

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа №2

Синтез Помехоустойчивого Кода

Вариант 87

Выполнил:

Юксель Хамза

Группа Р3132

Проверил:

Доцент ПИиКТ, кандидат технических наук

Белокон Юлия Алексеевна

Санкт-Петербург 2024

Содержание

Задание.....	3
Основные этапы вычисления.....	4
Задание 1-№71	4
Задание 2-№1	5
Задание 3-№43	5
Задание 4-№26	6
Задание 5-№86	7
Задание 6-№((71+1+43+26+86)*4=920)	8
Дополнительное задание.....	8
Вывод.....	9
Источники.....	9

Задание

Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр. Т.е. если номер в ISU = 123456, то вариант = 35.

На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.

Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.

Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.

На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.

Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.

Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.

Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

Дополнительное задание №1 (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального числа баллов БaPC за данную лабораторную). Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

Основные этапы вычисления

Схема декодирования классического кода Хэмминга(7,4) представлена на Рисунок 1.

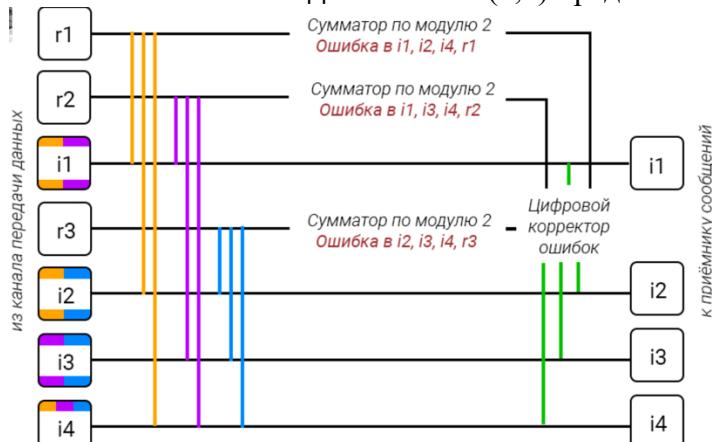


Рисунок 1

Таблица кода Хэмминга								
N ->	1	2	3	4	5	6	7	S
2 ^x	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	S
1	X		X		X		X	s_1
2		X	X			X	X	s_2
4				X	X	X	X	s_3

Синдром S (s_1, s_2, s_3)	000	001	010	011	100	101	110	111
Конфигурация ошибок (позиция в сообщении)	HET	0001000	0100000	0000010	1000000	0000100	0010000	0000001
Ошибка в символе	HET	r_3	r_2	i_3	r_1	i_2	i_1	i_4

Рисунок 2

Задание 1-№71

r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄
0	0	0	0	1	0	1

$$s1 = r1 \oplus i1 \oplus i2 \oplus i4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s2 = r2 \oplus i1 \oplus i3 \oplus i4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s3 = r3 \oplus i2 \oplus i3 \oplus i4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	s ₃

S=(s₁,s₂,s₃)=010 => ошибка в символе r₂ (в соответствии с рисунком 2)

s₃s₂s₁ = 010₂ = 2 => Ошибка в позиции 2-го бита, r₂

Правильное сообщение: 0100101

Задание 2-№1

r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄
0	0	0	1	0	0	0

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	s ₃

S=(s₁,s₂,s₃)=001 => ошибка в символе r₃ (в соответствии с рисунком 2)

s₃s₂s₁ = 100₂ = 4 => Ошибка в позиции 4-го бита, r₃

Правильное сообщение: 0000000

Задание 3-№43

r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄
0	0	0	0	0	1	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	s ₃

$S = (s_1, s_2, s_3) = 100 \Rightarrow$ ошибка в символе r_1 (в соответствии с рисунком 2)

$s_3s_2s_1 = 001_2 = 1 \Rightarrow$ Ошибка в позиции 1-го бита, r_1

Правильное сообщение: 1000011

Задание 4-№26

r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄
1	1	0	0	0	0	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	s ₃

$S = (s_1, s_2, s_3) = 001 \Rightarrow$ ошибка в символе r_3 (в соответствии с рисунком 2)

$s_3s_2s_1 = 100_2 = 4 \Rightarrow$ Ошибка в позиции 4-го бита, r_3

Правильное сообщение: 1101001

Схема декодирования классического кода Хэмминга(15,11) представлена на Рисунок .

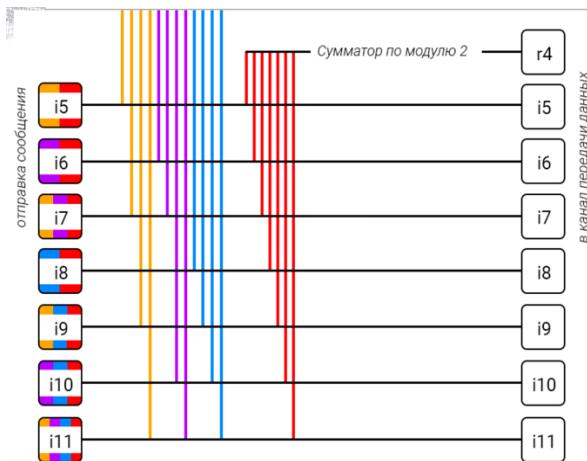


Рисунок 3

Задание 5-№86

r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	r ₄	i ₅	i ₆	i ₇	i ₈	i ₉	i ₁₀	i ₁₁	
0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1

$$s1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2^x	r ₁	r ₂	i ₁	r ₃	i ₂	i ₃	i ₄	r ₄	i ₅	i ₆	i ₇	i ₈	i ₉	i ₁₀	i ₁₁	S
1	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	s ₁
2	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	s ₂
4	-	-	-	X	X	X	X	-	-	-	-	X	X	X	X	s ₃
8	-	-	-	-	-	-	-	X	X	X	X	X	X	X	X	s ₄

$$S = (s_1, s_2, s_3, s_4) = 0000 \Rightarrow \text{Ошибка нет (в соответствии с рисунком 2)}$$

Правильное сообщение: 1 1 0 1 1 0 0 1 0 1 1

Задание 6-№((74+1+43+26+86)*4=920)

Информационных разрядов, передаваемых в сообщении: 920

p - биты четности (parity bits)

m – сообщение (920)

Он может быть отправлен без ошибок или с ошибками. Могут возникнуть ошибки ($m+p$).

$2^p \geq m+p + 1$ (ошибок нет)

$2^p \geq 921 + p$

Тогда биты четности должны быть, $p = 10$.

Найдем коэффициент избыточности: $p/(m+p) = 10/(10+920) \approx 1/93$

Ответ: $r=10$, коэффициент избыточности: $r/n \approx 1/93$

Дополнительное задание

```
def is_valid_binary(input_str):
    return len(input_str) == 7 and all(bit in '01' for bit in input_str)

def analyze_hamming_code(input_str):
    bits = [int(bit) for bit in input_str]
    c1 = bits[0] ^ bits[2] ^ bits[4] ^ bits[6]
    c2 = bits[1] ^ bits[2] ^ bits[5] ^ bits[6]
    c3 = bits[3] ^ bits[4] ^ bits[5] ^ bits[6]

    error_position = (c1) + (c2 << 1) + (c3 << 2)

    if error_position != 0:
        print(f"Error detected at position: {error_position}")
        bits[error_position - 1] ^= 1 #changing corrupted bit
    else:
        print("No errors detected.")

    original_data = "".join(str(bits[i]) for i in [2, 4, 5, 6])
    print(f"Original data bits: {original_data}")

def main():
    while True:
        input_str = input("Enter a 7-digit binary number (only 0s and 1s): ")
        if is_valid_binary(input_str):
            break
        print("Invalid input. Please try again.")

    analyze_hamming_code(input_str)

if __name__ == "__main__":
    main()
```

Вывод

В ходе этого исследования я узнал о типах и методах сжатия данных, об ошибках при передаче и хранении данных, а также об одном из способов исправления этих ошибок - работе с кодом Хэмминга для обнаружения и исправления ошибок в сообщениях.

Источники

1. Основы цифровой радиосвязи. Помехоустойчивое кодирование: метод. Указания / сост. Д. В. Пьянзин. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2009 – 16с.
2. Коды и устройства помехоустойчивого кодирования информации / сост. Королев А.И. – Мн.: , 2002. с.286
3. dCode. Hamming code calculator - binary error detection - online decoder [Электронный ресурс]. URL: <https://www.dcode.fr/hamming-error-correction>.
4. Dipperstein M. [Электронный ресурс]. URL: <https://michaeldipperstein.github.io/hamming.html>
5. Hamming(7,4) [Электронный ресурс]. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming_\(7,4\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming_(7,4))
6. Peki Hamming kodları nelerdir? Hata düzeltmenin kökeni [Электронный ресурс]. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=X8jsijhIIA>.
7. Q. 7.11: Obtain the 15-bit Hamming code word for the 11-bit data word 11001001010 [Электронный ресурс]. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=mtILckTBtI8>.
8. How Hamming Code Corrects the Error | Hamming Code Explained [Электронный ресурс]. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=t4kiy4Dsx5Y&t=601>.
9. Hamming Code | Error Detection [Электронный ресурс]. URL: https://www.youtube.com/watch?v=1A_NcXndoCc&t=481.