高知工科大学 経済・マネジメント学群

計量経済学

6. 因果推論 II

やない ゆうき
矢内 勇生

https://yukiyanai.github.io

yanai.yuki@kochi-tech.ac.jp

今日の目標

- 因果推論の「根本問題」を解決する方法を考える
  - 個体の因果効果は見えない
  - 集団の因果効果を推定する
  - なぜ実験が「最善」なのか？

前回のまとめ

- 個体に関する因果効果（個体処置効果; ITE）
  - 潜在的結果の差
  - 潜在的結果は最大で一つしか観察できない
- 個体に関する因果効果は観察できない：因果推論の根本問題

複数の個体を考える

- 個体レベルの因果効果 (ITE) は観察不能
- では、何なら観察できる？

観察対象	潜在的結果 $Y(1)$	$Y(0)$	個体レベルの因果効果
1	$Y_1(1)$	$Y_1(0)$	$Y_1(1) - Y_1(0)$
2	$Y_2(1)$	$Y_2(0)$	$Y_2(1) - Y_2(0)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i	$Y_i(1)$	$Y_i(0)$	$Y_i(1) - Y_i(0)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
N	$Y_N(1)$	$Y_N(0)$	$Y_N(1) - Y_N(0)$

集団の平均を考える

- **平均因果効果**（平均処置効果; average treatment effect: **ATE**）

$$\mathbb{E}[\delta] = \mathbb{E}[Y(1) - Y(0)] = \mathbb{E}[Y(1)] - \mathbb{E}[Y(0)]$$

  - $\mathbb{E}[Y(1)]$：すべての個体が処置1を受けたときの結果の期待値
  - $\mathbb{E}[Y(0)]$：すべての個体が処置0を受けたときの結果の期待値

処置群と統制群

- 処置の値が2種類（0か1）しかないとき
  - 処置1を受ける：処置を受ける
    - 処置を受けた個体のグループ：処置群 (treatment group)、実験群
  - 処置0を受ける：処置を受けない
    - 処置を受けなかった個体のグループ：統制群 (control group)、比較群

*期待値 (expected values)

X	x_1	x_2	x_3	$\dots$	x_n
確率	p_1	p_2	p_3	$\dots$	p_4

- [離散型] 確率変数 Xの期待値：$\mathbb{E}[X]$

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}[X] &= \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \\
&= x_1 p_1 + x_2 p2 + \cdots + x_n p_n
\end{aligned}
$$

*期待値の例 (1)

目 (X)	1	2	3	4	5	6
確率	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

- 「公平な」サイコロを振ったときに出る目の期待値は？

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}[X] &= 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} \\
&= (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)\frac{1}{6} \\
&= \frac{21}{6} = \frac{7}{2} \\
&= 3.5
\end{aligned}
$$

*期待値の例 (2)

- 100分の1の確率で1万円が当たり、1000分の1の確率で10万円が当たるくじの賞金 (X) の期待値は？

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}[X] &= 10000 \cdot \frac{1}{100} + 100000 \cdot \frac{1}{1000} \\
&= 100 + 100 \\
&= 200
\end{aligned}
$$

平均因果効果 (ATE) は観察できる？

- 全個体が処置1を受けたとき：$\mathbb{E}[Y(1)]$は観察（推定）可能

- 全個体が処置0を受けたとき：$\mathbb{E}[Y(0)]$は観察（推定）可能

$$\text{ATE} = \mathbb{E}[Y(1) - Y(0)] = \mathbb{E}[Y(1)] - \mathbb{E}[Y(0)]$$

- 処置1を受けた個体と処置0を受けた個体がいるとき：どちらの期待値も観察（推定）できない

★ ATE も観察できない!

ATEの観察に失敗する例：手術 vs 投薬治療

ガン患者の余命

	潜在的結果		因果効果
患者ID	$Y_i($ 手術 $)$	$Y_i($ 薬 $)$	$Y_i($ 手術 $) - Y_i($ 薬 $)$
1	7	1	$+6$
2	5	6	-1
3	5	1	$+4$
4	7	8	-1
平均	6	4	$+2$

- 手術のATE（平均処置効果） = 2
  - 手術すると余命が平均2年延びる

処置の割り当て

- 善良で優秀な医者
  - 潜在的結果を（ある程度正確に）知っている
  - 患者の余命を延ばそうとする
  - それぞれの患者にとって最もいい治療法を選択する

患者	処置	観察される結果
1	手術	7
2	薬	6
3	手術	5
4	薬	8

- 「誤った」因果推論：手術を受けた人の平均余命は6 < 投薬を受けた人の平均余命は7：手術は平均余命は1年縮める！

どこで間違った？

- 処置が患者の特性（共変量）によって変わる
  - 手術を受けた人たちと手術を受けなかった（投薬された）人たちに違いがある

$$\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] \neq \mathbb{E}[Y(1) \mid D = 0]$$

$$\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] \neq \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$$

$$\Rightarrow \mathbb{E}[Y(1)] \neq \mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1], \;\; \mathbb{E}[Y(0)] \neq \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$$

観察したいものと観察できるもの

- 観察したいもの：
  - $\mathbb{E}[Y(1)]$: 全個体が処置1を受けたときの結果の期待値
  - $\mathbb{E}[Y(0)]$: 全個体が処置0を受けたときの結果の期待値
- 観察（によって推定）できる期待値：
  - $\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1]$：実際に処置1を受けた個体が処置1を受けたときの結果の平均値
  - $\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$：実際に処置0を受けた個体が処置0を受けたときの結果の平均値

何が計算できるか

- 観察された平均値の比較
  - ATT (average treatment effect for the treated)：処置群における平均処置効果

$$
\begin{aligned}
&\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0] \\
&= \mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0] \\
&\quad + \underbrace{\boxed{(\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1])}}_{0} \\
&= \underbrace{\boxed{\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1]}}_{\text{ATT}} \\
&\quad + \underbrace{\boxed{\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]}}_{\text{セレクションバイアス}}
\end{aligned}
$$

セレクションバイアス

- Selection bias: $\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$
  - $\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1]$：処置を受けた群の個体が、処置を受けなかったときの潜在的結果の期待値
  - $\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$：処置を受けなかった群の個体が、処置を受けなかったときの潜在的結果の期待値
- $\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$　ならセレクションバイアスはない $\rightarrow$ その場合、ATT が推定できる (ATE ではないので注意)
- バイアスがある：処置の値と潜在的結果の値に相関がある
  - 処置を受けた群と受けていない群で、結果のベースラインに違いがある

セレクションバイアス（続）

- 処置を受ける（処置1）か処置を受けない（処置0）かが、結果の値によって異なる
  - 例：手術がうまくいきそうな人ほど手術を受け、手術が失敗しそうな人ほど手術を避ける
  - 例：いい成績が取れそうな人ほど勉強する
  - 例：就職できそうな人ほど職業訓練を受けやすい

観察データのバイアス

- 観察された値の平均値を比較しても、結果にバイアス（体系的な偏り）が混ざっている
  - バイアスを取り除きたい
  - どうすればいい？

ATTを知りたいとき

$$\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0] = \text{ATT} + \text{selection bias}$$

- selection bias = 0 ならら、観察できる期待値の差がATT

$$\text{selection bias} = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0] = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$$

- 処置群 ($D = 1$)と統制群 ($D = 0$) で処置を受けない場合の潜在的結果の期待値が同じならら、ATTが推定できる

セレクションバイアスをなくす

- $\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$ をどうやって実現する？
- 最も簡単な方法
  - 個体を処置群と統制群に無作為に振り分ける
  - D の値をランダムに決める

処置のランダム割当の効果 (1)

- 処置Dの値をランダムに割り当てる：

$$\mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0]$$

かつ

$$\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(1) \mid D = 0]$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c} \mathbb{E}[Y(1)] = \mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(1) \mid D = 0] \\ \text{かつ} \\ \mathbb{E}[Y(0)] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 1] = \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0] \end{array}$$

処置のランダム割当の効果 (2)

- したがって、

$$
\begin{aligned}
&\mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0] \\
&= \mathbb{E}[Y(1)] - \mathbb{E}[Y(0)] \\
&= \mathrm{ATE}
\end{aligned}
$$

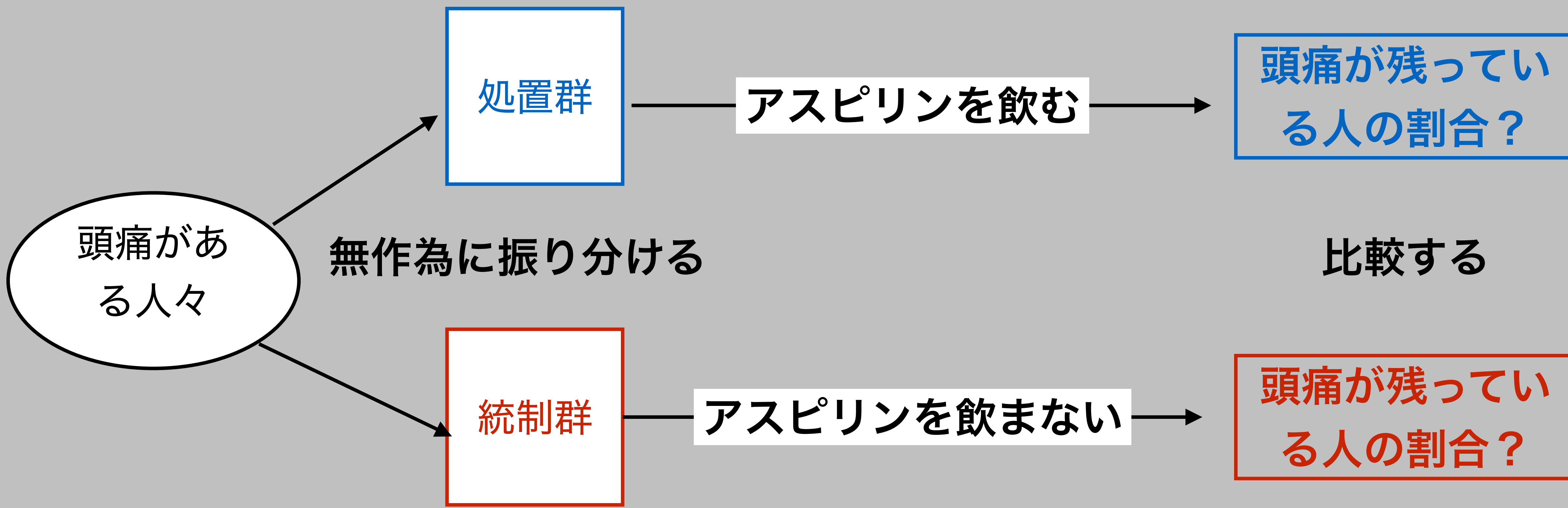
  - 観察したものから、ATE が推定できる！

無作為化比較試験 (RCTs)

- 対象集団を無作為（ランダム）に2つに分ける！
  - 無作為 (random)：確率が等しい
- 無作為に作られる2つの集団：よく似ている（集団としては交換可能な）はず
  - 処置群（実験群）：実験の刺激を与えられる集団（例：アスピリンを飲む）
  - 統制群（比較群）：比較の対象となる集団（例：アスピリンを飲まない）

無作為化比較試験 (Randomized Controlled Trials: RCTs)

RCTで何をするか：頭痛とアスピリンの例



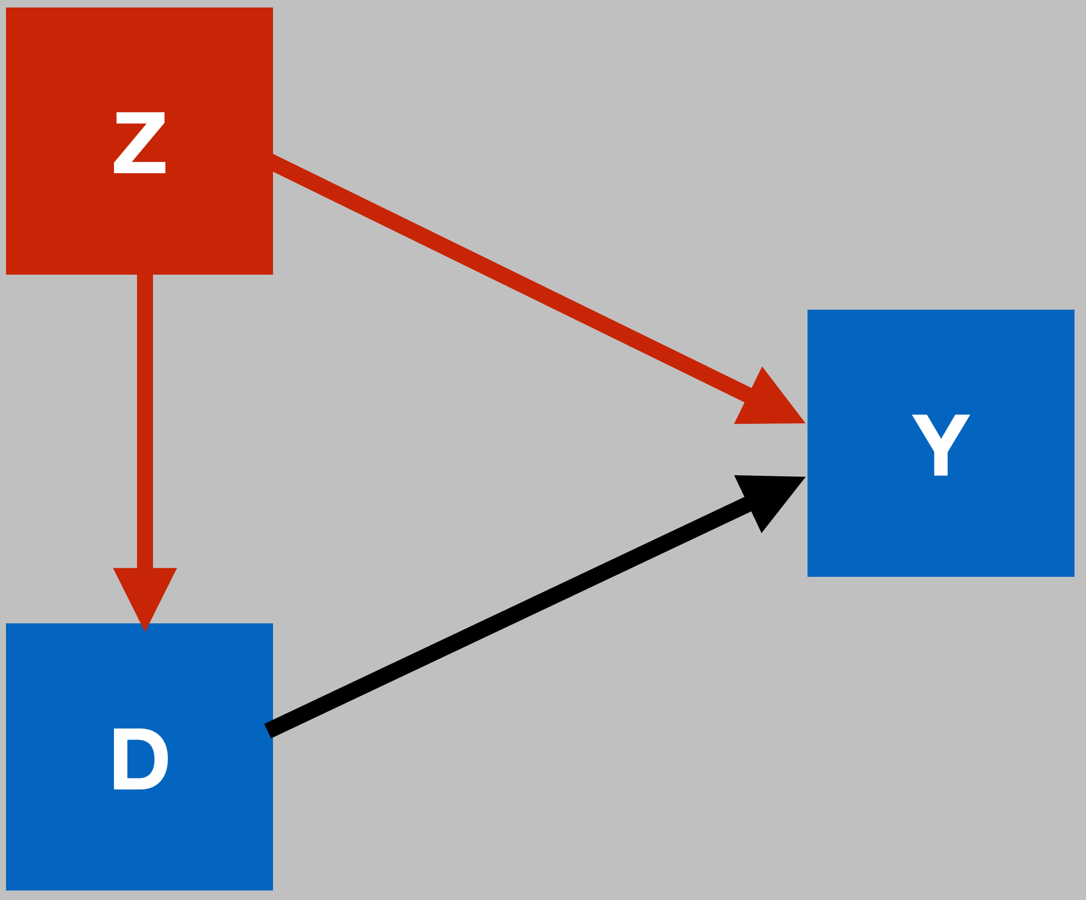
- 処置群と統制群：アスピリンを飲むかどうか以外に差はない（無作為に選んでいるため）
- もし結果に違いがあれば、考えられる要因はアスピリンの有無のみ
- 平均的な因果関係を確かめられる

実験できないとき：調査・観察研究

- 調査・観察データを使った因果推論は難しい
  - 例：手術 vs 投薬
- なぜ難しいか？
  - 処置を受ける人と受けない人が「同じ」ではない

交絡 (confounder)

- 交絡因子 Z: 処置 D（処置を受ける確率）と結果 Y の両者に影響を与える変数



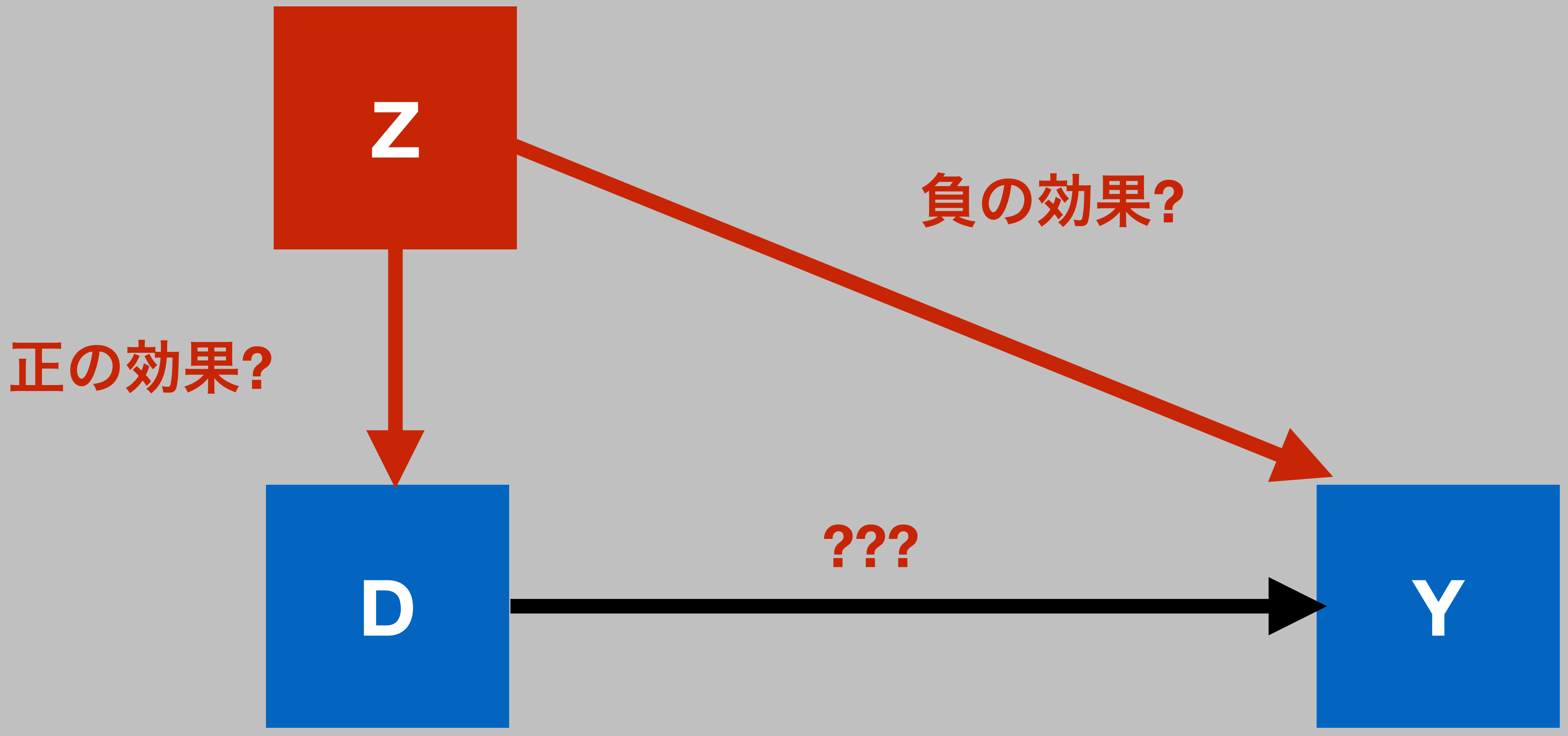
架空の例

- 「スポーツをする人ほど寿命が短い」説
  - 処置 (D)：「週に3回以上運動をするかどうか」
    - していている人は1、していない人は0
  - 結果 (Y)：生存年数（何歳で死ぬか）

$$\mathbb{E}[Y(1)] < \mathbb{E}[Y(0)]$$

交絡の疑い

- 性別 (Z) が影響する？
  - 男性の方が「週に3回以上運動する」確率が高いかも
  - 男性の方が生物学的に寿命が短いかも



何が問題なのか？

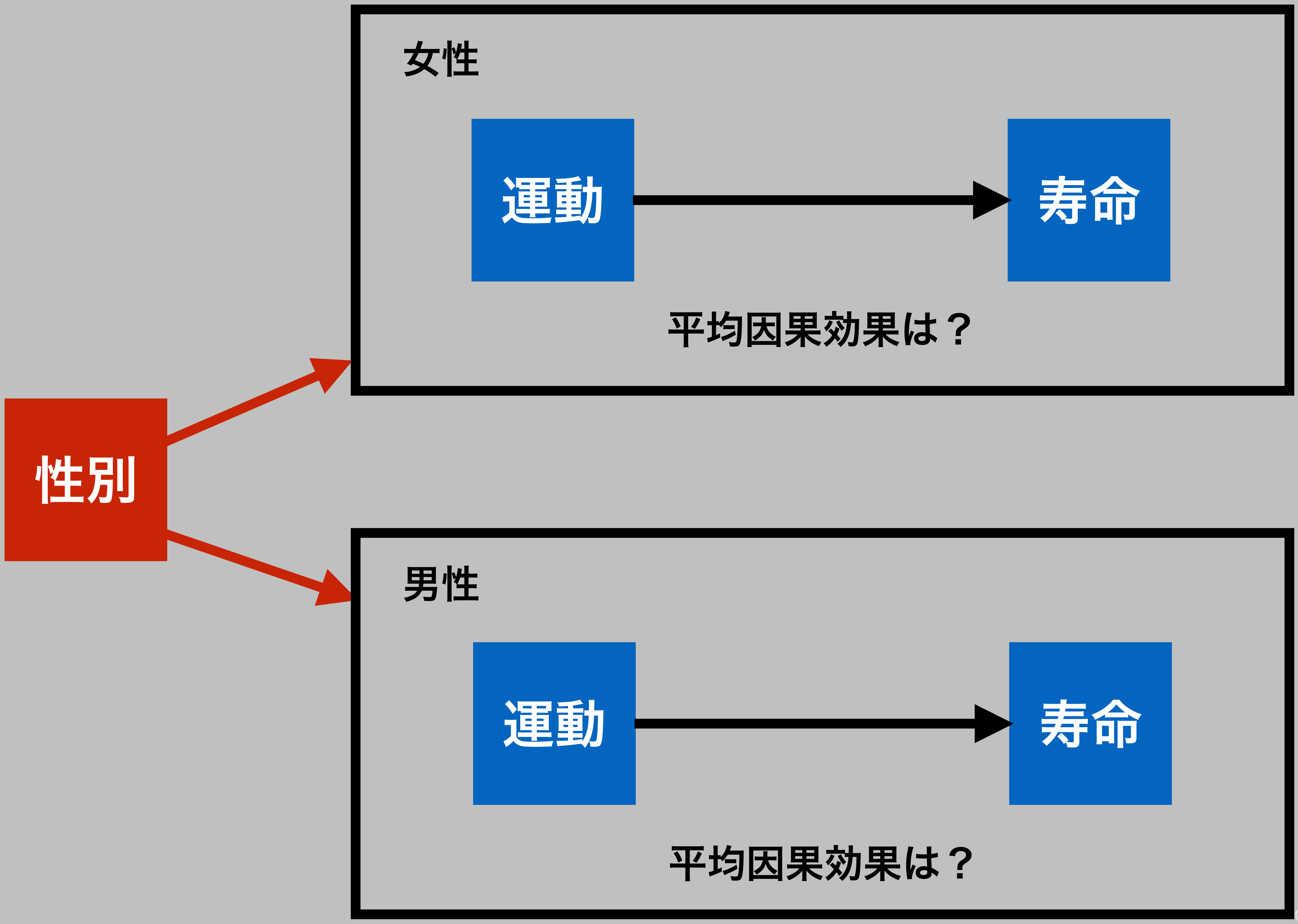
- 仮定をおく（単なる例であり、事実とは異なる）
  - 女性の平均寿命 = 81, 男性の平均寿命 = 75
  - 人口の男女比は1:1
  - 運動は、男性の方が2倍しやすい
- 処置群の男女比は 2:1
- 統制群の男女比は 1:2
- **運動が寿命にまったく影響を与えない**とすると
  - 処置群の平均寿命：$75 \cdot \frac{2}{3} + 81 \cdot \frac{1}{3} = 77$
  - 統制群の平均寿命：$75 \cdot \frac{1}{3} + 81 \cdot \frac{2}{3} = 79$

差がある！

一つの対処法：交絡をブロックする

- ブロッキング (blocking)、細分類化 (subclassification)
  - 交絡変数の値によって、分析対象をグループ分けして分析する
- 性別が交絡なら、男性と女性を別に分析する

細分類化のイメージ



次回

7. データの収集・
クリーニング