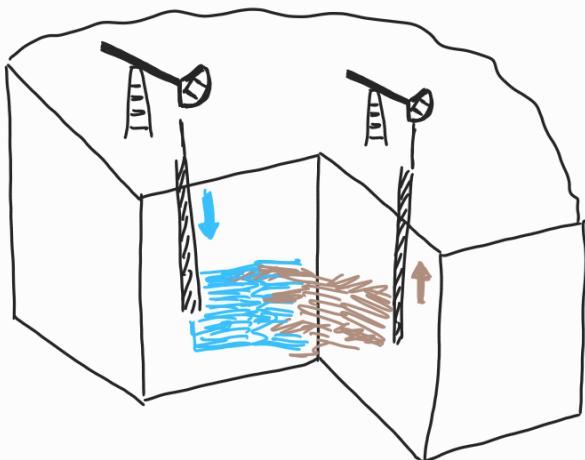


МУН = метод усвоения нефтеотводки



Какие математические задачи возникают?

Лаборатория Чебышева
14 мая 2021

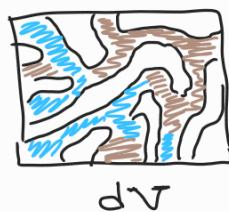
Предположения модели и законов:

① пористая среда: $s(x, y, t) \in [0, 1]$

\uparrow
водонасыщенность

$1 - s(x, y, t) \in [0, 1]$

\uparrow
нефтенасыщенность



dV

② перенос массы:

q - скорость водной фазы

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \operatorname{div} q = 0$$

+ аналогичные
законы для
нефти, ПАВ,
полимера и тд

③ закон Дарси:

p - давление водной фазы

λ - подвижность водной фазы

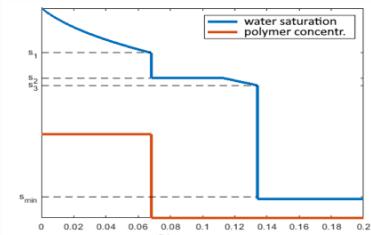
$$q = -\lambda(s) \nabla p$$

\Rightarrow system
of
PDEs

Два направления исследования:

1-dim

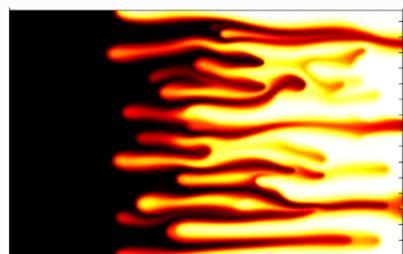
- устойчивое вытеснение
- Задача: поиск явных решений задачи Римана



- построение streamline / stream tube simulator

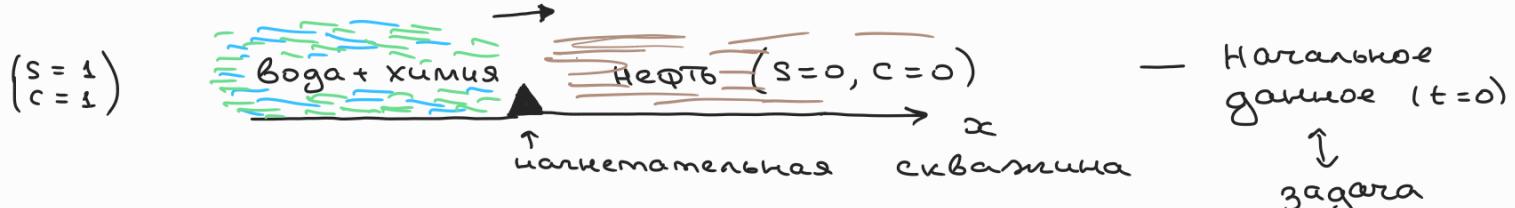
2-dim

- исследование неустойчивого вытеснения - viscous fingering
- построение усредненных моделей с учетом пальцев



Постановка задачи

- s - водонасыщенность
- c - концентрация хим. агента (полимер, ПАВ)



$$s_t + f_x(s, c) = 0$$

$$(sc + ac)_t + (cf(s, c))_x = 0$$

Найти : $s(x, t)$ — явные решения
 $c(x, t)$

1-dim : (гиперболические) законы сохранения

$x \in \mathbb{R}$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} = 0$$

- $U = (s, c, \dots) \in \mathbb{R}^n$ - вектор состояния (концентрации)
- $F(U) \in \mathbb{R}^n$ - функция потока



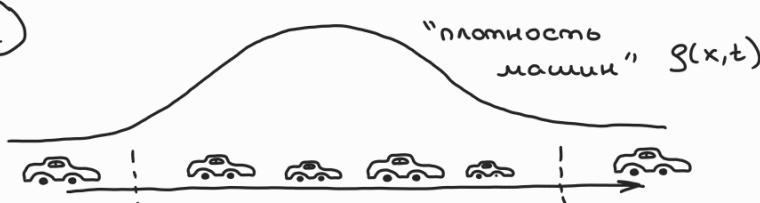
"количество вещества внутри
равно разности втекшего
и вытекшего"

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_a^b U(x, t) dx &= \int_a^b \frac{\partial U}{\partial t} dx = \\ &= - \int_a^b \frac{\partial F(U)}{\partial x} dx = F(U(b, t)) - F(U(a, t)) \end{aligned}$$

[outflow] - [inflow]

Примеры:

①



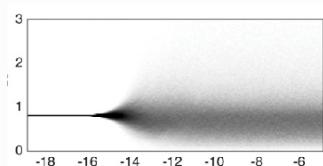
$u = u(g(x, t))$ - скорость машин

②

Одномерные модели
турбулентности

$$u_t + f(u)_x = 0$$

$f(u)$ - нелокальный
оператор



③ "Слезы вина" = tears of wine



(эффект Маркизки при углём поверх. натяжении)

key words: spontaneous
stochasticity

и другие...

Скалярный
закон
сохранения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial F(u)}{\partial x} = 0$$

u -гладкое

$$\frac{\partial u}{\partial t} + F'(u) \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$u_t + u u_x = 0$$

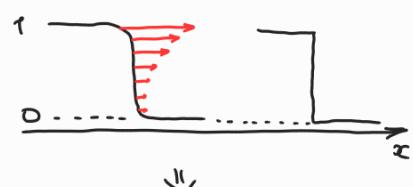
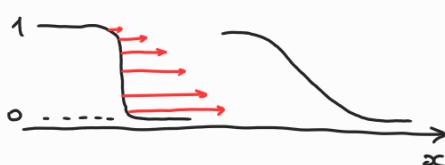
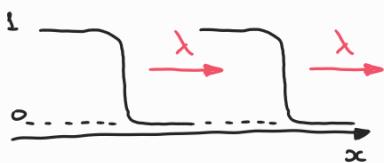
$u = u(x - \lambda t)$
бесущая волна

$$u_t + (u - \frac{u^2}{2})_x = 0$$

$u_t + (1-u) u_x = 0$
"разрежение волн"

$$u_t + \left(\frac{u^2}{2}\right)_x = 0$$

$u_t + u u_x = 0$
"избегание волн"



Решение строится с помощью
метода характеристик

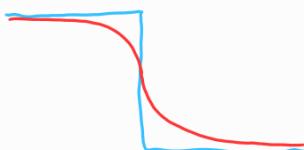
ударные волны,
слабые решения
неединственность U

Энтропийные условия

"В природе нет скаков"
(c) Ілья Бедриковецкий

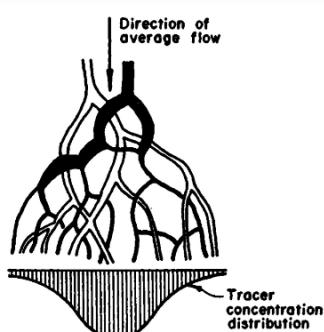
- II закон термодинамики \Rightarrow энтропия неубывает

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial F(u)}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$



- в "нефтичес" уравнениях:

- диффузия
- дисперсия
- капиллярные силы

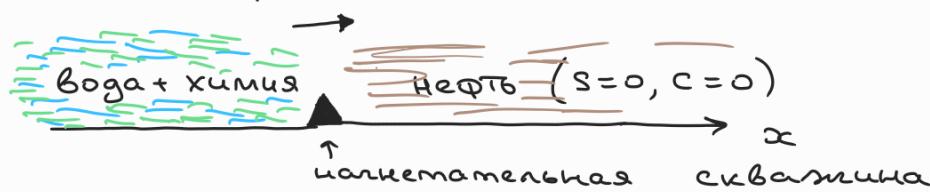


— ударная волна

— слабое решение

Постановка задачи (подправленная)

- s - водонасыщенность
- c - концентрация хим. агента (полимер, ПАВ)



$$\begin{cases} s_t + f_x(s, c) = \varepsilon_1 s_{xx} \\ (sc + a(c))_t + (cf(s, c))_x = \varepsilon_1 (cs_x)_x + \varepsilon_2 c_{xx} \end{cases}$$

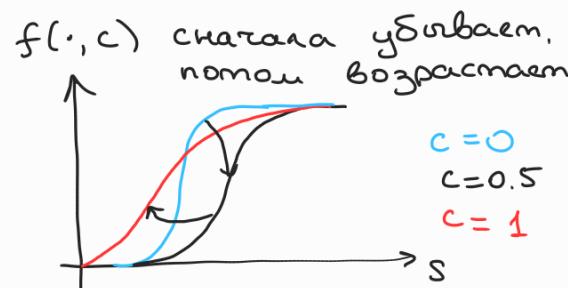
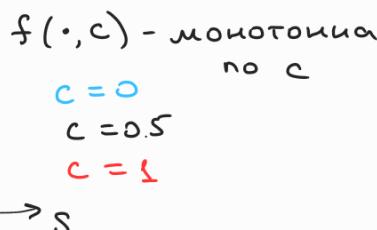
$\varepsilon_1, \varepsilon_2 \rightarrow 0$

ε_1 - диффузия воды
 ε_2 - диффузия ПАВ

Найти: $s(x, t)$ — явное решение
 $c(x, t)$

Ответ: решение может зависеть от $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$!
(при $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \rightarrow 0$)

Что известно?



- классическое решение
(не зависит от $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$)
- соответствует закону полимера

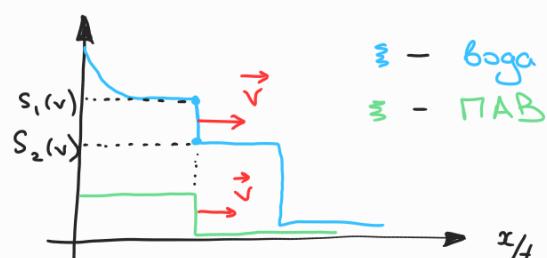
1988 - Johansen, Winther

- решение зависит от $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$!
- соответствует закону ПАВ

2021 - Расмугин, Бахарев,
Енин, П.

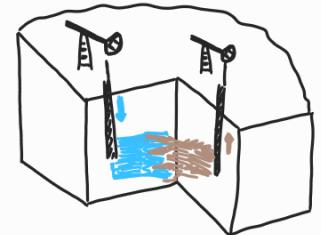
1988 - Енин, Керимов
(схема док-ва в
частном случае)

$$A k = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \quad \exists! \quad v - \text{скорость ударной волны:}$$



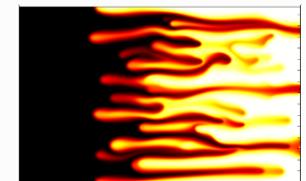
Куда можно / хочется двигаться дальше?

① 1-dim : учёт нелокальности давления ?



② 1-dim : случай просувания ПАВ ?

③ 1-dim : а если 3-х фазный задача -
вода с химикой, нефть, газ ?



④ 2-dim : строгие оценки / модели "всех
путьев" ?

⑤ Можно ли "добавить вероятность"
(учесть неопределенность знаний о
среде, параметрах веществ в пласте и т.д.)