計量経済学応用

13. ランダム化比較実験

矢内　勇生

2018年5月28日

高知工科大学　経済・マネジメント学群

期末レポートの提出方法

- ファイルの形式：PDF（MS Word のファイルは受け付けません）
  - ファイル名は、`ae2018-final-Lastname.pdf`（`Lastname` を自分の姓に変えること）
- メールの添付ファイルとして提出
  - メールの件名は：「計量経済学応用 期末レポート」
  - 本文に氏名と学籍番号を記載
- **提出期限：2018年6月5日（火）午後5時**（日本時間）
  - 締切厳守（遅れた場合は大幅に減点、成績に深刻な影響が出る）
  - 正当な理由があって提出が遅れる場合は、**事前に**相談すること（**事後の相談は一切受け付けない**）

今日の目標

- ランダム化比較実験のどこが「良い」のか理解する
- ランダム化比較実験と比較して、調査・観察データの何が悪いのか理解する
    - なぜ「マッチング」を使いたいのか？

因果関係

- 計量経済学の目的：因果関係の解明
    - 原因（説明変数 X）が結果（Y）に与える影響を推定する
- そのための方法
    - 統制変数を用いた重回帰分析（バックドアを閉じる）
    - 操作変数を用いた回帰分析（自然実験）
    - ランダム化比較実験：これが望ましい！

実験

- ランダム化比較実験 (Randomized Controlled Trials: RCT)
- シンプルな実験
  - 実験対象を2つのグループに分ける
  - 片方のグループに何らかの「処置」を施す
  - もう一方のグループにその「処置」を施さない
  - 2つのグループ間の結果の差を調べる
  - 「差」は「処置」の効果であると考える
- この方法はなぜ「良い」のか？

単純な例で考える

- 例：アスピリンと頭痛の関係
- 個人的理論：「アスピリンを飲んだおかげで頭痛が消えた」
  - 私のとった行動：アスピリンを飲む（vs. アスピリンを飲まない）
  - 結果：頭痛が消えた（vs. 頭痛が消えなかった）
- 因果推論：「アスピリンが頭痛を消した」

起こらなかった潜在的結果：反実仮想

- 事実に反することを想像する
  - 私がとった行動：アスピリンを飲む
  - もし違った行動をとっていたら何が起きた？
  - 上述の因果推論が正しければ：
    - 「アスピリンを飲まなければ、頭痛が残る」
  - 本当にそうか？

因果関係と潜在的結果

- 潜在的結果は、それぞれの行動に1つずつ考えられる
  - 2つの行動：アスピリンを（1）飲む or（2）飲まない
  - 2つの潜在的結果

    (i) アスピリンを飲んだ後に頭痛があるかないか

    (ii) アスピリンを飲まなかった後に頭痛があるかないか

★ 因果関係がある：潜在的結果 (i) と (ii) に差がある

因果推論の根本問題

- 因果推論：2つの潜在的結果を比べればよい
- 問題：それぞれの観察対象について、潜在的結果は（最大で）1つしか観察できない

★ 因果推論の根本問題 (Holland 1986)

記号の導入

- 疑問：ある個人 *i* の頭痛は、*i* がアスピリンを飲むことで消える？
- 処置（原因、説明変数）： $D_i \in \{0,1\}$
    - 0 はアスピリンなし、1はアスピリンあり
- 結果： $Y_i \in \{0,1\}$
    - 0は頭痛なし、1は頭痛あり
- $Y_i(D_i)$: 処置が D_i のときの潜在的結果 (potential outcomes)
    - $Y_i = Y_i(1)$ if $D_i = 1$
    - $Y_i = Y_i(0)$ if $D_i = 0$

潜在的結果と観察される結果

- 観察される結果：

$$\begin{aligned} Y_i &= D_i Y_i(1) + (1 - D_i) Y_i(0) \\ &= Y_i(0) + D_i \left[Y_i(1) - Y_i(0) \right] \end{aligned}$$

  - $D_i = 0$（処置なし）のときに観察される結果：

$$Y_i = 0 \cdot Y_i(1) + (1 - 0) Y_i(0) = Y_i(0)$$

  - $D_i = 1$（処置あり）のときに観察される結果：

$$Y_i = 1 \cdot Y_i(1) + (1 - 1) Y_i(0) = Y_i(1)$$

潜在的結果の組み合わせパタン

(1)アスピリンを飲んだときだけ頭痛が消える

$$Y_i(1) = 0, Y_i(0) = 1$$

(2)アスピリンを飲んでも飲まなくても頭痛は消えない

$$Y_i(1) = 1, Y_i(0) = 1$$

(3)アスピリンを飲んでも飲まなくても頭痛は消える

$$Y_i(1) = 0, Y_i(0) = 0$$

(4)アスピリンを飲んだときだけ頭痛が残る

$$Y_i(1) = 1, Y_i(0) = 0$$

- 「アスピリンが頭痛を消した」というためには、どれが必要？

潜在的結果の組み合わせパタン

(1)アスピリンを飲んだときだけ頭痛が消える（因果効果）

$$Y_i(1) = 0, Y_i(0) = 1$$

(2)アスピリンを飲んでも飲まなくても頭痛は消えない（効果なし）

$$Y_i(1) = 1, Y_i(0) = 1$$

(3)アスピリンを飲んでも飲まなくても頭痛は消える（効果なし）

$$Y_i(1) = 0, Y_i(0) = 0$$

(4)アスピリンを飲んだときだけ頭痛が残る（因果効果だが…）

$$Y_i(1) = 1, Y_i(0) = 0$$

- (1) であることを示したい！

因果効果の定義

- 個人（個体）*i* についての因果効果 (individual treatment effect: ITE)：

$$\mathrm{ITE}_i \equiv Y_i(1) - Y_i(0)$$

- アスピリンと頭痛の例
  - $Y_i(1) = Y_i(0) \Leftrightarrow \mathrm{ITE}_i = 0$：因果効果なし
  - $Y_i(1) \neq Y_i(0) \Leftrightarrow \mathrm{ITE}_i \neq 0$：因果効果あり
    - $\mathrm{ITE}_i = -1$：アスピリンが頭痛を消す
    - $\mathrm{ITE}_i = 1$：アスピリンが頭痛を残す（長引かせる）
- 個体の因果効果 (ITE)：同一個体、同一時間における潜在的結果の差

ダメな因果推論の例 (1)

- 処置前と処置後を比較する
  - 証拠：アスピリンを飲む前は頭痛があったが、飲んだ後は頭痛が消えた
  - 結論：「アスピリンが頭痛を消した」
  - これはダメ！なぜか？
  - $Y_{後}(1) = 0$ かつ $Y_{後}(0) = 0$ かもしれない
  - アスピリンを飲んでも飲まなくても頭痛は消えたという可能性が残る

ダメな因果推論の例 (2)

- 異なる個体（個人）を比較する
  - 証拠：Aさんはアスピリンを飲んで頭痛が消えた。Bさんはアスピリンを飲まずに頭痛が残った
  - 結論：「アスピリンが頭痛を消した」
  - これはダメ！なぜか？
  - $Y_A(1) = 0, Y_A(0) = 0, Y_B(1) = 1, Y_B(0) = 1$ かもしれない
  - Aさんの頭痛はアスピリンを飲んでも飲まなくても消え、Bさんの頭痛は飲んでも飲まなくても残った可能性

分析単位 (unit of analysis)

- 処置は、個体 (unit) に与えらる
- 分析単位になり得るのは、
  - 物体
  - 人間
  - 国家、都道府県、州など
  - 物や個人の集合体

  など
- 分析単位は、ある特定の時間に定められる
  - 「昨日の私」は「今日の私」ではない！

因果推論の根本問題

処置の割当前

処置	潜在的結果 $Y_i(1)$	潜在的結果 $Y_i(0)$
?	Y_i として観察可能性あり	Y_i として観察可能性あり

ITE は観察不能！

処置の割当後

処置	潜在的結果 $Y_i(1)$	潜在的結果 $Y_i(0)$
処置あり $D_i = 1$	Y_i として観察	**欠測**
処置なし $D_i = 0$	**欠測**	Y_i として観察

潜在的結果と因果推論

- 潜在的結果のペア（結果が3種類以上のときは集合）を考える：$\{Y_i(1), Y_i(0)\}$
    - 各分析単位について、すべての潜在的結果を明らかにする必要
- それぞれの個体について、複数の潜在的結果のうち観察できるのは最大で1つ

複数の個体を考える

個体番号	潜在的結果 $Y(1)$	$Y(0)$	個体レベルの因果効果
1	$Y_1(1)$	$Y_1(0)$	$Y_1(1)-Y_1(0)$
2	$Y_2(1)$	$Y_2(0)$	$Y_2(1)-Y_2(0)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i	$Y_i(1)$	$Y_i(0)$	$Y_i(1)-Y_i(0)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
N	$Y_N(1)$	$Y_N(0)$	$Y_N(1)-Y_N(0)$

- 個体レベルの因果効果 (ITEs) は観察不可能：どうする？

平均処置効果

- 平均処置効果 (average treatment effect: ATE, or average causal effect: ACE) ：

$$\mathrm{ATE} \equiv \mathrm{E}[\mathrm{ITE}] = \mathrm{E}[Y(1) - Y(0)] = \mathrm{E}[Y(1)] - \mathrm{E}[Y(0)]$$

  - $\mathrm{E}[Y(1)]$：すべての個体が処置を受けた場合の結果の期待値
  - $\mathrm{E}[Y(0)]$ ：すべての個体が処置を受けなかった場合の結果の期待値
  - $\mathrm{E}[Y(1)]$ か $\mathrm{E}[Y(0)]$ のどちらかを観察することは可能、しかし両方は観察できない
  - ATEも観察できない！

何が観察できるか

- 処置を受けた個体と処置を受けなかった個体があるとき
  - 処置を受けた個体について観察できること：

$$\mathrm{E}[Y(1) \mid D = 1]$$

  - 処置を受けなかった個体について観察できること：

$$\mathrm{E}[Y(0) \mid D = 0]$$

- 求められるもの： $\mathrm{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathrm{E}[Y(0) \mid D = 0]$

- 問題：

$$\mathrm{E}[Y(1)] \overset{?}{=} \mathrm{E}[Y(1) \mid D = 1]$$

$$\mathrm{E}[Y(0)] \overset{?}{=} \mathrm{E}[Y(0) \mid D = 0]$$

潜在的結果と観測値

表：潜在的結果（1）

D	$Y(1)$	$Y(0)$	ITE
?	1	1	0
?	1	1	0
?	1	0	1
?	1	0	1
?	0	1	-1
?	0	1	-1
?	0	1	-1
?	0	1	-1
?	0	0	0
?	0	0	0
平均値	0.4	0.6	-0.2

表：潜在的結果（2）

D	$Y(1)$	$Y(0)$	ITE
?	1	1	0
?	1	1	0
?	1	0	1
?	1	0	1
?	0	1	-1
?	0	1	-1
?	0	1	-1
?	0	1	-1
?	0	0	0
?	0	0	0
平均値	0.4	0.6	-0.2

- 2つの表は同じ（私たちが「神」なら、この表のように因果効果がわかる）

潜在的結果と観測値

表：観測された結果（1）

D	$Y(1)$	$Y(0)$	ITE
1	1	?	?
0	?	1	?
1	1	?	?
0	?	0	?
1	0	?	?
0	?	1	?
1	0	?	?
0	?	1	?
1	0	?	?
0	?	0	?
平均値	0.4	0.6	-0.2

表：観測された結果（2）

D	$Y(1)$	$Y(0)$	ITE
1	1	?	?
1	1	?	?
1	1	?	?
1	1	?	?
1	0	?	?
0	?	1	?
0	?	1	?
0	?	1	?
0	?	0	?
0	?	0	?
平均値	0.8	0.6	**0.2**

- 2つの表の違いは何？

例：手術 vs 投薬治療

ガン患者の余命

	潜在的結果		因果効果
患者ID	$Y_i($ 手術 $)$	$Y_i($ 薬 $)$	$Y_i($ 手術 $) - Y_i($ 薬 $)$
1	7	1	$+6$
2	5	6	-1
3	5	1	$+4$
4	7	8	-1
平均	6	4	$+2$

- ATE = 2：手術すると余命が平均2年延びる

処置をどう割り当てるか

- 善良で優秀な医者
  - 潜在的結果を（ある程度正確に）知っている
  - 患者の余命を延ばそうとする
  - それぞれの患者にとって最もいい治療法を選択する

患者	処置	観察される結果
1	手術	7
2	薬	6
3	手術	5
4	薬	8

- 「誤った」因果推論：手術を受けた人の平均余命は6 < 投薬を受けた人の平均余命は7：手術は平均余命は1年縮める！

どこで間違った？

- 処置が患者の特性（共変量）によって変わる
  - 手術を受けた人たちと手術を受けなかった（投薬された）人たちに違いがある

$$\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] \neq \mathrm{E}[Y(1) \mid D=0]$$

$$\mathrm{E}[Y(0) \mid D=1] \neq \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0]$$

$$\Rightarrow \mathrm{E}[Y(1)] \neq \mathrm{E}[Y(0) \mid D=1], \mathrm{E}[Y(0)] \neq \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0]$$

何が必要？

$$\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] = \mathrm{E}[Y(1) \mid D=0]$$

かつ

$$\mathrm{E}[Y(0) \mid D=1] = \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0]$$

だと嬉しい！

- これを平均独立 (mean independence) と呼ぶ
- このとき、

$$\begin{aligned} &\mathrm{E}[Y \mid D=1] - \mathrm{E}[Y \mid D=0] \\ =&\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] - \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0] \\ =&\mathrm{E}[Y(1)] - \mathrm{E}[Y(0)] \\ =&\mathrm{ATE} \end{aligned}$$

平均独立の条件は？

- 平均独立の十分条件：処置と潜在的結果が独立

$$\{Y(1), Y(0)\} \perp D$$

- これをどうやって達成する？
  - 処置をランダムに割り当てる！
  - 各個体について、 $0 < \Pr(D_i = 1) < 1$

★ランダム化比較実験で平均処置効果を調べられる！

実験と平均処置効果

- 無作為割当てがうまくいくことが必要
- 1回の実験で正しい平均処置効果が得られるわけではない（誤差がある）
- 同じ実験を繰り返せば、平均すると平均処置効果が正しく推定できるはず

処置群と比較群

- 処置を受けるグループ：処置群 (treatment group、実験群）
- 処置を受けない（あるいは異なる処置を受ける）グループ：統制群 (control group、比較群、対照群）
- 処置の割り当ては、2通り考えられる（どちらでもいい）
    - 各個体をいずれかのグループに割当てる
    - 各個体に、処置をするかしないかを決める
- 実際の割当確率は様々（1対1にする必要はない）

理想的な実験

- 頭痛薬の効き具合には性別、年齢、体重が関係ありそうだとする
    - 必要な条件は、処置群と比較群で
        - 男女比が等しい
        - 平均年齢が等しい
        - 平均体重が等しい
- ランダム割当なら、これらに加え
    - 処置群と比較群で
        - 性別の分布が等しい（2値変数なので、平均が等しいのと同値
        - 年齢の分布が等しい
        - 体重の分布が等しい
- 無作為割当てがうまくいけば、これら3つの変数だけでなく、ここで考慮していない他の変数についても、分布が等しくなる！

観察データ

- 処置の割当がランダムではない！
- 例：大学教育が所得に与える因果効果を知りたい
  - 大学に行くかどうかはランダムに決まらない：所得が高くなりやすい人の方が大学に行く確率が高いかも
- 例：テレビの視聴時間が学力に与える因果効果を知りたい
  - 元々学力が低い（勉強が嫌いな）生徒・学生ほどテレビを観る時間が長いかも？

実験データと観察データの違い

- 実験データ
  - 処置群と実験群の特徴が同じ
- 観察データ
  - 処置を受けた個体と処置を受けていない個体の特徴が異なる！
- 対処法：
  - 処置を受けた個体 A に対し、
  - 処置を受けていない個体の中で、処置を受けたかどうか以外の特徴がAと同じ個体Bを見つけ、
  - A と B を比較する
- マッチング法