

計量経済学

9. 回帰分析による統計的推測 II 仮説を検証する

矢内 勇生

2019年11月8日

高知工科大学 経済・マネジメント学群

期末レポート

- 期末レポートで必要なもの
 - ▶ 自分が解決したい疑問： **リサーチクエスチョン (RQ)**
 - ▶ RQに答えを与える理論
 - ▶ 理論を操作化した作業仮説
 - ▶ 作業仮説を検証するためのデータ
 - ▶ データ分析
 - ▶ 分析結果の解釈： **図表と文章**で答える。どちらから一方ではダメ
 - ▶ 結論：RQに対する答えを出す

今日の目標

- 回帰分析で仮説を検証する方法を理解する
 - 回帰分析の帰無仮説と対立仮説
 - 信頼区間
 - 「統計的に有意」とは何か

回帰分析による推定

- データから作った散布図への直線（平面）の当てはめは、標本データの要約
- 興味があるのは母集団の特徴

★ どうやって推定する？

単回帰モデル

- 単回帰**モデル**

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

- α 、 β : 母数 (推定の対象)
- ϵ : 誤差 (error) 。説明変数以外で結果変数に影響を与えるもの。平均すると0

最小二乗法による母数の推定

単回帰の場合

- 最小二乗法によって求めた回帰係数 a , b は、 α , β の点推定値である
- 最小二乗推定量は以下の望ましい性質をもつ
 - ▶ 不偏性： $E(a) = \alpha$, $E(b) = \beta$
 - ▶ 一致性：標本サイズを無限大にすると、推定値は母数に一致する

重回帰モデル

- 重回帰**モデル**

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_k x_{ik} + \epsilon_i$$

- β_m : 母数（推定の対象）、 $m=0,1,2,\dots,k$
- ϵ : 誤差

最小二乗法による母数の推定

重回帰の場合

- 最小二乗法によって求めた回帰係数 b_0, b_1, \dots, b_k は、 $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ の推定値である
 - ▶ 不偏性： $E(b_j) = \beta_j$ ($j = 1, 2, \dots, k$)
 - ▶ 一致性

信頼区間

- 回帰分析による点推定値は、1つの標本（データ）から得られたもの
- ➡ 母数に一致するとは限らない（実際の標本サイズは有限なので）
- 統計量はばらつく（シミュレーションで確認する！）
 - 標準誤差：統計量のばらつき
- ➡ 信頼区間を求める！

信頼区間の意味 (1)

- 95%信頼区間とは何か？

- ▶ よくある**誤解**：「得られた信頼区間に、真の値が入っている確率が95%」
- ▶ 「真の値」があるなら、「得られた信頼区間に、真の値が入っている確率」は、

- 100% (実際に入っている)

または

- 0% (入っていない)

しかあり得ない

信頼区間の意味 (2)

- では、95%信頼区間とは何なのか？
 1. データを生成する（新たに観測する）
 2. データを分析する
 3. 95%信頼区間を求める
- 95%信頼区間：上の1～3までを何度も何度も繰り返し行くと、そのうち95%くらいは「真の値を含む信頼区間」が得られるだろう

信頼区間の信頼度 (1)

- 信頼区間の長さ

- ▶ 信頼度が高いほど区間が長くなる
- ▶ 信頼度が低いほど区間が短くなる

- なぜ？

- ▶ 区間を長くすれば、取りこぼしの確率が小さくなる
- ▶ 区間を短くすれば、取りこぼしの確率は大きくなる

信頼区間の信頼度 (2)

- では、信頼区間は長い方がいいのか？
 - ▶ No!
 - ▶ 同じ信頼度で、信頼区間が短いほうが推定の不確実性が小さい
 - ▶ 信頼区間の長さ：標準誤差に依存
 - 標準誤差が大きい：信頼区間が長い
 - 標準誤差が小さい：信頼区間が短い

Rで回帰分析

- `lm()` 関数を使う

▶ 例、`myd` という名前のデータセット（データフレーム, `tibble`）に含まれる変数を使い、`y`を `x1` と `x2` に回帰する

```
fit <- lm(y ~ x1 + x2, data = myd)
```

summary() で結果を確認する

- lm() で推定した後、summary() で結果を確認する
- 例 : summary(fit)
 - ▶ Estimate: パラメタの点推定値
 - ▶ Std. Error : 標準誤差 (推定の不確実性)
 - ▶ t value: t 検定で使う検定統計量
 - ▶ Pr(>|t|) : p 値

broom::tidy() で結果を確認する

- broom パッケージの tidy() 関数でも結果を確認できる

Rで信頼区間を求める

- `lm()` を実行した後、`confint()` 関数を使うと、係数の信頼区間を求めることができる。

▶ 例

- 95%信頼区間 : `confint(fit)`
 - 50%信頼区間 : `confint(fit, level = 0.5)`
 - 68%信頼区間 : `confint(fit, level = 0.68)`
- ▶ 上のコマンドを実行すると、信頼区間の下限値と上限値が表示される

信頼区間の図示

- ggplot2 を使えば、以下のものが図示できる

- ▶ 回帰直線 + 95%信頼区間

```
geom_smooth(method = "lm" )
```

- ▶ 回帰直線 + 89%信頼区間

```
geom_smooth(method = "lm" , level = 0.89)
```

- ▶ 回帰直線のみ

```
geom_smooth(method = "lm" , se = FALSE)
```

回帰分析における仮説検定

- 回帰分析では、説明変数が結果変数に影響を与えているかどうかに関心がある
 - 帰無仮説：説明変数の影響はない（影響が0である）
 - 対立仮説：説明変数の影響がある（影響が0ではない）

単回帰の場合

- 帰無仮説： $\beta = 0$
- 対立仮説： $\beta \neq 0$
- ▶ α は説明変数の影響ではないので、通常はあまり気にしない

重回帰の場合

- パタン1（複合仮説）
 - 帰無仮説： $\beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0$
 - 対立仮説：少なくとも1つは0でない
- パタン2
 - 帰無仮説： $\beta_1 = 0, \beta_2 = 0, \cdots, \beta_k = 0$
 - 対立仮説： $\beta_1 \neq 0, \beta_2 \neq 0, \cdots, \beta_k \neq 0$

パターン2の仮説検定

- p 値が設定した有意水準より小さいとき
 - 帰無仮説を棄却する
 - 係数は「統計的に有意 (statistically significant)」である（「優位」ではない！）
- p 値が設定した有意水準以上のとき
 - 帰無仮説をとりあえず受容：対立仮説が正しいとはいえないという弱い結論

統計的に有意とは？(1)

- 「統計的に有意」な結果を見せられたとき、私たちはどのように反応すべきか？
 - ▶ 「**だから何？**」 「統計的に有意だと**何が嬉しいの？**」
- 統計的に有意：効果が0ではない
 - ▶ 「ゼロでない効果」には色々ある
 - 計量経済学に関する自習時間を1日10時間増やすと、期末試験の点数が5点上がる
 - 計量経済学に関する自習時間を1日に10分増やすと、期末試験の点数が25点上がる

統計的に有意とは？(2)

- 効果が「ゼロではない」と信じるに足る証拠がある
 - ▶ それだけ！
- 「ゼロではない」≠ 重要
- 研究においては、「重要である」ことを示すことが求められる
 - ▶ 実質的重要性 (substantive significance) を示すことが必要
(浅野・矢内 2018: pp. 165-168 を参照)
- **係数の値そのもの (効果量, effect size) を議論することが絶対に必要！！！！**

やっではいけない (1)

- 「統計的に有意であること」を論文（あるいは統計分析の）の結論のように書いてはいけない
 - ▶ 統計的に有意であることは、分析結果の一部に過ぎない
 - ▶ そこから「論文で扱っている特定の研究対象について」何が言えるのか掘り下げ、リサーチクエスチョンに答える必要がある
- 結論は、リサーチクエスチョン (RQ) に対する答え

ダメな例

- RQ: 「計量経済学」の成績を上げるにはどうしたらいいか？
- 理論： 「Rを使いこなすと、成績が上がる」
- 作業仮説： 「Rを1時間以上利用する日数が増えると、成績（100点満点）が上昇する」
- 回帰分析で検証： 統計的に有意
- 結論： 「Rの使用日数が成績に与える効果は、統計的に有意だ」

★ 読者： ?????????????????????????????????

ダメな例を改善する：パターン1

- RQ: 「計量経済学」の成績を上げるにはどうしたらいいか？
- 理論: 「Rを使いこなすと、成績が上がる」
- 作業仮説: 「Rを1時間以上利用する日数が増えると、成績（100点満点）が上昇する」
- 回帰分析で検証: 統計的に有意
 - ▶ 使用日数が1日増えるごとに、点数が1点上がる
 - ▶ 1Qは60日ある: 最大で60点成績アップが可能
 - ▶ 分析の結論: 「Rの使用日数は成績を上げる」
- 結論: 「計量経済学」の成績を上げるためには、1時間以上Rを使う日をできるだけ増やせばよい

★ 読者: ! ! !

ダメな例を改善する：パターン2

- RQ: 「計量経済学」の成績を上げるにはどうしたらいいか？
- 理論: 「Rを使いこなすと、成績が上がる」
- 作業仮説: 「Rを1時間以上利用する日数が増えると、成績（100点満点）が上昇する」
- 回帰分析で検証: **統計的に有意**
 - ▶ 使用日数が1日増えるごとに、点数が0.05点上がる
 - ▶ 1学期Qは60日ある: 最大で3点成績アップが可能
 - ▶ 分析の結論: 「Rの使用日数を増やしても成績は**あまり変わらない**」
- 結論: Rを1時間以上使う日数を増やしただけでは「計量経済学」の成績をよくするのは難しいので、他の方法を考える必要がある

矛盾しない!

★ 読者: ...

効果がないことを証明できる？

- 効果がないことを証明したいとき、 $\beta=0$ という帰無仮説が受容されることは証拠として使える？

➡使えない！

- 統計的仮説検定の方法では、効果がない証拠を見つけることは不可能（ベイズ法でROPEというものを設定する必要）

やってはいけない (2)

- 「影響がない」ことを（これまで習った）統計分析の結論として述べてはいけない
 - ▶ 統計的検定の枠組みでは、「影響がない」ことは示せない
 - 「神がいる」という証拠がないことは、「神がいない」ことの証明にはならない
- 結論は、以下の3つのうちのどれか：
 - ▶ 「意味のある影響がある（統計的に有意で実質的にも有意）」
 - ▶ 「影響はある（統計的に有意）が実質的には無意味」
 - ▶ 「影響があるという証拠がない（統計的に有意ではない）」