LOGICA DE PROPOSICIONES

¿FORMA CLAUSULADA?

Toda sentencia lógica de proposiciones podemos expresarla a su equivalente.

Veamos algunas definiciones:

Def. 1 una cláusula es una sentencia de la siguiente forma:

$$p_1 \vee p_2 \vee p_3 \vee \dots \vee p_n$$

mas claro, una cláusula es una disyunción (las proposiciones tienen que estar solas con o sin la negación) Ejemplo:

1. $\neg p \vee p$
2. $p \vee q \vee r$
3. $p \vee \neg q \vee r \vee \neg s$

Def. 2 la sentencia estará al fin en *forma clausulada* si tiene la forma:

$$(p_{11} \vee p_{12} \vee p_{13} \vee \dots) \wedge (p_{21} \vee p_{22} \vee p_{23} \vee \dots)$$

En fin, una sentencia de *forma clausulada es una conjunción de cláusulas.*

Demostración:

Paso 1: Elimina las condicionales y bicondicionales utilizando las equivalencias de estas.

¿Recuerdas esto?

$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$

son estas las equivalencias que tienes que utilizar.

Paso 2: Introduce las negaciones de modo que no ya no se pueda aplicar la ley de Morgan

$\neg (p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

$\neg (p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

$\neg \neg p \leftrightarrow p$

Así solo quedaran las conectivas "$\wedge$", "$\vee$"

Paso 3: Distribuye "$\wedge$" sobre "v" con equivalencias

$$((p_1 \wedge p_2) \vee p_3) \leftrightarrow ((p_1 \vee p_3) \wedge (p_2 \vee p_3))$$

Ejemplo 1:

$\neg (p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \vee r)$

Paso 1: Vamos a eliminar las condicionales con las equivalencias de estas.

Empecemos por la de mayor complejidad que es el bicondicional:

$[\neg (p \rightarrow q) \rightarrow (q \vee r)] \wedge [(q \vee r) \rightarrow \neg (p \rightarrow q)]$

Ahora si podemos concentrarnos en la implicación:

$[\neg \{\neg (\neg p \vee q)\} \vee (q \vee r)] \wedge [\neg (q \vee r) \vee \neg (\neg p \vee q)]$

Paso 2: Introducimos la negación:

$[(\neg p \vee q) \vee (q \vee r)] \wedge [(\neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q)]$

Paso 3: Escribimos de forma "∧" "v"

$(\neg p \vee q \vee q \vee r) \wedge \neg q \wedge (\neg r \vee p)$

Es de la forma Def 2

$(p_{11} \vee p_{12} \vee p_{13} \vee \ldots) \wedge (p_{21} \vee p_{22} \vee p_{23} \vee \ldots)$