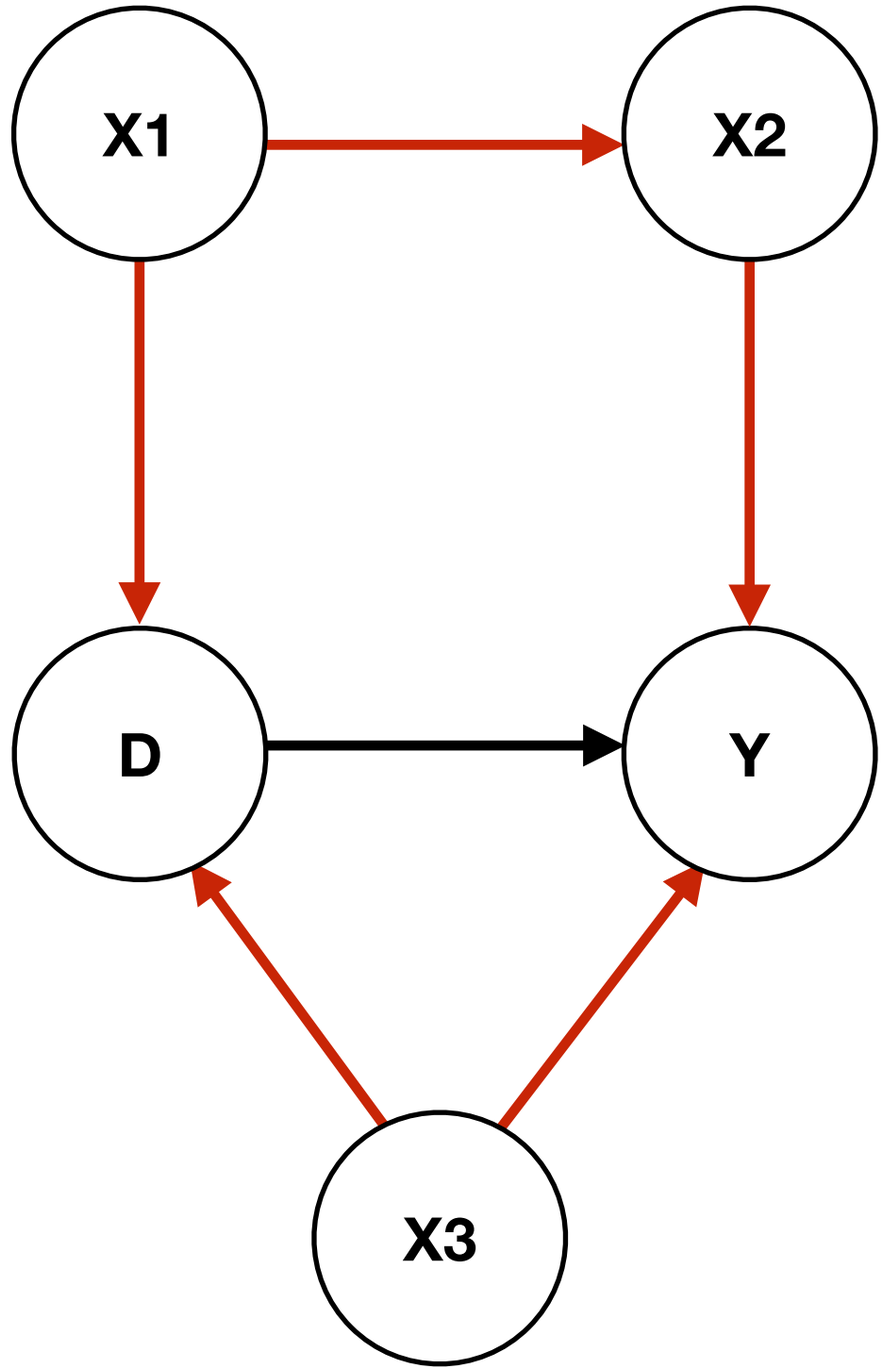
- 媒介変数 X を統制すると、DからYの経路の一部が塞がれてしまう
  - 因果効果が過小評価される：処置後変数バイアス

回帰分析における媒介変数の扱い方

- **理論的に**考えて媒介変数（中間因子）だと思われる変数は、**回帰分析から外す**

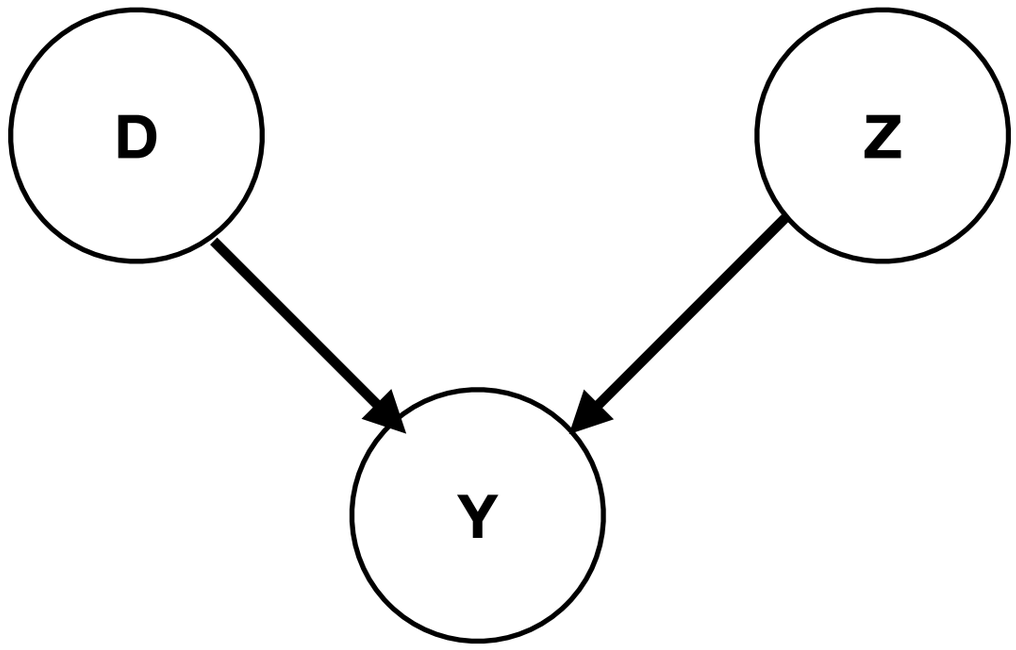
変数の数が多いとき

- 右の図のバックドア経路
  - D ← X1 → X2 → Y
  - D ← X3 → Y
- バックドア経路をすべて閉じればよい
  - X1とX3を統制する
  - X2とX3を統制する
  - X1とX2とX3 を統制する



その他の場合は？

- 交絡でもなく、合流点でもなく、媒介変数でもないZを統制すると何が起きる？
- 推定の効率性が落ちる（標準誤差が大きくなる）が、推定にバイアスは生じない



因果推論における回帰分析

- 回帰分析は、統計的因果推論における基本ツール
  - RCT でも使える
  - 重回帰分析でセレクションバイアスを除去できる（こともある）
    - 処置後変数バイアス（媒介変数、合流点の誤投入）に注意
  - この授業でこれから学ぶ手法は、回帰分析の応用

因果推論における回帰分析の問題点

- 「コントロール」によってセレクションバイアスを取り除けるとは限らない
  - 交絡因子を誤解している
    - 交絡を交絡ではないと判断：脱落変数バイアス
    - 処置後変数を交絡だと判断：処置後変数バイアス
  - 交絡が未観測・観測不能

回帰分析の難しさ

- 結果変数が生成される過程のモデル化が必要：セレクションバイアスが発生するメカニズムを理解しなければならない
  - 交絡は取りこぼしなく
    - ただし、影響が非常に小さく、実質的には無視できるものもある
  - 処置後変数（媒介変数）は取り除く
- 各分野（経済学、経営学、心理学、政治学など）の実質的知識が必要
- 共変量の数が多くなる可能性
  - 定式化を間違える可能性が大きくなる
  - 次元の問題
- 共変量は研究の主たる関心ではない

次回予告

Topic 5. 傾向スコア