

# 計量経済学応用

## 6. 重回帰分析 (1)

矢内 勇生

2019年5月9日

高知工科大学 経済・マネジメント学群

# 今日の目標

- 重回帰分析を理解する
  - 重回帰分析における「コントロール」の意味を理解する
  - 重回帰分析で生じ得るバイアスについて理解する

# 統計分析の目的は？

- 実験：因果関係を調べるための最善策
- しかし、どんな問題でも実験できるわけではない
- 調査・観察・観測データ（observational data）に頼るしかない

# 統計分析

- 比較的大きな標本サイズのデータを使って理論を検証する
- 自然実験 (natural experiments)
- 準実験 (quasi-experiments)
  - ▶ 操作変数法 (instrumental variable method)
  - ▶ 回帰不連続デザイン (regression discontinuity design)
  - ▶ 差分の差分法 (difference-in-differences [DiD])
- 条件付け
  - ▶ 統制変数を伴う回帰分析：重回帰分析
  - ▶ パネルデータ分析

# 何を検証する？ (1)

- 検証したい理論： 「XがYを引き起こす」
- この関係は決定的 (deterministic) か？
- 例： 「教育が政治参加を促す」
- 変数の操作化
  - ▶ 教育：大卒か否か
  - ▶ 政治参加：国政選挙での投票参加

# 何を検証する？ (2)

- 決定論的理論: 「大学の学位は国政選挙で投票するための必要十分条件である」
- 大卒だが投票していない人を「1人だけ」見つけたらどうする？
- 決定論では、理論を否定する必要がある
- それでいい？

# 何を検証する？ (3)

- ほとんどの場合、私たちが検証したいのは、**確率的**理論：  
「大学に行くと、国政選挙での投票確率が上がる傾向にある」
- 理論的予測に合致しない人を少数見つけても、理論の否定には  
ならない
  - ▶ 十分大きな標本サイズで、少人数が理論に合致しなくても、大きな傾向に影響はない
- 大卒と大卒未満の2つのグループで、平均すると大卒の方が投票率が高いことを示せばよい

# 条件付け：「他の条件が等しければ」

- 2つ（以上）のグループを比較する
- 社会科学では、以下のような異質な個体を比較する
  - ▶ 人間
  - ▶ 国家
- 通常、調べている要因以外の「他の条件」は等しくない！
  - ▶ 大卒と大卒未満では、「親の年収」に違いがあるかもしれない
- 「他の条件を等しい(ceteris paribus)」状況で比較したい



# 重回帰分析

- 「他の条件が等しい」状況を作り出すため、重回帰分析を利用する
- 検証したい理論：「 $X$ が $Y$ を上昇（減少）させる」
- 結果変数：  $Y$
- 主な説明変数:  $X$
- 統制（コントロール）変数:  $Z$ （複数あってよい）

# コントロール・条件付け

- 変数  $Z$  を統制（コントロールする）： $Z$ は統制（コントロール）変数と呼ばれることも
- $Z$ は複数あってもよい:  $Z_1, Z_2, \dots$
- 私たちが比較したい個体が様々な面で異質なとき、複数の要因を統制する必要がある
- 複数の要因を統制するためには、大きな標本サイズが必要
  - ▶  $N = 2$  で一人は女性、もう一人は男性のとき、性別を統制できる？

# どの変数を統制する？

- 重回帰で使う変数は何？
  - ▶ 結果変数（理論における結果）：絶対に必要
  - ▶ 主な説明変数（理論における原因）：絶対に必要
  - ▶ 統制変数：必要かもしれない（ほとんどの場合、必要）
    - どの変数を統制する？
    - いくつの変数を統制する？

# バックドア基準

- どの変数を統制すべきか教えてくれる基準
- この用語は、因果推論におけるグラフィカルモデリングで使われる（DAG: directed acyclic graph、有向非循環グラフ）
  - ▶ 回帰分析でもこの考え方は便利

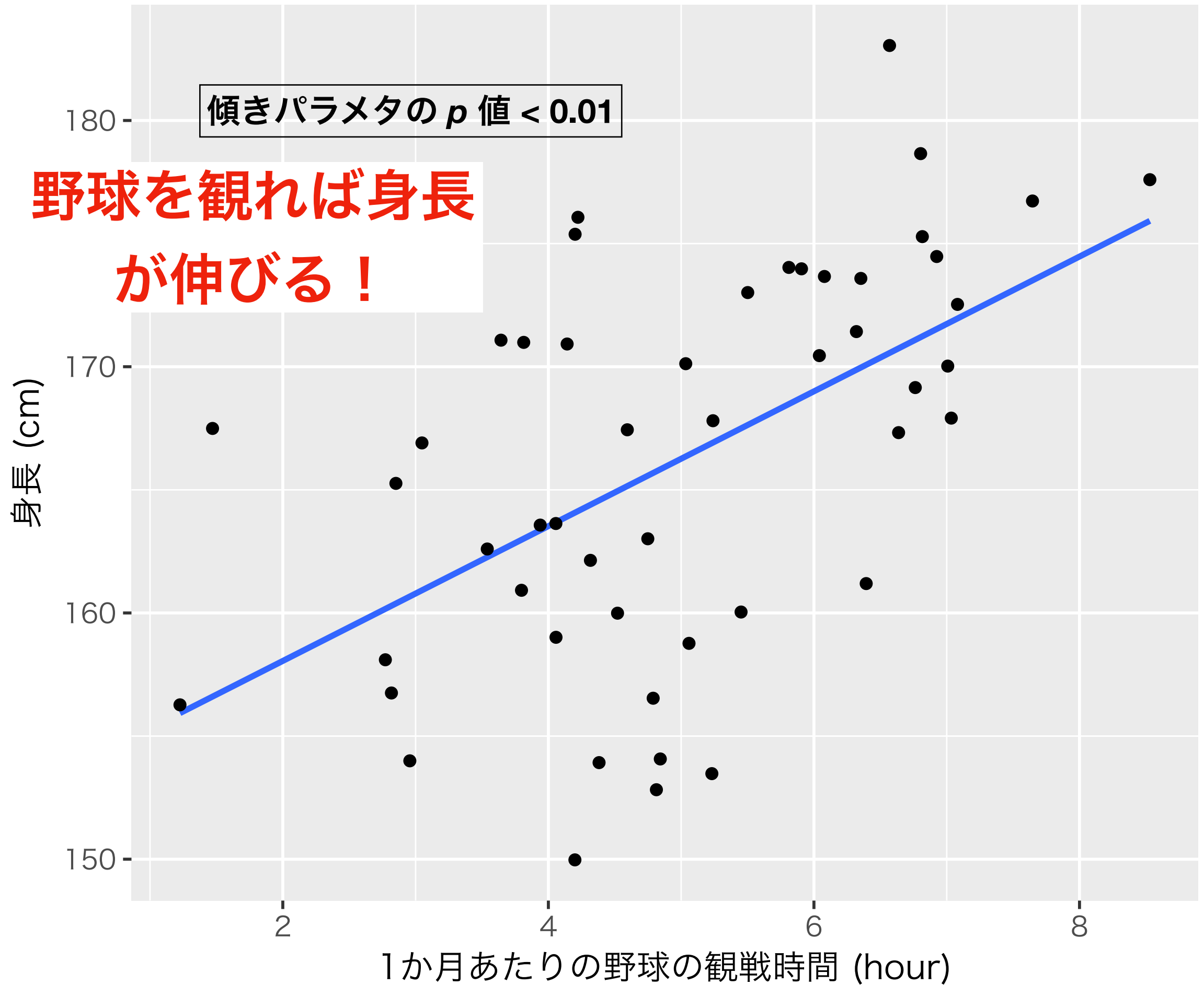
# 回帰分析

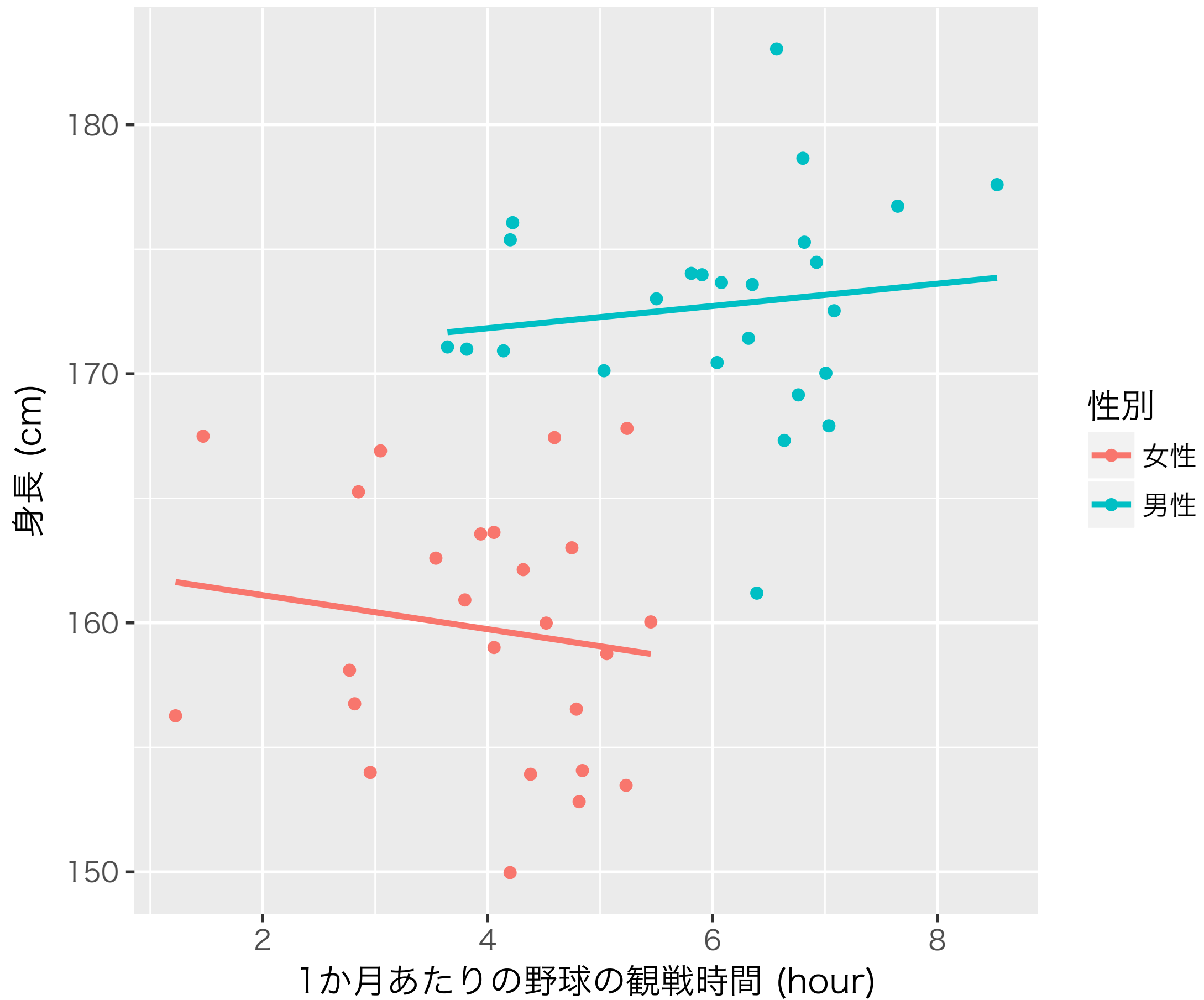
- 線形回帰モデル（最小二乗法で推定）を考える
  - ▶ Y: 結果変数
  - ▶ X: 主な説明変数
  - ▶ Z: 統制変数
- 私たちが知りたい（推定する）のは、XがYに与える影響
  - ▶ XのYに対する因果効果：Xが1単位増加したとき、Yは何単位増加するか？
  - ▶ この効果を推定する：係数の点推定値と信頼区間

# 回帰分析の例

- 身長とプロ野球の観戦時間の関係は？
  - ▶ プロ野球の観戦時間は身長を伸ばす？
- 理論的に考えると、おそらく No!
- しかし、回帰分析をすると…
  - ▶ Yes ???

(架空のデータ)

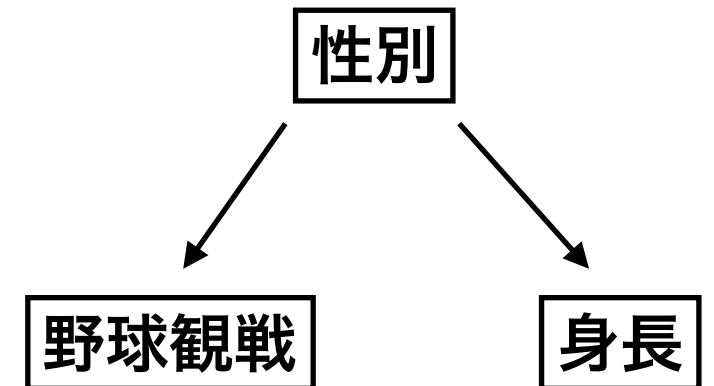






# 何が問題か？

- 統制すべき「他の要因」が存在
- 女性と男性は同じではない
- 性別が野球の観戦時間 (X) と身長 (Y) の両者に影響を及ぼす
  - ▶ 男性の方が野球を観る
  - ▶ 男性の方が身長が高い



# バックドアが開いている

- 統制変数を入れ忘れた回帰分析だと、なぜ間違えるのか？
  - ▶ 最小二乗推定量が、因果効果の推定を誤る：推定結果にバイアスが生じる
    - 欠落変数バイアス？
    - 内生性 (endogeneity) ?
- 今日の話：バックドアが開いているから

# バックドアと分析方法

- バックドアを閉じられるとき

- ▶ 回帰分析
- ▶ マッチング法
- ▶ 重み付き回帰（マッチング法と一緒に）

- バックドアが閉じられないとき

- ▶ 操作変数法
- ▶ その他の自然実験、準実験

# バックドア基準の基礎

- X: 主な説明変数（処置変数、介入、刺激、独立変数）
- Y: 結果変数（応答変数、従属変数）
- Z: 統制変数（コントロール、**共変量 [covariates]**）

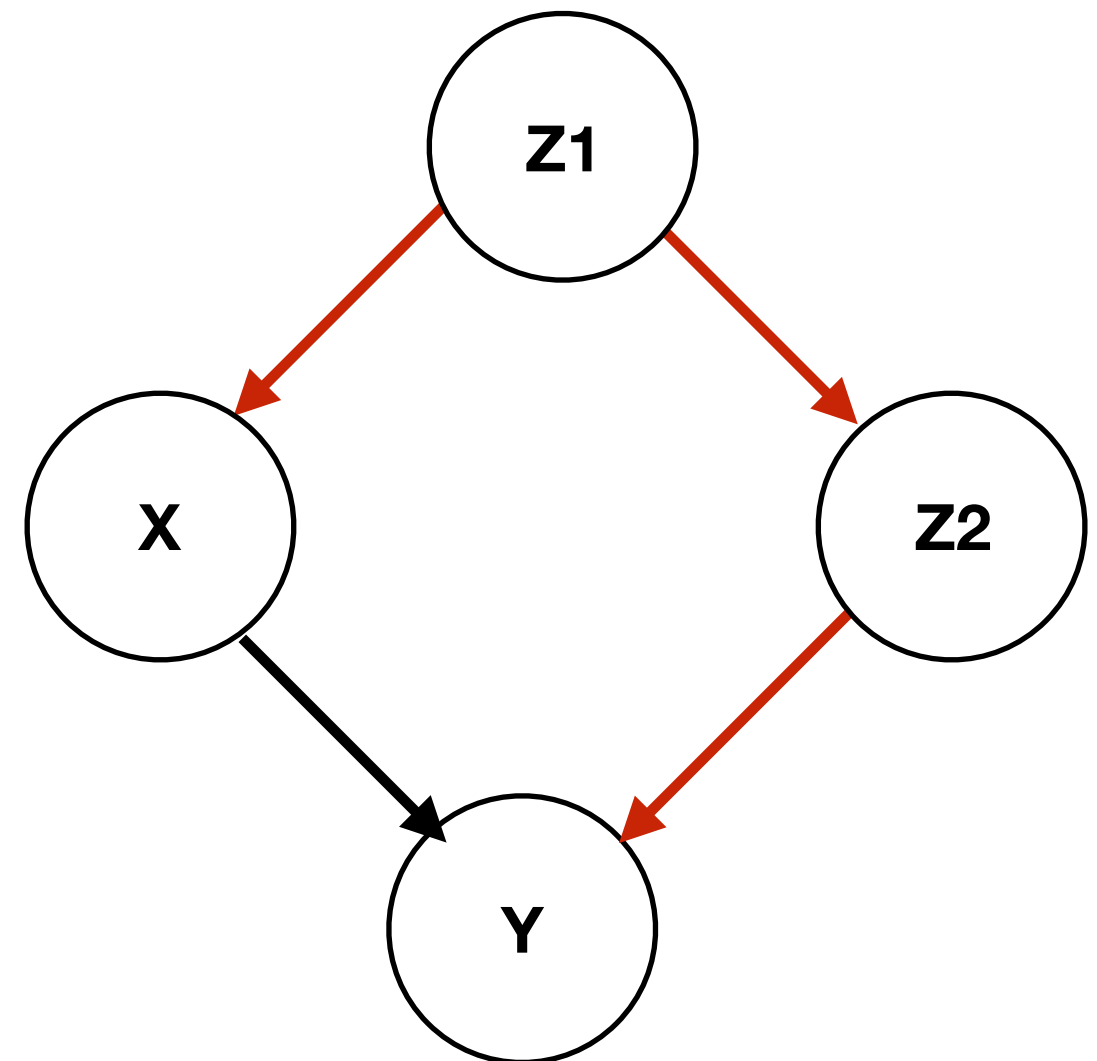
# 交絡変数とバックドア経路 (1)

- バックドア経路: ある変数が**X**と**Y**の**両者**の原因となるような経路

▶  $X \leftarrow Z1 \rightarrow Z2 \rightarrow Y$

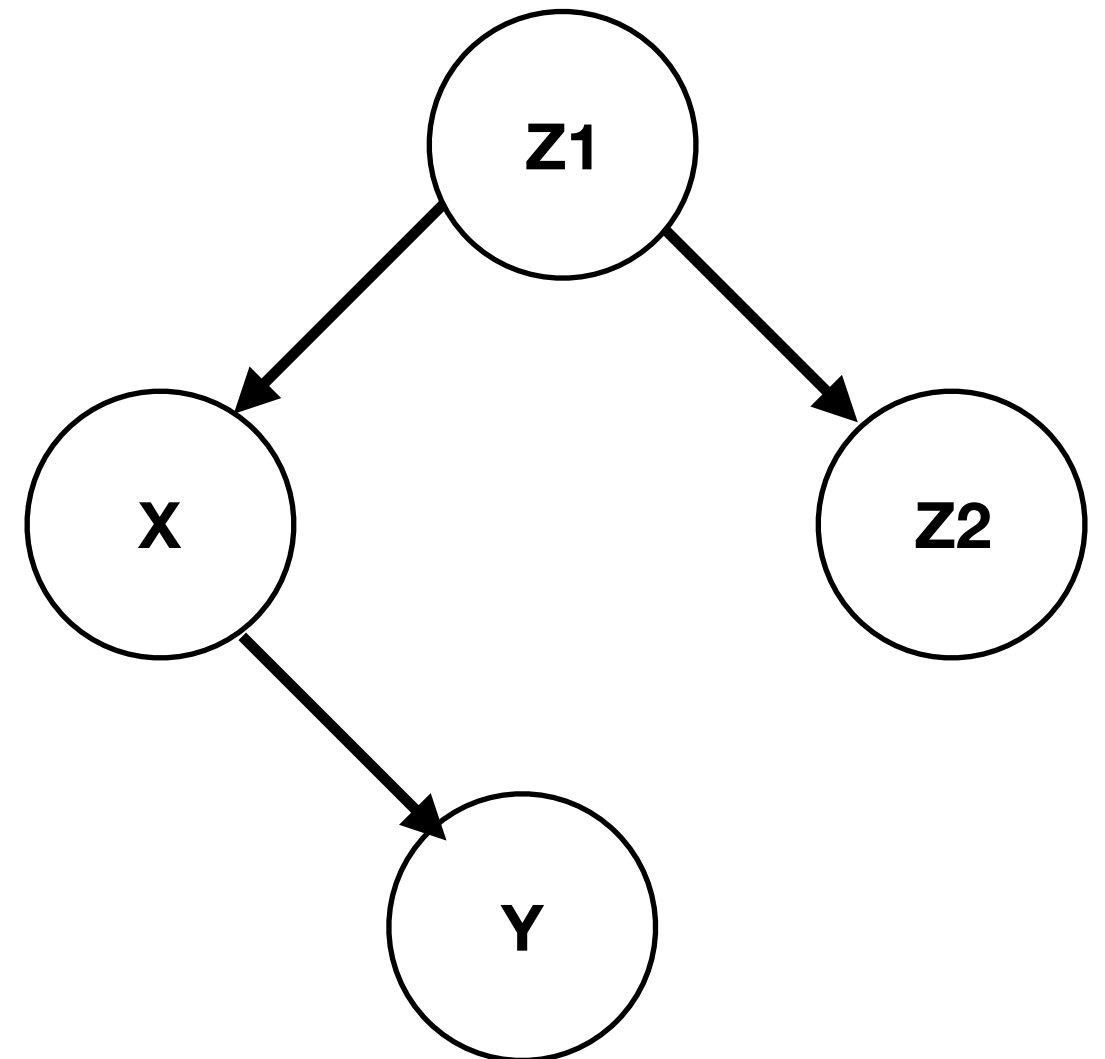
- 交絡変数** (confounding variables, confounders): **X**と**Y**の**両者**の原因となる変数

▶  $Z1$



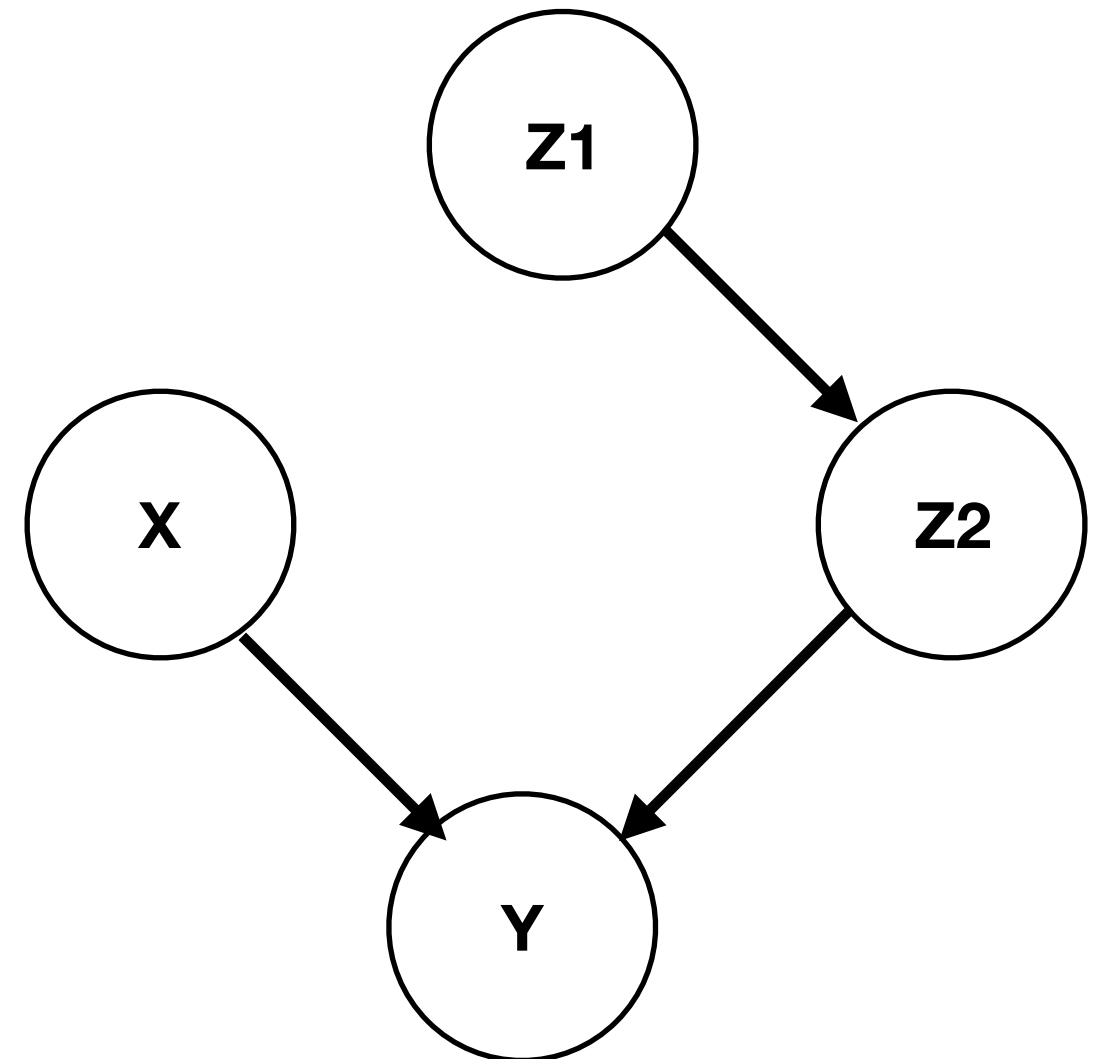
# 交絡変数とバックドア経路 (2)

- 右の図にバックドア経路は存在しない
  - ▶  $X \leftarrow Z1 \rightarrow Z2$  はバックドア経路ではない！
- 交絡変数はない
  - ▶  $Z1$  は交絡ではない



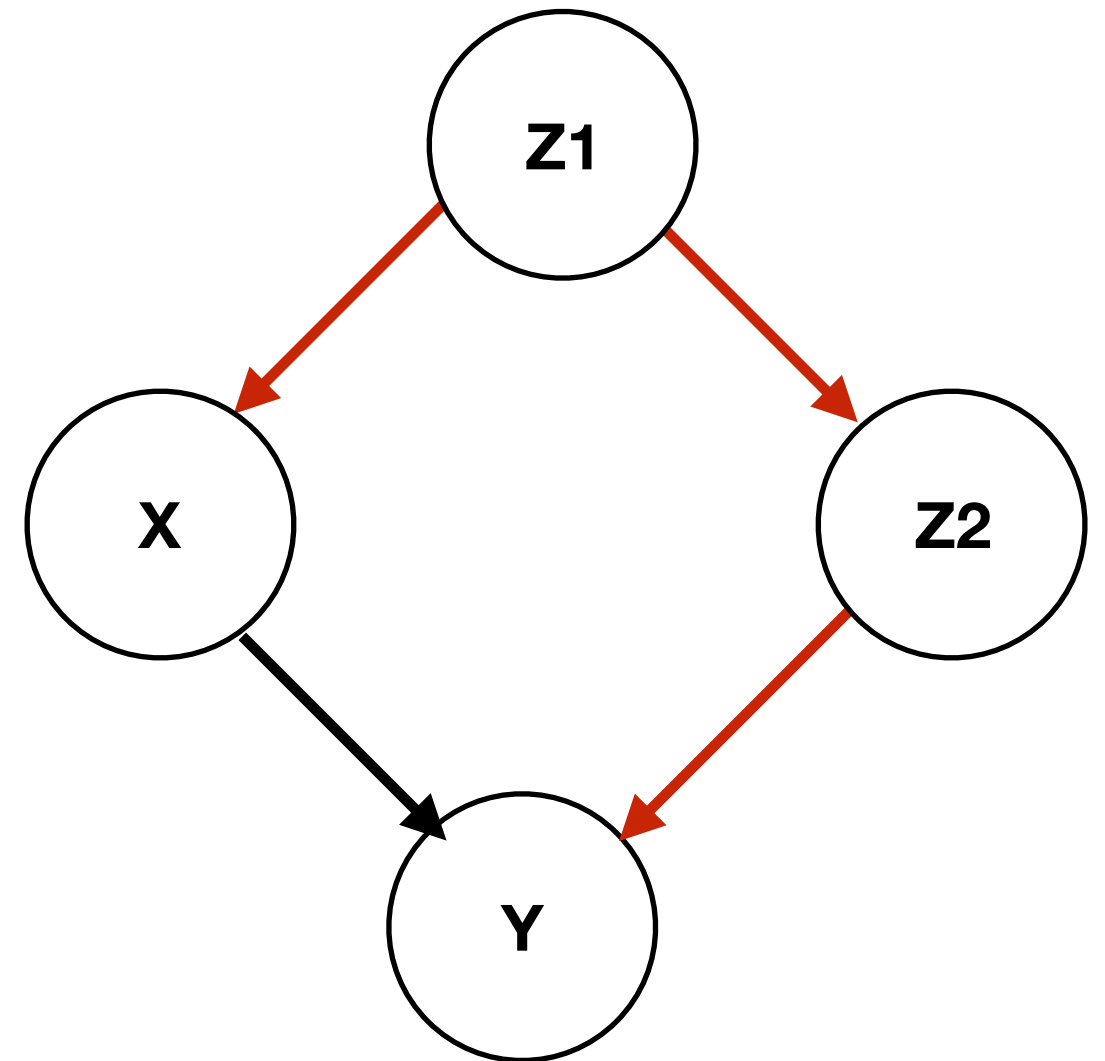
# 交絡変数とバックドア経路 (1)

- 右の図にバックドア経路は存在しない
  - ▶  $Z1 \rightarrow Z2 \rightarrow Y$  はバックドア経路ではない
- 交絡変数はない



# バックドアを閉じたい

- バックドア経路：
  - ▶  $X \leftarrow Z1 \rightarrow Z2 \rightarrow Y$
- バックドアを閉じたい
- どうすればいい？

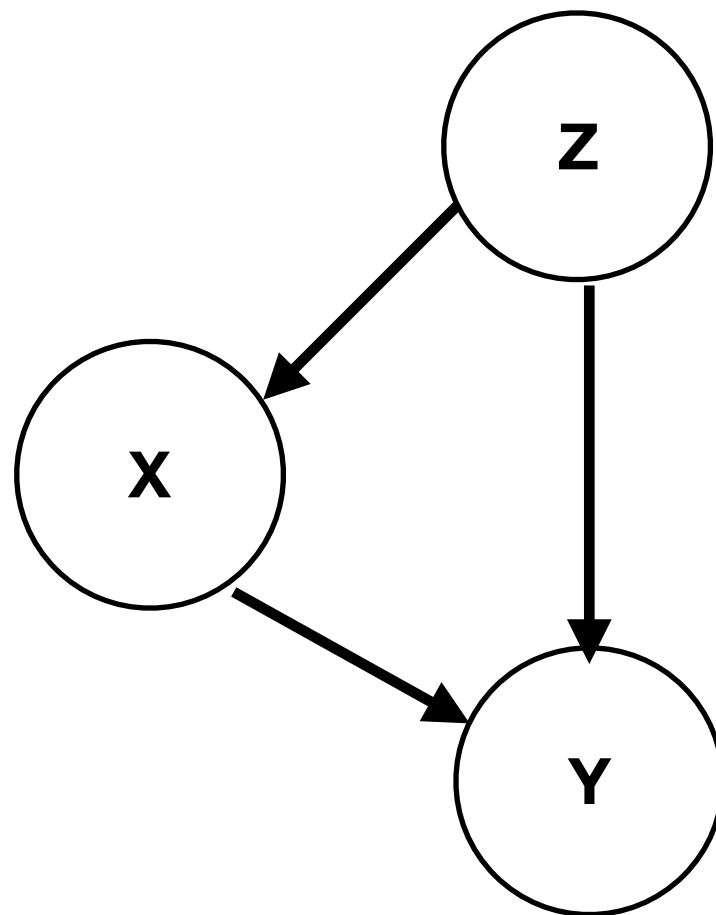




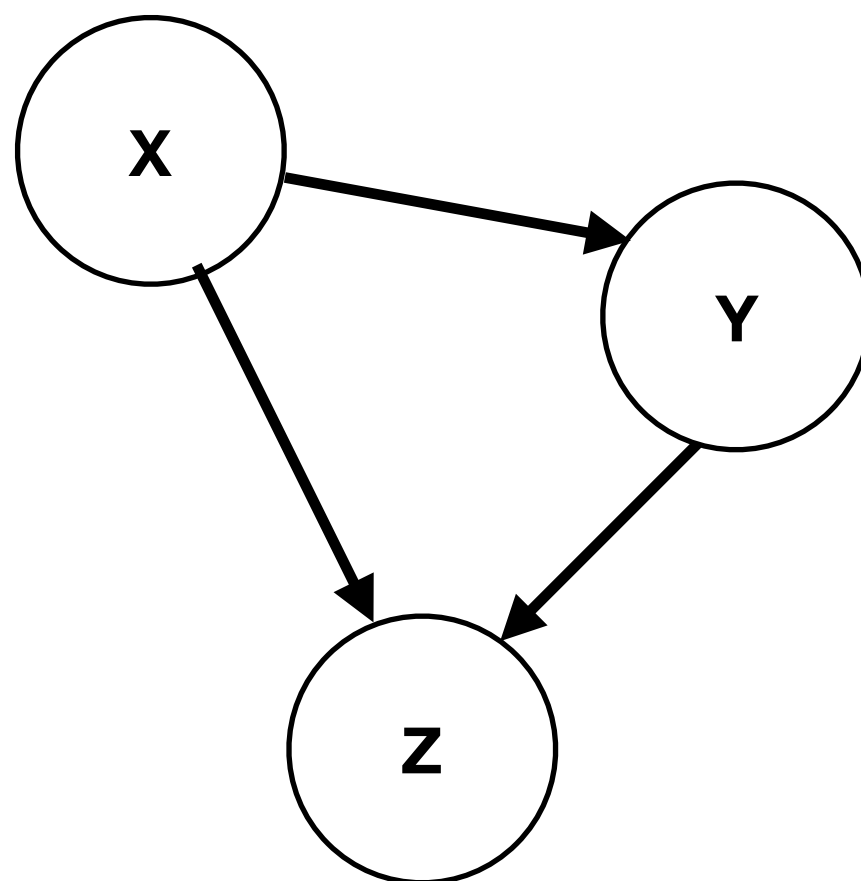
# 変数 $X, Y, Z$ の関係

- $Y$ は結果、 $X$ は原因とする
- 3つの可能性
  1.  $Z$  は  $X$  と  $Y$  の交絡変数 (confounder) である
  2.  $Z$  は  $X$  と  $Y$  の合流点 (collider) である
  3.  $Z$  は  $X$  と  $Y$  の媒介変数 (mediator, 中間因子) である

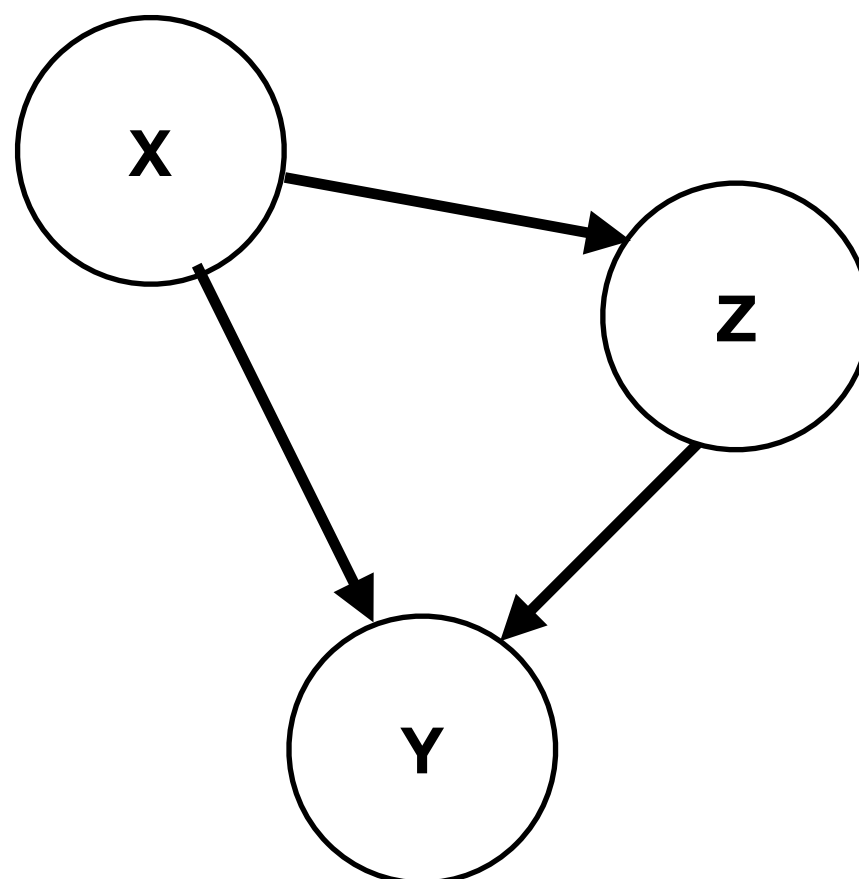
# 交絡変数 Z



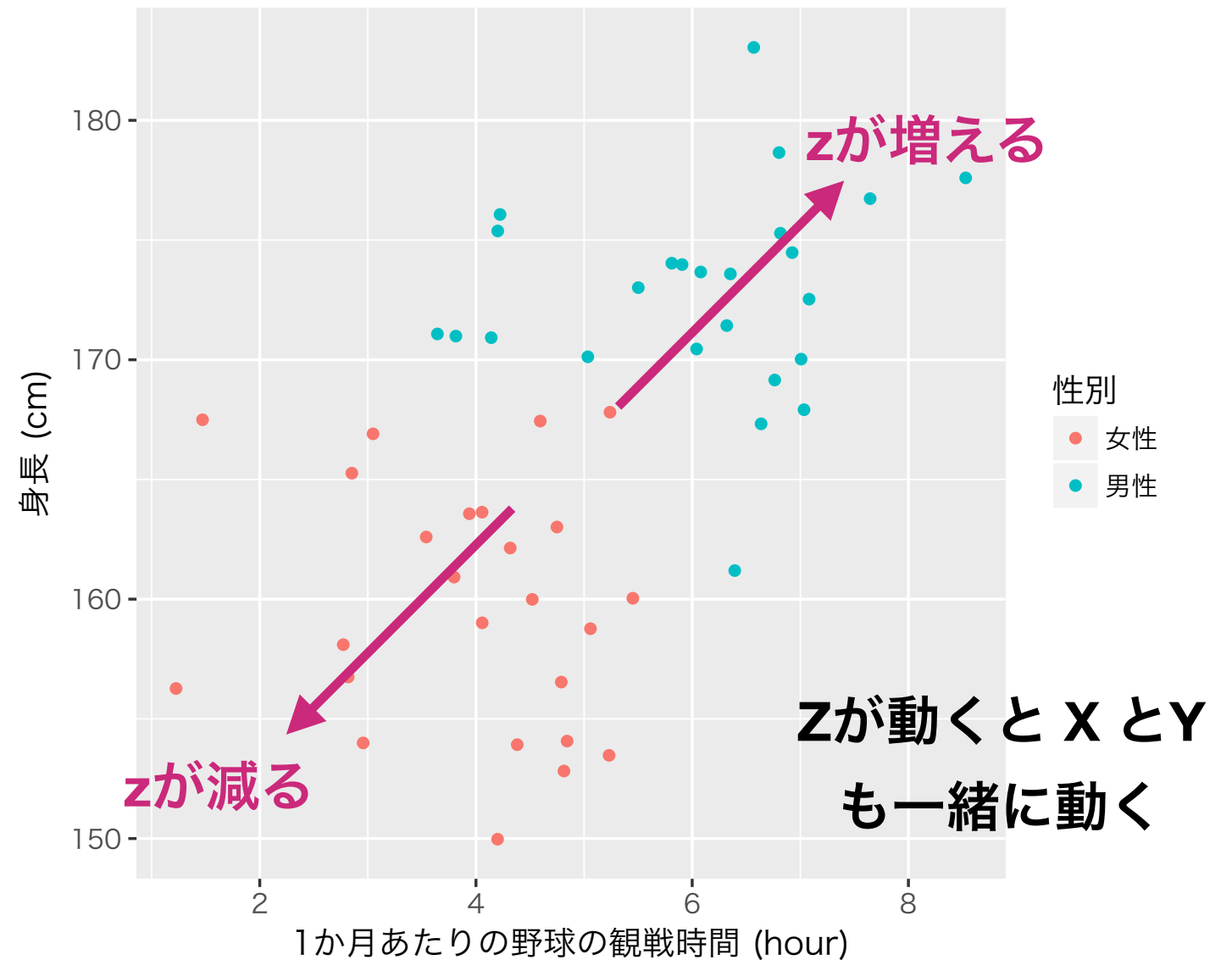
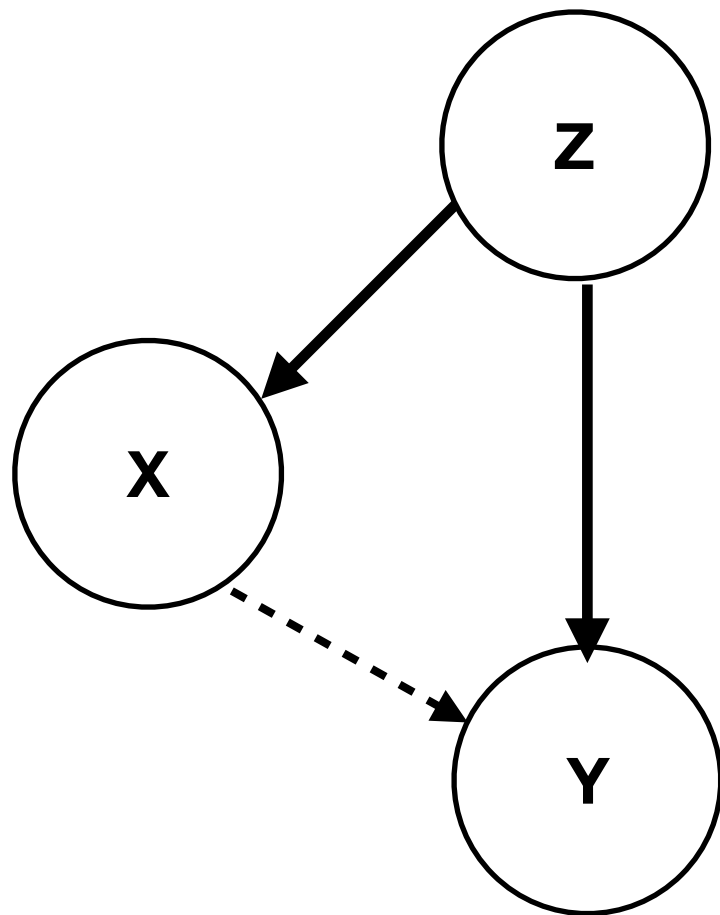
# 合流点 Z



# 媒介変数 Z

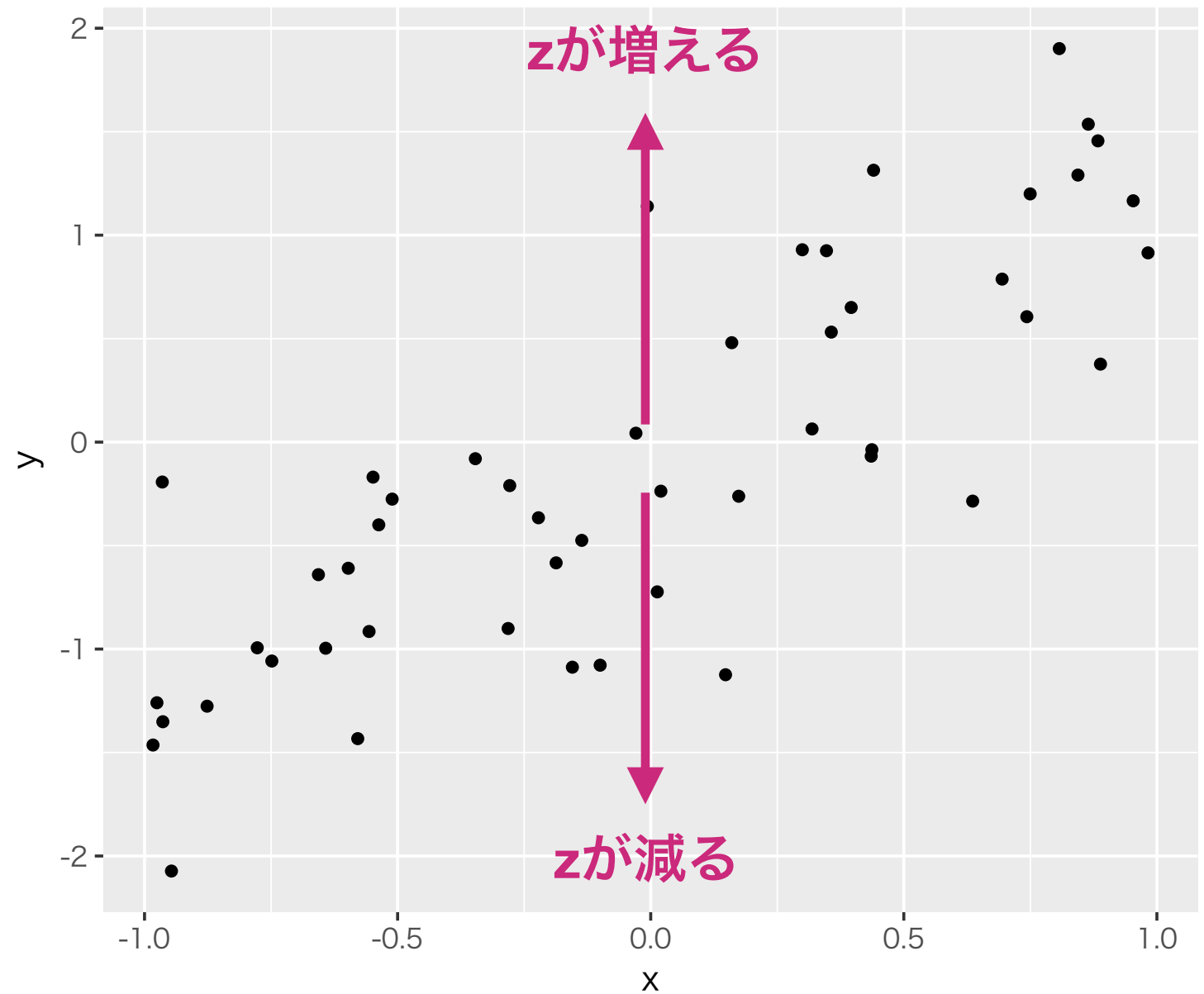
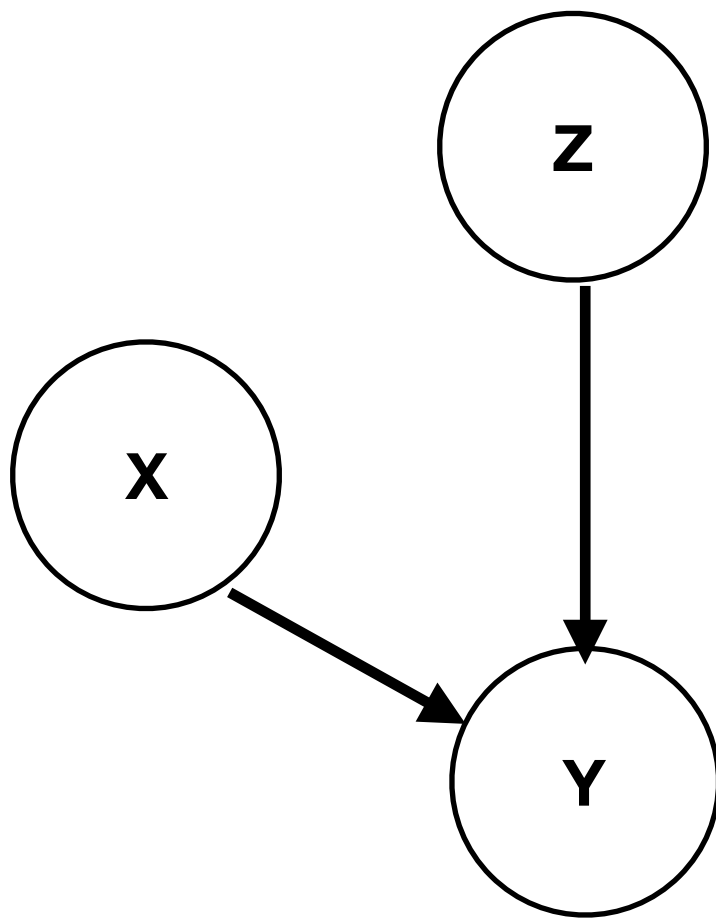


# Zが交絡変数のとき



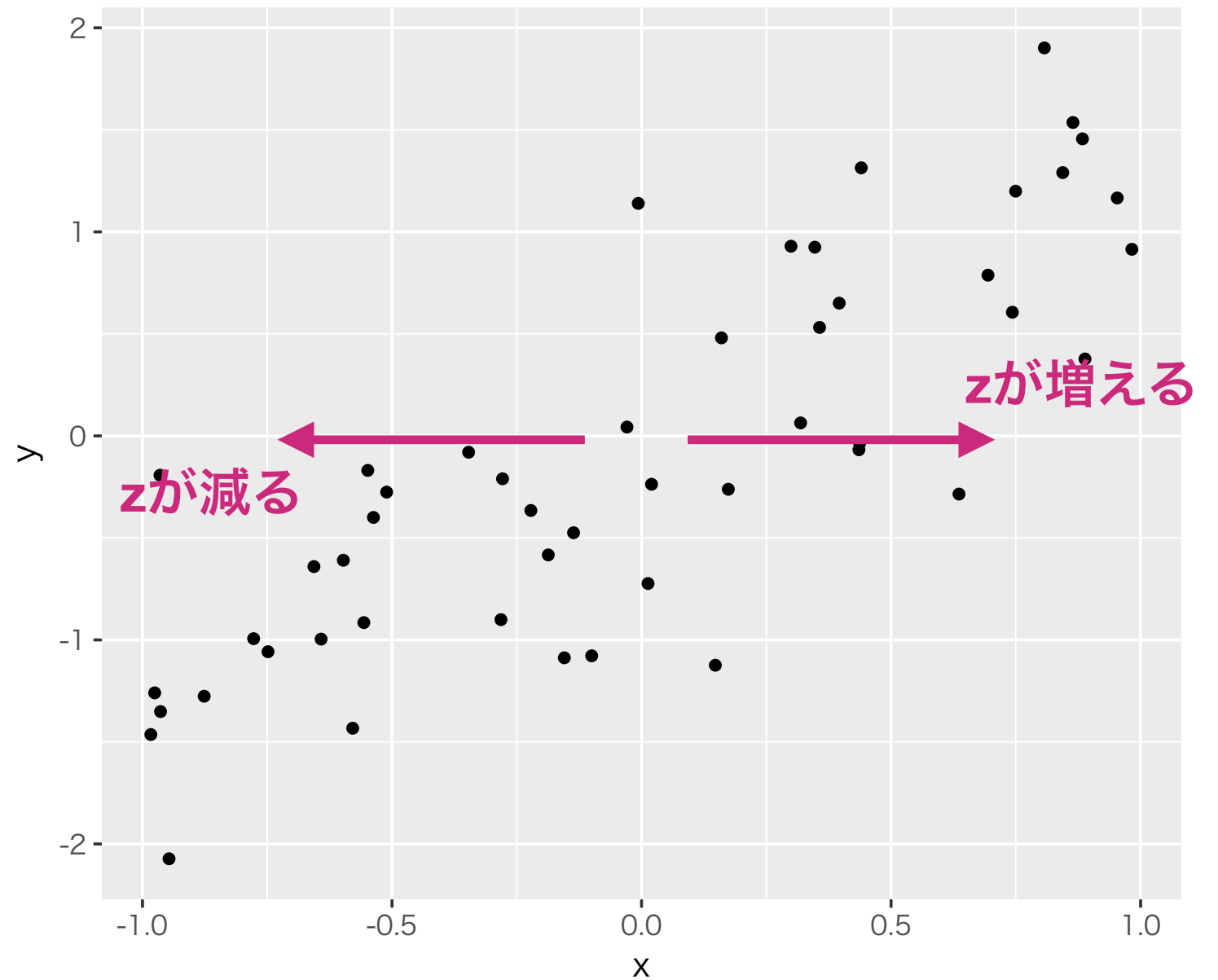
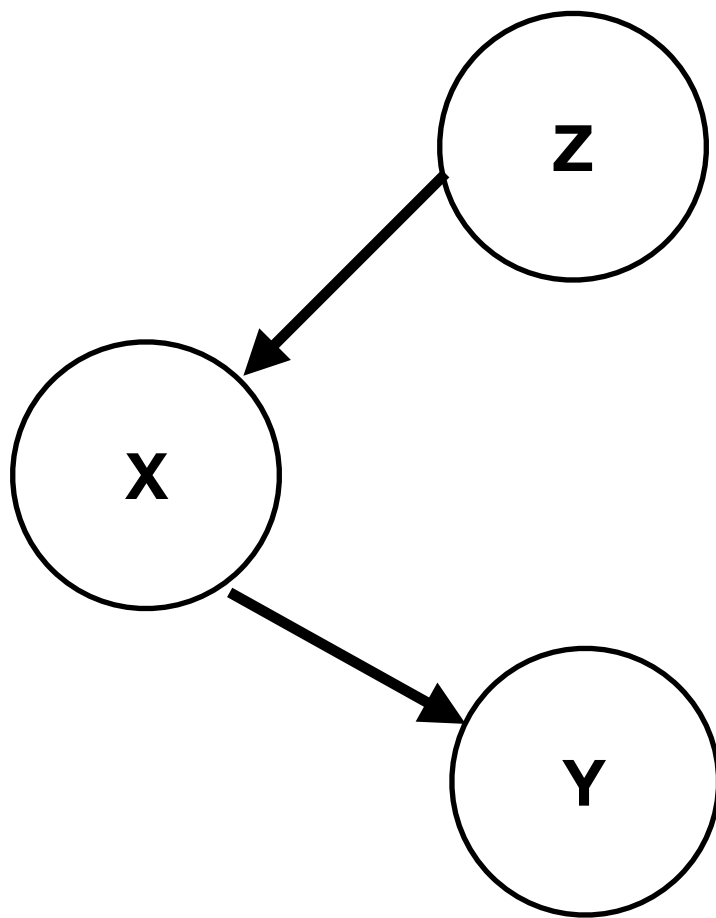
- バックドアが開いていると、Zの変化がXとYの変化を同時に引き起こす
- Y を Xだけに回帰すると、バイアスが生じる

# Zが交絡ではない場合 (1)



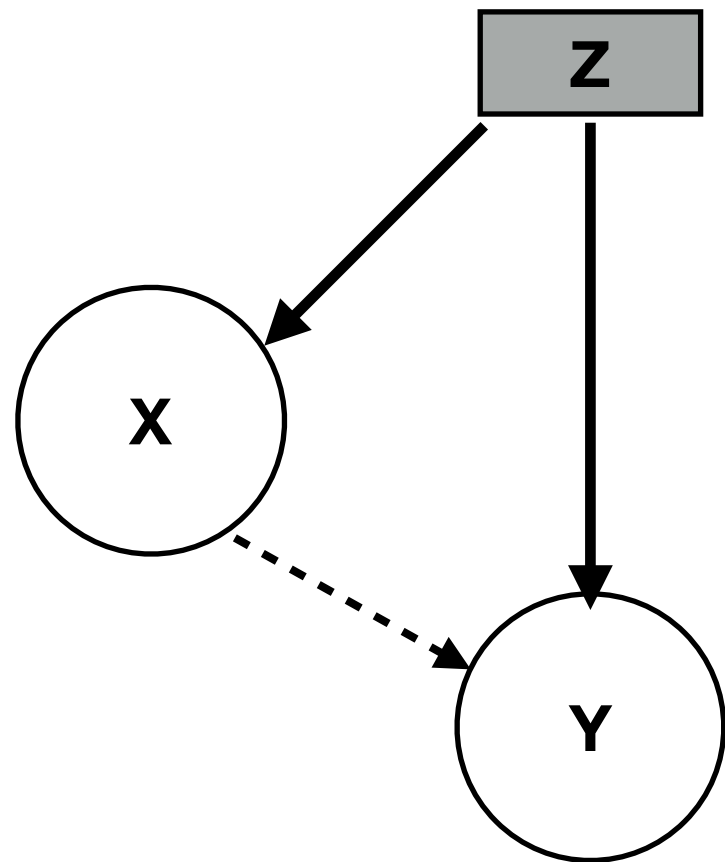
- Zの変化は、Xの変化には影響しない

# Z が交絡ではない場合 (2)



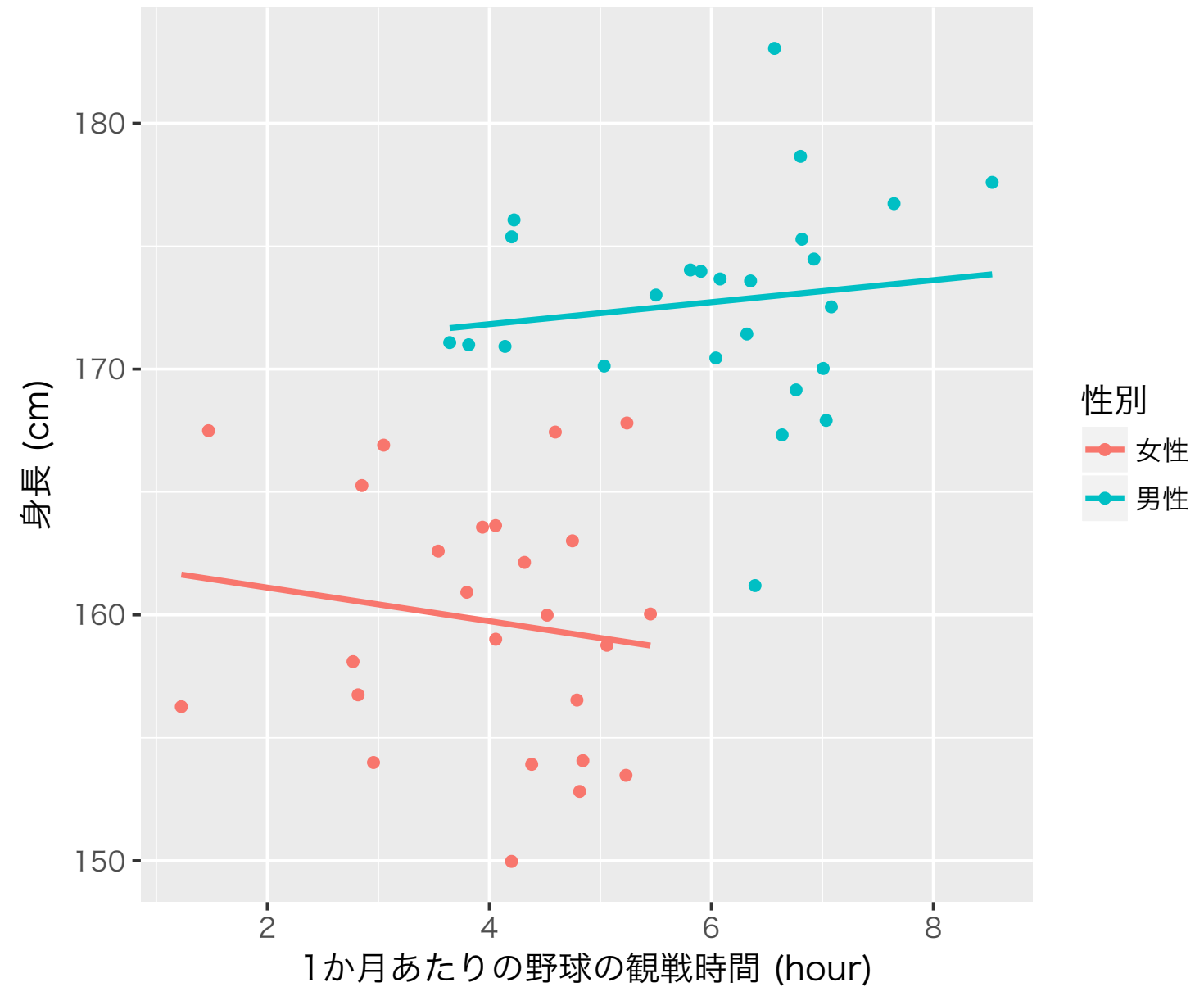
- Zの変化は、Yの変化には影響しない

# バイアスを取り除くには？



- Zの値を「固定」すればよい

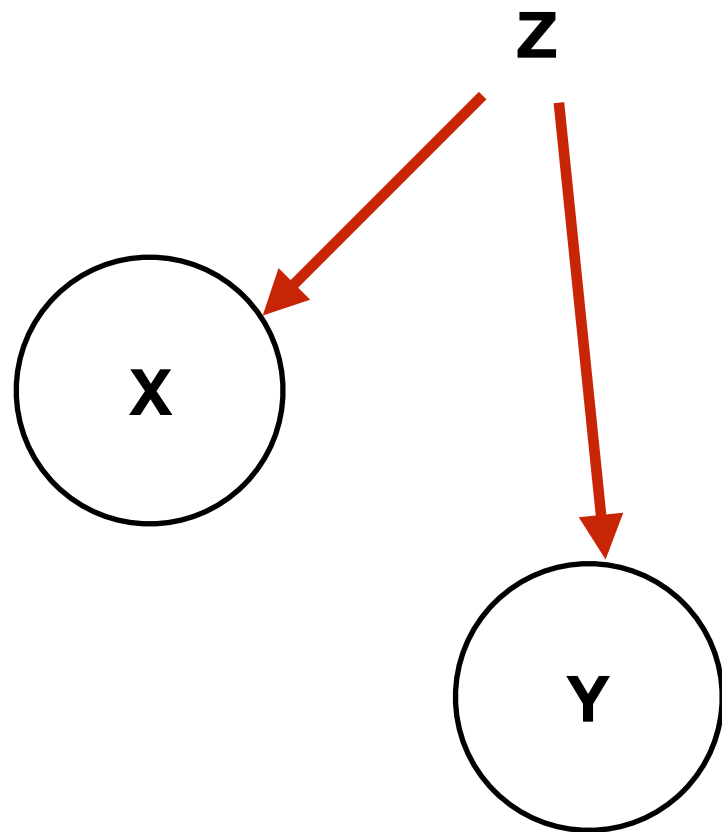
▶ Zを統制した重回帰分析





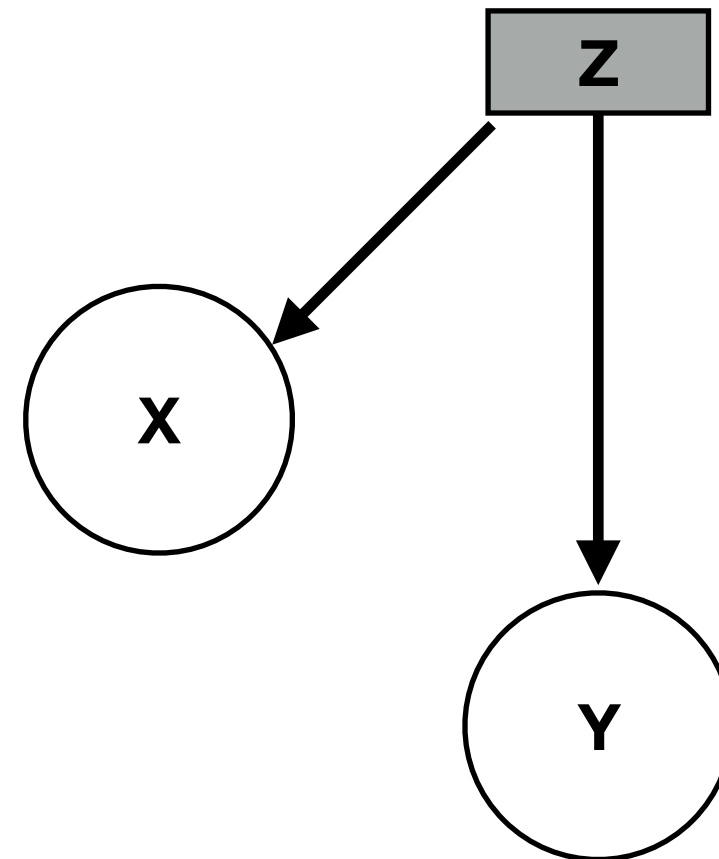
# バックドアを閉じる

Zなしの回帰



バックドアが開いている：  
Zが考慮されていないので、バックドア  
を通じたZの影響をXの影響だと見誤る

Zを含む回帰

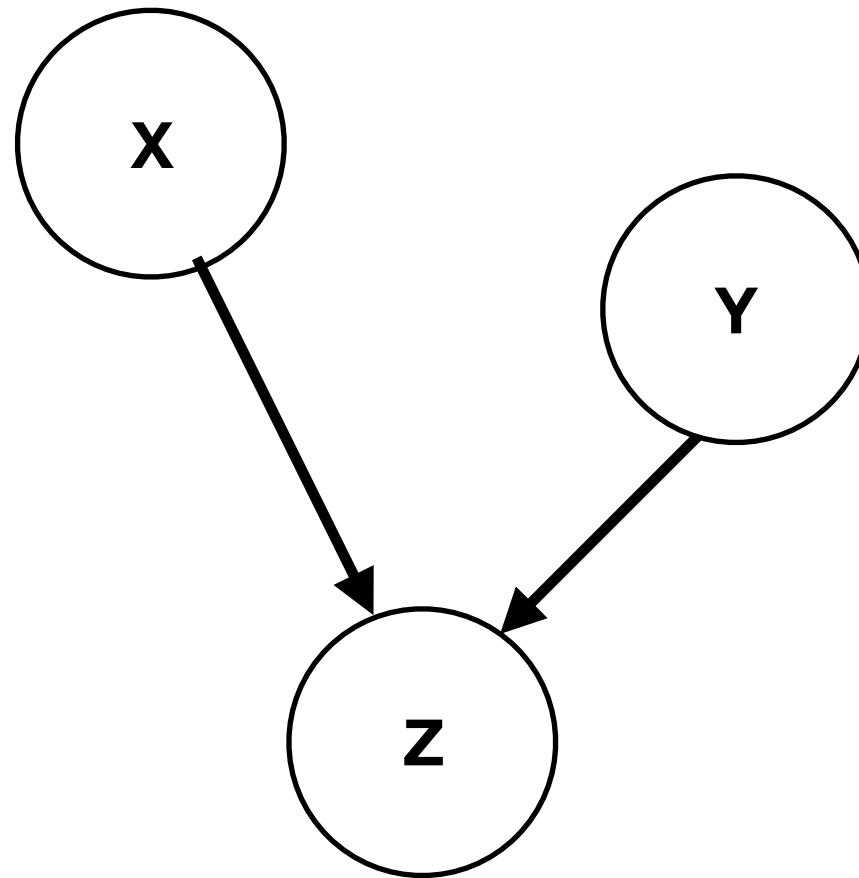


バックドアが閉じて（塞がれて）いる：  
Zが考慮されているので、バックドア経  
路はXの影響と見なされない

# 回帰分析における 交絡変数の扱い方

- 交絡は統制（コントロール）せよ！
  - ▶ 交絡を統制すれば、バイアスを防げる
  - ▶ 交絡を統制し損ねると、**欠落変数バイアス** (omitted variable bias; 経済学では**選択バイアス** [selection bias] と呼ばれる) が生じる

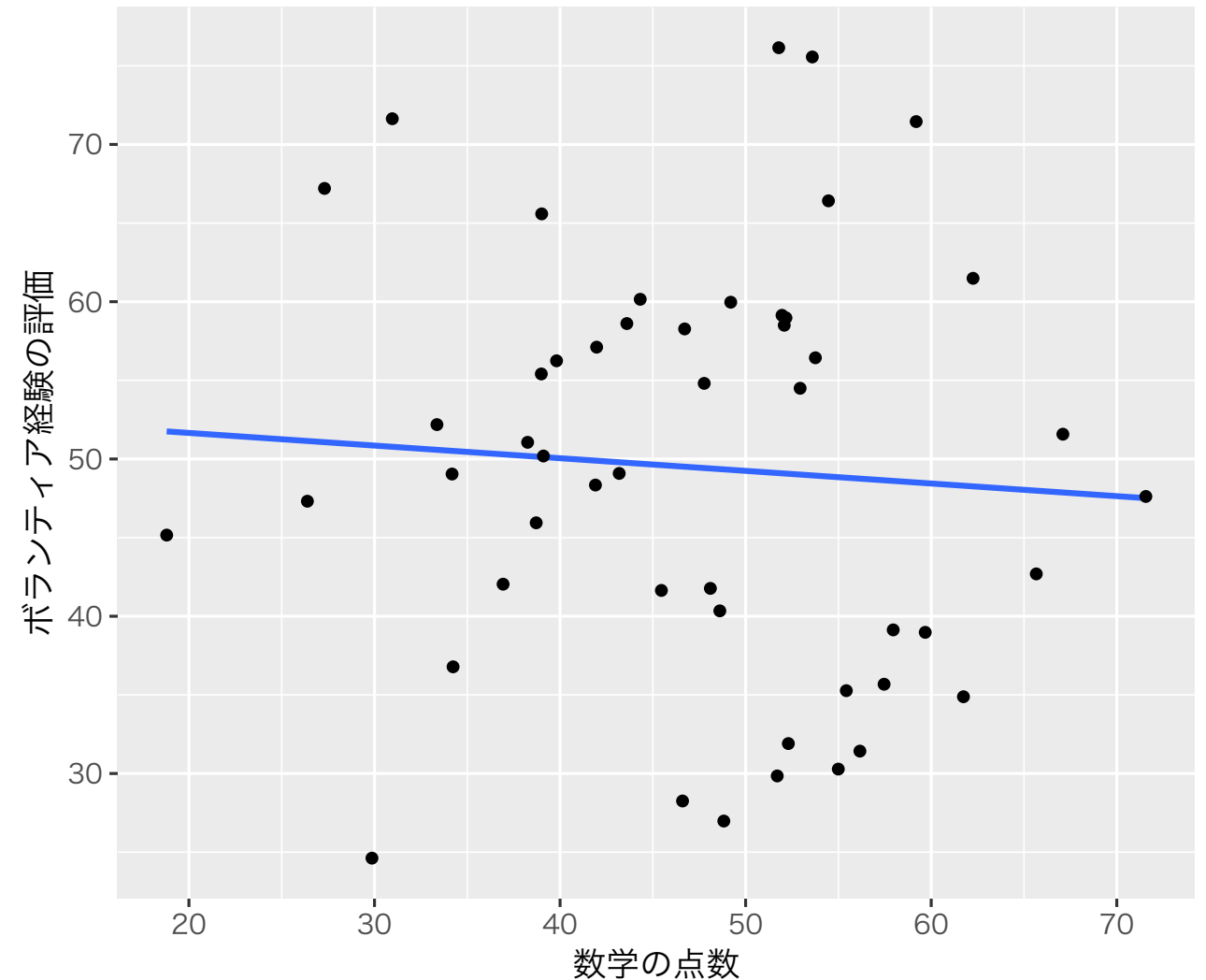
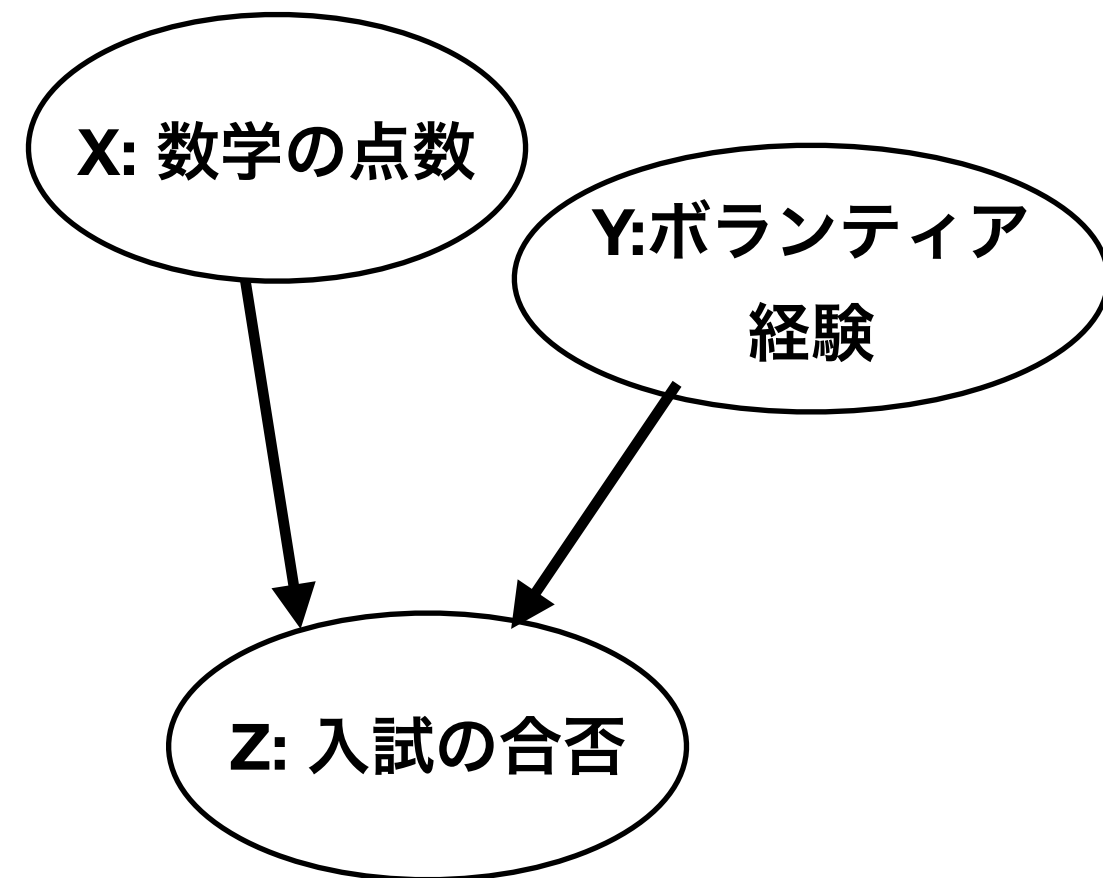
# Zが合流点のとき



- Zを無視した単回帰で、XのYに対する因果効果を推定できる

# 合流点を統制すると何が起こる？ (1)

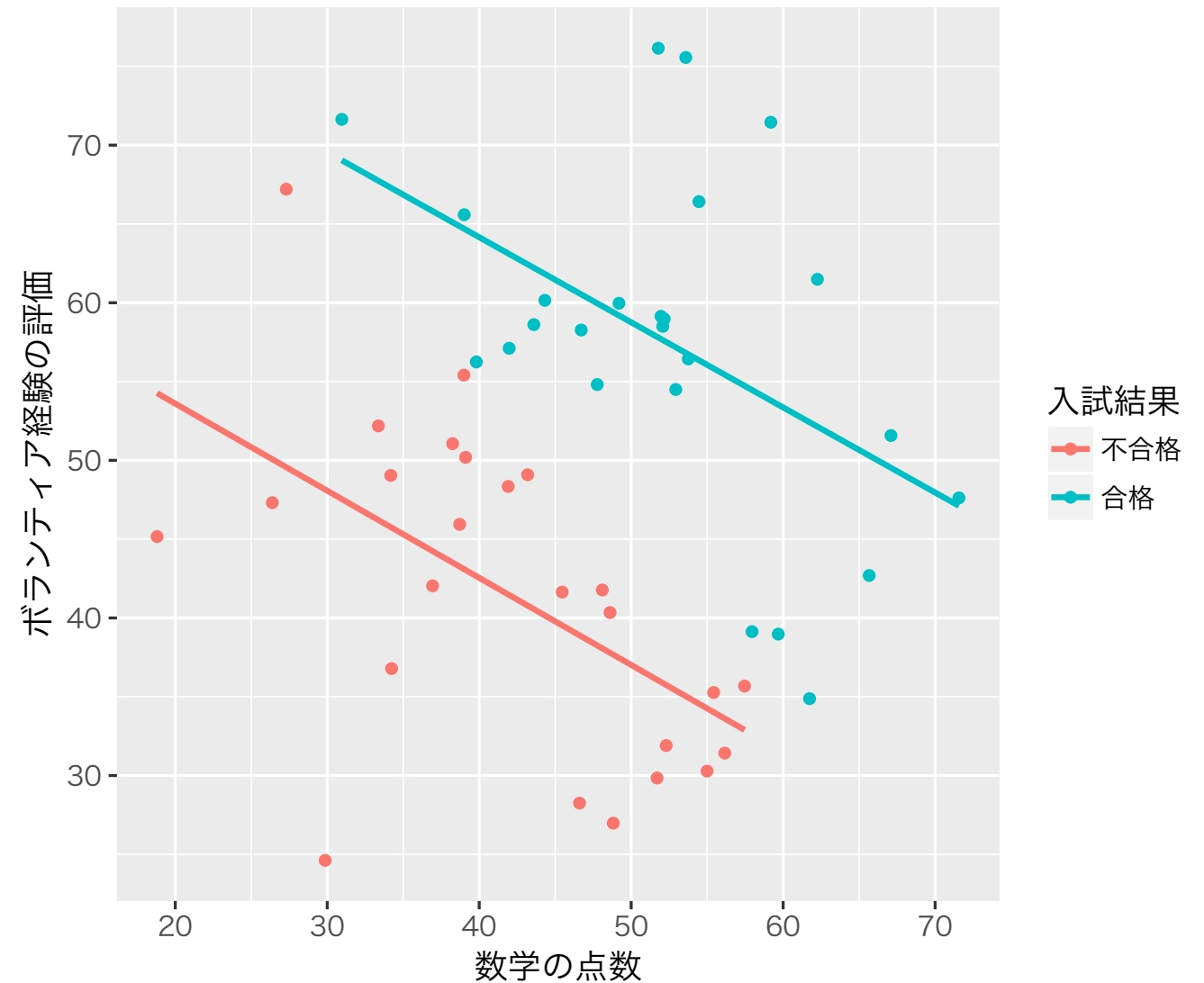
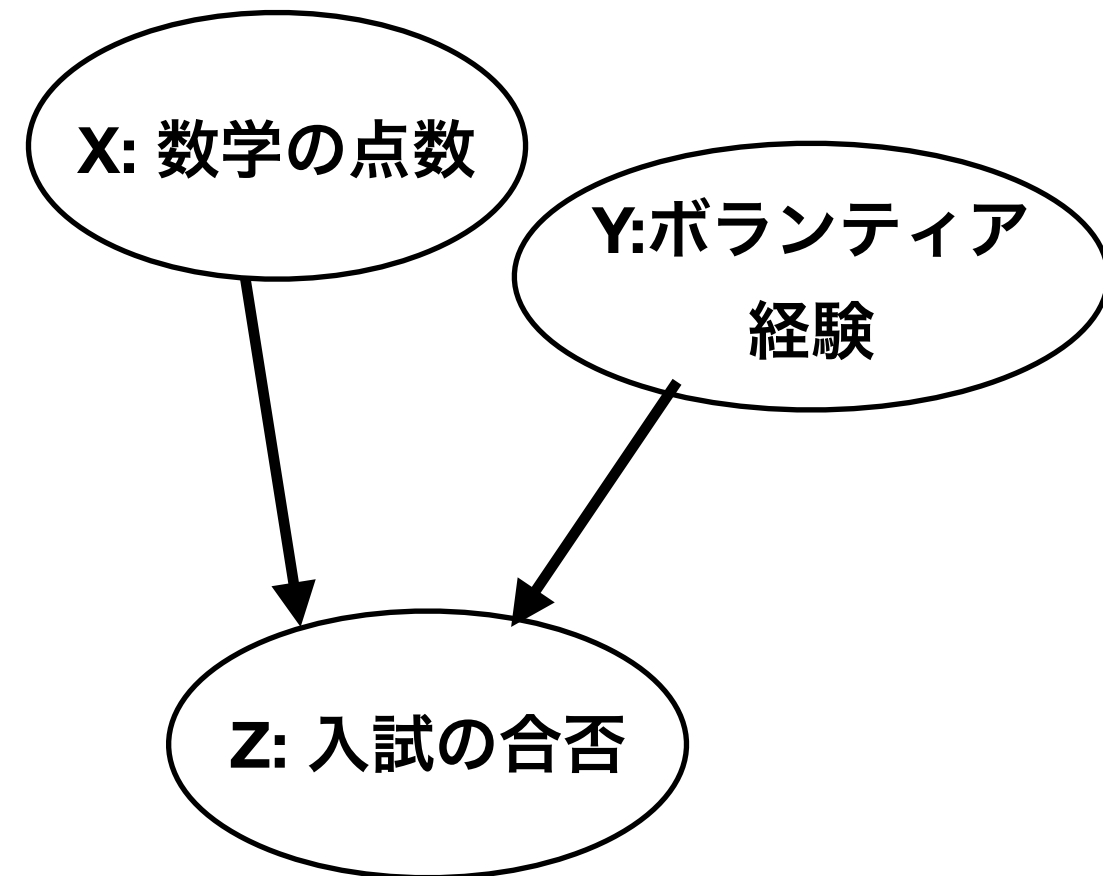
例：アメリカ合衆国の大学入試



- 入試の合否は、数学の点数とボランティア経験の評価によって決まる（架空のデータ）

# 合流点を統制すると何が起こる？ (2)

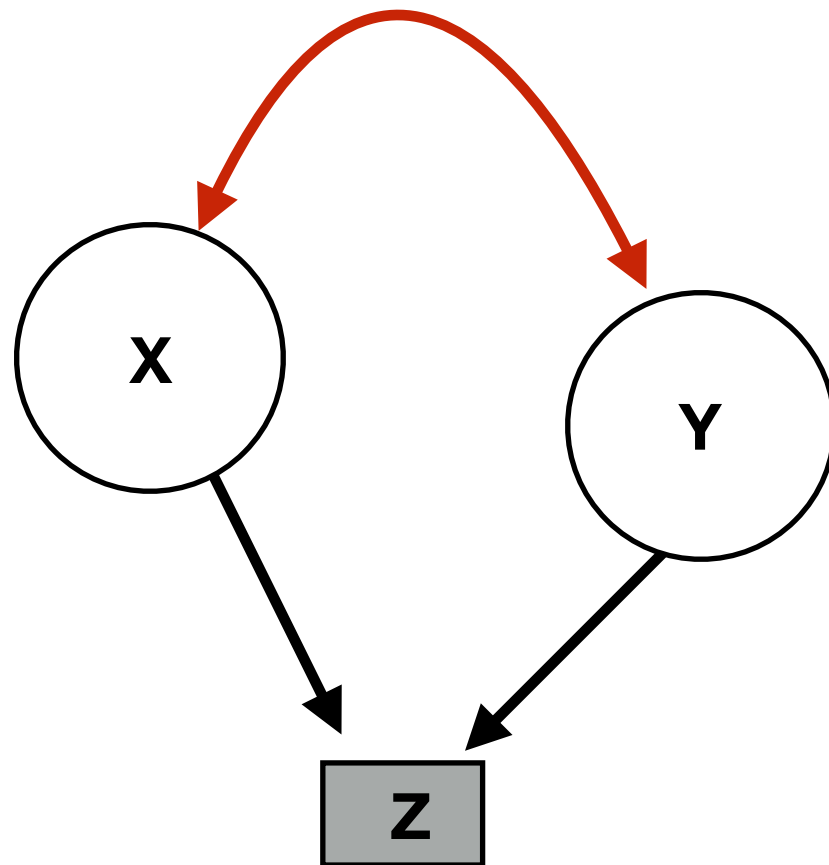
例：アメリカ合衆国の大学入試



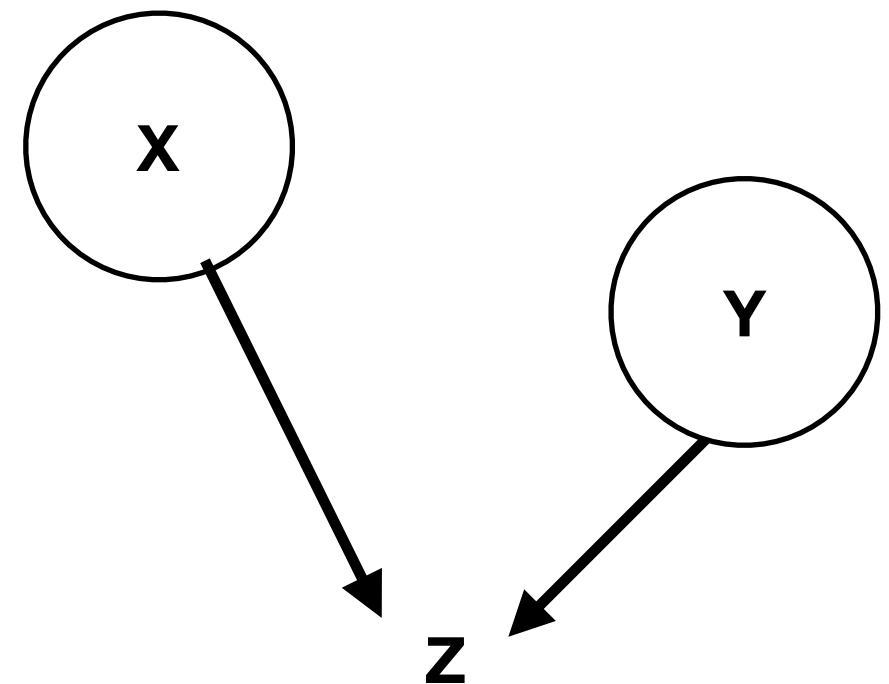
- 合流点Zを統制すると、重回帰で因果効果ではない効果を捉えてしまう

# 合流点とバックドア経路

zを含む回帰



zを含まない回帰



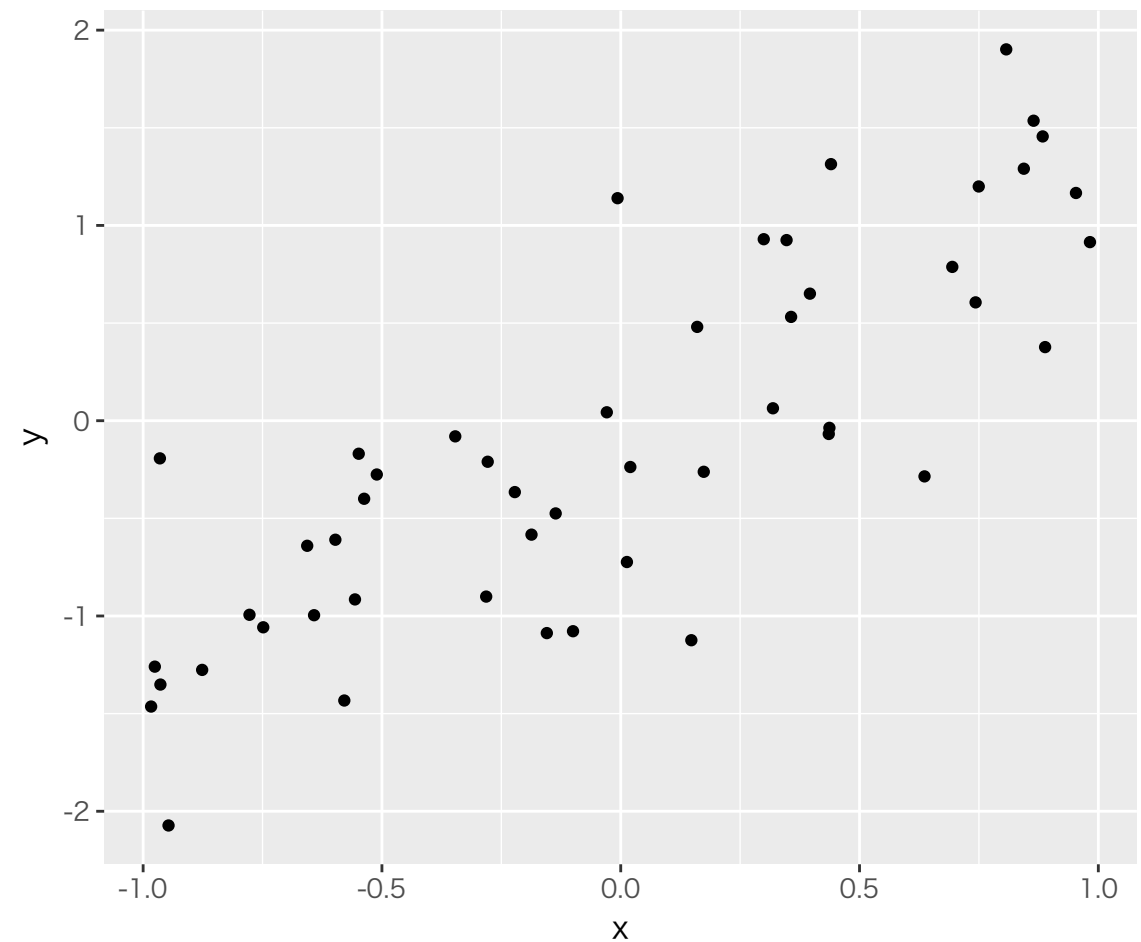
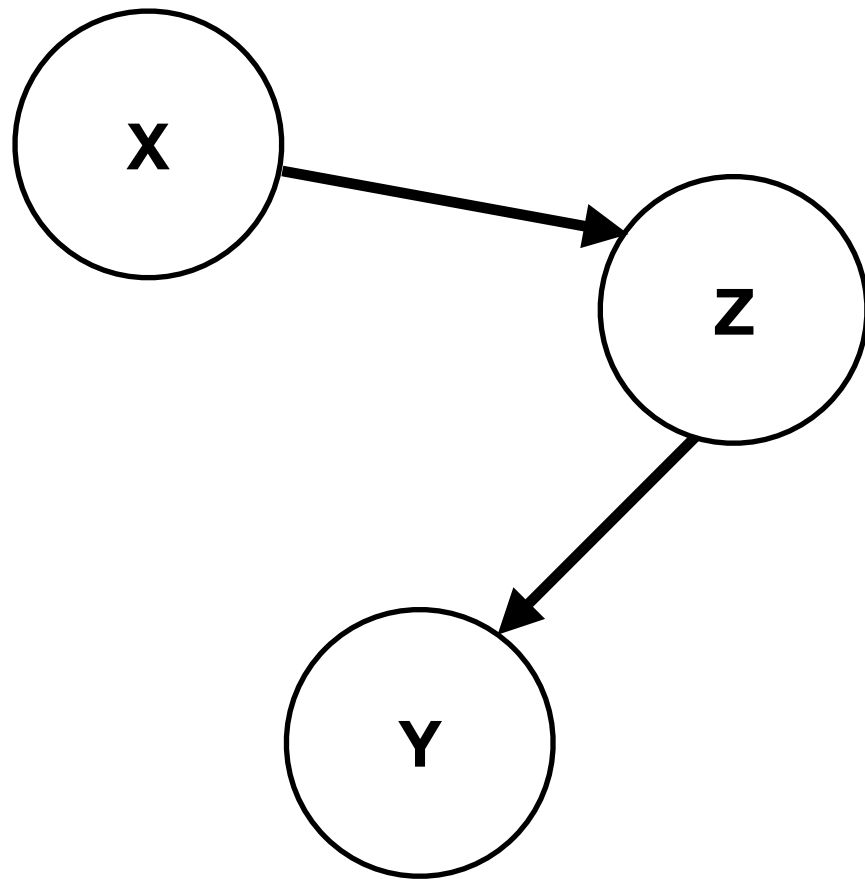
バックドアが「開いて」しまう：  
XとYに関係はないのに、経路が繋がってしまう

バックドアは存在しない

# 回帰分析における 合流点の扱い方

- 理論的に考えて合流点だと思われる変数は、**回帰分析から外す**

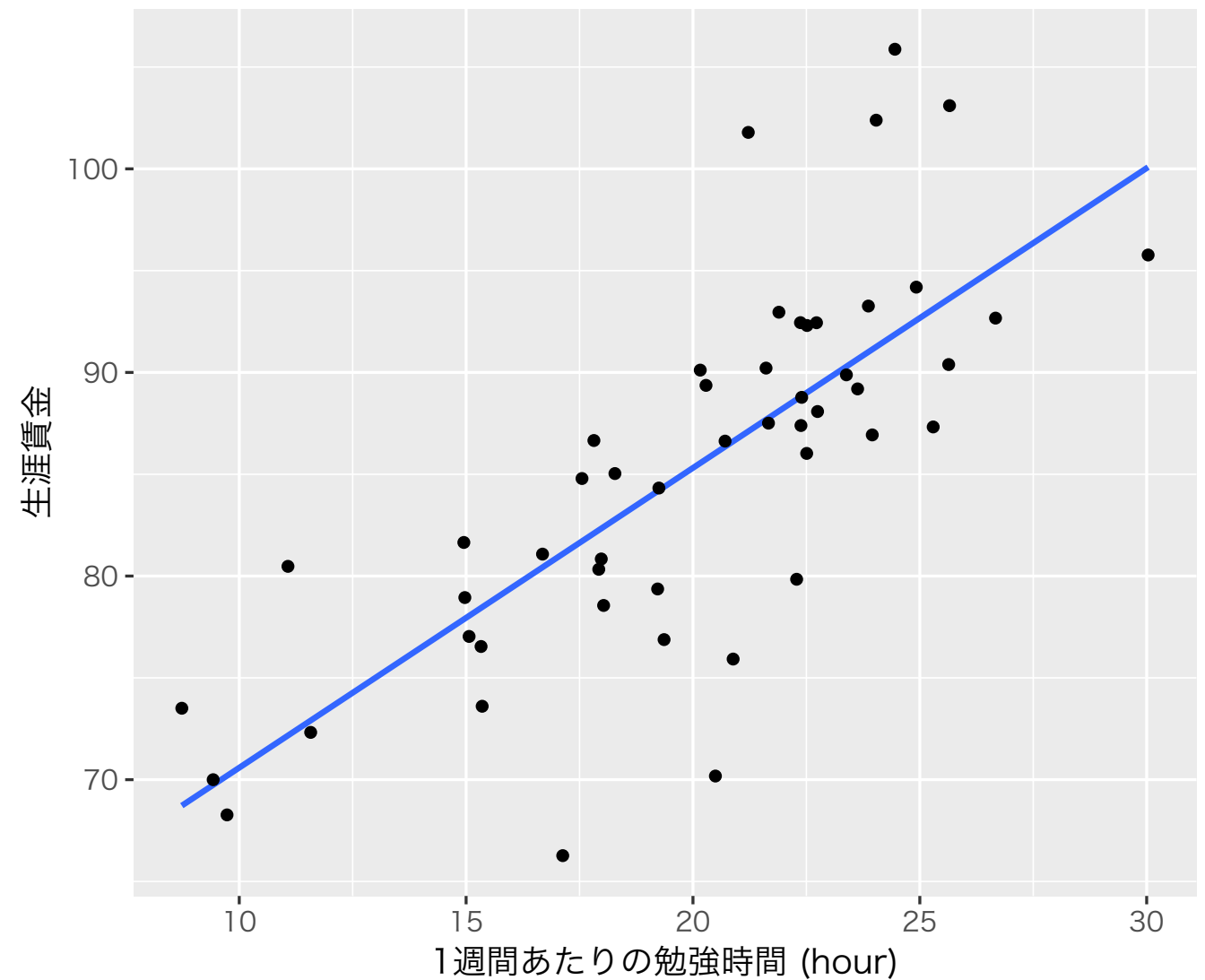
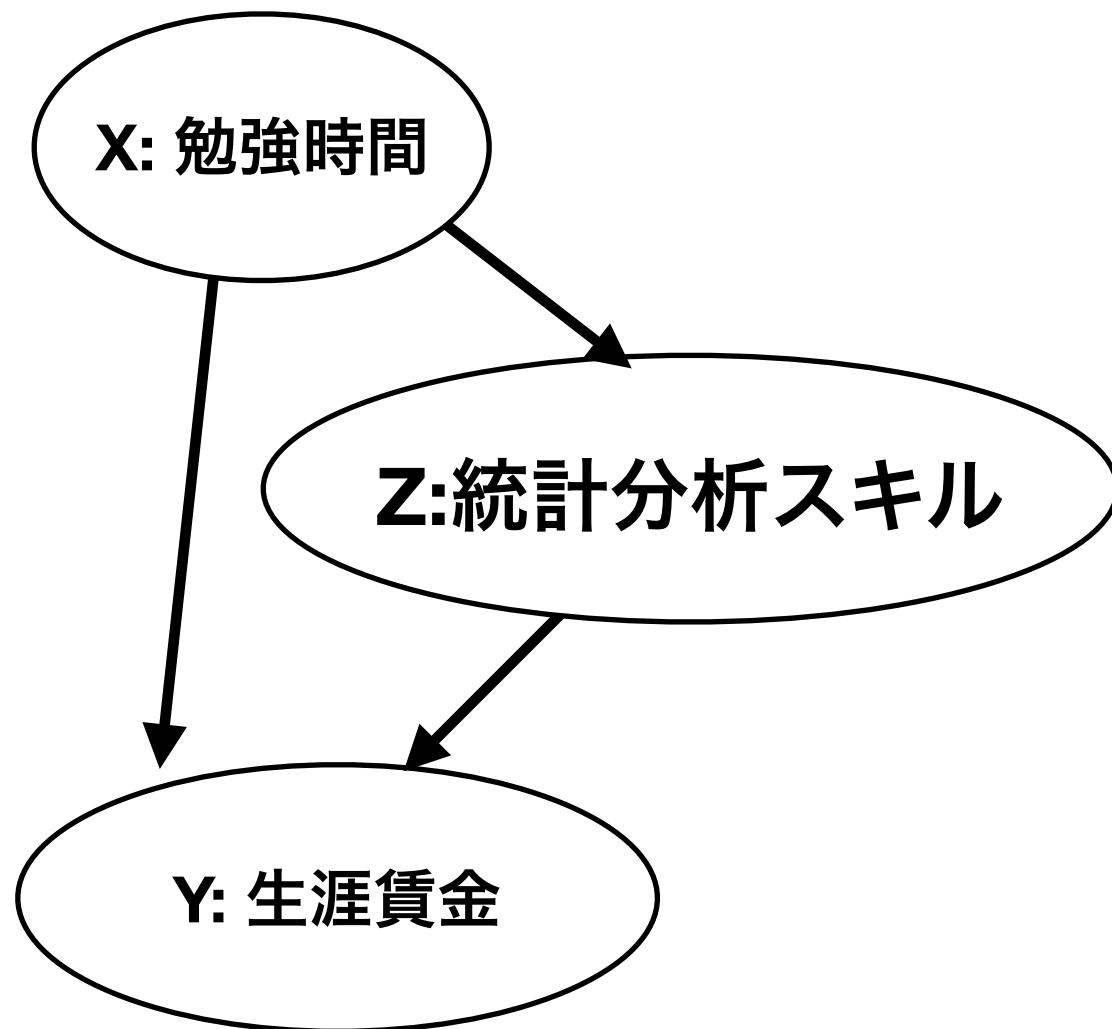
# Zが媒介変数のとき



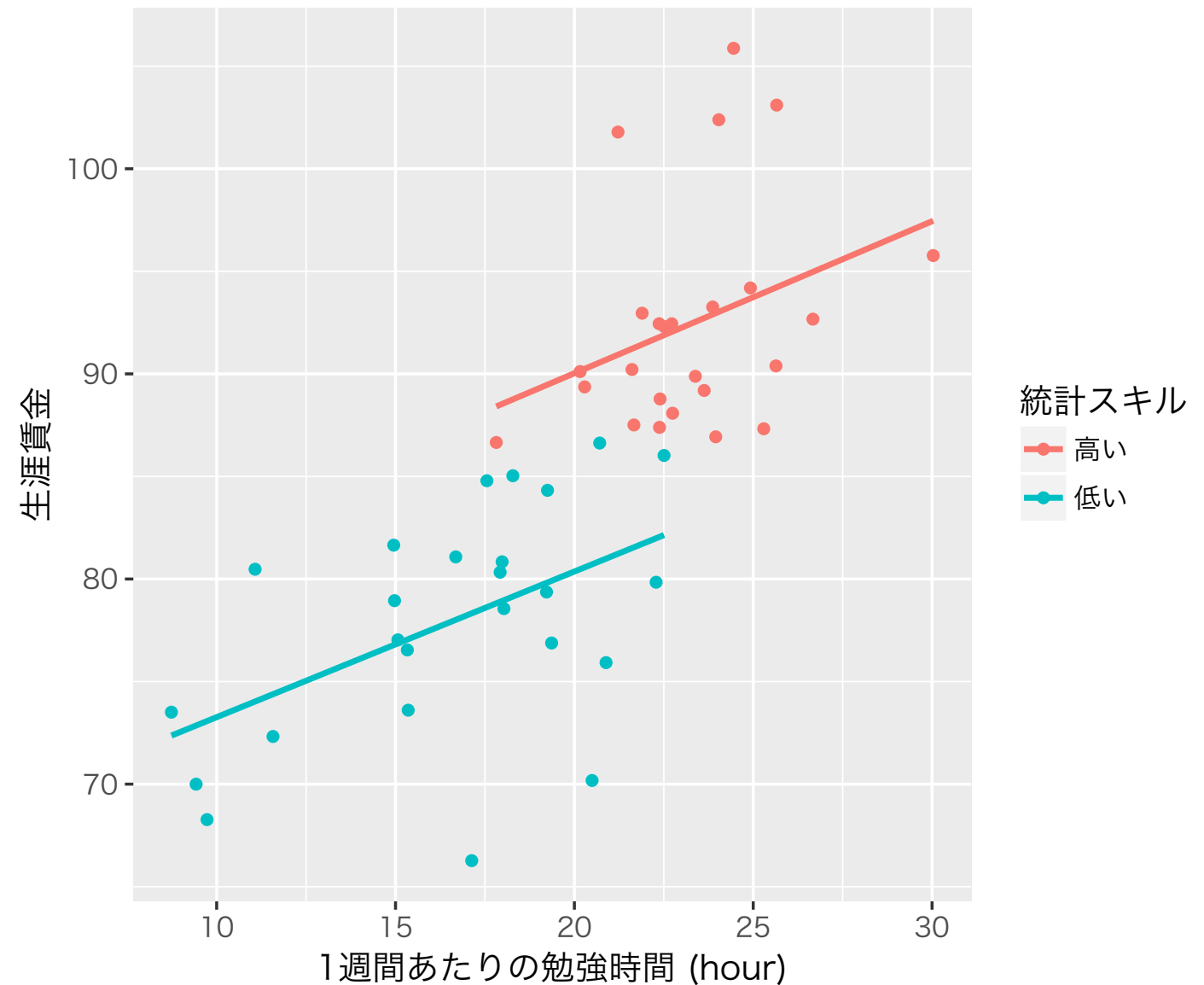
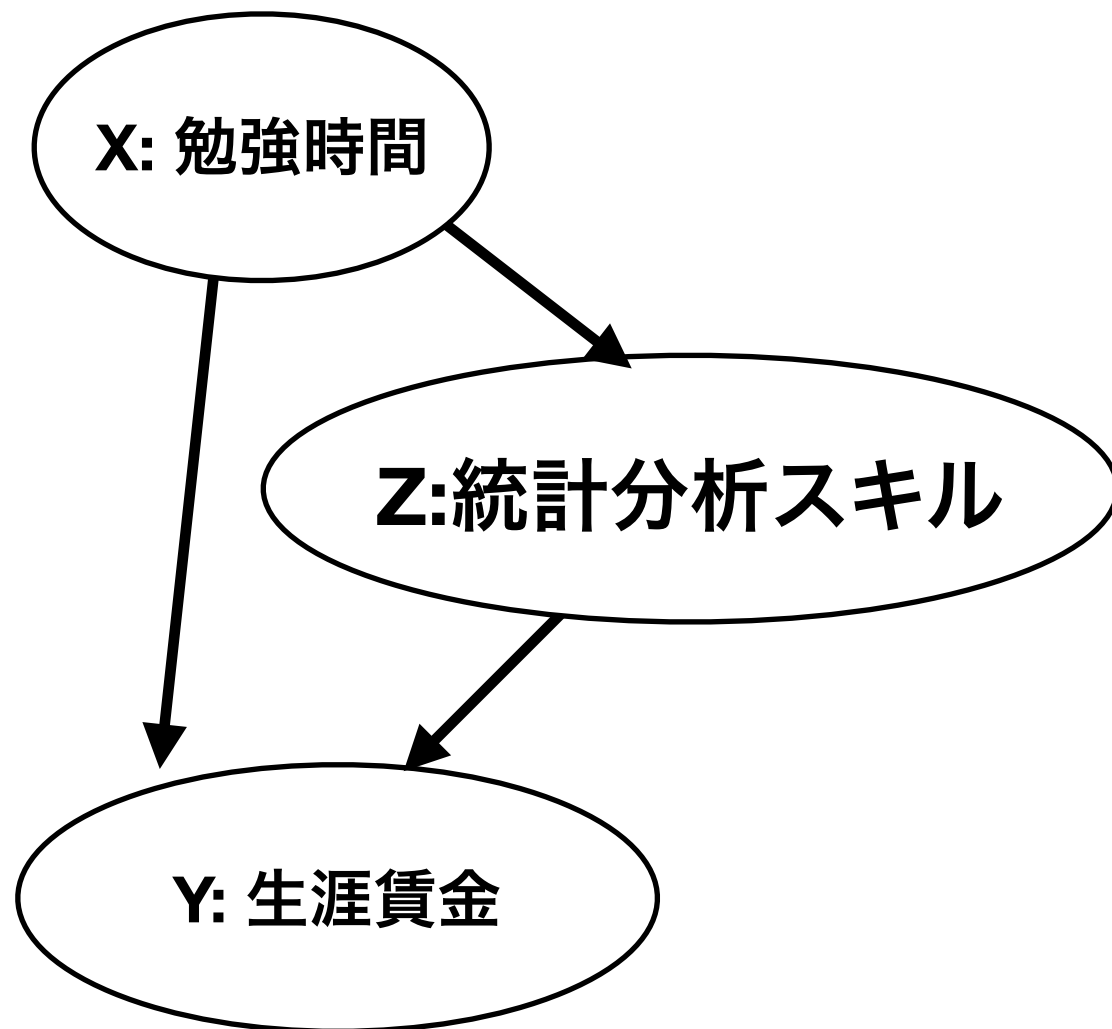
- Zを含まない単回帰モデルで、因果効果を推定できる



# 媒介変数を統制すると何が起こる？ (1)



# 媒介変数を統制すると何が起こる？ (2)



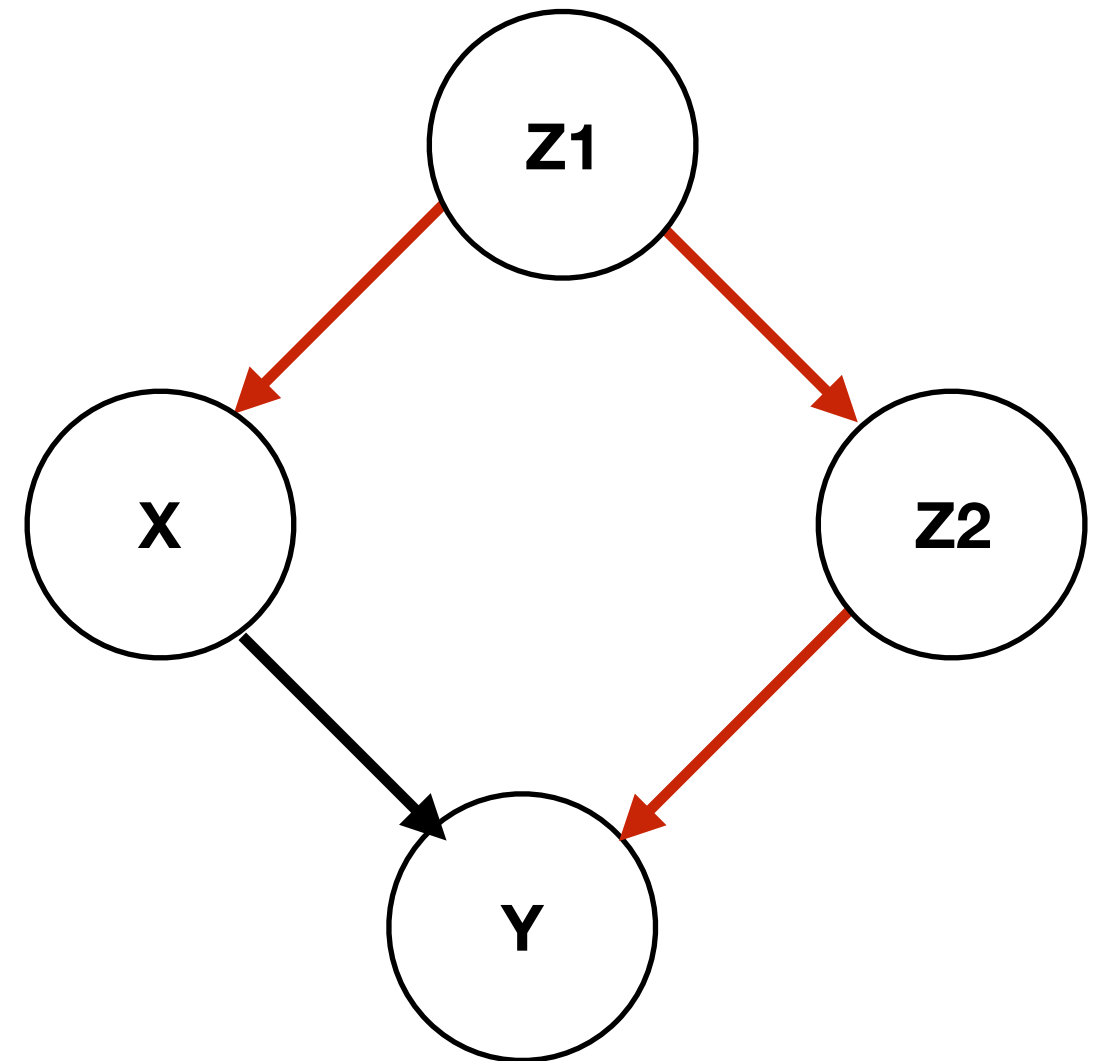
- 媒介変数Zを統制すると、XからYの経路が塞がれてしまう
  - ▶ 因果効果が過小評価される

# 回帰分析における 媒介変数の扱い方

- 理論的に考えて媒介変数（中間因子）だと思われる変数は、**回帰分析から外す**

# 変数の数が多いとき

- バックドアを閉じればよい
  - ▶ Z1を統制する
  - ▶ Z2を統制する
  - ▶ Z1 と Z2 を統制する



# その他の場合は？

- 交絡でもなく、合流点でもなく、媒介変数でもないZを統制すると何が起きる？
- 推定の効率性が落ちる（標準誤差が大きくなる）が、推定にバイアスは生じない

