

# Лабораторная работа 3

на тему

## **Композитная оптимизация**

Выполнила:  
студентка 1 курса магистратуры  
Шахвалиева Юлиана Сергеевна



\_\_\_\_\_  
(подпись)

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Эксперимент 1: выбор длины шага в субградиентном методе .....	3
Эксперимент 2: среднее число итераций одномерного поиска в градиентных методах .....	5
Эксперимент 3: сравнение методов на реальной задаче логистической регрессии.....	6

## Эксперимент 1: выбор длины шага в субградиентном методе

Целью данного эксперимента являлось исследование работы субградиентного метода в зависимости от выбора константы  $a_0$  в формуле для длины шага. Предполагается рассмотрение различных начальных точек  $x_0$ , а также выявление существования связи между наилучшим коэффициентом  $a_0$  и начальной точкой  $x_0$ .

Для проведения анализа были сгенерированы квадратичные задачи размера 5 из равномерного распределения  $U(0, 1)$ . На них был запущен субградиентный метод при разных начальных настройках, и было посчитано количество итераций, требуемое для сходимости субградиентного метода. Было исследовано 50 различных коэффициентов  $a_0$ , которые менялись равномерно в диапазоне от 0.1 до 10. Начальная точка  $x_0$  представляла собой случайный вектор длины 5 из равномерного распределения  $U(0, 1)$ , умноженный на коэффициент  $k$ , равный 0, 1, 10, 100. Далее был построен график зависимости числа итераций от  $a_0$  для фиксированного  $x_0$ .

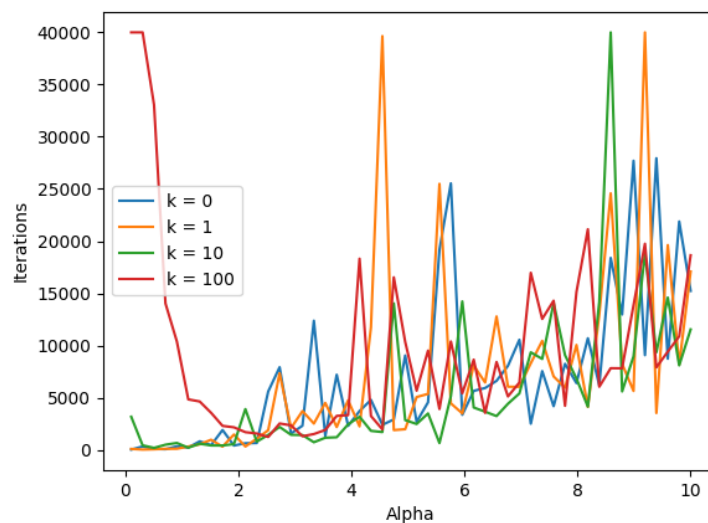


Рисунок 1.1 Зависимость количества итераций субградиентного метода от коэффициента  $a_0$  при различных начальных значениях.

На графике наблюдается восходящий тренд – прямо пропорциональная зависимость количества итераций субградиентного метода от коэффициента  $a_0$ . Начальная точка влияет на сходимость при маленьких значениях коэффициента  $a_0$ , это наглядно демонстрирует красная кривая, обозначающая зависимость количества итераций от коэффициента с начальной точкой  $x_0$  с  $k = 100$ .

Для исследования существования связи между наилучшим коэффициентом  $a_0$  и начальной точкой  $x_0$  были построены графики зависимости коэффициентов  $a_0$  и начальных точек  $x_0$ .

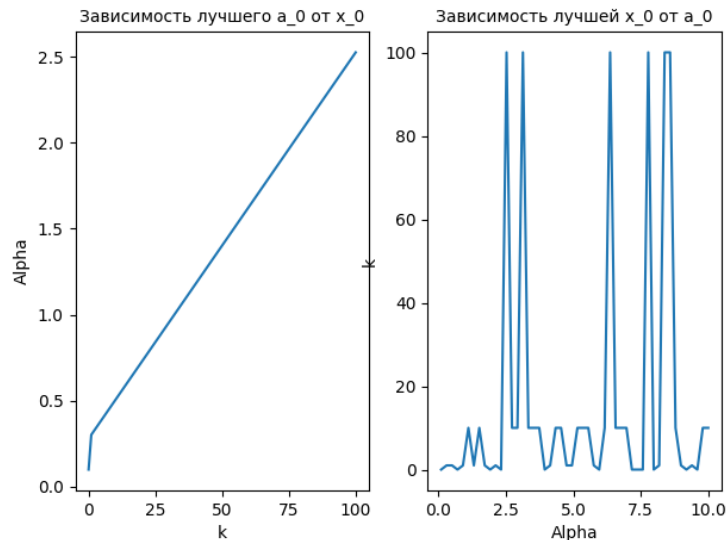


Рисунок 1.2 Двусторонняя зависимость лучших  $a_0$  и начальных точек  $x_0$ .

Левый график демонстрирует, при каком значении коэффициента  $a_0$  субградиентному методу потребовалось минимальное количество итераций для сходимости при различных начальных точках, зависящих от  $k$ . Правый график показывает, при каком значении начальной точки, зависящем от  $k$ , субградиентному методу потребовалось минимальное количество итераций для сходимости при различных значениях коэффициента  $a_0$ .

Из графиков видно, что чем больше  $k$ , определяющий начальную точку  $x_0$ , тем большее необходимо значение коэффициента  $a_0$  для минимального количества итераций субградиентного метода. Также интересно то, что коэффициент  $a_0 > 2.5$  не показал минимальное количество итераций субградиентного метода ни при какой из начальных точек.

Из правого графика следует такой же вывод: маленькие значения коэффициента  $a_0$  показывают себя лучше. Также на правом графике видно при каком значении коэффициента  $a_0$  не была достигнута сходимость (было достигнуто максимально возможное количество итераций, равное 40000).

## Эксперимент 2: среднее число итераций одномерного поиска в градиентных методах

Целью данного эксперимента являлось исследование зависимости суммарного числа итераций одномерного поиска от номера итерации в градиентном и быстром градиентном методах. Также предлагается убедиться в том, что среднее число итераций линейного поиска примерно равно двум в обоих методах.

Для проведения анализа были сгенерированы квадратичные задачи размера 5 из равномерного распределения  $U(0,1)$ . На них были запущены градиентный и быстрый градиентный методы с параметрами по умолчанию из начальной точки  $x_0 = 0$  и посчитано число итераций одномерного поиска на каждой итерации в обоих методах. Полученные результаты представлены на графике ниже:

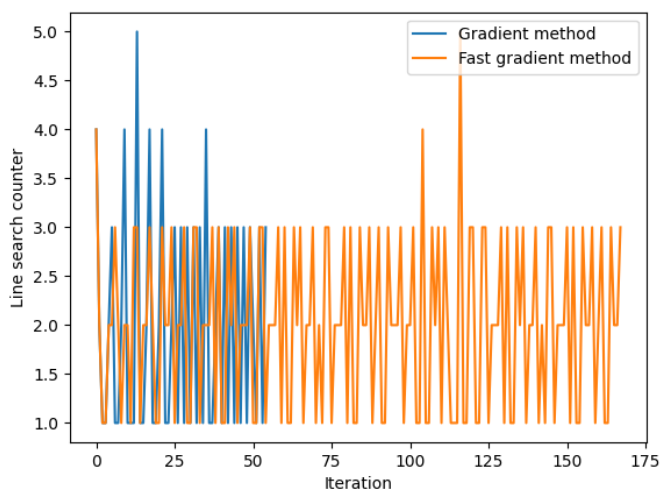


Рисунок 2.1 График зависимости суммарного числа итераций одномерного поиска от номера итерации в градиентном и быстром градиентном методах

На предоставленных графиках видно, что среднее число итераций линейного поиска примерно равно двум в обоих методах.

### Эксперимент 3: сравнение методов на реальной задаче логистической регрессии

Целью данного эксперимента являлось сравнение субградиентного, градиентного и быстрого градиентного методов на задаче Lasso на различных данных.

Из равномерного распределения  $U(0, 1)$  было сгенерировано три набора данных, имеющих различные значения размерности пространства  $n$  и размеры выборки  $m$ , где  $n$  – случайное число из равномерного распределения  $U(2, 10)$ ,  $m$  – случайное число из равномерного распределения  $U(10, 100)$ . Коэффициент регуляризации в каждом наборе равен  $\lambda = \frac{1}{m}$ .

На этих данных с параметрами по умолчанию из начальной точки  $x_0 = 0$  были запущены субградиентный, градиентный и быстрый градиентный методы. Далее были построены графики гарантируемой точности по зазору двойственности в логарифмической шкале от номера итерации метода и от реального времени работы. Полученные результаты представлены на рисунках ниже.

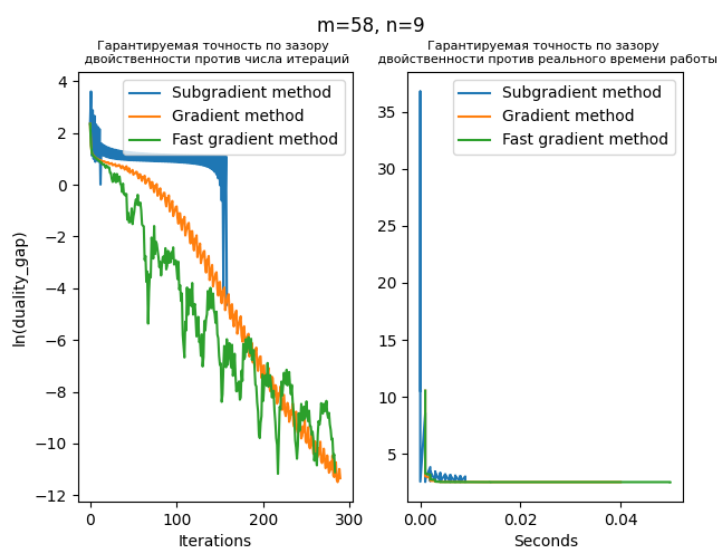


Рисунок 3.1 Графики сходимости для случайных данных при  $m = 58, n = 9$

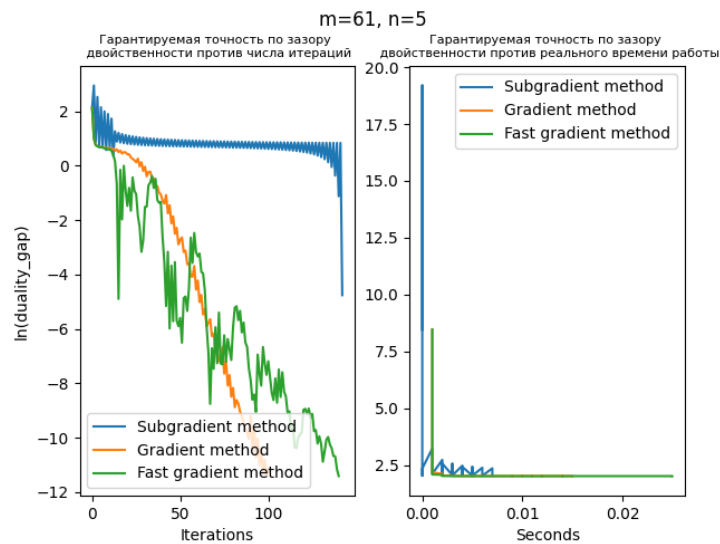


Рисунок 3.2 Графики сходимости для случайных данных при  $m = 61, n = 5$

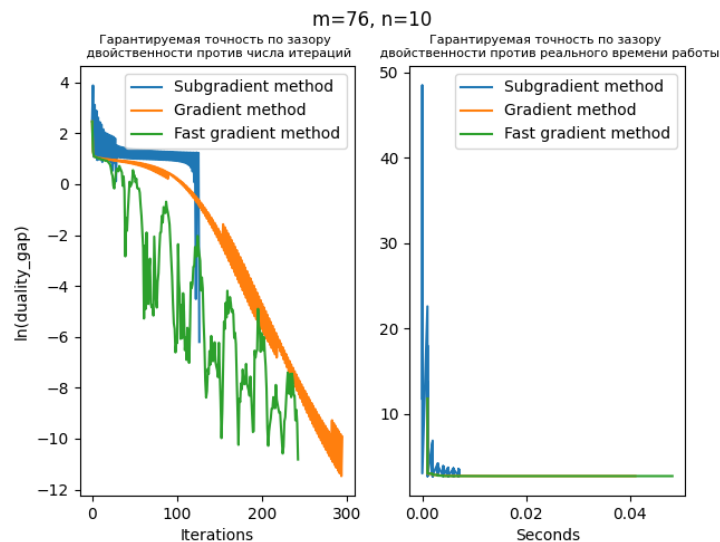


Рисунок 3.3 Графики сходимости для случайных данных при  $m = 76, n = 10$

Как видно из графиков для всех наборов данных сходимость субградиентного метода достаточно резкая: какое-то количество итераций он не меняется, а потом резко сходится. Сходимость градиентного метода достаточно плавная, в то время как сходимость быстрого градиентного метода ступенчатая. В двух из трех рассмотренных примерах субградиентный метод сошелся быстрее остальных. Что касается времени работы, то для всех наборов данных быстрый градиентный метод работал дольше всех.