

# 計量経済学

## 6. 因果推論 II

矢内 勇生

2019年10月24日

高知工科大学 経済・マネジメント学群

# 今日の目標

- ・ 因果推論の「根本問題」を解決する方法を考える
  - 個体の因果効果は見えない
  - 集団の因果効果を推定する
  - なぜ実験が「最善」なのか？

# 前回のまとめ

- 個体に関する因果効果（個体処置効果; ITE）
  - 潜在的結果の差
  - 潜在的結果は最大で一つしか観察できない
- 個体に関する因果効果は観察できない：因果推論の根本問題

# 複数の個体を考える

観察対象	潜在的結果		個体レベルの 因果効果
	$Y(1)$	$Y(0)$	
1	$Y_1(1)$	$Y_1(0)$	$Y_1(1) - Y_1(0)$
2	$Y_2(1)$	$Y_2(0)$	$Y_2(1) - Y_2(0)$
:	:	:	:
$i$	$Y_i(1)$	$Y_i(0)$	$Y_i(1) - Y_i(0)$
:	:	:	:
$N$	$Y_N(1)$	$Y_N(0)$	$Y_N(1) - Y_N(0)$

- ・個体レベルの因果効果 (ITE) は観察不能
- ・では、何なら観察できる？

# 集団の平均を考える

- **平均因果効果** (平均処置効果; average treatment effect: ATE)

$$E[\delta] = E[Y(1) - Y(0)] = E[Y(1)] - E[Y(0)]$$

- $E[Y(1)]$ : すべての個体が処置1を受けたときの結果の期待値
- $E[Y(0)]$ : すべての個体が処置0を受けたときの結果の期待値

# 処置群と統制群

- 処置の値が2種類（0か1）しかないとき
  - 処置1を受ける：処置を受ける
    - ▶ 処置を受けた個体のグループ：処置群（treatment group）、実験群
  - 処置0を受ける：処置を受けない
    - ▶ 処置を受けなかった個体のグループ：統制群（control group）、比較群

# \*期待値 (expected values)

$X$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\dots$	$x_n$
確率	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$\dots$	$p_n$

- 確率変数 $X$ の期待値 :  $E(X)$

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{i=1}^n x_i p_i \\ &= x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \cdots + x_n p_n \end{aligned}$$

# \*期待値の例 (1)

- 「公平な」サイコロを振ったときに出る目の期待値は？

目 (X)	1	2	3	4	5	6
確率	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

$$\begin{aligned} E(X) &= 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} \\ &= (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \frac{1}{6} \\ &= \frac{21}{6} = \frac{7}{2} \\ &= 3.5 \end{aligned}$$

## \*期待値の例 (2)

- 100分の1の確率で1万円が当たり、1000分の1の確率で10万円が当たるくじの賞金 ( $X$ ) の期待値は？

$$\begin{aligned} E(X) &= 10000 \frac{1}{100} + 100000 \frac{1}{1000} \\ &= 100 + 100 \\ &= 200 \end{aligned}$$

# 平均因果効果 (ATE) は観察できる？

- ・全個体が処置1を受けたとき :  $E[Y(1)]$  は観察（推定）可能
  - ・全個体が処置0を受けたとき :  $E[Y(0)]$  は観察（推定）可能
- $$ATE = E[Y(1) - Y(0)] = E[Y(1)] - E[Y(0)]$$
- ・処置1を受けた個体と処置0を受けた個体がいるとき : どちらの期待値も観察できない
  - ・ATE も観察できない!

# ATEの観察に失敗する例：手術 vs 投薬治療

## ガン患者の余命

患者ID	潜在的結果		因果効果 $Y_i(\text{手術}) - Y_i(\text{薬})$
	$Y_i(\text{手術})$	$Y_i(\text{薬})$	
1	7	1	+6
2	5	6	-1
3	5	1	+4
4	7	8	-1
平均	6	4	+2

- 手術のATE（平均処置効果） = 2
  - ▶ 手術すると余命が平均2年延びる

# 処置の割り当て

- ・ 善良で優秀な医者
  - ▶ 潜在的結果を（ある程度正確に）知っている
  - ▶ 患者の余命を延ばそうとする
  - ▶ それぞれの患者にとって最もいい治療法を選択する

患者	処置	観察される結果
1	手術	7
2	薬	6
3	手術	5
4	薬	8

- ・ 「誤った」因果推論：手術を受けた人の平均余命は $6 < 7$ 投薬を受けた人の平均余命は7：手術は平均余命は1年縮める！

# どこで間違った？

- 処置が患者の特性（共変量）によって変わる
  - ▶ 手術を受けた人たちと手術を受けなかった（投薬された）人たちに違いがある

$$E[Y(1) \mid D = 1] \neq E[Y(1) \mid D = 0]$$

$$E[Y(0) \mid D = 1] \neq E[Y(0) \mid D = 0]$$

$$\Rightarrow E[Y(1)] \neq E[Y(1) \mid D = 1], E[Y(0)] \neq E[Y(0) \mid D = 0]$$

# 観察したいものと観察できるもの

- 観察したいもの：
  - $E[Y(1)]$ : 全個体が処置1を受けたときの結果の期待値
  - $E[Y(0)]$ : 全個体が処置0を受けたときの結果の期待値
- 観察できる期待値：
  - $E[Y(1) | D = 1]$  : 実際に処置1を受けた個体が処置1を受けたときの結果の平均値
  - $E[Y(0) | D = 0]$  : 実際に処置0を受けた個体が処置0を受けたときの結果の平均値

# 何が計算できるか (1)

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}[Y(1) | D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) | D = 0] \\ &= \mathbb{E}[Y(1) | D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) | D = 0] \\ &\quad + (\mathbb{E}[Y(0) | D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) | D = 1]) \\ &= \mathbb{E}[Y(1) | D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) | D = 1] \\ &\quad + \mathbb{E}[Y(0) | D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) | D = 0] \\ &= \text{ATT} + \text{selection bias} \end{aligned}$$

- ATT (average treatment effect on the treated) :  
処置群における平均処置効果

# 何が計算できるか (2)

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}[Y(1) | D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) | D = 0] \\ &= \mathbb{E}[Y(1) | D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) | D = 0] \\ &\quad + (\mathbb{E}[Y(1) | D = 0] - \mathbb{E}[Y(1) | D = 0]) \\ &= \mathbb{E}[Y(1) | D = 0] - \mathbb{E}[Y(0) | D = 0] \\ &\quad + \mathbb{E}[Y(1) | D = 1] - \mathbb{E}[Y(1) | D = 0] \\ &= \text{ATC} + \text{selection bias} \end{aligned}$$

- ATC (average treatment effect on the controlled) : 統制群における平均処置効果

# Selection Bias

- ・セレクションバイアス
- ・処置を受ける（処置1）か処置を受けない（処置0）かが、結果の値によって異なる
  - 例：手術がうまくいきそうな人ほど手術を受け、手術が失敗しそうな人ほど手術を避ける
  - 例：いい成績が取れそうな人ほど勉強する
  - 例：就職できい人ほど職業訓練を受けやすい

# 観察データのバイアス

- 観察された値の平均値を比較しても、結果にバイアス（体系的な偏り）が混ざっている
  - バイアスを取り除きたい
  - どうすればいい？

# ATTを知りたいとき

$$E[Y(1) | D = 1] - E[Y(0) | D = 0] = ATT + \text{selection bias}$$

- selection bias = 0 なら、観察できる期待値の差がATT

$$\text{selection bias} = E[Y(0) | D = 1] - E[Y(0) | D = 0] = 0$$

$$\iff E[Y(0) | D = 1] = E[Y(0) | D = 0]$$

- 処置群 ( $D=1$ )と統制群 ( $D=0$ ) で処置を受けない場合の潜在的結果の期待値が同じなら、ATTが推定できる

# ATCを知りたいとき

$$E[Y(1) | D = 1] - E[Y(0) | D = 0] = ATC + \text{selection bias}$$

- selection bias = 0 なら、観察できる期待値の差がATC

$$\text{selection bias} = E[Y(1) | D = 1] - E[Y(1) | D = 0] = 0$$

$$\iff E[Y(1) | D = 1] = E[Y(1) | D = 0]$$

- 処置群 ( $D=1$ )と統制群 ( $D=0$ ) で処置を受けた場合の潜在的結果の期待値が同じなら、ATCが推定できる

# セレクションバイアスをなくす

- $E[Y(0) | D = 1] = E[Y(0) | D = 0]$ をどうやって実現する？
- $E[Y(1) | D = 1] = E[Y(1) | D = 0]$ をどうやって実現する？
- 最も簡単な方法：
  - 個体を処置群と統制群に無作為に振り分ける
  - Dの値をランダムに決める

# 処置のランダム割当の効果 (1)

- 処置Dの値をランダムに割り当てる：

$$E[Y(0) \mid D = 1] = E[Y(0) \mid D = 0]$$

かつ

$$E[Y(1) \mid D = 1] = E[Y(1) \mid D = 0]$$

$$E[Y(1)] = E[Y(1) \mid D = 1] = E[Y(1) \mid D = 0]$$

かつ

$$E[Y(0)] = E[Y(0) \mid D = 1] = E[Y(0) \mid D = 0]$$

# 処置のランダム割当の効果 (2)

- したがって、

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathbb{E}[Y(0) \mid D = 0] \\ &= \mathbb{E}[Y(1)] - \mathbb{E}[Y(0)] \\ &= \text{ATE} \end{aligned}$$

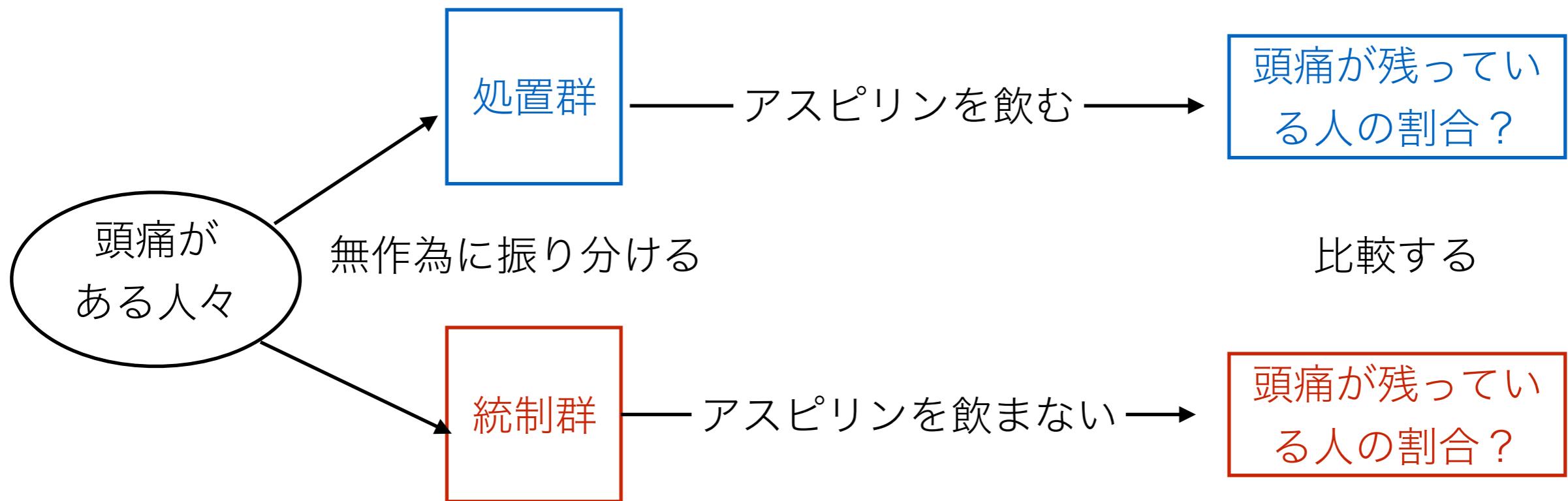
- 観察したものから、ATEが推測できる！

# 無作為化比較実験 (RCTs)

- ・ 対象集団を無作為（ランダム）に2つに分ける！
  - 無作為 (random) : 確率が等しい
- ・ 無作為に作られる2つの集団：よく似ている（集団としては交換可能な）はず
  - 処置群（実験群）：実験の刺激を与えられる集団（例：アスピリンを飲む）
  - 統制群（比較群）：比較の対象となる集団（例：アスピリンを飲まない）

**無作為化比較実験 (Randomized Controlled Trials: RCTs)**

# RCTで何をするか：頭痛とアスピリンの例



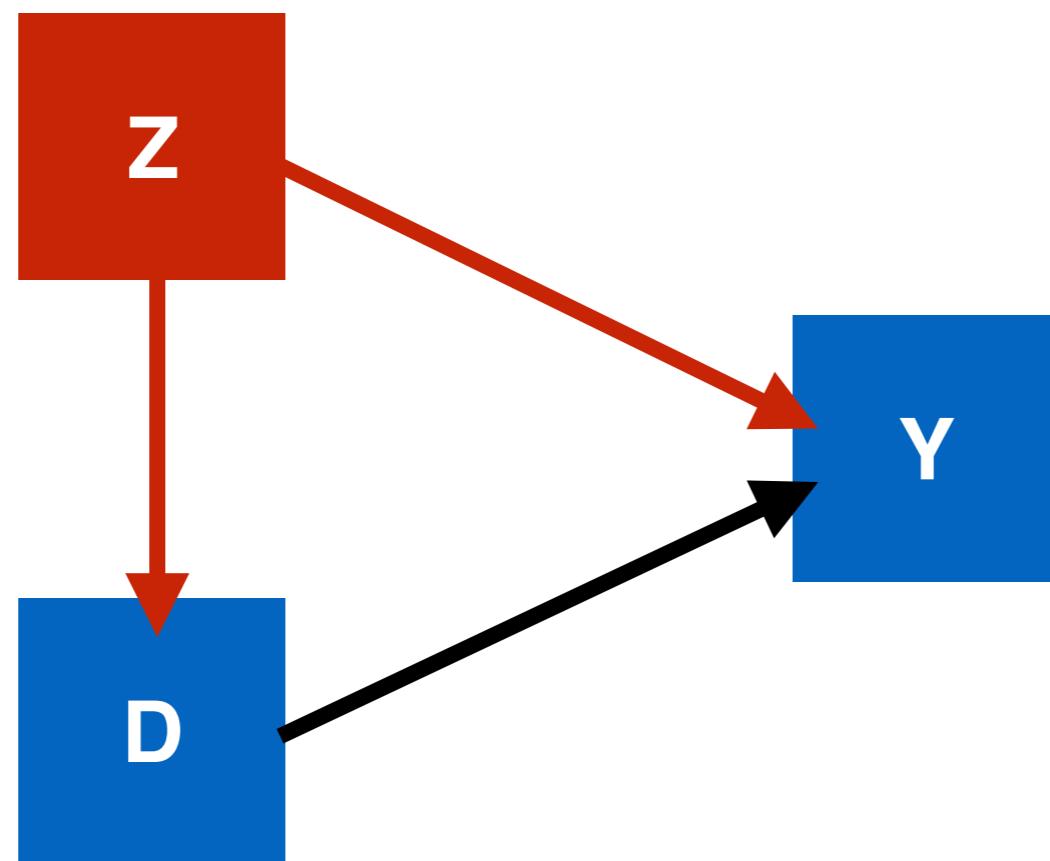
- ・ 処置群と統制群：アスピリンを飲むかどうか以外に差はない（無作為に選んでいるため）
- ・ もし結果に違いがあれば、考えられる要因はアスピリンの有無のみ
- ・ 平均的な因果関係を確かめられる

# 実験できないとき：調査・観察研究

- 調査・観察データを使った因果推論は難しい
  - 例：手術 vs 投薬
- なぜ難しいか？
  - 処置を受ける人と受けない人が「同じ」ではない

# 交絡 (confounder)

- 交絡変数 Z: 処置 D (処置を受ける確率) と結果 Y の両者に影響を与える変数



# 架空の例

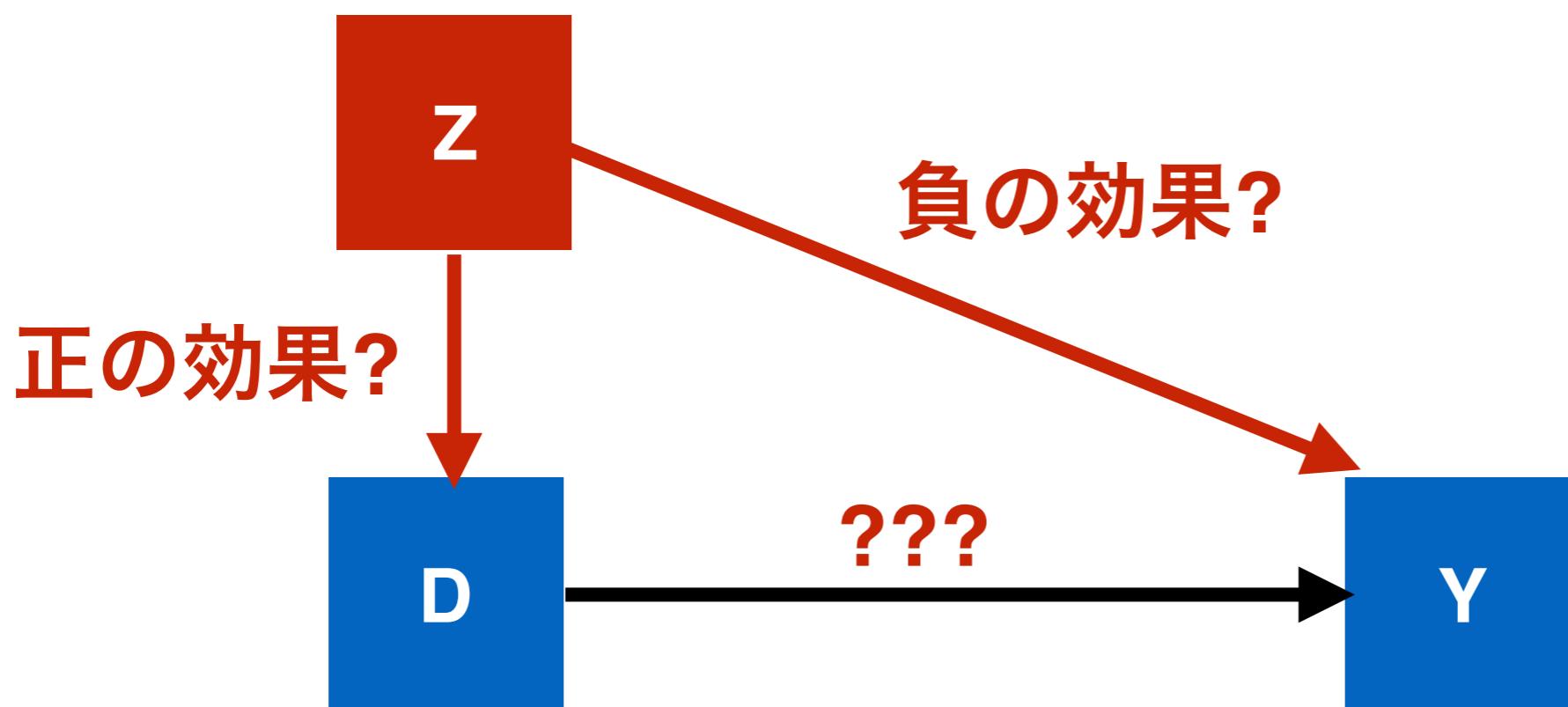
- ・ 「スポーツをする人ほど寿命が短い」 説
  - 処置 (D) : 「週に3回以上運動をするかどうか」
    - ▶ している人は1、していない人は0
  - 結果 (Y) : 生存年数 (何歳で死ぬか)

$$E[Y(1)] < E[Y(0)]$$



# 交絡の疑い

- 性別 (Z) が影響する?
  - 男性の方が「週に3回以上運動する」確率が高いかも
  - 男性の方が生物学的に寿命が短いかも



# 何が問題なのか？

- ・仮定をおく（単なる例であり、事実とは異なる）
  - 女性の平均寿命 = 81, 男性の平均寿命 = 75
  - 人口の男女比は1:1
  - 運動は、男性の方が2倍しやすい
- ・処置群の男女比は 2:1
- ・統制群の男女比は 1:2
- ・運動が寿命にまったく影響を与えるないとすると
  - 処置群の平均寿命：  $75 \cdot 2/3 + 81 \cdot 1/3 = 77$  ← 差がある！
  - 統制群の平均寿命：  $75 \cdot 1/3 + 81 \cdot 2/3 = 79$  ←

# 一つの対処法：交絡をブロックする

- ブロッキング (blocking)、細分類化 (subclassification)
  - 交絡変数の値によって、分析対象をグループ分けして分析する
- 性別が交絡なら、男性と女性を別に分析する

# 細分類化のイメージ

