

ESTRUCTURA ESTELAR 2021-II

Trabajo 3

Configuraciones Politrópicas

1. A partir de la solución a la ecuación de “Lane-Emden”:

$$\frac{d}{d\xi} \left[\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right] = -\theta^n, \quad (1)$$

encuentre, para diferentes índices politrópicos, las variables de estructura estelar *radio*, *masa*, *densidad* y *presión*:

$$r(\xi) = \left[\frac{(n+1)K_n}{4\pi G} \right]^{1/2} \lambda^{\frac{1-n}{2n}} \xi. \quad (2)$$

$$M(\xi) = -4\pi \left[\frac{(n+1)K_n}{4\pi G} \right]^{3/2} \lambda^{\frac{3-n}{2n}} \xi^2 \frac{d\theta}{d\xi}. \quad (3)$$

$$\rho(\xi) = \lambda \theta^n. \quad (4)$$

$$P(\xi) = K_n \lambda^{\frac{n+1}{n}} \theta^{n+1} = W_n \frac{GM_\star^2}{R_\star^4}, \quad (5)$$

donde:

$$\lambda = \rho_c = - \left[\frac{\xi}{3} \frac{1}{\left(\frac{d\theta}{d\xi} \right)} \right]_{\xi=\xi_1} \bar{\rho}, \quad W_n = \frac{1}{4\pi(n+1) \left[\left(\frac{d\theta}{d\xi} \right)_{\xi=\xi_1} \right]^2}, \quad (6)$$

y:

$$K_n = N_n GM^{\frac{n-1}{n}} R^{\frac{3-n}{n}}, \quad N_n = \frac{1}{n+1} \left[\frac{4\pi}{\omega_{0,n}^{n-1}} \right]^{\frac{1}{n}}, \quad \omega_{0,n} = - \left[\xi^{\frac{n+1}{n-1}} \left(\frac{d\theta}{d\xi} \right) \right]_{\xi=\xi_1} \quad (7)$$

Realice los gráficos de dichas variables para los diferentes índices (como ejemplo, ver Figuras 2 y 3 de la presentación “Configuraciones Politrópicas”).

2. De acuerdo al trabajo realizado construya la siguiente tabla (como ejemplo, ver Tabla 1 de la presentación “Configuraciones Politrópicas”).

n	ξ_1	$-\xi_1^2 \left(\frac{d\theta}{d\xi} \right)_{\xi_1}$	$\rho_c / \bar{\rho}_\star$	ω_n	N_n	W_n
-----	---------	--	-----------------------------	------------	-------	-------

Figure 1: