试卷编号：　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　班级＿＿＿＿＿＿＿学号＿＿＿＿＿＿姓名＿＿＿＿＿＿

装　订　线

大连工业大学 2018～2019 学年第二学期

《高等数学 2》试卷（统考模拟 ）共 3 页 第 1 页

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	阅卷总分	复核总分
得分											

得分	

一、 填空（每空 3 分，共 15 分）

1、设 $y=e^{x}(c_1\cos x+c_2\sin x)$ 为某二阶常系数齐次线性微分方程的通解，则该方程为 ＿＿＿＿＿＿＿.

2、方程 $y''-3y'+2y=e^{x}\cos 2x$ 的特解形式为＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.（不必具体求出）

3、设 $I=\int_0^2 dx\int_x^{2x} f(x,y)dy$，交换积分次序后，$I=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

4、函数 $u=\ln(x+\sqrt{y^2+z^2})$ 在点 A（1，0，1）处沿点 A 指向点 B（3，-2，2)方向的方向导数为＿＿＿＿.

5、空间曲线 $x=3t,\quad y=3t^2,\quad z=2t^3$ 从点 O（0，0，0）到点 A（3，3，2）的弧长为＿＿＿＿＿＿.

得分	

二、 选择题（每题 3 分，共 15 分）

1、$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2xy}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 0, & x^2+y^2=0\end{cases}$，则在点（0，0）处（　　　）

A、连续且偏导数存　　B、连续但偏导数不存在　　C、不连续但偏导数存在　　D、不连续且偏导数不存在

2、函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 的全微分存在是 $f(x,y)$ 在该点连续的（　　　）条件.

A、充分非必要　　B、必要非充分　　C、充分必要　　D、既非充分，也非必要

3、已知曲面 Σ 的方程为 $x^2+y^2+z^2=5$，则 $\oiint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2+z^2)dS=$（　　　）

A、0　B、50π　C、 100π　　D、150π

4、若连续函数 $f(x)$ 满足关系式 $f(x)=\int_0^{2x} f\left(\frac{t}{2}\right)dt+\ln 2$，则 $f(x)=$（　　　）

A、 $e^{x}\ln 2$　B、$e^{2x}\ln 2$　　C、$e^{x}+\ln 2$　　D、$e^{2x}+\ln 2$

5、线性非齐次微分方程的任两个非零解之差（　　　　　）.

A、 不是其对应齐次微分方程的解　　B、 是非齐次微分方程的解

C、 是其对应齐次微分方程的解　　D、 是非齐次微分方程的通解

得分	

三、计算题（每题 5 分，共 20 分）

1、求 $\iint\limits_{D}\sin\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $D=\{(x,y)\mid \pi^2\le x^2+y^2\le 4\pi^2\}$

2、求微分方程 $x^2\dfrac{dy}{dx}=xy-y^2$ 的通解.

3、求由方程 $x^2+y^2+z^2=2z$ 所确定的函数 $z=f(x,y)$ 的全微分.

4、设 $f(x,y)$ 具有一阶连续偏导数，且满足 $f(x,x^2)=x^3$， $f_x(x,x^2)=x^2-x^4$，求 $f_y(x,x^2)$

得分	

四、计算题（每题 5 分，共 20 分）

1、求 $\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2}dV$,其中 Ω 是由抛物面 $z=4-x^2-y^2$ 及 $z=0$ 所围成的空间闭区域.

2、求由四个平面 $x=0,y=0,x=1$ 及 $y=1$ 所围成的柱体被平面 $z=0$ 与 $z=6-2x-3y$ 截得的立体的体积.

3、计算 $\int_L xy^2dx+\left(x^2y+2x-1\right)dy$，其中 L 为上半圆周 $x^2+y^2=4$ 从 $A(2,0)$ 到 $B(-2,0)$ 的一段圆弧.

4、计算 $\iint\limits_{\Sigma}(x+z^2)dydz+(y+x^3)dzdx+(z+y^3)dxdy$，其中 Ω 为上半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧.

草算草算区

大连工业大学 2018～2019 学年 第一学期

《高等数学 2》试卷（统考模拟）共 3 页第 3 页

得分	

五、（6 分） 设函数 $y=y(x)$ 满足微分方程 $y''-3y'+2y=2e^{x}$，其图形在点（0，1）处的切线与曲线 $y=e^{-x}$ 在该点处的切线重和，求函数 $y=y(x)$.

得分	

六、（6 分） 计算曲线积分 $I=\int_L \frac{x-y}{x^2+y^2}dx+\frac{x+y}{x^2+y^2}dy$，其中 L 是从点 $A(-a,0)$ 经上半椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(y\ge 0)$ 到点 $B(a,0)$ 的弧段.

得分	

七、（6 分） 连接 A(0,1),B(1,0) 的一条凸曲线，$P(x,y)$ 为曲线上任意一点，已知曲线与弦 AP 所围图形面积为 x^3，求此曲线方程.

得分	

八、（6 分） 在第一卦限内做椭球面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ 的切平面，使该切平面与三坐标面围成的四面体体积最小，求这切平面的切点，并求最小体积.

得分	

九、（6 分） 证明极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{3xy}{x^2+y^2}$ 不存在.

草算区

参考答案

………………………………………………装 订 线………………………………………………

一、（15 分）1、 $y''-2y'+2y=0$ 2、 $y^*=(A\cos 2x+B\sin 2x)e^x$ 3、 $\int_0^2 dy\int_{y/2}^{y} f(x,y)dx+\int_2^4 dy\int_{y/2}^{2} f(x,y)dx$ 4、 $\frac{1}{2}$ 5、 $\frac{5}{3}$

二、（15）C A C B C

三、1、解：$\iint\limits_D \sin\sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_\pi^{2\pi}\sin r\cdot r dr=2\pi\cdot(-3\pi)=-6\pi$ （5 分）

2、解：方程可化为 $\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}-\left(\frac{y}{x}\right)^2$， 令 $\frac{y}{x}=u$，代入上式得：$-\frac{du}{u^2}=\frac{dx}{x}\Rightarrow\frac{1}{u}=\ln|x|+c\Rightarrow y=\frac{x}{\ln|x|+c}$ （5 分）

3、

解：令 $F(x,y,z)=x^2+y^2+z^2-2z$，则 $F_x=2x$， $F_y=2y$， $F_z=2z-2$，

于是有 $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F_x}{F_z}=\frac{x}{1-z}$， $\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F_y}{F_z}=\frac{y}{1-z}$，因此 $dz=\frac{xdx+ydy}{1-z}$

（5 分）

4、解：由题意， $f_x+2xf_y=3x^2\Rightarrow x^2-x^4+2xf_y=3x^2,\therefore$ $f_y(x,x^2)=x+\frac{x^3}{2}$ （5 分）

四、1、解：$\iiint\limits_\Omega\sqrt{x^2+y^2}\,dV=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^2 r^3dr\int_0^{4-r^2}dz=2\pi\int_0^2 r^3(4-r^2)dr=\frac{32}{3}\pi$ （5 分）

2、解：$V=\iint\limits_D(6-2x-3y)dxdy=\int_0^1dx\int_0^1(6-2x-3y)dy=\int_0^1(\frac{9}{2}-2x)dx=\frac{7}{2}$ （5 分）

3、解： 添加辅助线 $BA: y=0, x:-2\to 2$，则由格林公式有

$$\oint\limits_{L+BA} xy^2dx+\left(x^2y+2x-1\right)dy=\iint\limits_D\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy=\iint\limits_D\left(2xy+2-2xy\right)dxdy=4\pi$$

$\int\limits_{BA} xy^2dx+\left(x^2y+2x-1\right)dy=\int_{-2}^2 0dx=0$ $\int\limits_L xy^2dx+\left(x^2y+2x-1\right)dy=4\pi-0=4\pi$ （5 分）

4、解： 添加辅助平面 $\Sigma_1: z=0$ 被球面所截部分下侧，则 $\Sigma_1+\Sigma$ 为封闭曲面的外侧

利用高斯公式，$\oiint\limits_{\Sigma_1+\Sigma}(x+z^2)dydz+(y+x^3)dzdx+(z+y^3)dxdy=\iiint\limits_\Omega\left(\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial z}\right)dV=3\iiint\limits_\Omega dV=2\pi$

$\iint\limits_{\Sigma_1}(x+z^2)dydz+(y+x^3)dzdx+(z+y^3)dxdy=\iint\limits_{\Sigma_1}y^3dxdy=-\iint\limits_D y^3dxdy=0$，则 $\iint\limits_\Sigma(x+z^2)dydz+(y+x^3)dzdx+(z+y^3)dxdy=2\pi$ （5 分）

五、解：（1） $r^2-3r+2=0, r=1,2, Y=c_1e^x+c_2e^{2x}$ （3 分） （2） $y^*=axe^x, y^{*'}=a(x+1)e^x, y^{*''}=a(x+2)e^x$, 带入得 $a=-1$

通解 $y=c_1e^x+c_2e^{2x}-xe^x$ ...6 分 （3）由题意 $y(0)=1, y'(0)=-1, c_1=2, c_2=-1, y=2e^x-e^{2x}-xe^x$ （6 分）

六、解：$\because\frac{\partial Q}{\partial x}=\frac{y^2-2xy-x^2}{(x^2+y^2)^2}=\frac{\partial P}{\partial y}$， $x^2+y^2\neq 0$， 所以曲线积分 $y>0$ 的上半平面与路径无关， （3 分）

$\therefore I=\int_\pi^0\frac{a^2(-\cos t\sin t+\sin^2 t+\cos^2 t+\cos t\sin t)}{a^2}dt=\int_\pi^0 dt=-\pi$ 。 （6 分）

七、解：设曲线方程 $y=y(x)$，由题意 $\int_0^x y(t)dt=\frac{1}{2}(1+y)x+x^3, y(1)=0,$ 两边求导，$y=\frac{1}{2}(y+1)+\frac{1}{2}xy'+3x^2$，

整理得 $y'-\frac{1}{x}y=-\frac{1+6x^2}{x}$，（3 分），解得 $y=x(c+\frac{1}{x}-6x)$, 将（1,0）代入，$c=5, y=1+5x-6x^2$ （6 分）

八、解：设切点为(x_0,y_0,z_0)，切平面方程为$\frac{x_0}{a^2}x+\frac{y_0}{b^2}y+\frac{z_0}{c^2}z=1$,与$x,y,z$轴得交点为（$\frac{x_0}{a^2},0,0),(0,\frac{y_0}{b^2},0),(0,0,\frac{z_0}{c^2}),V=\frac{1}{6}\frac{a^2b^2c^2}{x_0y_0z_0}$,

体积最小，只须$x_0y_0z_0$最大即可。设拉格朗日函数为$L=xyz+\lambda(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2})$　（3分）

$$\begin{cases} L_X=yz+\frac{2\lambda}{a^2}x=0 \\ L_y=xz+\frac{2\lambda}{b^2}y=0 \\ L_z=xy+\frac{2\lambda}{c^2}z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{\sqrt{3}}{3}a \\ y=\frac{\sqrt{3}}{3}b \\ z=\frac{\sqrt{3}}{3}c \end{cases}$$

实际问题，最小体积存在，且驻点唯一，所以切点为（$(\frac{\sqrt{3}}{3}a,\frac{\sqrt{3}}{3}b,\frac{\sqrt{3}}{3}c)$，最小体积为$V=\frac{\sqrt{3}}{2}abc$　（6分）

九、

证明：取$y=kx$,

$$\lim_{\substack{x\to0\\y\to0}}\frac{3xy}{x^2+y^2}$$
$$=\lim_{\substack{x\to0\\y=kx}}\frac{3x\cdot kx}{x^2+k^2x^2}$$
$$=\frac{3k}{1+k^2},$$

其值随k的不同而变化，故极限不存在.

（6分）

。