2018-2019-2 学期《大学物理 1》考前辅导讲义

信息科学与工程学院　梁宇龙

二．刚体力学

必备结论

角动量守恒：$J\omega = J_0\omega_0$

刚体定轴转动定律：$J\alpha = F_1R_1 - F_2R_2$

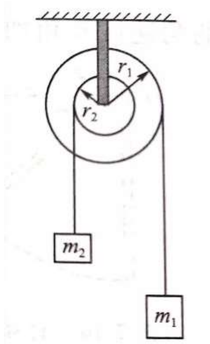
【例 1】一个人站在有光滑固定转轴的转动平台上，双臂伸直水平地举起二哑铃，在该人把此哑铃水平收回到胸前的过程中，人、哑铃与转动平台组成的系统（　）

A.机械能守恒，角动量守恒　　B.机械能守恒，角动量不守恒

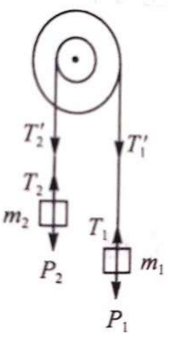
C.机械能不守恒，角动量守恒　　D.机械能不守恒，角动量不守恒

【分析】收回过程中，手臂对系统做功，机械能不守恒。角动量守恒。

【答案】C



【例 2】如图，物体 A 和 B 分别挂在定滑轮两边，该定滑轮由两个同轴的，且半径分别为r_1和r_2（$r_1 > r_2$）的圆盘组成。已知两物体质量分别为m_1和m_2，定滑轮的转动惯量为 J，轮与轴承间的摩擦忽略不计。求：两物体的加速度。



【解】画出受力分析图，可列出关系式如下：

$P_1 - T_1 = m_1g - T_1 = m_1a_1$

$T_2 - P_2 = T_2 - m_2g = m_2a_2$

$J\beta = T_1'r_1 - T_2'r_2$

$a_1=\beta r_1$；$a_2=\beta r_2$

其中$T_1' = T_1$；$T_2 = T_2'$

联立解得：$a_1 = \frac{(m_1r_1-m_2r_2)gr_1}{J+m_1{r_1}^2+m_2{r_2}^2}$　$a_2 = \frac{(m_1r_1-m_2r_2)gr_2}{J+m_1{r_1}^2+m_2{r_2}^2}$

三．振动与波动

1.弹簧振子模型（10 卷 7 考）

相关公式：$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$　　$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$　　$E_K = \frac{1}{2}kx^2$

【例 1】有一弹簧振子，总能量为 E，如果简谐振动的振幅增加为原来的两倍，重物的质量增加为原来的四倍，则它的总能量变为____________

【分析】当弹簧振子处于最大伸长量时，总能量等于势能，即$E = \frac{1}{2}kx^2$，若振幅增大为原来的 2 倍，即 x 增大为原来的两倍，故总能量增大伟原来的 4 倍。重物质量不影响能量的变化。

【答案】4E

【例 2】一弹簧振子周期为 T，现将弹簧截去$\frac{1}{3}$，下面仍挂原来的物体，则振动周期变为___

【分析】由$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$，弹簧长度不影响弹性系数 k，截掉$\frac{1}{3}$，则质量减少为原来的$\frac{2}{3}$，代

入公式

【答案】$\frac{\sqrt{6}}{3}T$

【例 3】一弹簧振子在光滑水平面上做简谐运动，弹性力在半个周期内所做的功为________

【分析】弹簧振子在半个周期运动中位移为 0，故弹性力做功为 0

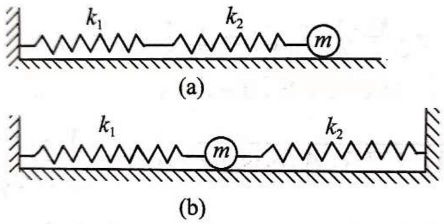
【答案】0

【例 4】一弹簧振子，沿 x 轴方向做振幅为 A 的简谐运动，在平衡位置 x=0 处，弹簧振子的势能为 0，系统的机械能为 50J，问振子处于$x=\frac{A}{2}$处，其势能的瞬时值为__________

【分析】势能表达式：$E_K=\frac{1}{2}kx^2$，只与弹簧伸长量有关。由$\frac{1}{2}kA^2=50J$，得$A=\frac{10}{\sqrt{k}}$。则$x=\frac{A}{2}$时，$\frac{1}{2}k(\frac{A^2}{2})=12.5J$

【答案】12.5J

【例 5】如图 a 所示为串联弹簧，图 b 可等效为并联弹簧。则小球与串联弹簧 a 构成的弹簧振子的振动周期为$T_1=$____;小球与并联弹簧 b 构成的弹簧振子的振动周期为$T_2=$____



【解】两根弹簧串联相当于两个电阻并联，而两根弹簧并联相当于两个电阻串联。

$\frac{1}{k_{串}}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}$ ；　　$k_{并}=k_1+k_2$；　　$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$;

$T_1=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{串}}}=2\pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}$　　$T_2=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$

2.单摆（10 卷 3 考）

相关公式：$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}$　　$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

振动方程：$\theta=\theta_0\cos(\omega t+\varphi)$

【例 1】有一单摆，摆长 l=1.0m，小球质量 m=100g。设小球的运动可以看做简谐运动，则运动周期为____________

【分析】$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$，带入数值解得　　【答案】$\frac{2\pi}{\sqrt{10}}$

【例 2】有一单摆，摆长$l=1.0m$，小球质量$m=10g.t=0$时，小球正好经过$\theta=-0.06rad$处，并以角速度$\theta=0.2rad/s$向平衡位置运动。设小球的运动可看作简谐振动，试求：（1）角频率、周期；（2）用余弦函数形式写出小球的振动式。

【解】（1）角频率$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}=\sqrt{10}$　　　　周期$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}=\frac{2\pi}{\sqrt{10}}$

（2）根据初始条件$\cos\phi_0=\frac{\theta}{A}$，$\sin\phi_0=-\frac{\dot{\theta}}{A\omega}\begin{cases}>0(1,2\ 象限)\\<0(3,4\ 象限)\end{cases}$

得$A=0.088$，$\phi=-2.32$

振动方程$\theta=0.088\cos$（$2.13t-2.32$）

【例 3】当质点以频率ν做简谐振动时，它的动能的变化频率为____________

【分析】动能变化的周期是简谐运动周期的$\frac{1}{2}$，频率是 2 倍。

【答案】2ν

3.驻波(10 卷 1 考)

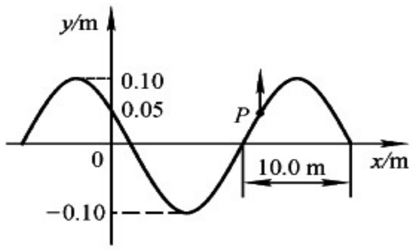
【例】驻波中，相邻两个波节间各质点的振动<u>　振幅不同，相位相同　</u>。

【拓展】波节两侧点的振动相位相反，波节之间的点振动相位相同。

4.振动，波动计算题（必考）

【例】图示为平面简谐波在 t =0 时的波形图，设此简谐波的频率为 250Hz，且此时图中质点 P 的运动方向向上．求：（1）该波的波动方程；

（2）在距原点 O 为 7.5 m 处质点的运动方程与 t =0 时该点的振动速度。



【解】（1） 由图得知 $A=0.10$ m，$\lambda=20.0$m，$u=\lambda\upsilon=5.0\times10^3$ m · s^{-1} 由 $t=0$ 时

点 P 向上运动，可知波沿 Ox 轴负向传播利用旋转矢量法可得其初相$\varphi_0=-\frac{\pi}{3}$

故波动方程为 $y=A\cos[\omega(t+x/u)+\pi/3]=0.10\cos[500\pi(t+x/5000)+\pi/3]\quad(m)$

（2） 距原点 O 为 $x=7.5$m 处质点的运动方程为$y=0.10\cos(500\pi t+13\pi/12)\quad(m)$

$t=0$ 时该点的振动速度为$v=(dy/\mathrm{d}t)_{t=0}=-50\pi\sin13\pi/12=40.6\ m\cdot s^{-1}$

四．波动光学

1.杨氏双缝干涉(10 卷 1 考)

明暗纹位置：$\mathrm{x}=\pm\mathrm{K}\frac{D}{d}\lambda$　K=0,1,2,3……（亮条纹）

$\mathrm{x}=\pm(\mathrm{K}+\frac{1}{2})\frac{D}{d}\lambda$　K=0,1,2,3……（暗条纹）

干涉条纹间距：$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda$

【例】在杨氏双缝干涉中，若 n=1.58 的云母片挡住一缝，这时屏幕中心被第 5 级亮纹占据。已知$\lambda=0.55\mu m$，求云母片的厚度。

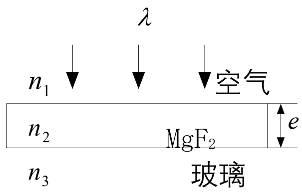
【解】中心位置光程差由 0 变为 5λ，则有$\delta=(n-1)d=5\lambda$得，d=4.74μm

2.薄膜干涉，劈尖干涉（10 卷 2 考）

$$\delta=2en_2(+\frac{\lambda}{2})=\begin{cases}k\lambda\text{为明条纹} & (k=1,2,3\cdots\cdots)\\ (k+\frac{1}{2})\lambda\text{为暗条纹} & (k=0,1,2,3\cdots\cdots)\end{cases}$$

增透膜:$2en_2=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$　　增反膜: $2en_2=k\lambda$　　(k=0,1,2,3……)

【例】如图，波长为 550nm 的光由空气垂直射入玻璃（折射率 1.52),为增加透射率,在玻璃表面镀一层折射率为 1.38 的 MgF2 薄膜，薄膜的最小厚度应为多少?



【解】薄膜上下表面处的反射光在上表面处的光程差为$\Delta=2en_2=(2k+1)\lambda/2$

$k=0$时膜最小$e2_{min}$　　$e\frac{550}{4\times1.38}_{min}$=99.6（nm）

3.牛顿环（10卷2考）

明环半径：$r=\sqrt{\frac{\left(k-\frac{1}{2}\right)R\lambda}{n}}$　　暗环半径：$r=\sqrt{\frac{kR\lambda}{n}}$

【例1】如图，用单色光垂直照射在观察牛顿环的装置上，当平凸透镜垂直向上缓慢平移而远离平面玻璃时，可以观察到这些环状干涉条纹（　　）

（A）向中心收缩　（B）向右平移（C）向外扩张　（D）静止不动（E）向左平移

【答案】A

【例2】用钠灯（$\lambda=589.3$nm）观察牛顿环，看到第k条暗环的半径为$r=4$mm，第$k+5$条暗环半径$r=6$mm，求所用平凸透镜的曲率半径R。

【解】由牛顿环暗环公式r=$\sqrt{kR\lambda}$

据题意有 r=$\sqrt{kR\lambda}=4mm$得 r=$\sqrt{(k+5)R\lambda}=6mm$　　R=6.79m

4.迈克尔逊干涉仪（10卷5考）

相关公式：$\Delta d=\Delta N\frac{\lambda}{2}$

【例】用迈克尔逊干涉仪测微小的位移，若入射光波波长为$\lambda = 5893A^0$，当动臂反射镜移动时，干涉条纹移动了2040条，反射镜移动的距离d=__________mm。

【分析】$A^0 = 0.1nm$ 带入$\Delta d = \Delta N\frac{\lambda}{2}$，解得 【答案】0.601

5.菲涅尔半波带衍射（10卷3考）

明暗纹条件： 暗条纹：$a\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2}$

明条纹：$a\sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$

中央明纹：$a\sin\varphi = 0$

【例 1】波长为λ的单色光垂直入射在宽度为 a=2λ的单缝上，对应于衍射角30^o方向，单缝处的波面可分成的半波带为______个，对应于该方向的衍射条纹是_____级______纹。

【答案】2；1；暗；

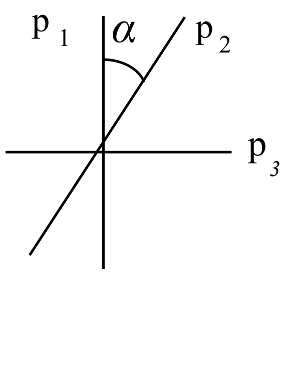
【例 2】惠更斯引入____子波____的概念提出了惠更斯原理，菲涅耳再用____子波干涉____的思想补充了惠更斯原理，发展成了惠更斯—菲涅耳原理。

6.光的偏振（10卷6考）

马吕斯定律：$I = I_0 cos^2\alpha$

布儒斯特定律：$\tan i_0 = \frac{n_2}{n_1}$ 反射光为光振动垂直于入射面的完全偏振光。

【例】在两块透光轴方向正交偏振片 P1 ,P3 之间插入另一块偏振片 P2，光强为I_0的自然光垂直入射于偏振片 P1，求：（1）P1 与 P2 的夹角为$\alpha=30^o$时，通过偏振片 P2 和 P3 的光强 I2 和 I3；（2）求通过 P3 的光强最大值。



【解】（1）$I_2 = I_1\cos^2\alpha = \frac{I_0}{2}\cos^2\alpha = \frac{3}{8}I_0$

$$I_3 = I_2 cos^2(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \frac{3}{32}I_0$$

（2）$I_{3max} = \frac{1}{8}I_0$

7.光栅衍射（10卷9考）

光栅方程：$d\sin\varphi = \pm k\lambda$

缺级现象：$k = \frac{d}{a}k'$

【例】用波长$\lambda = 600nm$的单色光垂直入射一平面光栅（1 nm=10^{-9} m），测得第二级主极大的衍射角30^o ，已知透镜焦距f=100 cm。(1) 求光栅常数d；(2) 求第一级主极大与中央明纹之间的距离x1；(3) 若透光缝的宽度600nm，求屏幕上可能呈现的全部主极大的级次。

【解】(1) $d\sin\varphi = k\lambda \quad d = \frac{2\lambda}{\sin 30^0} = 4\lambda = 2400nm$

(2) $d\,sin\,\varphi = k\lambda$,且$sin\,\phi \approx tg\,\phi = x/f$ ，

所以 $x = kf\lambda/d$ 得 $x_1 = f\lambda/d = 25cm$

(3) $k_m < \dfrac{d}{\lambda} = \dfrac{2400}{600} = 4 \quad \backslash \quad k_m = 3$

$\because \frac{d}{a} = 3$，第3级缺级………(2分)

所以在屏幕能看到$k = 0, \pm1, \pm2$级，共 5 条谱线.……(2 分)