Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Отчет по лабораторной работе № 2
«Метод золотого сечения»

По курсу «Методы вычислений»

Вариант 1

Студент: Белоусова Ю.С.

Группа: ИУ7-21М

Преподаватель: Власов П.А.

Москва, 2022г.

1. Постановка задачи

Необходимо решить задачу одномерной минимизации:

$$\begin{Bmatrix} f(x) \to min \\ x \in [a,b] \end{Bmatrix}$$

методом золотого сечения.

Входные данные для варианта 1:

- Целевая функция $f(x)=\exp(\frac{x^4+x^2-x+\sqrt{5}}{5})+sh(\frac{x^3+21x+9}{21x+6})$
- Отрезок [a,b] = [0,1]

2. Краткое описание метода золотого сечения

Метод золотого сечения является усовершенствованием метода дихотомии с целью уменьшения количества обращений к целевой функции. Идея метода состоит в том, чтобы выбирать пробные точки x1 и x2 так, чтобы одна из них оставалась пробной и на новой итерации.

Пусть τ — коэффициент изменения длины отрезка при переходе к новой итерации:

$$\tau=\frac{\|[a,b_1]\|}{\|[a,b]\|}=\frac{\|[a_1,x'_2]\|}{\|[a_1,b_1]\|}$$

$$\tau=\frac{(b-a)-\tau(b-a)}{\tau(b-a)}=\frac{1}{\tau}-1$$

$$\tau^2+\tau-1=0 \Rightarrow \tau_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2};\tau_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}<0$$

Алгоритм работы метода золотого сечения

1. $\tau=\frac{-1+\sqrt{5}}{2};l=b-a$

2. $x_1=b-\tau l;f_1=f(x_1);x_2=a+\tau l;f_2=f(x_2)$

3. если l > 2ε , то переход к п.4; иначе — к п.7

4. если $f_1 \geq f_2$, то переход к п. 5, иначе — к п.6

5. $a=x_1;l=b-a;$

   $x_1=x_2;f_1=f_2;$

   $x_2=a+\tau l;f_2=f(x_2)$, переход к п.3

6. $b=x_2; l=b-a;$

$x_2=x_1; f_2=f_1;$

$x_1=b-\tau l; f_1=f(x_1)$, переход к п.3

7. x* = (b – a)/2; f* = f(x*)

3. Текст программы

```
function lab2()
    clc;
    show_points = 1;
    N = 0;
    a = 0;
    b = 1;
    eps = 1e-6;
    tau = (5^(1/2) - 1)/2;
    l = b - a;
    x1 = b - tau*l;
    f1 = f(x1);
    x2 = a + tau*l;
    f2 = f(x2);
    iter = 1;
    xarr = [x1 x2];
    yarr = [f1 f2];
    fprintf("Итерация %d: x1=%.10f, x2=%.10f, l=%.10f\n", iter, x1, f2,
l);
    while l > 2*eps
        if f1 >= f2
            a = x1;
            l = b - a;
            x1 = x2;
            f1 = f2;
            x2 = a + tau*l;
            f2 = f(x2);
            xarr = [xarr x2];
            yarr = [yarr f2];
        else
            b = x2;
            l = b - a;
            x2 = x1;
            f2 = f1;
            x1 = b - tau*l;
            f1 = f(x1);
            xarr = [xarr x1];
            yarr = [yarr f1];
        end
        iter = iter + 1;
        fprintf("Итерация %d: x1=%.10f, x2=%.10f, l=%.10f\n", iter, x1,
f2, l);
    end

    x0 = (a+b)/2;
    f0 = f(x0);
    fprintf("x*=%.10f, f*=%.10f\n",  x0, f0);
```

```
    fprintf("Количество вызовов f: %d\n", N);

    figure
    x = 0:1e-3:1;
    y = arrayfun(@(xi) f(xi), x);
    if show_points
        plot(x, y, x0, f0, '*', xarr, yarr, 'o');
    else
        plot(x, y, x0, f0, '*');
    end

    function y=f(x)
        y = exp((x^4 + x^2 - x + 5^(1/2))/5) + sinh((x^3 + 21*x +9)/(21*x
+ 6)) + 3.0;
        N = N +1;
    end
end
```

4. Результаты работы

№ п/п	ε	N	x*	f(x*)
1	1e-2	12	0.5688837075	5.9895680934
2	1e-4	21	0.5713631534	5.9895596666
3	1e-6	31	0.5713159013	5.9895596634