

統計学 2

9. 中心極限定理

矢内 勇生

2019年5月16日

高知工科大学 経済・マネジメント学群

講義要項変更

- 講義要項（シラバス）の内容を変更したので、確認すること
 - ▶ 変更点：第14回の内容

今日の目標

- 乱数生成の方法を理解する！
- 中心極限定理を理解する！
 - ▶ なぜ正規分布（標準正規分布）ばかり使うのか？

乱数 (random numbers)

- 確率・統計を理解するには、乱数を使うのが一番
 - ▶ 実際に実験する
 - サイコロを振る、コインを投げる、etc.
 - ▶ 乱数表を使う
 - ▶ Rで乱数を生成する

Rで乱数を作る

- Rを乱数生成器 (random number generator) として使う
 - ▶ Rで作れるのは擬似乱数 (pseudo-random numbers)
 - ▶ [メルセンヌ・ツイスタ \(Mersenne Twister\)](#) が利用されている

Rで生成できる乱数の例 (1)

★ 基本形は r (random) + 分布名の最初の数文字

- 二項分布 (binomial distribution) : `rbinom()`
- 正規分布 (normal distribution) : `rnorm()`
- 一様分布 (uniform distribution) : `runif()`
- カイ二乗分布 (chi-squared distribution) : `rchisq()`
- t 分布 (Student's t distribution) : `rt()`

Rで生成できる乱数の例 (2)

★ 特定の対象の集合から無作為（ランダム）に引く関数

`sample()`

Rで実際にやってみよう！

- 授業のウェブページ
 - ▶ 乱数生成と中心極限定理

正規分布ばかり使うのはなぜか

- 確率分布は、正規分布だけではない
 - 例) 一様分布、二項分布
- なぜ正規分布を使って統計的推定・検定を行うのか？

➡ 中心極限定理

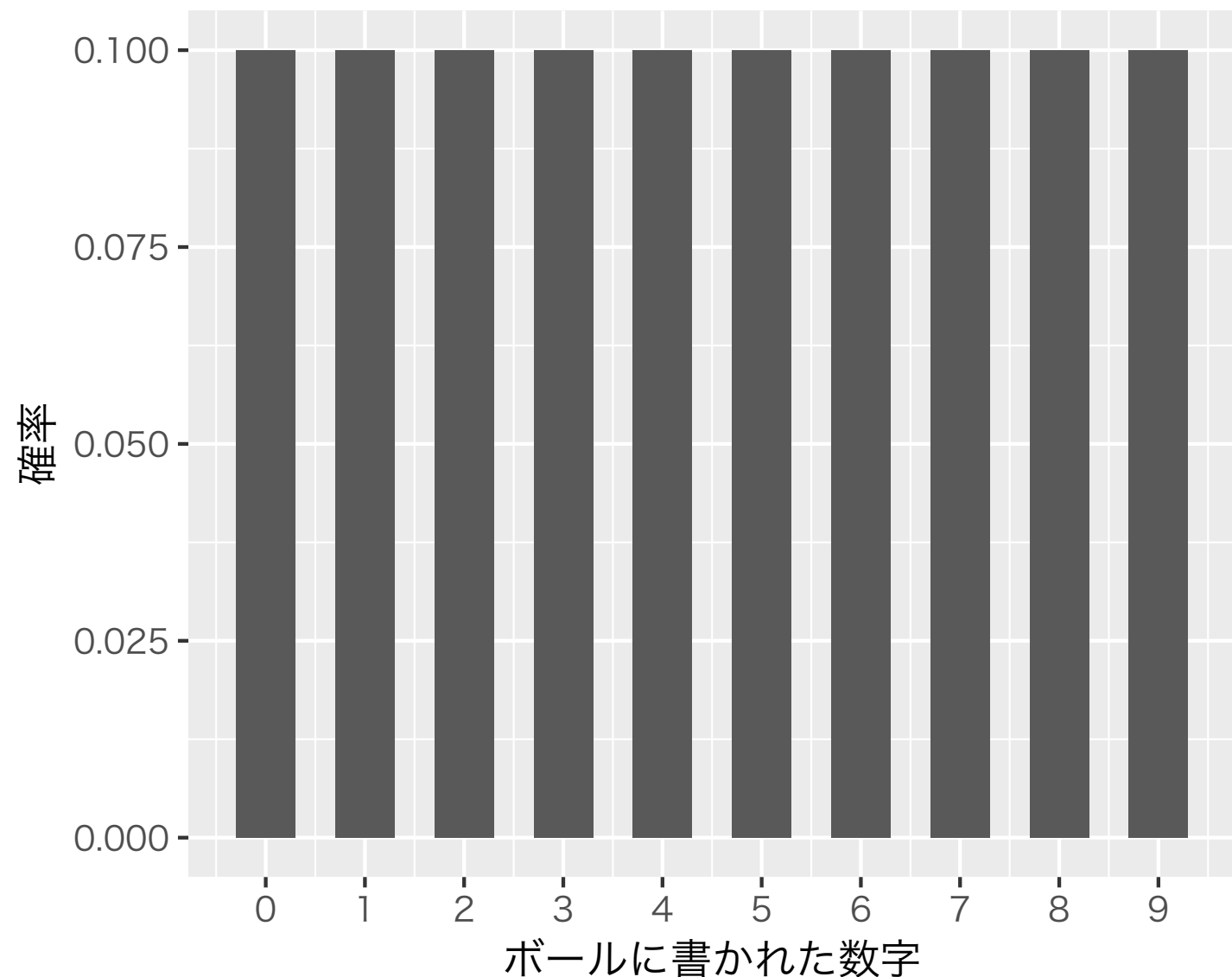
中心極限定理

(Central Limit Theorem: CLT)

- 標本サイズ n が十分大きければ、元の確率分布がどんなものであっても、誤差は近似的に正規分布に従う
- ➡ 正規分布以外の確率分布に従う変数であっても、 n が大きければ正規分布を使って推定が行える！
- ★ シミュレーションで示す

離散一様分布

- バッグの中に番号が書かれたボールが10個入っている
 - 番号 : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- この分布の平均 = $(9-0)/2 = 4.5$



平均値の推定

- バッグ内のボールに書かれた数を知らないとする
- バッグからボールを引いて、平均を当てたい（推定したい）
- バッグからボールを n 回引き、出た数の平均値を推定に使う
- ただし、1度引いたボールはすぐにバッグの中に戻す（復元抽出法）

例：ボールを2回選ぶ

- 1回目の選び方：10通り
- 2回目の選び方：10通り
- ➡ 選び方は全部で $10 \times 10 = 100$ 通り
- 2個のボールの合計：0 から18までの19通り
- 平均 = 合計 / 2 : $\{0, 0.5, 1, \dots, 9\}$ の19通り

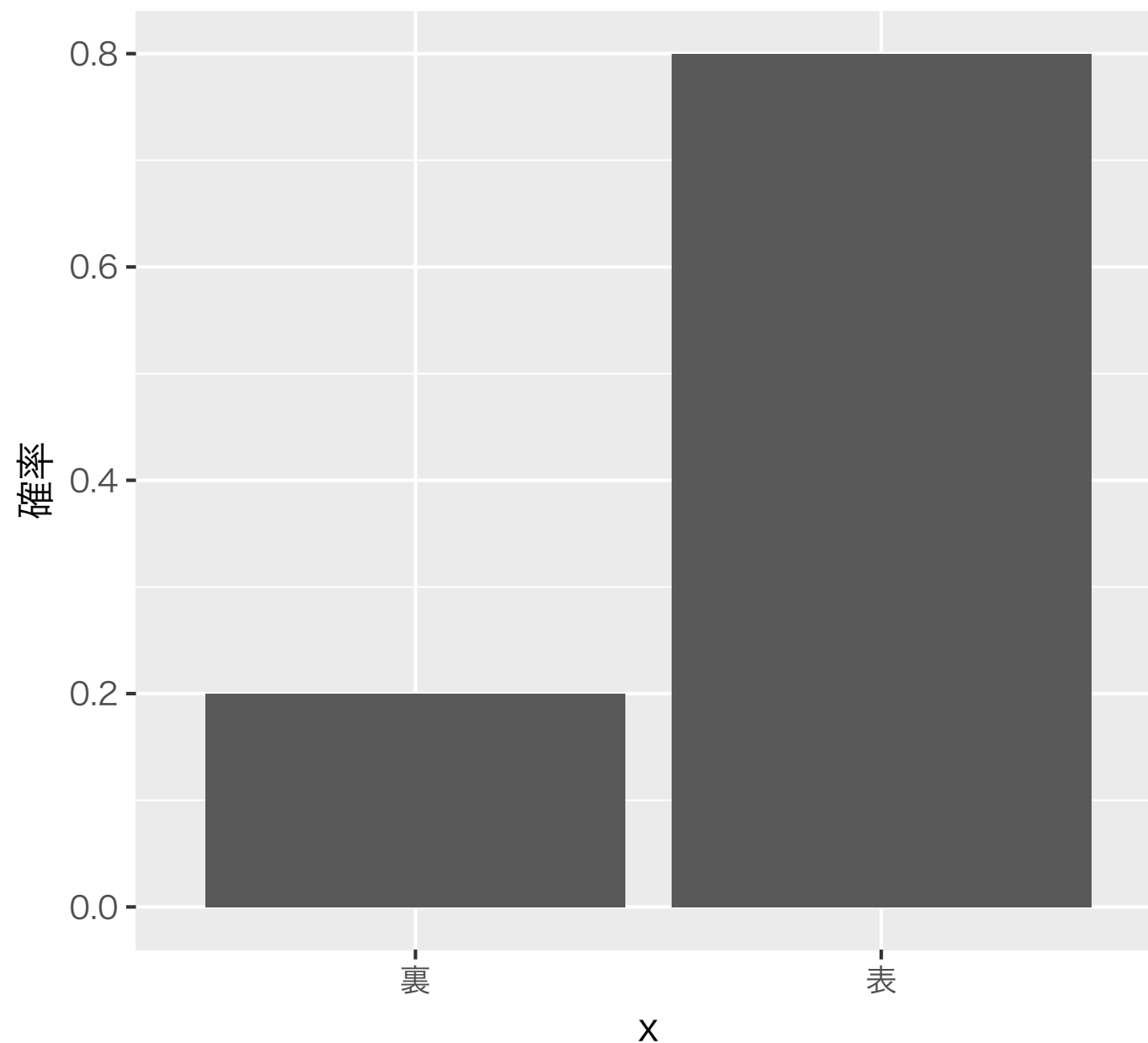
シミュレーション

- 「ボールを2個選んで平均値を求める」という作業を1000回繰り返してみる
- 平均値（推定値）の分布はどのような形になる？
- 1回ごとに選ぶ個数 (n) を増やすとどうなる？

ベルヌーイ分布

- コインを1回投げる
- 表が出る確率 p は0.8
- 裏が出る確率は0.2

表が出やすいコインを投げる
(成功確率0.8のベルヌーイ分布)



表が出る確率の推定

- 表が出る確率を知らないとする
- コインを n 回投げ、表が出た割合を p の推定値として使う

例：コインを2回投げる

- 1回目の結果：2通り
(表 or 裏)

- 2回目の結果：2通り
(表 or 裏)

➡ 選び方は全部で $2 \times 2 = 4$ 通り

- 表が出る回数：{0, 1, 2} の3通り
- 割合 = 表の回数 / 2 : {0, 0.5, 1} の3通り

1回目	裏	裏	表	表
2回目	裏	表	裏	表
表の回数	0	1	2	
平均	0	0.5	1	
確率	0.2×0.2 =0.04	$0.2 \times 0.8 + 0.8 \times 0.2$ =0.32	0.8×0.8 =0.64	

シミュレーション (追加課題)

- 「コインを2回投げて表の割合を求める」という作業を1000回繰り返してみる
- 平均値（推定値）の分布はどのような形になる？
- 1回ごとに投げる回数 (n) を増やすとどうなる？

今日のまとめ

- Rを使うと、様々な方法で乱数を生成することができる
 - ▶ 確率・統計分布の理解に役立つ
 - ▶ シミュレーションができる
- 中心極限定理のおかげで正規分布を使った推論ができる