试卷编号：

大连工业大学　2018～2019 学年　第二学期《高等数学 2》　　试卷（ 模拟 2 ）标准答案

卷面满分：100　　　　命题教师：　　　　　考核对象：计算机　　　　共 1 页第 1 页

………………………………………………………… 装 订 线 …………………………………………………………

一、选择题（每小题 2 分，共 18 分） **1、A　2、C　3、C　4、C　5、C 6、D 7、B 8、B9、A**

二、填空题（每小题 2 分，共 18 分） 1、$(a+bx)e^x$； 2、$I_1 \le I_2$； 3、0； 4、$-\frac{1}{2}\boldsymbol{dx}-\frac{1}{2}\boldsymbol{dy}$； 5、 -8π　 6、$2\sqrt{6}$　7、必要

8、原式$=\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{-xy}{xy(2+\sqrt{xy+4})}=\underline{-\dfrac{1}{4}}$　9、$\underline{\dfrac{2x}{y^2}\ln(3x-2y)+\dfrac{3x^2}{(3x-2y)y^2}}$

4、**【详解】**设 $\boldsymbol{F(x,y,z)=e^{2yz}+x+y^2+z-\frac{7}{4}}$，$\boldsymbol{F_x=1, F_y=2ze^{2yz}+2y, F_z=2ye^{2yz}+1}$，当 $\boldsymbol{x=y=\frac{1}{2}}$ 时，$\boldsymbol{z=0}$，$\dfrac{\partial z}{\partial x}=-\dfrac{F_x}{F_z}=-\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}=-\dfrac{F_y}{F_z}=-\dfrac{1}{2}$，

所以 $\boldsymbol{dz}\big|_{\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)}=-\dfrac{1}{2}\boldsymbol{dx}-\dfrac{1}{2}\boldsymbol{dy}$.

三、计算题：（每小题 4 分，共 16 分）

1 解：　解设 $u=\dfrac{y}{x}$, $\dfrac{dy}{dx}=u+x\dfrac{du}{dx}$，带入方程得 $x\dfrac{du}{dx}=u^2$　　通解 $y=\dfrac{-x}{\ln x+c}$……4 分

2.解：$\iint\limits_D (x+1)^2dxdy=\iint\limits_D (x^2+1)dxdy=2\iint\limits_D x^2dxdy+\iint\limits_D dxdy=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{2\sin\theta}r^2\cos^2\theta d\theta+\pi=\dfrac{5\pi}{4}$　　4 分

3 解：换序 D：$1\le x\le 1+y,\quad 0\le y\le 2\ \therefore I=\int_1^2dy\int_0^{1+y}e^{y^2}dx=\int_0^2 e^{y^2}ydy=\frac{1}{2}e^{y^2}\Big|_0^2=\frac{1}{2}(e^4-1)$　　4 分

4
$$y=f(e^x,\cos x)\overset{x=0}{\Rightarrow}y(0)=f(1,1)$$
$$\Rightarrow\frac{dy}{dx}\Big|_{x=0}=\left(f_1'e^x+f_2'(-\sin x)\right)\Big|_{x=0}=f_1'(1,1)\cdot1+f_2'(1,1)\cdot0=f_1'(1,1)$$
$$\Rightarrow\frac{d^2y}{dx^2}=f_{11}''e^{2x}+f_{12}''e^x(-\sin x)+f_{21}''e^x(-\sin x)+f_{22}''\sin^2x+f_1'e^x-f_2'\cos x$$
$$\Rightarrow\frac{d^2y}{dx^2}\Big|_{x=0}=f_{11}''(1,1)+f_1'(1,1)-f_2'(1,1)$$
，
$$\frac{dy}{dx}\Big|_{x=0}=f_1'(1,1)$$
$$\frac{d^2y}{dx^2}\Big|_{x=0}=f_{11}''(1,1)+f_1'(1,1)-f_2'(1,1)$$
4 分

四、计算题：（每小题 5 分，共 30 分）

1.解: 1 解：把方程化为标准形式得到 $\boldsymbol{(1+y^2)\frac{dy}{dx}=1-x^2}$，这是一个可分离变量的一阶微分方程，两边分别积分可得方程通解为：$\boldsymbol{\frac{1}{3}y^3+y=x-\frac{1}{3}x^3+C}$，

由 $\boldsymbol{y(2)=0}$ 得 $\boldsymbol{C=\frac{2}{3}}$，即 $\boldsymbol{\frac{1}{3}y^3+y=x-\frac{1}{3}x^3+\frac{2}{3}}$.　　5 分

2.解: $\iiint\limits_\Omega\sqrt{x^2+y^2}dV=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^2r^2dr\int_0^{4-r^2}dz=2\pi\int_0^2r^2(4-r^2)dr=\dfrac{128}{15}\pi$　　5 分

3.解：　补面，设 $\Sigma_1:\begin{cases}x^2+y^2\le1\\ z=1\end{cases}$ 的上侧，Ω 为 Σ 与 Σ_1 所围的空间区域（2 分）

$$I=\oiint\limits_{\Sigma+\Sigma_1}xzdydz+z^2dxdy-\iint\limits_{\Sigma_1}xzdydz+z^2dxdy=\iiint\limits_\Omega 3zdv-\iint\limits_{x^2+y^2\le1}dxdy=3\pi\int_0^1r(1-r^4)dr-\pi=0$$ 5 分

4.解：设 $F(x,y,z)=y-e^{2x-z}$，$F_x=-2e^{2x-z}, F_y=1, F_z=e^{2x-z}$，则切平面法向量 $\boldsymbol{n}_1=\{-2,1,1\}$

所以切平面方程为：$-2(x-1)+(y-1)+(z-2)=0$,即 $2x-y-z=1$，法线方程 $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$　　5 分

5、$\boldsymbol{D_{xy}: x^2+y^2\le1}$，$\oiint\limits_\Sigma\boldsymbol{(x^2+y^2)ds}=\oiint\limits_{\Sigma_1}\boldsymbol{(x^2+y^2)ds}+\oiint\limits_{\Sigma_2}\boldsymbol{(x^2+y^2)ds}=\oiint\limits_{D_{xy}}\boldsymbol{(x^2+y^2)\sqrt{2}ds}+\oiint\limits_{D_{xy}}\boldsymbol{(x^2+y^2)ds}=(\sqrt{2}+1)\int_0^{2\pi}\boldsymbol{d\theta}\int_0^1\rho^3\boldsymbol{d\rho}=(\sqrt{2}+1)\frac{\pi}{2}$ 5 分

6、

【答案解析】由题意可知：$\iint\limits_{\Sigma}\sqrt{4-x^2-4z^2}dxdy=\iint\limits_{D}|y|dxdy$

其中 $D:x^2+y^2=4$ 由二重积分得对称性 $\iint\limits_{D}|y|dxdy=4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta d\theta\int_0^2 r^2dr=\frac{32}{3}$

五、(4分)解： 联立 $x^2+y^2+z^2=1$ 与 $x+y+z=0$，得交线 $xy=\frac{1}{2}-(x^2+y^2)$

$$\oint_s xyds=\oint_s[\frac{1}{2}-(x^2+y^2)]ds=\oint_s\frac{1}{2}ds-\oint_s(x^2+y^2)ds=\oint_s\frac{1}{2}ds-\frac{2}{3}\oint_s(x^2+y^2+z^2)ds=-\frac{1}{6}\oint_s ds=-\frac{\pi}{3}$$ 4分

六、(5分)解： 由于 $f(x)$ 连续，故右端可导，将等式变形为 $f(x)=x\sin x-x\int_0^x f(t)dt-\int_0^x tf(t)dt,$

求导得 $f'(x)=x\cos x+\sin x-xf(x)-\int_0^x f(t)dt+xf(x),\ f'(x)=x\cos x+\sin x-\int_0^x f(t)dt.$

继续求导得 $f''(x)=x(-\sin x)+\cos x+\cos x-f(x),$

即 $f(x)$ 满足方程：$y''+y=2\cos x-x\sin x.$ 为二阶常系数非齐次线性方程 2分

特征方程 $r^2+1=0,$ 特征根 $r_{1,2}=\pm i,$ 3分

方程的非齐次项属于 $e^{\alpha x}[P_l(x)\cos\beta x+Q_n(x)\sin\beta x]$ 型（$\alpha=0,\beta=1,P_l(x)=2,Q_n(x)=-x$）

由于 $\alpha\pm\beta i=0\pm i$ 是特征根，所以设其特解形式为 $y*=x(Ax+B)\cos x+x(Cx+D)\sin x.$

解得 $A=\frac{1}{4},B=0,C=0,D=\frac{3}{4}.$ 故其特解为 $y*=\frac{1}{4}x^2\cos x+\frac{3}{4}x\sin x.$ 5分

七、(4分).证：用截面法 $\iiint\limits_{\Omega}f(z)dv=\int_{-1}^1 f(z)dz\iint\limits_{D_z}dxdy=\pi\int_{-1}^1 f(z)(1-z^2)dz=\pi\int_{-1}^1 f(t)(1-t^2)dt$ 4分

八

【答案解析】(1) $z'_x=2ax,z'_y=2by,$，在点（3，4）处的梯度为 $6ai,8bj$，因该梯度

与 $l=-3i-4j$ 同向；最大值为 10 也就是梯度的模长为 10，也就是最大方向导数为 10，可

得 $\begin{cases}\frac{6a}{8b}=\frac{-3}{-4}\\-\frac{18a}{5}-\frac{32b}{5}=10\end{cases}\Rightarrow a=b=-1$

方法二：该曲面 $z=2-x^2-y^2$ 为一个倒扣的碗形。根据重积分的应用知识，

设区域 $D=\{x,y\,|\,x^2+y^2\le 2\}$

$$S=\iint\limits_{D}\sqrt{1+z_x'^2+z_y'^2}dxdy=\iint\limits_{D}\sqrt{1+4(x^2+y^2)}dxdy$$

$$=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{2}}\sqrt{1+4r^2}\ rdr=\frac{13\pi}{3}$$

5分