計量経済学

4. 因果推論 II

矢内　勇生

2018年10月16日

高知工科大学　経済・マネジメント学群

今日の目標

- 因果推論の「根本問題」を解決する方法を考える
  - 個体の因果効果は見えない
  - 集団の因果効果を推定する
  - なぜ実験が「最善」なのか？

前回のまとめ

- 個体に関する因果効果（個体処置効果; ITE）
  - 潜在的結果の差
  - 潜在的結果は最大で一つしか観察できない
- 個体に関する因果効果は観察できない：因果推論の根本問題

複数の個体を考える

観察対象	潜在的結果 $Y(1)$	$Y(0)$	個体レベルの因果効果
1	$Y_1(1)$	$Y_1(0)$	$Y_1(1) - Y_1(0)$
2	$Y_2(1)$	$Y_2(0)$	$Y_2(1) - Y_2(0)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i	$Y_i(1)$	$Y_i(0)$	$Y_i(1) - Y_i(0)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
N	$Y_N(1)$	$Y_N(0)$	$Y_N(1) - Y_N(0)$

- 個体レベルの因果効果 (ITE) は観察不能
- では、何なら観察できる？

集団の平均を考える

- **平均因果効果**（平均処置効果; average treatment effect: **ATE**）

$$\mathrm{E}[\delta] = \mathrm{E}[Y(1) - Y(0)] = \mathrm{E}[Y(1)] - \mathrm{E}[Y(0)]$$

  - $\mathrm{E}[Y(1)]$：すべての個体が処置1を受けたときの結果の期待値

  - $\mathrm{E}[Y(0)]$：すべての個体が処置0を受けたときの結果の期待値

処置群と統制群

- 処置の値が2種類（0か1）しかないとき
  - 処置1を受ける：処置を受ける
    - 処置を受けた個体のグループ：処置群 (treatment group)、実験群
  - 処置0を受ける：処置を受けない
    - 処置を受けなかった個体のグループ：統制群 (control group)、比較群

*期待値 (expected values)

X	x_1	x_2	x_3	$\dots$	x_n
確率	p_1	p_2	p_3	$\dots$	p_n

- 確率変数Xの期待値：E(X)

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X) &= \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \\ &= x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \cdots x_np_n\end{aligned}$$

*期待値の例 (1)

- 「公平な」サイコロを振ったときに出る目の期待値は？

目 (X)	1	2	3	4	5	6
確率	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}(X) &= 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} \\
&= (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)\frac{1}{6} \\
&= \frac{21}{6} = \frac{7}{2} \\
&= 3.5
\end{aligned}$$

*期待値の例 (2)

- 100分の1の確率で1万円が当たり、1000分の1の確率で10万円が当たるくじの賞金 (X) の期待値は？

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}(X) &= 10000\frac{1}{100} + 100000\frac{1}{1000} \\
&= 100 + 100 \\
&= 200
\end{aligned}
$$

平均因果効果 (ATE) は観察できる？

- 全個体が処置1を受けたとき：$\mathrm{E}[Y(1)]$は観察（推定）可能
- 全個体が処置0を受けたとき：$\mathrm{E}[Y(0)]$は観察（推定）可能

$$\mathrm{ATE} = \mathrm{E}[Y(1) - Y(0)] = \mathrm{E}[Y(1)] - \mathrm{E}[Y(0)]$$

- 処置1を受けた個体と処置0を受けた個体がいるとき：どちらの期待値も観察できない
- **ATE も観察できない!**

ATEの観察に失敗する例：手術 vs 投薬治療

ガン患者の余命

	潜在的結果		因果効果
患者ID	$Y_i($ 手術 $)$	$Y_i($ 薬 $)$	$Y_i($ 手術 $) - Y_i($ 薬 $)$
1	7	1	$+6$
2	5	6	-1
3	5	1	$+4$
4	7	8	-1
平均	6	4	$+2$

- 手術のATE（平均処置効果） = 2
    - 手術すると余命が平均2年延びる

処置の割り当て

- 善良で優秀な医者
  - 潜在的結果を（ある程度正確に）知っている
  - 患者の余命を延ばそうとする
  - それぞれの患者にとって最もいい治療法を選択する

患者	処置	観察される結果
1	手術	7
2	薬	6
3	手術	5
4	薬	8

- 「誤った」因果推論：手術を受けた人の平均余命は6 < 投薬を受けた人の平均余命は7：手術は平均余命は1年縮める！

どこで間違った？

- 処置が患者の特性（共変量）によって変わる
  - 手術を受けた人たちと手術を受けなかった（投薬された）人たちに違いがある

$$\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] \neq \mathrm{E}[Y(1) \mid D=0]$$

$$\mathrm{E}[Y(0) \mid D=1] \neq \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0]$$

$$\Rightarrow \mathrm{E}[Y(1)] \neq \mathrm{E}[Y(1) \mid D=1], \mathrm{E}[Y(0)] \neq \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0]$$

観察したいものと観察できるもの

- 観察したいもの：
  - $\mathrm{E}[Y(1)]$: 全個体が処置1を受けたときの結果の期待値
  - $\mathrm{E}[Y(0)]$: 全個体が処置0を受けたときの結果の期待値
- 観察できる期待値：
  - $\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1]$：実際に処置1を受けた個体が処置1を受けたときの結果の平均値
  - $\mathrm{E}[Y(0) \mid D=0]$：実際に処置0を受けた個体が処置0を受けたときの結果の平均値

何が計算できるか (1)

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] - \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0] \\
=&\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] - \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0] \\
&+ (\mathrm{E}[Y(0) \mid D=1] - \mathrm{E}[Y(0) \mid D=1]) \\
=&\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] - \mathrm{E}[Y(0) \mid D=1] \\
&+ \mathrm{E}[Y(0) \mid D=1] - \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0] \\
=&\mathrm{ATT} + \mathrm{selection\ bias}
\end{aligned}
$$

- ATT (average treatment effect on the treated)：処置群における平均処置効果

何が計算できるか (2)

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] - \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0] \\
=&\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] - \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0] \\
&\quad + (\mathrm{E}[Y(1) \mid D=0] - \mathrm{E}[Y(1) \mid D=0]) \\
=&\mathrm{E}[Y(1) \mid D=0] - \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0] \\
&\quad + \mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] - \mathrm{E}[Y(1) \mid D=0] \\
=&\mathrm{ATC} + \text{selection bias}
\end{aligned}
$$

- ATC (average treatment effect on the controlled)：統制群における平均処置効果

Selection Bias

- セレクションバイアス

- 処置を受ける（処置1）か処置を受けない（処置0）かが、結果の値によって異なる

  - 例：手術がうまくいきそうな人ほど手術を受け、手術が失敗しそうな人ほど手術を避ける

  - いい成績が取れそうな人ほど勉強する

  - 例：就職できなそうな人ほど職業訓練を受けやすい

観察データのバイアス

- 観察された値の平均値を比較しても、結果にバイアス（体系的な偏り）が混ざっている
  - バイアスを取り除きたい
  - どうすればいい？

ATTを知りたいとき

$$\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] - \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0] = \mathrm{ATT} + \text{selection bias}$$

- selection bias = 0 なら、観察できる期待値の差がATT

$$\text{selection bias} = \mathrm{E}[Y(0) \mid D=1] - \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0] = 0$$

$$\iff \mathrm{E}[Y(0) \mid D=1] = \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0]$$

- 処置群 (D=1)と統制群 (D=0) で処置を受けない場合の潜在的結果が同じなら、ATTが推定できる

ATCを知りたいとき

$$\mathrm{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathrm{E}[Y(0) \mid D = 0] = \mathrm{ATC} + \mathrm{selection\ bias}$$

- selection bias = 0 なら、観察できる期待値の差がATC

$$\mathrm{selection\ bias} = \mathrm{E}[Y(1) \mid D = 1] - \mathrm{E}[Y(1) \mid D = 0] = 0$$

$$\iff \mathrm{E}[Y(1) \mid D = 1] = \mathrm{E}[Y(1) \mid D = 0]$$

- 処置群 (D=1)と統制群 (D=0) で処置を受けた場合の潜在的結果が同じなら、ATCが推定できる

セレクションバイアスをなくす

- $\mathrm{E}[Y(0) \mid D=1] = \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0]$をどうやって実現する？
- $\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] = \mathrm{E}[Y(1) \mid D=0]$をどうやって実現する？
- 最も簡単な方法：
  - 個体を処置群と統制群に無作為に振り分ける
  - Dの値をランダムに決める

処置のランダム割当の効果 (1)

- 処置Dの値をランダムに割り当てる：

$$\mathrm{E}[Y(0) \mid D=1] = \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0]$$

かつ

$$\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] = \mathrm{E}[Y(1) \mid D=0]$$

$$\mathrm{E}[Y(1)] = \mathrm{E}[Y(1) \mid D=1] = \mathrm{E}[Y(1) \mid D=0]$$

かつ

$$\mathrm{E}[Y(0)] = \mathrm{E}[Y(0) \mid D=1] = \mathrm{E}[Y(0) \mid D=0]$$

処置のランダム割当の効果 (2)

- したがって、

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{E}[Y(1) \mid D=1]-\mathrm{E}[Y(0) \mid D=0] \\
=&\mathrm{E}[Y(1)]-\mathrm{E}[Y(0)] \\
=&\mathrm{ATE}
\end{aligned}
$$

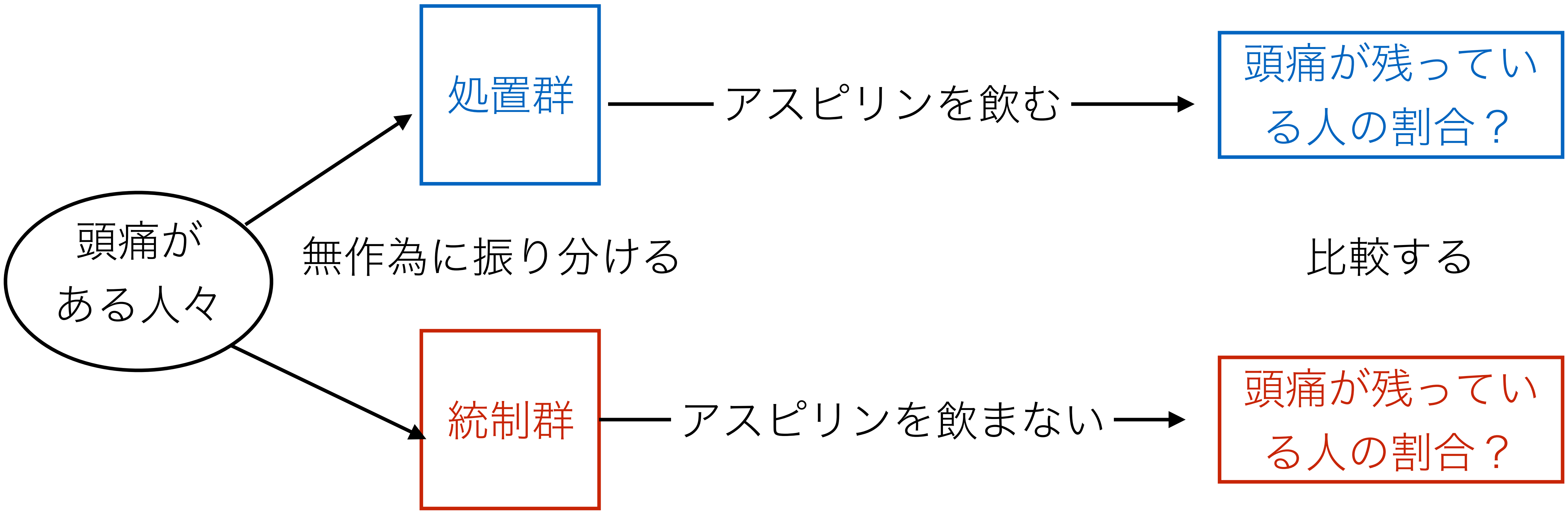
- 観察したものから、ATEが推測できる！

無作為化比較実験 (RCTs)

- 対象集団を無作為（ランダム）に2つに分ける！
  - 無作為 (random)：確率が等しい
- 無作為に作られる2つの集団：よく似ている（集団としては交換可能な）はず
  - 処置群（実験群）：実験の刺激を与えられる集団（例：アスピリンを飲む）
  - 統制群（比較群）：比較の対象となる集団（例：アスピリンを飲まない）

無作為化比較実験 (Randomized Controlled Trials: RCT)

RCTで何をするか：頭痛とアスピリンの例



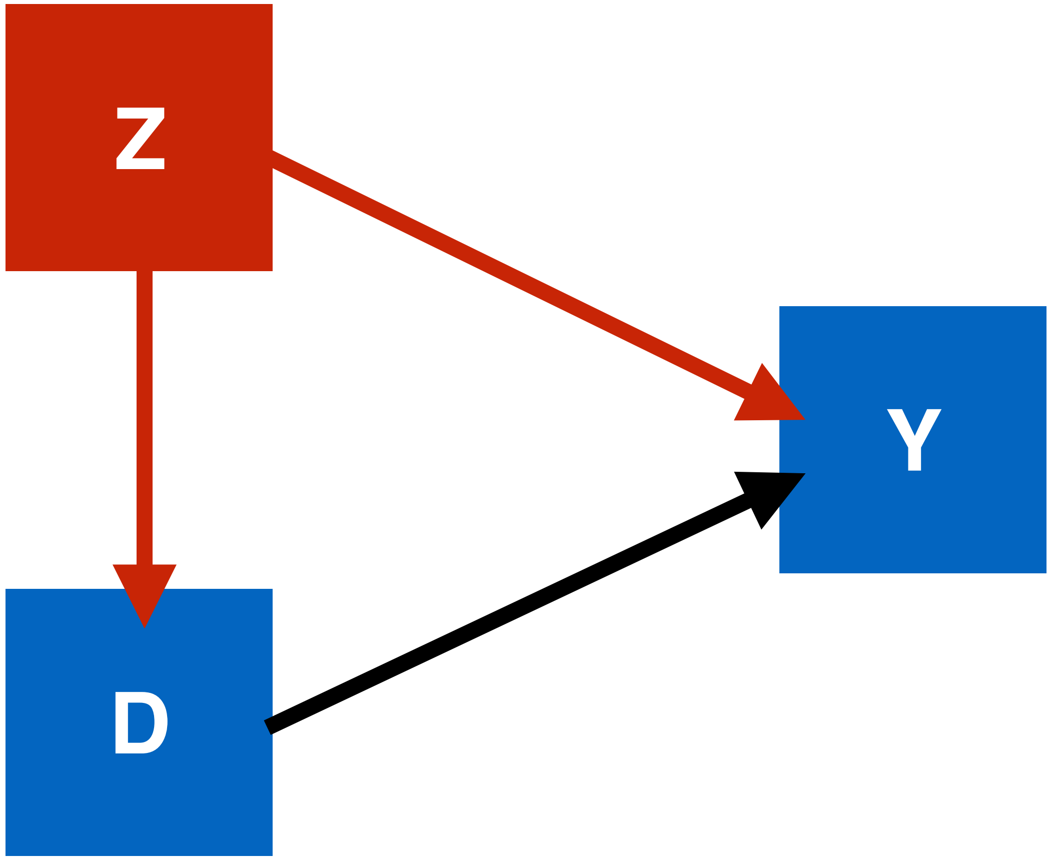
- 処置群と統制群：アスピリンを飲むかどうか以外に差はない（無作為に選んでいるため）
- もし結果に違いがあれば、考えられる要因はアスピリンの有無のみ
- **平均的な**因果関係を確かめられる

実験できないとき：調査・観察研究

- 調査・観察データを使った因果推論は難しい
  - 例：手術 vs 投薬
- なぜ難しいか？
  - 処置を受ける人と受けない人が「同じ」ではない

交絡 (confounder)

- 交絡変数 Z: 処置 D（処置を受ける確率）と結果 Yの両者に影響を与える変数



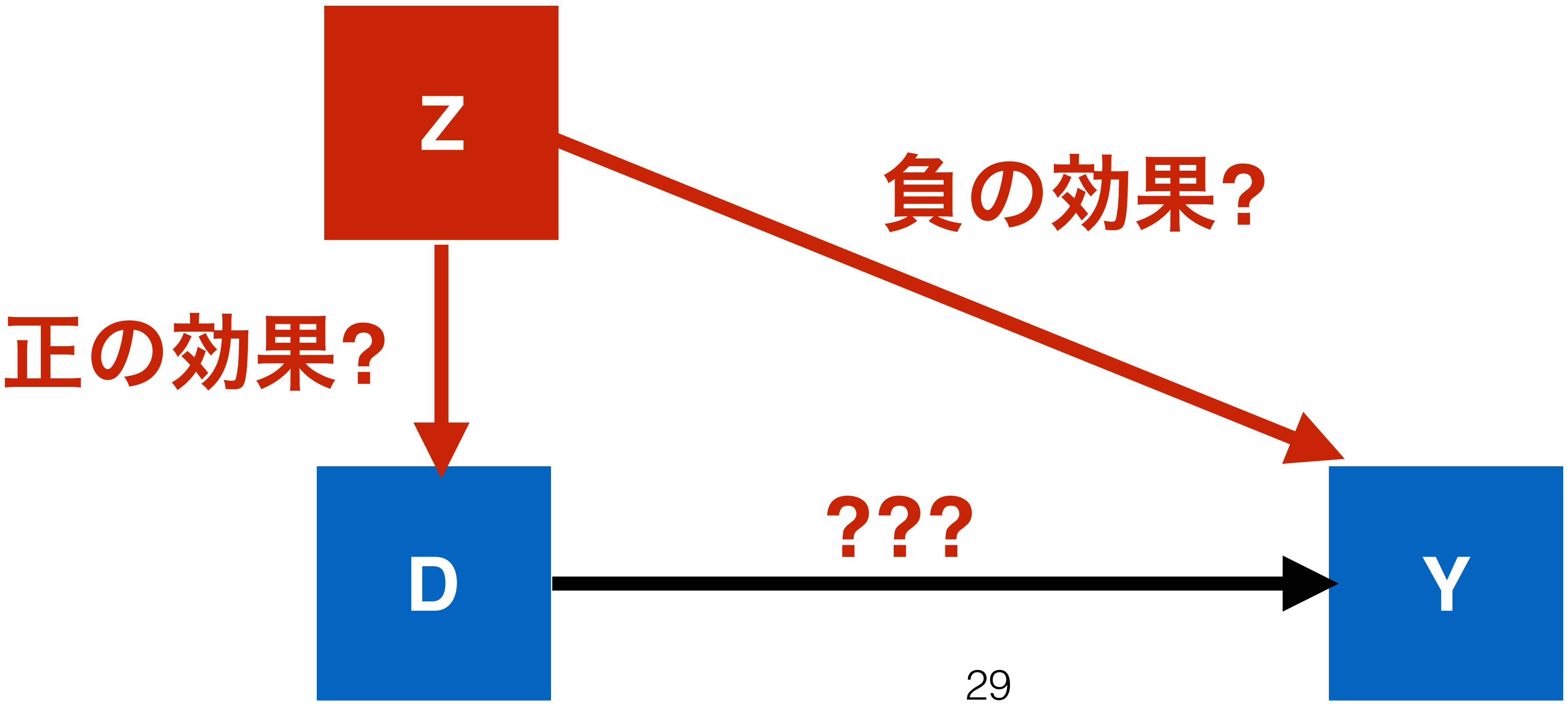
架空の例

- 「激しいスポーツをする人ほど寿命が短い」説
  - 処置 (D)：「週に3回以上激しい運動をするかどうか」
    - している人は1、していない人は0
  - 結果 (Y)：生存年数（何歳で死ぬか）

$$\mathrm{E}[Y(1)] < \mathrm{E}[Y(0)]$$

交絡の疑い

- 性別 (Z) が影響する？
  - 男性の方が「激しい運動を週3回以上する」確率が高いかも
  - 男性の方が生物学的に寿命が短いかも



何が問題なのか？

- 仮定をおく（単なる例であり、事実とは異なる）
  - 女性の平均寿命 = 81, 男性の平均寿命 = 75
  - 人口の男女比は1:1
  - 運動は、男性の方が2倍しやすい
- 処置群の男女比は 2:1
- 統制群の男女比は 1:2
- **運動が寿命にまったく影響を与えない**とすると
  - 処置群の平均寿命： $75 \cdot 2/3 + 81 \cdot 1/3 = 77$
  - 統制群の平均寿命： $75 \cdot 1/3 + 81 \cdot 2/3 = 79$

差がある！

一つの対処法：交絡をブロックする

- ブロッキング (blocking)、細分類化 (subclassification)
    - 交絡変数の値によって、分析対象をグループ分けして分析する
- 性別が交絡なら、男性と女性を別に分析する

細分類化のイメージ