高知工科大学 経済・マネジメント学群

計量経済学

3. 因果推論

やない ゆうき
矢内 勇生

https://yukiyanai.github.io

yanai.yuki@kochi-tech.ac.jp

このトピックの目標

- 因果推論 (causal inference) とは何か？
- 因果推論の「難しさ」を理解する
  - 因果推論の何が難しいのか？
  - 因果推論の「根本問題」とは？
- 因果推論の「根本問題」を解決する方法を考える
  - 集団の因果効果を推定する
  - なぜ実験が「最善」なのか？

因果推論とは何か

学問の目的（の1つ）

- 「真実」を見つける
- 社会科学（経済学, 経営学, 政治学, 社会学, etc.）における真実とは？
  - 真の「因果関係」を見つける
    - 結果の原因を考える：特定の結果を生じされる原因は何か
    - **原因の結果（効果）を考える**：特定の原因によってどのような結果（効果）が生じるか

因果関係の探求

- 興味がある現象について、因果関係を明らかにしたい
  - 因果関係：原因と結果の関係
    - 「原因X」によって「結果Y」が起きた
    - 「原因A」が増えたので、「結果B」が増えた
    - 「原因C」が大きくなったので、「結果D」が減った

原因と結果 (Cause and Effect)

- 原因：cause
- 結果: effect
  - どちらも様々な呼び名をもつ

原因と結果の呼び名

原因	Causse
処置 [変数]	Treatmtent [variable]
説明変数	Explanatory variable
予測変数	Predictor
独立変数	Independent variable
入力	Input
特徴量	Feature

結果	Effect
結果 [変数]	Outcome [variable]
被説明変数	Explained variable
応答変数	Response variable
従属変数	Dependent variable
出力	Output
目的変数	target variable

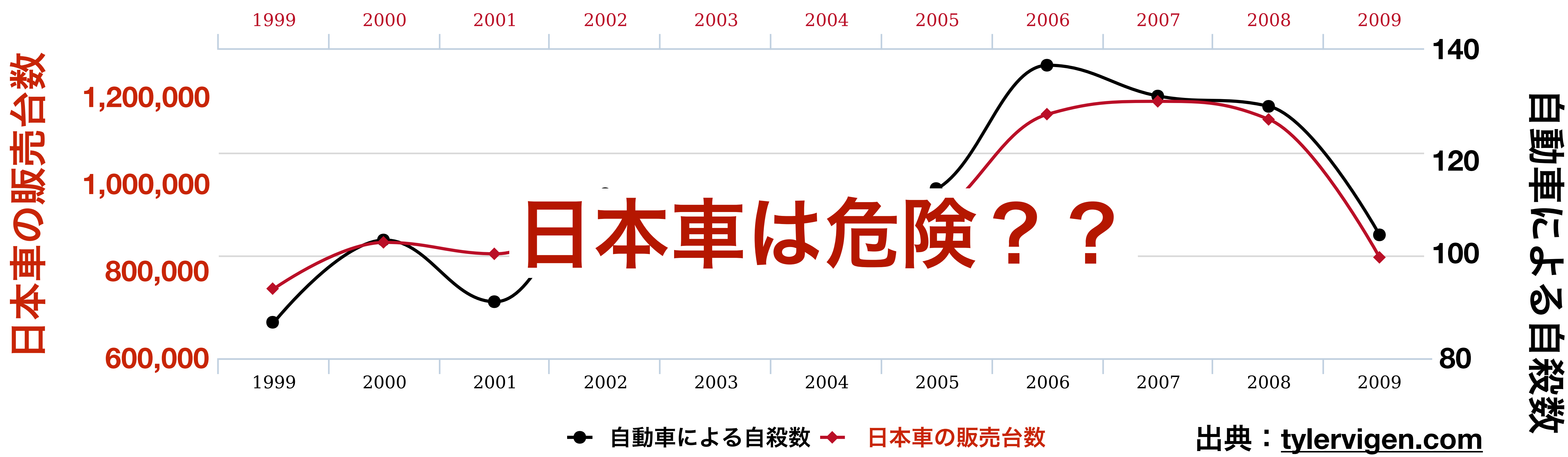
原因と結果の関係をどうやって見つけるか？

- 特定の原因が結果に影響している：因果関係がある
  - その影響が「偶然ではない」というためには、何を確かめる必要があるか？

共変関係

- 共変関係：変数 X が変化すると、変数 Y も変化する
  - 例
    - 勉強時間が長いほど、試験の点数が高い
    - 身長が高いほど、体重が重い
    - Rを使いこなせるほど、年収が高い

アメリカ合衆国での日本車の販売数と
自動車による自殺数



強い相関：r = 0.94

日本車の販売数と自動車による自殺者数は同時に増える（減る）

自殺者を減らすために日本車を減らすべきか？

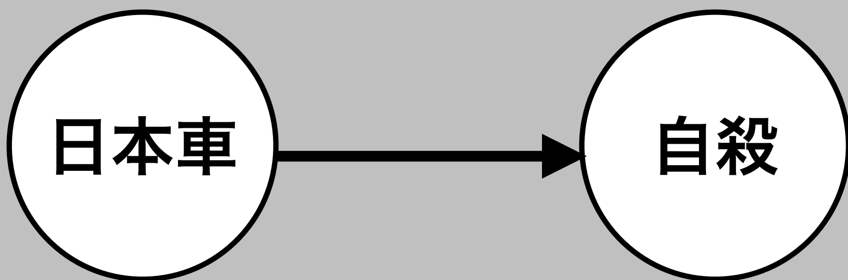
これは因果関係なのか？？？

実施すべき政策は何か

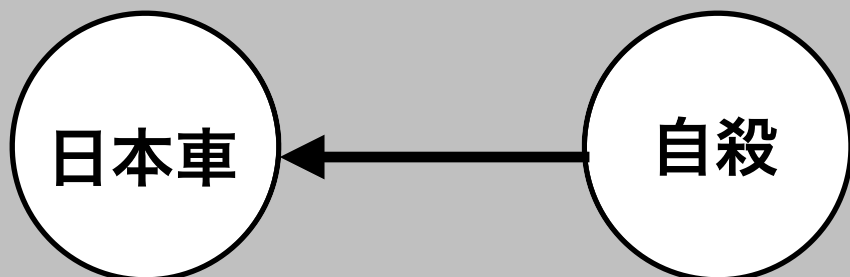
- 政策目標：自殺者数を減らしたい
- 因果関係：日本車の販売数が増えると、自殺者が増える
- 実施すべき政策：日本車の販売数を規制する

事実（データ、数字）：
因果関係がわからなければ、証拠として使えない

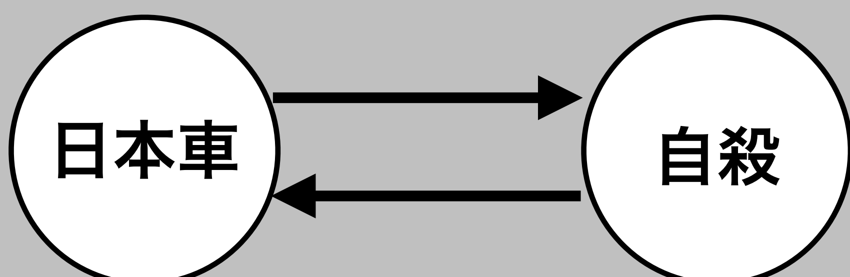
相関関係 ≠ 因果関係



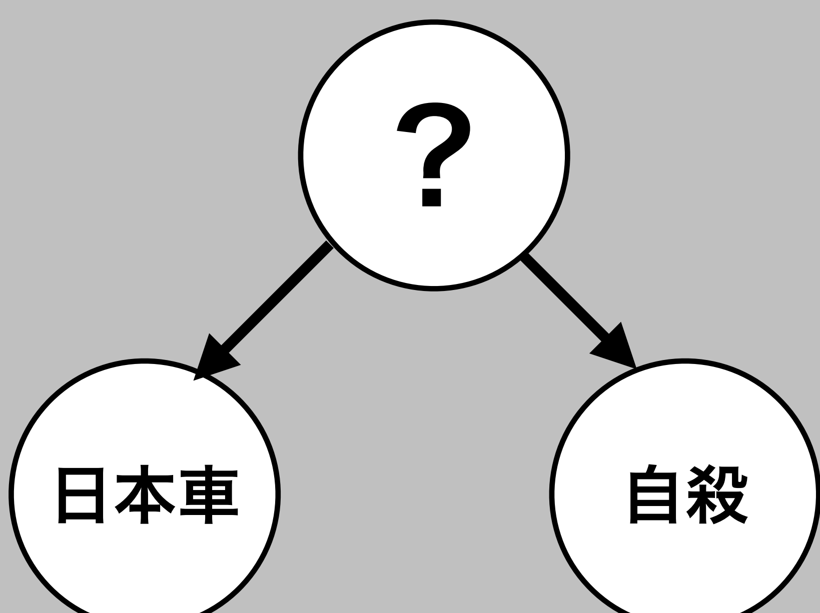
因果関係：日本車が売れると自殺が増える



因果関係：自殺が増えると日本車が売れる



互恵効果：日本車の売り上げと自殺が相互に影響する



両者に影響する第3の要因の存在：日本車の売上と自殺者数に因果関係は無い

見せかけの因果関係

潜在的結果アプローチ

因果関係を単純な例で考える

- 例：アスピリン（鎮痛剤）と頭痛の関係 (Imbens and Rubin 2015)
  - 「私がアスピリンを飲んだから、私の頭痛が消えた」
    - 観察対象：「私」（一人の個人）
    - 取られた行動：「アスピリンを飲む」
    - 起こった結果：「私の頭痛が消えた」

★ 素朴な因果推論：「アスピリンが私の頭痛を消した」

もしあの時…

- 「私」が違う行動を取っていたら、何が起こった？
  - 「私」が取った行動：アスピリンを飲む
  - 他の行動を取っていたら？
    - 他の行動：アスピリンを飲まない
  - 私たちの因果推論が正しければ
    - 「私がアスピリンを飲まなかったので、私の頭痛は消えなかった」

潜在的結果

- 一つの行動に、一つの潜在的結果
  - 可能な行動：「アスピリンを飲む」or「アスピリンを飲まない」
  - 潜在的結果 (potential outcomes)
    - アスピリンを飲んだ場合の頭痛の状態
    - アスピリンを飲まない場合の頭痛の状態

因果関係と行動

- 因果関係は、行動 [action]（処置 [treatment]、介入 [intervention]、操作 [manipulation]）に関係する
  - 因果関係があるなら、潜在的結果が行動（処置、介入、操作）によって変わるはず
  - 「**操作なくして、因果関係なし** (NO CAUSATION WITHOUT MANIPULATION)」 (Holland 1986: 959)
    - 原因を操作できないなら、因果関係は考えられない
    - 例：「彼女は女だから、髪が長い」

潜在的結果アプローチで因果関係に迫る

- 個体単位での潜在的結果：
  - 頭痛のある個人 i がアスピリンを飲んだら、1時間後に頭痛は消えるか？
- 個人 $i = \in \{1, 2, \ldots, N\}$
- 処置（原因）$D_i \in \{0, 1\}$：飲まない = 0，飲む = 1
- 結果 $Y_i \in \{0, 1\}$：頭痛なし = 0，頭痛あり = 1

処置と潜在的結果

- $Y_i(D_i)$：処置が D_i の場合の潜在的結果
    - $Y_i = Y_i(1) \ \text{ if } \ D_i = 1$
    - $Y_i = Y_i(0) \ \text{ if } \ D_i = 0$

$$
\begin{aligned}
Y_i &= D_i Y_i(1) + (1 - D_i) Y_i(0) \\
&= Y_i(0) + D_i [Y_i(1) - Y_i(0)]
\end{aligned}
$$

潜在的結果と結果の組合せパタン

1. アスピリンを飲んだ場合のみ頭痛が消える

$$Y_i(1) = 0, \ \ Y_i(0) = 1$$

2. いずれにせよ頭痛は残る

$$Y_i(1) = 1, \ \ Y_i(0) = 1$$

3. いずれにせよ頭痛は消える

$$Y_i(1) = 0, \ \ Y_i(0) = 0$$

4. アスピリンを飲んだ場合のみ頭痛が残る

$$Y_i(1) = 1, \ \ Y_i(0) = 0$$

★「アスピリンを飲んだから頭痛が消えた」というためには、どのパタンが必要？

潜在的結果と結果の組合せパタン

1. アスピリンを飲んだ場合のみ頭痛が消える（薬の効果を示す**因果関係**）

$$Y_i(1) = 0, \quad Y_i(0) = 1$$

2. いずれにせよ頭痛は残る

$$Y_i(1) = 1, \quad Y_i(0) = 1$$

3. いずれにせよ頭痛は消える

$$Y_i(1) = 0, \quad Y_i(0) = 0$$

4. アスピリンを飲んだ場合のみ頭痛が残る（逆の因果関係）

$$Y_i(1) = 1, \quad Y_i(0) = 0$$

★　パタン1が正しいことを確かめたい！

因果効果の定義（Rubinの因果モデル）

- 個体 i に関する因果効果（個体処置効果; individual treatment effect: ITE）：δ_i

$$\delta_i \equiv Y_i(1) - Y_i(0)$$

因果効果は、潜在的結果の差

- **同一個体**の**同一時点**での潜在的結果の差によって定義される

アスピリンと頭痛の例の因果効果

- $Y_i(1) = Y_i(0) \Leftrightarrow \delta_i = 0$：因果効果なし
- $Y_i(1) \neq Y_i(0) \Leftrightarrow \delta_i \neq 0$：因果効果あり
    - $\delta_i = -1$：アスピリンが頭痛を消す
    - $\delta_i = 1$　：アスピリンが頭痛を長引かせる
        - 潜在的結果のうちどちらが観察されるかによって、結論は変わらない

ダメな因果推論（1）

- 処置前と処置後を比較する
  - 処置：アスピリンを飲む
  - データ：処置前には頭痛があったが、処置後には頭痛が消えた
  - 結論：アスピリンが頭痛を消した
- ダメ！
- パタン3かもしれない
  - 残される可能性：$Y_i(1) = 0$ かつ $Y_i(0) = 0$
  - 「アスピリンを飲まなくても頭痛は消えた」かもしれない

ダメな因果推論（2）

- 異なる個体を比較する
  - データ：Sさんはアスピリンを飲んで、彼女の頭痛は消えた。Rさんはアスピリンを飲まず、頭痛が残った。
  - 結論：アスピリンが頭痛を消した
- ダメ！
- 残される可能性：$Y_S(1) = 0,\ Y_S(0) = 0,\ Y_R(1) = 1,\ Y_R(0) = 1$
  - Sさんの頭痛は処置をしてもしなくても消える
  - Rさんの頭痛は処置をしてもしなくても残る

分析単位

- 処置（行動）は、分析単位 (unit) に適用される
  - 分析単位は
    - 物理的対象：人、物
    - 行政単位：国、県、市町村、州
    - 物や人の集合（グループ）など
  - **分析単位は、「特定の時間」において定義**される
  - **同一人物でも、異なる時点では異なる単位**として扱われる
    - 「昨日の私は今日の私ではない」

疑問

- ある個体（個人）i について

$$Y_i(1) \text{ と } Y_i(0)$$

を同時に観察できる？

できない！！！！！

因果推論の根本問題

(Holland 1986)

因果推論の根本問題

表1：処置前

	潜在的結果	
処置	$Y_i(1)$	$Y_i(0)$
?	Y_i として観察される可能性	Y_i として観察される可能性

表2：処置後

	潜在的結果	
処置	$Y_i(1)$	$Y_i(0)$
あり	Y_i として観察される	**観察不能**
なし	**観察不能**	Y_i として観察される

個体の因果効果は観察不可能！

潜在的結果と因果推論

- いつも潜在的結果のペア（あるいは集合）を考える

$$\{Y_i(1),\ Y_i(0)\}$$

  - すべての潜在的結果を明確にすることが必要
  - 潜在的結果がわからないと、因果推論はできない
- 1つの分析単位に対し、潜在的結果は最大で1つしか観測できない
  - 因果推論をするために、観察できない潜在的結果について考えることを要求される

前半のまとめ

- 個体に関する因果効果（個体処置効果; ITE）
  - 潜在的結果の差
  - 潜在的結果は最大で一つしか観察できない
- 個体に関する因果効果は観察できない：因果推論の根本問題

根本問題の克服

複数の個体を考える

- 個体レベルの因果効果 (ITE) は観察不能
- では、何なら観察できる？

観察対象	潜在的結果 $Y(1)$	$Y(0)$	個体レベルの因果効果
1	$Y_1(1)$	$Y_1(0)$	$Y_1(1) - Y_1(0)$
2	$Y_2(1)$	$Y_2(0)$	$Y_2(1) - Y_2(0)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i	$Y_i(1)$	$Y_i(0)$	$Y_i(1) - Y_i(0)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
N	$Y_N(1)$	$Y_N(0)$	$Y_N(1) - Y_N(0)$

集団の平均を考える

- **平均因果効果**（平均処置効果; average treatment effect: **ATE**）

$$\mathbb{E}[\delta] = \mathbb{E}[Y(1) - Y(0)] = \mathbb{E}[Y(1)] - \mathbb{E}[Y(0)]$$

  - $\mathbb{E}[Y(1)]$：すべての個体が処置1を受けたときの結果の期待値
  - $\mathbb{E}[Y(0)]$：すべての個体が処置0を受けたときの結果の期待値

処置群と統制群

- 処置の値が2種類（0か1）しかないとき
  - 処置1を受ける：処置を受ける
    - 処置を受けた個体のグループ：処置群 (treatment group)、実験群
  - 処置0を受ける：処置を受けない
    - 処置を受けなかった個体のグループ：統制群 (control group)、比較群

*期待値 (expected values)

X	x_1	x_2	x_3	$\ldots$	x_n
確率	p_1	p_2	p_3	$\ldots$	p_n

- [離散型] 確率変数 Xの期待値：$\mathbb{E}[X]$

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}[X] &= \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \\
&= x_1 p_1 + x_2 p2 + \cdots + x_n p_n
\end{aligned}
$$

*期待値の例 (1)

目 (X)	1	2	3	4	5	6
確率	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

- 「公平な」サイコロを振ったときに出る目の期待値は？

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}[X] &= 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} \\
&= (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)\frac{1}{6} \\
&= \frac{21}{6} = \frac{7}{2} \\
&= 3.5
\end{aligned}
$$

*期待値の例 (2)

- 100分の1の確率で1万円が当たり、1000分の1の確率で10万円が当たるくじの賞金 (X) の期待値は？

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}[X] &= 10000 \cdot \frac{1}{100} + 100000 \cdot \frac{1}{1000} \\
&= 100 + 100 \\
&= 200
\end{aligned}
$$

平均因果効果 (ATE) は観察できる？

- 全個体が処置1を受けたとき：$\mathbb{E}[Y(1)]$は観察（推定）可能
- 全個体が処置0を受けたとき：$\mathbb{E}[Y(0)]$は観察（推定）可能

$$\text{ATE} = \mathbb{E}[Y(1) - Y(0)] = \mathbb{E}[Y(1)] - \mathbb{E}[Y(0)]$$

- 処置1を受けた個体と処置0を受けた個体がいるとき：どちらの期待値も観察（推定）できない

★ ATE も観察できない!

ATEの観察に失敗する例：手術 vs 投薬治療

ガン患者の余命

	潜在的結果		因果効果
患者ID	$Y_i($ 手術 $)$	$Y_i($ 薬 $)$	$Y_i($ 手術 $) - Y_i($ 薬 $)$
1	7	1	$+6$
2	5	6	-1
3	5	1	$+4$
4	7	8	-1
平均	6	4	$+2$

- 手術のATE（平均処置効果） = 2
  - 手術すると余命が平均2年延びる

処置の割り当て

- 善良で優秀な医者
  - 潜在的結果を（ある程度正確に）知っている
  - 患者の余命を延ばそうとする
  - それぞれの患者にとって最もいい治療法を選択する

患者	処置	観察される結果
1	手術	7
2	薬	6
3	手術	5
4	薬	8

- 「誤った」因果推論：手術を受けた人の平均余命は6 < 投薬を受けた人の平均余命は7：手術は平均余命は1年縮める！

どこで間違った？

- 処置が患者の特性（共変量）によって変わる
  - 手術を受けた人たちと手術を受けなかった（投薬された）人たちに違いがある

$$\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] \neq \mathbb{E}[Y(1) \mid D = 0]$$

$$\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] \neq \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$$

$$\Rightarrow \mathbb{E}[Y(1)] \neq \mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1], \quad \mathbb{E}[Y(0)] \neq \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$$

観察したいものと観察できるもの

- 観察したいもの：
  - $\mathbb{E}[Y(1)]$: 全個体が処置1を受けたときの結果の期待値
  - $\mathbb{E}[Y(0)]$: 全個体が処置0を受けたときの結果の期待値
- 観察（によって推定）できる期待値：
  - $\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1]$：実際に処置1を受けた個体が処置1を受けたときの結果の平均値
  - $\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$：実際に処置0を受けた個体が処置0を受けたときの結果の平均値

何が計算できるか

- 観察された平均値の比較
  - ATT (average treatment effect for the treated)：処置群における平均処置効果

$$
\begin{aligned}
&\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0] \\
&= \mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0] \\
&\quad + \underbrace{(\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1])}_{0} \\
&= \underbrace{\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1]}_{\text{ATT}} \\
&\quad + \underbrace{\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]}_{\text{セレクションバイアス}}
\end{aligned}
$$

セレクションバイアス

- Selection bias: $\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$
  - $\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1]$：処置を受けた群の個体が、処置を受けなかったときの潜在的結果の期待値
  - $\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$：処置を受けなかった群の個体が、処置を受けなかったときの潜在的結果の期待値
- $\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$ ならセレクションバイアスはない

  $\rightarrow$ その場合、ATT が推定できる (ATE ではないので注意)
- バイアスがある：処置の値と潜在的結果の値に相関がある
  - 処置を受けた群と受けていない群で、結果のベースラインに違いがある

セレクションバイアス（続）

- 処置を受ける（処置1）か処置を受けない（処置0）かが、結果の値によって異なる
  - 例：手術がうまくいきそうな人ほど手術を受け、手術が失敗しそうな人ほど手術を避ける
  - 例：いい成績が取れそうな人ほど勉強する
  - 例：就職できない人ほど職業訓練を受けやすい

観察データのバイアス

- 観察された値の平均値を比較しても、結果にバイアス（体系的な偏り）が混ざっている
  - バイアスを取り除きたい
  - どうすればいい？

ATTを知りたいとき

$$\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0] = \text{ATT} + \text{selection bias}$$

- selection bias = 0 なら、観察できる期待値の差がATT

$$\text{selection bias} = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0] = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$$

- 処置群 ($D = 1$)と統制群 ($D = 0$) で処置を受けない場合の潜在的結果の期待値が同じなら、ATTが推定できる

セレクションバイアスに対処する

セレクションバイアスをなくす

- $\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$ をどうやって実現する？
- 最も簡単な方法
  - 個体を処置群と統制群に無作為に振り分ける
  - D の値をランダムに決める

処置のランダム割当の効果 (1)

- 処置Dの値をランダムに割り当てる：

$$\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$$

かつ

$$\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(1) \mid D = 0]$$

$$\Rightarrow \quad \mathbb{E}[Y(1)] = \mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(1) \mid D = 0]$$

かつ

$$\mathbb{E}[Y(0)] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$$

処置のランダム割当の効果 (2)

- したがって、

$$
\begin{aligned}
&\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0] \\
&= \mathbb{E}[Y(1)] - \mathbb{E}[Y(0)] \\
&= \text{ATE}
\end{aligned}
$$

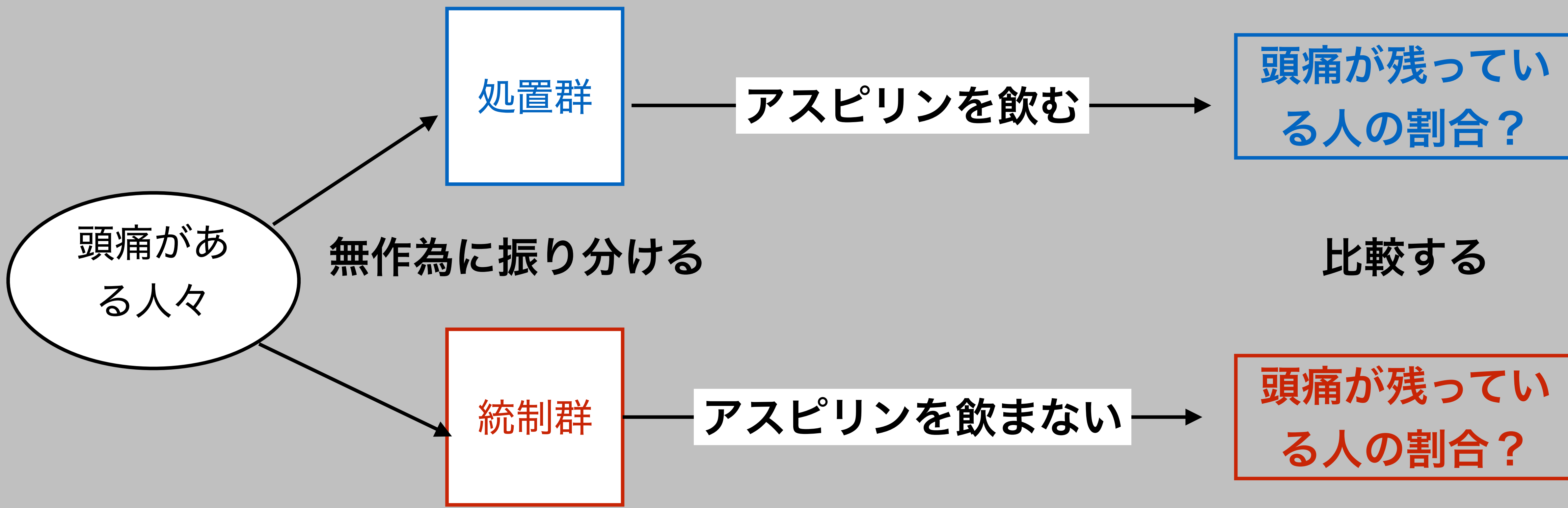
  - 観察したものから、ATE が推定できる！

無作為化比較試験 (RCTs)

- 対象集団を無作為（ランダム）に2つに分ける！
  - 無作為 (random)：確率が等しい
- 無作為に作られる2つの集団：よく似ている（集団としては交換可能な）はず
  - 処置群（実験群）：実験の刺激を与えられる集団（例：アスピリンを飲む）
  - 統制群（比較群）：比較の対象となる集団（例：アスピリンを飲まない）

無作為化比較試験 (Randomized Controlled Trials: RCTs)

RCTで何をするか：頭痛とアスピリンの例



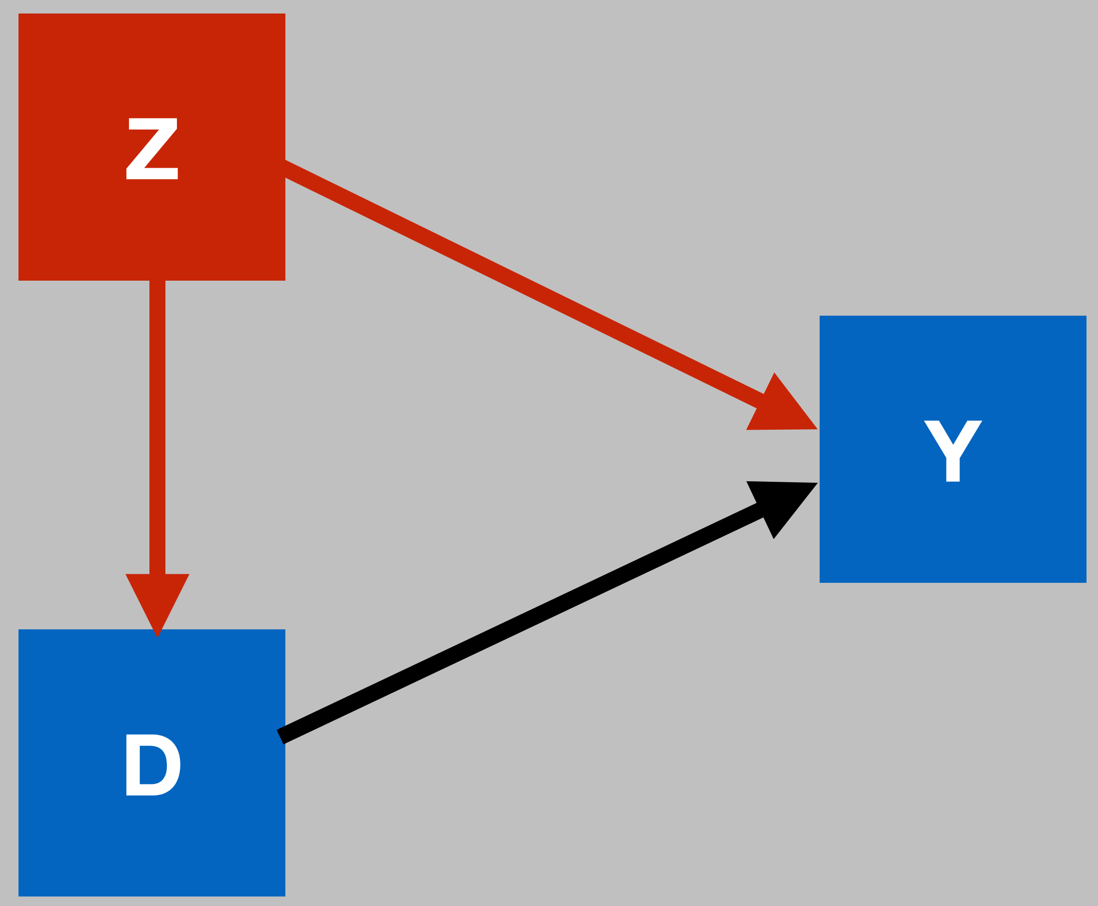
- 処置群と統制群：アスピリンを飲むかどうか以外に差はない（無作為に選んでいるため）
- もし結果に違いがあれば、考えられる要因はアスピリンの有無のみ
- 平均的な因果関係を確かめられる

実験できないとき：調査・観察研究

- 調査・観察データを使った因果推論は難しい
  - 例：手術 vs 投薬
- なぜ難しいか？
  - 処置を受ける人と受けない人が「同じ」ではない

交絡 (confounder)

- 交絡因子 Z: 処置 D（処置を受ける確率）と結果 Y の両者に影響を与える変数



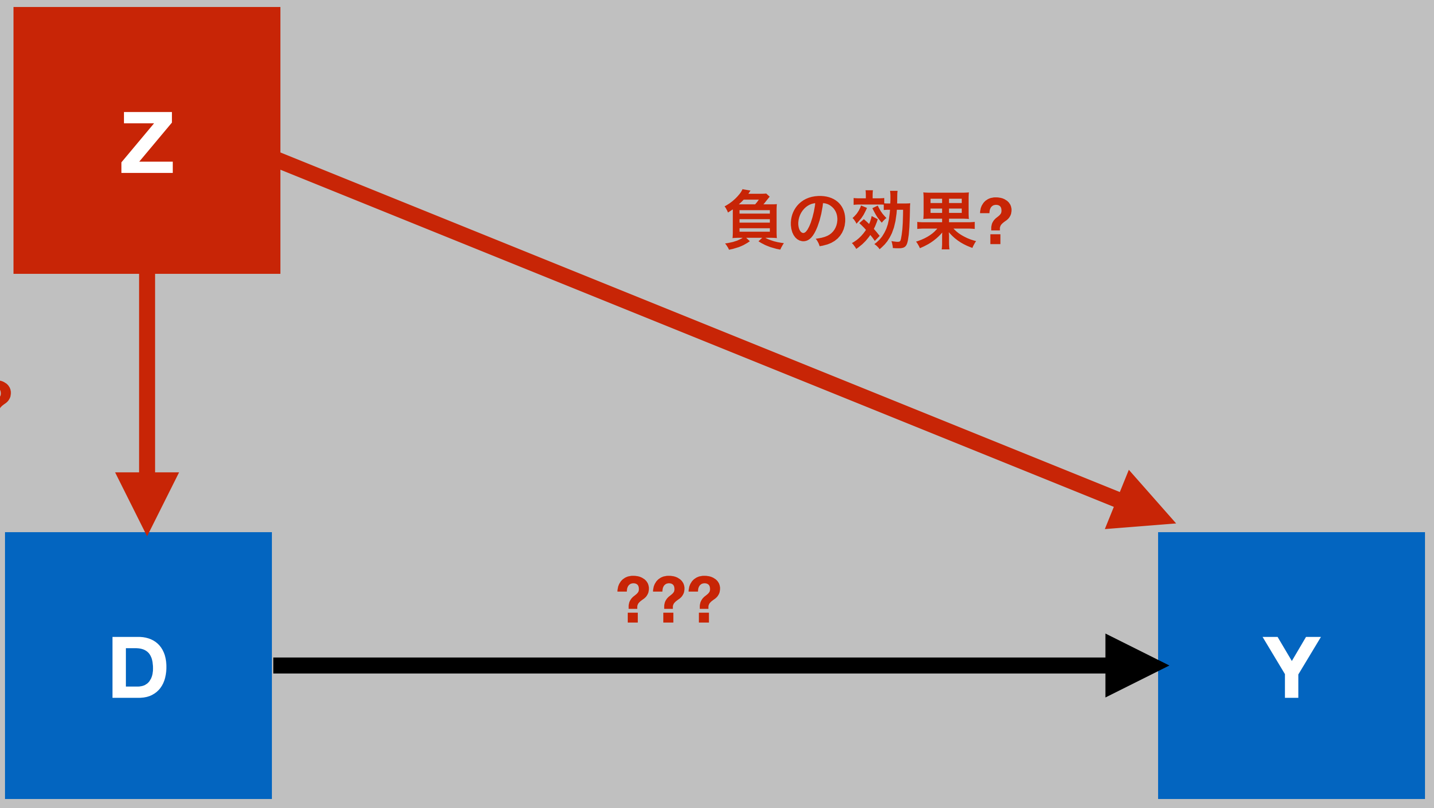
架空の例

- 「スポーツをする人ほど寿命が短い」説
  - 処置 (D)：「週に3回以上運動をするかどうか」
    - していると人は1、していない人は0
  - 結果 (Y)：生存年数（何歳で死ぬか）

$$\mathbb{E}[Y(1)] < \mathbb{E}[Y(0)]$$

交絡の疑い

- 性別 (Z) が影響する？
  - 男性の方が「週に3回以上運動する」確率が高いかも
  - 男性の方が生物学的に寿命が短いかも



何が問題なのか？

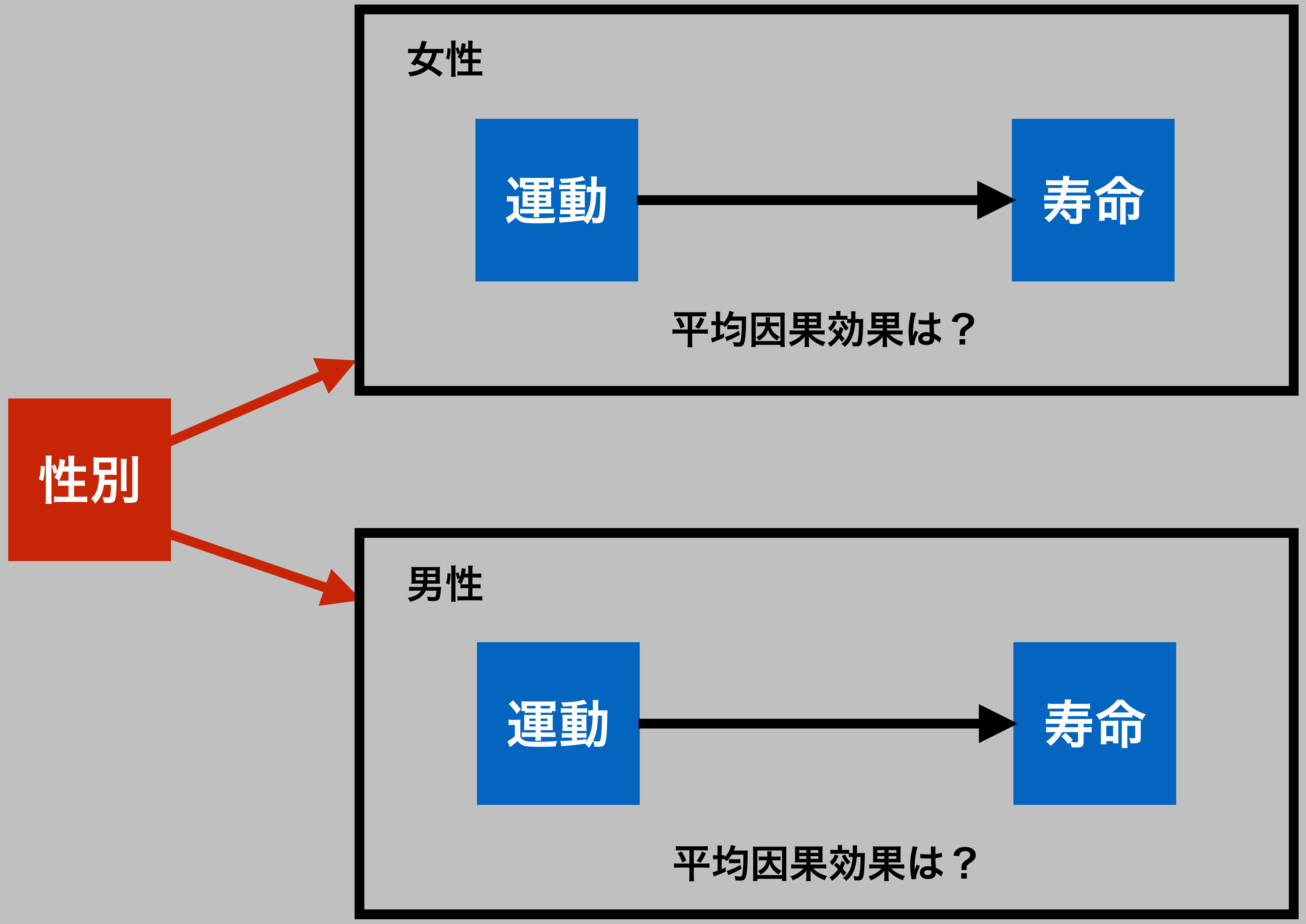
- 仮定をおく（単なる例であり、事実とは異なる）
  - 女性の平均寿命 = 81, 男性の平均寿命 = 75
  - 人口の男女比は1:1
  - 運動は、男性の方が2倍しやすい
- 処置群の男女比は 2:1
- 統制群の男女比は 1:2
- **運動が寿命にまったく影響を与えない**とすると
  - 処置群の平均寿命：$75 \cdot \frac{2}{3} + 81 \cdot \frac{1}{3} = 77$
  - 統制群の平均寿命：$75 \cdot \frac{1}{3} + 81 \cdot \frac{2}{3} = 79$

差がある！

一つの対処法：交絡をブロックする

- ブロッキング (blocking)、細分類化 (subclassification)
  - 交絡変数の値によって、分析対象をグループ分けして分析する
- 性別が交絡なら、男性と女性を別に分析する

細分類化のイメージ



後半のまとめ

- 平均処置効果 (ATE) の推定を目指す
- 観測したデータを使うと、セレクションバイアスのせいで効果を正しく推定できないかもしれない
  - RCT を実施する
  - ブロッキング（重回帰）などの統計的手法を利用する

次のトピック

4. データの収集・
クリーニング