

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа №2

Синтез Помехоустойчивого Кода

Вариант 87

Выполнил:

Юксель Хамза

Группа Р3132

Проверил:

Доцент ПИиКТ, кандидат технических наук

Белокоп Юлия Алексеевна

Санкт-Петербург 2024

Содержание

Задание.....	3
Основные этапы вычисления.....	4
Задание 1-№71	4
Задание 2-№1	5
Задание 3-№43	5
Задание 4-№26	6
Задание 5-№86	7
Задание 6-№ $((71+1+43+26+86)*4=920)$	8
Дополнительное задание.....	8
Вывод.....	9
Источники.....	9

Задание

Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр. Т.е. если номер в ISU = 123456, то вариант = 35.

На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.

Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.

Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть No1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.

На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.

Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.

Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть No2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.

Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

Дополнительное задание No1 (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального числа баллов БаРС за данную лабораторную). Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

Основные этапы вычисления

Схема декодирования классического кода Хэмминга(7,4) представлена на Рисунок 1.

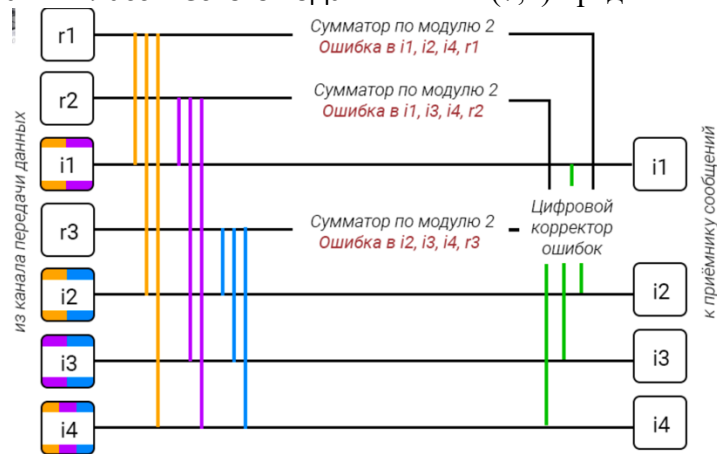


Рисунок 1

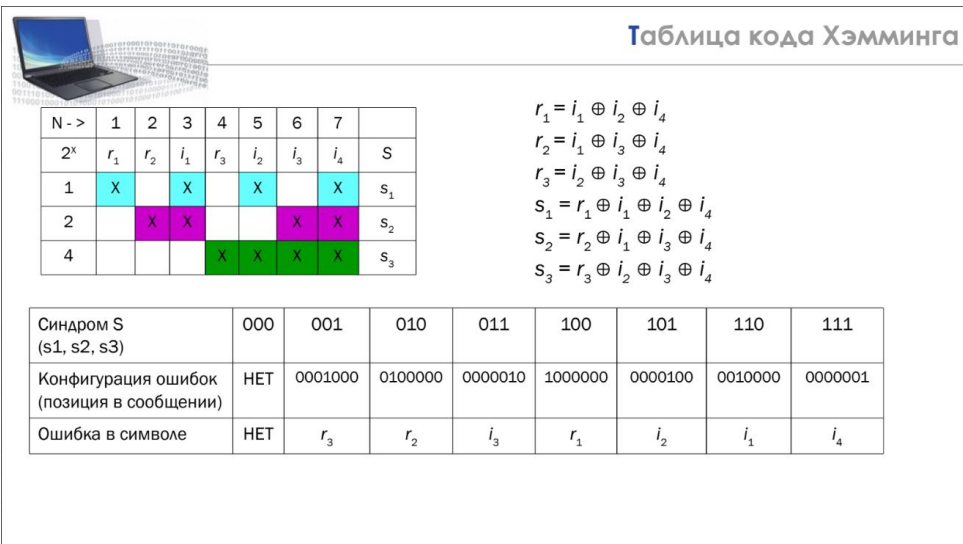


Рисунок 2

Задание 1-№71

r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄
0	0	0	0	1	0	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	s ₃

$S=(s_1,s_2,s_3)=010 \Rightarrow$ ошибка в символе r_2 (в соответствии с рисунком 2)

$s_3s_2s_1 = 010_2 = 2 \Rightarrow$ Ошибка в позиции 2-го бита, r_2

Правильное сообщение: 0**1**00101

Задание 2-№1

r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄
0	0	0	1	0	0	0

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	s ₃

$S=(s_1,s_2,s_3)=001 \Rightarrow$ ошибка в символе r_3 (в соответствии с рисунком 2)

$s_3s_2s_1 = 100_2 = 4 \Rightarrow$ Ошибка в позиции 4-го бита, r_3

Правильное сообщение: 000**0**0000

Задание 3-№43

r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄
0	0	0	0	0	1	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	s ₃

$S=(s_1,s_2,s_3)=100 \Rightarrow$ ошибка в символе r_1 (в соответствии с рисунком 2)

$s_3s_2s_1 = 001_2 = 1 \Rightarrow$ Ошибка в позиции 1-го бита, r_1

Правильное сообщение: 1000011

Задание 4-№26

r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄
1	1	0	0	0	0	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	s ₃

$S=(s_1,s_2,s_3)=001 \Rightarrow$ ошибка в символе r_3 (в соответствии с рисунком 2)

$s_3s_2s_1 = 100_2 = 4 \Rightarrow$ Ошибка в позиции 4-го бита, r_3

Правильное сообщение: 1101001

Схема декодирования классического кода Хэмминга(15,11) представлена на Рисунок .

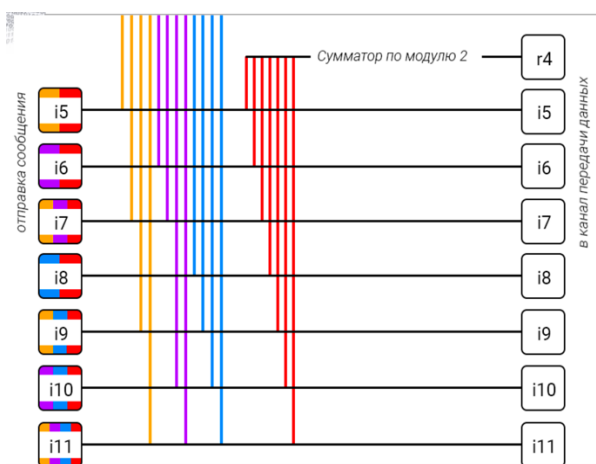


Рисунок 3

Задание 5-№86

r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	r ₄	i ₅	i ₆	i ₇	i ₈	i ₉	i ₁₀	i ₁₁
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2 ^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	r ₄	i ₅	i ₆	i ₇	i ₈	i ₉	i ₁₀	i ₁₁	S
1	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	-	-	-	-	X	X	X	X	s ₃
8	-	-	-	-	-	-	-	X	X	X	X	X	X	X	X	s ₄

$S=(s_1,s_2,s_3,s_4) = 0000 \Rightarrow$ Ошибок нет (в соответствии с рисунком 2)

Правильное сообщение: 1 1 0 1 1 0 0 1 0 1 1

Задание 6-№((74+1+43+26+86)*4=920)

Информационных разрядов, передаваемых в сообщении: 920

p - биты четности (parity bits)

m – сообщение (920)

Он может быть отправлен без ошибок или с ошибками. Могут возникнуть ошибки (m+p).

$$2^p \geq m+p + 1 \text{ (ошибок нет)}$$

$$2^p \geq 921 + p$$

Тогда биты четности должны быть, $p = 10$.

Найдем коэффициент избыточности: $p/(m+p) = 10/(10+920) \approx 1/93$

Ответ: r=10, коэффициент избыточности: $r/n \approx 1/93$

Дополнительное задание

```
def is_valid_binary(input_str):
    return len(input_str) == 7 and all(bit in '01' for bit in input_str)

def analyze_hamming_code(input_str):
    bits = [int(bit) for bit in input_str]
    c1 = bits[0] ^ bits[2] ^ bits[4] ^ bits[6]
    c2 = bits[1] ^ bits[2] ^ bits[5] ^ bits[6]
    c3 = bits[3] ^ bits[4] ^ bits[5] ^ bits[6]

    error_position = (c1) + (c2 << 1) + (c3 << 2)

    if error_position != 0:
        print(f"Error detected at position: {error_position}")
        bits[error_position - 1] ^= 1 #changing corrupted bit
    else:
        print("No errors detected.")

    original_data = "".join(str(bits[i]) for i in [2, 4, 5, 6])
    print(f"Original data bits: {original_data}")

def main():
    while True:
        input_str = input("Enter a 7-digit binary number (only 0s and 1s): ")
        if is_valid_binary(input_str):
            break
        print("Invalid input. Please try again.")

    analyze_hamming_code(input_str)

if __name__ == "__main__":
    main()
```


Вывод

В ходе этого исследования я узнал о типах и методах сжатия данных, об ошибках при передаче и хранении данных, а также об одном из способов исправления этих ошибок - работе с кодом Хэмминга для обнаружения и исправления ошибок в сообщениях.

Источники

1. Основы цифровой радиосвязи. Помехоустойчивое кодирование: метод. Указания / сост. Д. В. Пьянзин. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2009 – 16с.
2. Коды и устройства помехоустойчивого кодирования информации / сост. Королев А.И. – Мн.: , 2002. с.286
3. dCode. Hamming code calculator - binary error detection - online decoder [Электронный ресурс]. URL: <https://www.dcode.fr/hamming-error-correction>.
4. Dipperstein M. [Электронный ресурс]. URL: <https://michaeldipperstein.github.io/hamming.html>
5. Hamming(7,4) [Электронный ресурс]. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming\(7,4\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming(7,4))
6. Peki Hamming kodları nelerdir? Hata düzeltmenin kökeni [Электронный ресурс]. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=X8jsijhlIA>.
7. Q. 7.11: Obtain the 15-bit Hamming code word for the 11-bit data word 11001001010 [Электронный ресурс]. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=mtILckTBtI8>.
8. How Hamming Code Corrects the Error | Hamming Code Explained [Электронный ресурс]. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=t4kiy4Dsx5Y&t=601>.
9. Hamming Code | Error Detection [Электронный ресурс]. URL: https://www.youtube.com/watch?v=1A_NcXxdoCc&t=481.