答案：

一：1 C 2 A 3 D 4 A 5 D 6 C 7 B 8 C 9B 10B

二： 1 $\underline{2\sqrt{2}}$ 2 $\underline{\dfrac{5}{3}}$ 3 $\underline{0}$ 4 $\underline{-10\pi}$ 5 $\underline{-8}$

6 $\underline{yF'_y(x,y)=xF'_x(x,y)}$ 7 $\underline{3x^2}$ 8 $\underline{-\sqrt{2}\pi}$ 9 $\underline{4\pi a^4}$ 10 $\underline{0}$

三、计算题（每题 4 分，共 20 分）

1. $ds=\sqrt{(\frac{dx}{dt})^2+(\frac{dy}{dt})^2+(\frac{dz}{dt})^2}dt=\sqrt{(\cos t-t\sin t)^2+(\sin t+t\cos t)^2+1}dt=\sqrt{2+t^2}dt$

$\therefore I=\int_0^{t_0}t\sqrt{2+t^2}dt=\frac{1}{2}\int_0^{t_0}(2+t^2)^{\frac{1}{2}}d(2+t^2)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}(2+t^2)^{\frac{3}{2}}\Big|_0^{t_0}=\frac{1}{3}\left[(2+t_0^2)^{\frac{3}{2}}-2\sqrt{2}\right]$（4 分）

2 $\therefore I=\int_0^{2\pi}[(2a-a+a\cos t)a(1-\cos t)+a(t-\sin t)a\sin t]dt=\int_0^{2\pi}a^2t\sin tdt=-a^2\int_0^{2\rho}td\cos t$

$=-a^2t\cos t\Big|_0^{2\pi}-a^2\int_0^{2\pi}\cos tdt=-2\pi a^2$ （4 分）

3.解：以 y 为参变量，则 y 从 -1 变到 1，从而

$$\int_L xy\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}y^2\cdot y\cdot\mathrm{d}y^2=2\int_{-1}^{1}y^4\mathrm{d}y=\frac{2}{5}y^5\Big|_{-1}^{1}=\frac{4}{5}$$（4 分）

4. 解 Σ 在 xoy 平面上的投影 $D_{xy}:1\le x^2+y^2\le 4$

则 $\iint\limits_{\Sigma}\frac{e^z}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy=-\iint\limits_{D_{xy}}\frac{e^{\sqrt{x^2+y^2}}}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy=-\int_0^{2\pi}d\theta\int_1^2e^rdr=2\pi e(1-e)$（4 分）

5.解 $\iint\limits_{\Sigma}zdxdy=-\iint\limits_{D_{xy}}\sqrt{x^2+y^2}dxdy=-\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1r^2dr=-\frac{2}{3}\pi$ （4 分）

四. 解 由格林公式

$$I=\oint_C y^3dx+(3x-x^3)dy=3\iint\limits_{x^2+y^2\le R^2}(1-x^2-y^2)dxdy=3\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^R(1-r^2)rdr=3\pi R^2(1-\frac{R^2}{2})$$

所以，当 R=$\sqrt{2}$ 时，I=0.（4 分）

令 $\frac{dI}{dR}=6\pi R-6\pi R^3=0$，解得 R＝1，$I''|_{R=1}=[6\pi-18\pi R^2]_{R=1}=-12\pi<0$，所以，R＝1 是唯一的极大值点，即也是最大值点，其最大值 $I(1)=\frac{3\pi}{2}$（8 分）

五（6 分）.解：$\because \dfrac{\partial Q}{\partial x}=\dfrac{\partial P}{\partial y}=2x,\quad \therefore$ 积分与路径无关

$$\therefore I=\int_0^1 x^2dx+\int_0^1(1+y^4)dy=\frac{1}{3}+\left[y+\frac{1}{5}y^5\right]\Bigg|_0^1=\frac{23}{15}$$ （6 分）

六（10 分）.解：$\because \dfrac{\partial Q}{\partial x}=y\varphi'(x),\dfrac{\partial P}{\partial y}=2xy$，又因为积分与路径无关，$\therefore \dfrac{\partial Q}{\partial x}=\dfrac{\partial P}{\partial y}$，

即 $\varphi'(x)=2x,\quad \varphi(x)=x^2+c$，由 $\varphi(0)=0$ 得 $c=0$，于是 $\varphi(x)=x^2$，

$I=\int_0^1 0dx+\int_0^1 ydy=\dfrac{1}{2}$。

七（8 分）解：$\because \dfrac{\partial Q}{\partial x}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{2x}{y^2}=\dfrac{\partial P}{\partial y}\quad (x\neq 0,y\neq 0)$，所以是某函数的全微分。 （2 分）

$$u(x,y)=\int_1^x(\frac{1}{x}+2x)dx+\int_1^y(\ln x-\frac{x^2}{y^2})dy=(\ln x+x^2)\Big|_1^x+(y\ln x+\frac{x^2}{y})\Bigg|_1^y=\ln x+x^2-1+y\ln x$$

$$+\frac{x^2}{y}-\ln x-x^2=y\ln x+\frac{x^2}{y}-1$$

所以原函数为 $u(x,y)=y\ln x+\dfrac{x^2}{y}+c$，（6 分）

$$\int_{(1,1)}^{(2,3)}(\frac{y}{x}+2\frac{x}{y})dx+(\ln x-\frac{x^2}{y^2})dy=(y\ln x+\frac{x^2}{y})\Bigg|_{(1,1)}^{(2,3)}=3\ln 2+\frac{4}{3}-1=3\ln 2+\frac{1}{3}$$ （8 分）

八解设 $\Sigma_1:\begin{cases}x^2+y^2\le 1\\ z=1\end{cases}$ 的上侧，Ω 为 Σ 与 Σ_1 所围的空间区域（2 分）

$$I=\oiint_{\Sigma+\Sigma_1}xzdydz+z^2dxdy-\iint_{\Sigma_1}xzdydz+z^2dxdy=\iiint_{\Omega}3zdv-\iint_{x^2+y^2\le 1}dxdy=3\pi\int_0^1 r(1-r^4)dr-\pi=0$$

（8 分）