# KCF Tracker による高速物体追跡\*

内海 佑麻 † (61602452)

## 2019/07/23

#### 概要

モダンな物体追跡手法として、KCF Tracker (Kernelized Correlation Filter Tracker) を紹介し、実装をおこなった。KCF Tracker は、データ行列に巡回性を持たせることにより、DCT による対角化が可能となり、処理にかかるストレージおよび計算量を大幅に削減することができる。さらに、カーネルトリックにより

## 目 次

1	はじめに	1
	1.1 Optical flow	 1
2	理論	3
	2.1 Ridge 回帰	 3
	2.2 巡回行列と DFT	 3
	2.3 巡回行列を使った Ridge 回帰	 4
	2.4 Kernel Ridge 回帰	 5
	2.5 巡回行列を使った Kernel Ridge 回帰	 6
3	実装	6
4	考察	8
5	結論	8

## 1 はじめに

### 1.1 Optical flow

異なる時点の2画像間で、各画素値の移動量を表現したベクトルをOptical Flowという. Optical Flowにより特徴点を検出することで、たとえば動画内の特定の物体を追跡す

<sup>\*</sup>慶應義塾大学 理工学研究科 2019 春学期 "ComputerVision 特論" 最終レポート

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>情報工学科 4 年,Email: uchiumi@ailab.ics.keio.ac.jp

ることができる。まず、一般論として、勾配法 (Gradient-based method) による Optical Flow の求解手順を定式化する。勾配法では、Taylor 展開による近似を用いるため、「連続する 2 画像での対象物の移動が微小であること」を前提としている。

**勾配法による Optical Flow の求解** 画像 I における画素 (x,y) の時刻 t における画素値を I(x,y,t),時間  $\Delta t$  に対する画素値の移動量を  $(\Delta x,\Delta y)$  とおく.移動前後で対象画素の画素値が不変であると仮定すると,

$$I(x, y, t) = I(x + \Delta x, y + \Delta y, \Delta t) \tag{1}$$

が成り立つ. さらに、画素値の変化が滑らかであると仮定すると、1次までの Taylor 展開により、以下の近似式を得る.

$$I(x, y, t) \approx I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial I}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial I}{\partial t} \Delta t$$
 (2)

両辺を  $\Delta t$  で割って,整理すると,

$$\frac{\partial I}{\partial x}\frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\partial I}{\partial y}\frac{\Delta y}{\Delta t} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \tag{3}$$

 $\Delta t \rightarrow 0$  とすれば,

$$\frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \tag{4}$$

ここで、画素 (x,y) の Optical Flow:  $(u,v) = \left(\frac{\partial x}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial t}\right)$  に着目する。 $I_x = \frac{\partial I}{\partial x}$ ,  $I_y = \frac{\partial I}{\partial y}$ ,  $I_t = \frac{\partial I}{\partial t}$ , とおけば、(u,v) がみたすべき方程式<sup>1</sup>は、次式のようになる。

$$I_x u + I_y v + I_t = 0 (5)$$

しかし、上式は2つの未知数u,vに対して方程式は1つであり、解が定まらない $^2$ . [1] そのため、上式に加えて、いくつかの仮定 (制約条件) を導入して Optical Flow: (u,v) を球解する手法が提案されている。古典的で重要な手法として、Lucas–Kanade 法や Horn–Schunck 法がある。[2][3][4][5]

#### • Lucas-Kanade 法

「各画素の近傍では、移動方向が相関する」という仮定をおく、画像中の特定の点 (領域)に絞って追跡を行うような用途に適しているため、sparse型と呼ばれる.

#### • Horn-Schunck 法

「各画素は、変化率が最小となる方向へ移動する」という仮定をおく、画像中の画素全体の動きを解析するような用途に適しているため、dense 型と呼ばれる.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>これを、OpticalFlow の拘束式と呼ぶ。

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>これを、Aperture Problem(窓問題) という.

### 2 理論

Kernelized Correlation Filters[6] について解説する.

## 2.1 Ridge 回帰

SVM などの洗練されたモデルに近い性能をもち,かつ単純な閉形式解 $^3$ をもつ Ridge 回帰を用いる.n 個の訓練データ  $(\mathbf{x}_i,y_i)_{i=1\cdots n}$  に対する Ridge 回帰は,以下のように定式化される.

$$\min_{\mathbf{w}} \sum_{i=1}^{n} (f(\mathbf{x}_i) - y_i)^2 + \lambda ||\mathbf{w}||^2, \quad f(\mathbf{x}_i) = \mathbf{w}^{\mathrm{T}} \mathbf{x}_i$$
 (6)

データ行列

$$X = \begin{bmatrix} x_1^{\mathrm{T}} \\ x_2^{\mathrm{T}} \\ x_{3^{\mathrm{T}}} \\ \vdots \\ x_N^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \cdots & x_{2n} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & \cdots & x_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} & \cdots & x_{nn} \end{bmatrix}$$
(7)

を用いると、Ridge 回帰の閉形式解は、以下のようになる.

$$\mathbf{w} = (X^{\mathrm{T}}X + \lambda I)^{-1}X^{\mathrm{T}}\mathbf{y} \tag{8}$$

さらに、転置行列 $X^{\mathrm{T}}$ を、エルミート転置 $X^{\mathrm{H}}:=(X^{*})^{\mathrm{T}}$ によって拡張すると、

$$\mathbf{w} = (X^{\mathrm{H}}X + \lambda I)^{-1}X^{\mathrm{H}}\mathbf{y} \tag{9}$$

となる.4

#### 2.2 巡回行列と DFT

注目点の移動パスをベクトル  $\mathbf{x}=(x_1,\cdots x_n)^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^n$  とおく. このとき, cyclic shift operator として,  $n\times n$  行列

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
(10)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>四則演算と初等関数の合成関数によって表せる解を、閉形式解(closed-form solution)という。

 $<sup>{}^{4}</sup>A^{*}$  は、行列 A の複素共役を表す、

を定義すると、ベクトルxの巡回置換は、

$$\{P^u \mathbf{x} \mid u = 0, \dots n - 1\} \tag{11}$$

と得られる. すなわち, あるベクトル $\mathbf x$ から, n 個の仮想サンプルを作成することができる. そこで, ある信号 $\mathbf x$ を, Pを用いて拡張すると,

$$C(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} (P^{0}\mathbf{x})^{\mathrm{T}} \\ (P^{1}\mathbf{x})^{\mathrm{T}} \\ (P^{2}\mathbf{x})^{\mathrm{T}} \\ \vdots \\ (P^{n-1}\mathbf{x})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1} & x_{2} & x_{3} & \cdots & x_{n} \\ x_{n} & x_{1} & x_{2} & \cdots & x_{n-1} \\ x_{n-1} & x_{n} & x_{1} & \cdots & x_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{2} & x_{3} & x_{4} & \cdots & x_{1} \end{bmatrix}$$
(12)

を得られる. ここで,  $C(\mathbf{x})$  は巡回行列 (Circulant matrix) だから, これは DFT(Discrete Fourier Transform) によって対角化可能である. すなわち,

$$\forall \mathbf{z} \in \mathbb{R}^n, \quad F(\mathbf{z}) = \sqrt{n}F\mathbf{z} \tag{13}$$

をみたす、ある定まった DFT 行列 F と、 $\mathbf{x}$  の周波数成分

$$\hat{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x}) = \sqrt{n}F\mathbf{x} \tag{14}$$

を用いると、 $C(\mathbf{x})$  は次式のように固有値分解できる.

$$C(\mathbf{x}) = F \operatorname{diag}(\hat{\mathbf{x}}) F^H \tag{15}$$

#### 2.3 巡回行列を使った Ridge 回帰

 $C(\mathbf{x})$  をデータ行列として、Ridge 回帰を行う、中心化していない共分散行列は、DCT 行列 F を用いて次式のように表せる。

$$C(\mathbf{x})^{\mathrm{H}}C(\mathbf{x}) = F \operatorname{diag}(\hat{\mathbf{x}}^*) F^H F \operatorname{diag}(\hat{\mathbf{x}}) F^H$$
 (16)

さらに、要素積 ⊙ を用いて

$$F^H F = (F^*)^{\mathrm{T}} F = I \tag{17}$$

$$\operatorname{diag}(\hat{\mathbf{x}}^*) \cdot \operatorname{diag}(\hat{\mathbf{x}}) = \operatorname{diag}(\hat{\mathbf{x}}^* \odot \hat{\mathbf{x}}) \tag{18}$$

が成り立つから,

$$C(\mathbf{x})^{\mathrm{H}}C(\mathbf{x}) = F \operatorname{diag}(\hat{\mathbf{x}}^* \odot \hat{\mathbf{x}})F^H$$
 (19)

となる. ここで、 $\hat{\mathbf{x}}^* \odot \hat{\mathbf{x}}$  は、信号  $\mathbf{x}$  の自己相関 (auto correlation) またはパワースペクトル (power spectrum) と呼ばれる量である. すなわち、P によって空間方向にシフトさせ

た信号どうしの共分散を表している.以上から,データ行列として  $C(\mathbf{x})$  を用いた Ridge 回帰の閉形式解は,次のようになる.

$$\hat{\mathbf{w}} = (C(\mathbf{x})^{\mathrm{H}}C(\mathbf{x}) + \lambda I)^{-1}C(\mathbf{x})^{\mathrm{H}}\hat{\mathbf{y}}$$
(20)

$$= \operatorname{diag}\left(\frac{\hat{\mathbf{x}}^*}{\hat{\mathbf{x}}^* \odot \hat{\mathbf{x}} + \lambda}\right) \hat{\mathbf{y}} \tag{21}$$

$$=\frac{\hat{\mathbf{x}}^* \odot \hat{\mathbf{y}}}{\hat{\mathbf{x}}^* \odot \hat{\mathbf{x}} + \lambda} \tag{22}$$

(23)

よって、逆 DFT $F^{-1}$  を用いて、w が求められる.

$$\mathbf{w} = F^{-1}(\hat{\mathbf{w}}) \tag{24}$$

### 2.4 Kernel Ridge 回帰

任意の正定値関数  $k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \phi(\mathbf{x}_i)^{\mathrm{T}} \phi(\mathbf{x}_j)$  に対して,

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \phi(\mathbf{x}_i) \tag{25}$$

とおけば, グラム行列

$$K = \begin{bmatrix} k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) & k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) & k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3) & \cdots & k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_n) \\ k(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) & k(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2) & k(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3) & \cdots & k(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_n) \\ k(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_1) & k(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_2) & k(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_3) & \cdots & k(\mathbf{x}_3, \mathbf{x}_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_1) & k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_2) & k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_3) & \cdots & k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_n) \end{bmatrix}$$
(26)

を用いて、Representer 定理より、

$$f(\mathbf{x}_i) = \mathbf{w}^{\mathrm{T}} \mathbf{x}_i = \sum_{j=1}^n \alpha_j k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$$
 (27)

$$\|\mathbf{w}\|^2 = \alpha^{\mathrm{T}} K \alpha \tag{28}$$

が成り立つ. すなわち, n 個の訓練データ  $(\mathbf{x}_i,y_i)_{i=1\cdots n}$  に対する Kernel Ridge 回帰は,以下のように定式化される.

$$\min_{\alpha} \sum_{i=1}^{n} (f(\mathbf{x}_i) - y_i)^2 + \lambda \alpha^{\mathrm{T}} K \alpha, \quad f(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$$
 (29)

Kernel Ridge 回帰の閉形式解は、以下のようになる.

$$\alpha = (K + \lambda I)^{-1} \mathbf{y} \tag{30}$$

#### 2.5 巡回行列を使った Kernel Ridge 回帰

Ridge 回帰と同様に、ベクトル  $\mathbf x$  とその巡回シフトに対するカーネルは、P と  $k(\cdot,\cdot)$  を用いて

$$\{k(\mathbf{x}, P^u\mathbf{x}) \mid u = 0, \dots n - 1\} \tag{31}$$

となる. よって, ベクトル kxx を,

$$\mathbf{k}_{i}^{\mathbf{x}\mathbf{x}} = k(\mathbf{x}, P^{i-1}\mathbf{x}) \quad (i = 1, \dots n)$$
(32)

と定義し, これを用いた巡回行列

$$C(\mathbf{k}^{\mathbf{x}\mathbf{x}}) = \begin{bmatrix} (P^{0}\mathbf{k}^{\mathbf{x}\mathbf{x}})^{\mathrm{T}} \\ (P^{1}\mathbf{k}^{\mathbf{x}\mathbf{x}})^{\mathrm{T}} \\ \vdots \\ (P^{n-1}\mathbf{k}^{\mathbf{x}\mathbf{x}})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k(\mathbf{x}, P^{0}\mathbf{x}) & k(\mathbf{x}, P^{1}\mathbf{x}) & \cdots & k(\mathbf{x}, P^{n-1}\mathbf{x}) \\ k(\mathbf{x}, P^{n-1}\mathbf{x}) & k(\mathbf{x}, P^{0}\mathbf{x}) & \cdots & k(\mathbf{x}, P^{n-2}\mathbf{x}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k(\mathbf{x}, P^{1}\mathbf{x}) & k(\mathbf{x}, P^{2}\mathbf{x}) & \cdots & k(\mathbf{x}, P^{0}\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$
(33)

を得られる. さらに、中心化していない共分散行列は、 $\operatorname{DCT}$  行列 F を用いて次式のように表せる.

$$C(\mathbf{k^{xx}})^{\mathrm{H}}C(\mathbf{k^{xx}}) = F \operatorname{diag}\left(\hat{\mathbf{k^{*}}}^{xx} \odot \hat{\mathbf{k}}^{xx}\right) F^{\mathrm{H}}$$
 (34)

以上から、データ行列として  $C(\mathbf{k^{xx}})$  を用いた Kernel Ridge 回帰の閉形式解は、次のようになる.

$$\hat{\alpha} = (C(\mathbf{k}^{\mathbf{x}\mathbf{x}}) + \lambda I)^{-1}\mathbf{y} \tag{35}$$

$$=\frac{\hat{\mathbf{y}}}{\hat{\mathbf{k}}^{\mathbf{x}\mathbf{x}} + \lambda} \tag{36}$$

よって、逆 DFT $F^{-1}$  を用いて、w が求められる.

$$\alpha = F^{-1}(\hat{\alpha}) \tag{37}$$

## 3 実装

RBF kernel を用いる.

$$\mathbf{k}^{\mathbf{x}\mathbf{x}'} = \exp\left\{-\frac{1}{\sigma^2} \left( \|\mathbf{x}\|^2 + \|\mathbf{x}'\|^2 - 2F^{-1}(\hat{\mathbf{x}}^* \odot \hat{\mathbf{x}}') \right) \right\}$$
(38)

実行環境 以下の環境でプログラムを実装した. 主要なスクリプトの記述には Python を採用した. 使用したコードは, https://github.com/yumaloop/CV\_report2019 で公開した.

• OS: macOS Mojave 10.14.4

• App: Apple QuickTime Player 10.5 (935.3)

• Lang: Python 3.7.4

• Lib: Numpy 1.16.1, Opency-python 4.1.0

なお、今回は、KCF Tracker アルゴリズムのみを実装したため、動画の入出力やユーザインターフェースは、OpenCV の定義済み関数を利用した。具体的に、KCF Tracker のオブジェクトをインポートできる OpenCV の cv2. Tracker KCF\_create() を使って、Object Tracking を行うコードは次のようになる。このうち、コード中のオブジェクト tracker と関連する処理を実装した。

```
import sys
import cv2
\# Set up tracker as KCF.
tracker = cv2.TrackerKCF_create()
# cap: captured images from the video
input_file = "******.mp4"
cap = cv2.VideoCapture(input_file)
cap_width = int(cap.get(cv2.CAP_PROP_FRAME_WIDTH))
cap_height = int(cap.get(cv2.CAP_PROP_FRAME_HEIGHT))
cap_size = (cap_width, cap_height)
# out: result video (m4v)
# see also https://gist.github.com/takuma7/44f9ecb028ff00e2132e
output_file = "******.m4v"
fourcc = cv2.VideoWriter_fourcc('m', 'p', '4', 'v')
out = cv2.VideoWriter(output_file, fourcc, 20.0, cap_size)
# Exit if video not opened.
if not cap.isOpened():
    print("Cannot open the video file.")
    sys.exit()
# Read first frame.
ret, frame = cap.read()
if not ret:
   print('Cannot read the video file.')
   sys.exit()
# Initialize bounding box
bbox = (287, 23, 86, 320)
# Uncomment the line below to select a different bounding box
bbox = cv2.selectROI(frame, False)
# Initialize tracker
ret = tracker.init(frame, bbox)
```

```
while True:
# Read a new frame
ret, frame = cap.read()
if not ret: break
# -----
''' Update tracker (Tracking process in OpenCV) '''
ret, bbox = tracker.update(frame)
# Draw bounding box
if ret:
   # Tracking succeeded
   p1 = (int(bbox[0]), int(bbox[1]))
   p2 = (int(bbox[0] + bbox[2]), int(bbox[1] + bbox[3]))
cv2.rectangle(frame, p1, p2, (255,0,0), 2, 1)
else :
   # Tracking failed
   cv2.putText(frame, "Tracking failure detected",
   (100, 80), cv2.FONT_HERSHEY_SIMPLEX, 0.75, (0,0,255) ,2)
# Display result
cv2.imshow("Tracking", frame)
# Save result as mp4 file
out.write(frame)
# Exit if ESC pressed
k = cv2.waitKey(1) & 0xff
if k == 27:
   break
```

#### 4 考察

### 5 結論

- foo
- bar
- buz

# 参考文献

- [1] Richard Szeliski. Computer Vision: Algorithms and Applications. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1st edition, 2010.
- [2] Berthold K.P. Horn and Brian G. Schunck. Determining optical flow. Technical report, Cambridge, MA, USA, 1980.

- [3] Bruce D. Lucas and Takeo Kanade. An iterative image registration technique with an application to stereo vision. In *Proceedings of the 7th International Joint Conference on Artificial Intelligence Volume 2*, IJCAI'81, pp. 674–679, San Francisco, CA, USA, 1981. Morgan Kaufmann Publishers Inc.
- [4] Chris Harris and Mike Stephens. A combined corner and edge detector. In *In Proc.* of Fourth Alvey Vision Conference, pp. 147–151, 1988.
- [5] Carlo Tomasi and Takeo Kanade. Detection and tracking of point features. Technical report, International Journal of Computer Vision, 1991.
- [6] João F. Henriques, Rui Caseiro, Pedro Martins, and Jorge Batista. High-speed tracking with kernelized correlation filters. CoRR, Vol. abs/1404.7584, , 2014.