

# 비례항법 유도를 이용한 3차원 경로점 유도

3-Dimensional Waypoint Guidance Using Proportional Navigation Guidance

저자 조성봉, 허기봉

(Authors)

한국항공우주학회 학술발표회 초록집, 2010.4, 716-719(4 pages) 출처

(Source)

한국항공우주학회 발행처

The Korean Society for Aeronautical & Space Sciences (Publisher)

http://www.dbpia.co.kr/journal/articleDetail?nodeId=NODE01445909 URL

조성봉, 허기봉 (2010). 비례항법 유도를 이용한 3차원 경로점 유도. 한국항공우주학회 학술발표회 초록집, 716-719 **APA Style** 

이용정보 경북대학교 155.\*\*\*.24.202

(Accessed) 2021/07/14 20:13 (KST)

## 저작권 안내

DBpia에서 제공되는 모든 저작물의 저작권은 원저작자에게 있으며, 누리미디어는 각 저작물의 내용을 보증하거나 책임을 지지 않습니다. 그리고 DBpia에 서 제공되는 저작물은 DBpia와 구독계약을 체결한 기관소속 이용자 혹은 해당 저작물의 개별 구매자가 비영리적으로만 이용할 수 있습니다. 그러므로 이에 위반하여 DBpia에서 제공되는 저작물을 복제, 전송 등의 방법으로 무단 이용하는 경우 관련 법령에 따라 민, 형사상의 책임을 질 수 있습니다.

#### **Copyright Information**

Copyright of all literary works provided by DBpia belongs to the copyright holder(s) and Nurimedia does not guarantee contents of the literary work or assume responsibility for the same. In addition, the literary works provided by DBpia may only be used by the users affiliated to the institutions which executed a subscription agreement with DBpia or the individual purchasers of the literary work(s)for non-commercial purposes. Therefore, any person who illegally uses the literary works provided by DBpia by means of reproduction or transmission shall assume civil and criminal responsibility according to applicable laws and regulations.

# 비례항법 유도를 이용한 3차원 경로점 유도

3-Dimensional Waypoint Guidance Using Proportional Navigation Guidance

조성봉\*, 허기봉(국방과학연구소)

## 1. 서 론

항공기나 유도무기 등이 포함된 다양한 전장 상황을 현실적으로 모의하기 위하여 참여하는 전장 세력에 대한 모델링의 필요성이 제기되었 다. 모의 전장 상황에 관여하는 모든 작전 세력 들의 유기적인 작전 수행 시뮬레이션과 운용효 과 분석을 위해서는 참여하는 작전 세력의 모델 링이 필수적이다. 본 연구에서는 이러한 6-DOF 모델링에 앞서 운동 모델 연구를 수행하였다.

본 연구는 운동 모델을 질점(point mass)으로 단순화하여, 이 질점에 대한 3차원 경로점 유도(3-dimensional waypoint guidance)에 관한 연구를 수행한 결과물이다. 비행체를 원하는 방향으로 이동시키면서 특정한 지점을 통과하도록하는 경로점 유도(waypoint guidance)는 비행체의 임무를 완수하도록 하는데 중요한 역할을 수행하는 요소이다. 여기서 경로점(waypoint, WP)은 비행체가 지나가야하는 공간상의 고정된위치를 말하는데, 비행 전 단계에서 정해진 비행 계획대로 비행하도록 경로점을 미리 결정한다. 그리고 이러한 경로점을 비행체가 통과하도록 유도 명령을 계산하는 것이 경로점 유도이다.

두 개의 경로점을 잇는 직선(line segment)과비행체 운동간의 기하학적 관계를 선형시스템으로 모델링하여 LQR(Linear Quadratic Regulator)이론을 적용하여 유도한 수평면 경로점 유도법칙[1][2]은 직선비행을 하는 2차원 비행체에 제한적으로 적용 가능하다. 이처럼 비행체의 2차원 경로점 유도에 대한 연구는 활발하게 진행되어왔으나, 실제 비행시스템이 운용되는 3차원 상에서 바로 적용할 수 있는 경로점

유도법칙에 대한 연구가 미진하였다. 그래서 본 연구에서는 비례항법유도(PNG, Proportional Navigation Guidance)를 이용한 3차원 상에서의 경로점 유도를 수행하였다. 각각의 경로점을 고 정된 표적으로 간주하고 비례항법을 이용하여 각각의 표적에 대한 종말유도오차(miss distance)를 줄여나가는 방법을 연속적으로 이 용하여 주어진 경로점을 추종하도록 3차원 상에 서 구현하였다.

## 2. 비례항법 경로점 유도

#### 2.1 운동방정식 정식화

비행체 운동 모델의 정식화를 위한 초기조건 에 대한 내용은 다음 그림 1과 같다.

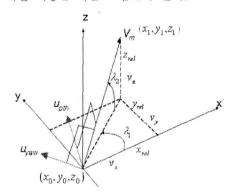


그림 1 PN Waypoint Guidance Geometry

그림 1과 같은 관성좌표계에서 시작점  $(x_0, y_0, z_0)$ 은 비행체의 초기위치를 나타내고 점  $(x_1, y_1, z_1)$ 은 비행체가 거쳐 가야하는 첫 번째 경로점을 나타낸다. x-v평면에서 비행체의 초기

위치와 첫 번째 경로점 사이의 가상의 선을 연 결하면 x축과 이루는 각 λ,는 x-y평면에서의 시선각(line-of-sight angle)을 나타내고, x-z평 면에서 비행체의 초기위치와 첫 번째 경로점 사 이의 가상의 선을 연결하면 x축과 이루는 각 λ<sub>2</sub>는 x-z평면에서의 시선각을 나타낸다. 그리고  $x_{rel}$ ,  $y_{rel}$ ,  $z_{rel}$ 는 각 축에 대한 비행체의 현재위 치와 경로점 사이의 상대거리이다 비행체의 가 속도 유도명령 u 은 비행체의 속도벡터에 수직 하게 작용하며, 유도명령은 시정수(time constant)  $T_a$ 를 갖는 1차 시간 지연 시스템을 거쳐 구현된다고 가정한다. 비행체의 속도  $v_{m}$ 은 적절한 속도 제어루프에 의해 전 비행과정동안 일정한 속도를 유지한다고 가정한다. 비행체의 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\overrightarrow{r_m} = \overrightarrow{v_m} , \qquad \overrightarrow{r_m}(t_0) = \overrightarrow{r_{m0}}$$

$$\overrightarrow{v_m} = \overrightarrow{a_m} , \qquad \overrightarrow{v_m}(t_0) = \overrightarrow{v_{m0}}$$

여기서  $r_{,,,}(x,y,z)$ 은 비행체의 현재위치와 현재 추종중인 경로점 사이의 거리이고, a,,은 비행체의 가속도를 나타낸다. 유도명령이 속도 벡터에 수직하므로 유도명령을 속도좌표계에 대 해 정의하고 이를 관성좌표계로 변환한다. 속도 좌표계에서의 유도명령을

$$u_c^V = \begin{bmatrix} 0 & u_{yow} & u_{pth} \end{bmatrix}^T$$

 $\overrightarrow{u_c^{\Gamma'}} = \left[ egin{array}{c} 0 & u_{yow} & u_{pth} \end{array} 
ight]^T$ 으로 정의하면 다음과 같은 관계식을 만족한 H.

$$\overrightarrow{u_c}^{\prime} \cdot \overrightarrow{v_m} = 0$$

여기서  $u_{oth}$ 는 피치축의 유도명령이고  $u_{uow}$ 는 요축의 유도명령이다. 롤축의 유도명령은 질점 의 이동방향과 동일선상이기 때문에 기동에 영 향을 주지 못한다. 그리고  $u_{uov}$ 는 x-y평면에서 의 가속도 유도명령이라고 할 수 있고,  $u_{mh}$ 는 x-z평면에서의 가속도 유도명령이라고 할 수 있다.

비행체의 자동 비행을 1차의 시간 지연 시스 템으로 가정하면 속도좌표계에서의 비행체의 가 속도  $a_m^{\Gamma'}$ 는 다음과 같은 미분방정식으로 표현된 다.

$$\overrightarrow{a_m^{\,\mathrm{l'}}} = \frac{1}{T_c} \left( \overrightarrow{u_c^{\,\mathrm{l'}}} - \overrightarrow{a_m^{\,\mathrm{l'}}} \right)$$

여기서  $T_a$ 는 비행체의 시정수이다.  $a_m^{\Gamma'}$ 를 관 성좌표계로 변환하면.

$$\overrightarrow{a_m} = \left[ \begin{array}{c} C_I^V \end{array} \right]^T \overrightarrow{a_m^V}$$

이 때 관성좌표계에서 속도좌표계로의 변환 행렬  $C_{i}^{V}$ 는 다음과 같이 비행체 속도벡터의 비 행경로각  $\gamma_m = \lambda_2$  및 방향각  $\psi_m = \lambda_1$ 으로 정의

$$C_{I}^{V} = \ T_{2} \Big( -\gamma_{m} \Big) \ T_{3} \Big( \psi_{m} \Big) \ = \begin{bmatrix} c\gamma_{m} c \psi_{m} & c\gamma_{m} s \psi_{m} & s \gamma_{m} \\ -s \psi_{m} & c \psi_{m} & 0 \\ -s \gamma_{m} c \psi_{m} & -s \gamma_{m} s \psi_{m} & c \gamma_{m} \end{bmatrix}$$

여기서  $\psi_m$ 과  $\gamma_m$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$\psi_m = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x} \ , \quad \gamma_m = \tan^{-1} \frac{v_z}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$$

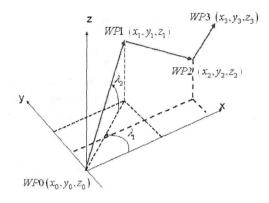
#### 2.2 비례항법에 의한 경로점 유도

비례항법 유도법칙은 매순간마다 비행체와 표적까지의 시선각에 직각인 가속도 유도명령을 발생시켜 표적에 수렴하게 하는 기법이다. 이런 가속도 유도명령은 시선각 변화율(line-of -sight rate)와 접근속도(closing velocity)에 비 례한다.[3] 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$U_c = N' V_c \dot{\lambda}$$

여기서 U는 가속도 유도명령이고, N 은 비 례항법상수(proportional navigation constant)이 고, 시는 시선각을 나타낸다. 또한 Ve는 비행체 와 표적간의 상대속도 또는 접근속도를 의미한 다.

각각의 경로점을 표적으로 간주하고 비행체 가 거쳐 간 바로 직전의 경로점을 비행체의 초 기위치로 간주하면, 각 경로점 사이의 구간은 비행체가 이전 경로점에서 다음 경로점까지 비 례항법유도를 통해 호밍하는 상황의 반복으로 생각할 수 있다. 예를 들면, 그림 2에서 보는 바 와 같이 비행체가 경로점1(WP1)을 통과 후 경 로점2(WP2)로 호밍하는 상황이면, WP1은 비행 체의 초기위치가 되고 WP2는 비행체의 표적이 되는 것이다. 이와 같이 매 구간마다 비례항법 을 적용한다면 미리 설정된 무한개의 경로점에 대해 계속적으로 추종이 가능한, 비례항법을 이 용한 경로점 유도가 가능한 것이다.



## 그림 2 비례항법유도의 경로점 유도 적용

위에서 언급한 바와 같이, x-y평면에서는 유도명령  $u_{yaw}$ 를 구할 수가 있고,  $u_{pth}$ 는 x-z평면에서 구할 수 있다.

$$u_{yaw}=N'\ V_{c1}\ \dot{\lambda}_1$$
 ,  $u_{pth}=N'\ V_{c2}\ \dot{\lambda}_2$   
라티 1에서 시서간  $\lambda$  라  $\lambda$ 를 가기 구하

그림 1에서 시선각  $\lambda_1$ 과  $\lambda_2$ 를 각각 구하면 아래와 같다.

$$\lambda_1\!=\tan^{-1}\!\!\left(\frac{y_{rel}}{x_{rel}}\right)\!\!,\;\;\lambda_2\!=\tan^{-1}\!\!\left(\frac{z_{rel}}{xy_{rel}}\right)$$

여기서  $x_{rel}$ ,  $y_{rel}$ ,  $z_{rel}$ 는 각 축에 대한 비행체의 현재위치와 경로점 사이의 상대거리이고  $xy_{rel}$ 는 경로점의 x-y평면에 대한 정사영의 상대거리이다. 여기서 시선각 변화율을 구하면 아래와 같다.

$$\begin{split} \dot{\lambda_{1}} &= \frac{x_{rel}}{x_{rel}^{2}} \frac{v_{y_{rel}} - y_{rel}}{v_{x_{rel}}} \\ \dot{\lambda_{2}} &= \frac{xy_{rel}}{x_{rel}^{2}} \frac{v_{z_{rel}} - z_{rel}}{xy_{rel}^{2} + z_{rel}^{2}} \end{split}$$

그리고 접근속도  $V_{cl}$ 과  $V_{cl}$ 를 각각 구하면 아래와 같다.

$$egin{aligned} V_{c ext{l}} &= rac{-\left(x_{rcl} \; v_{x_{rcl}} + y_{rcl} \; v_{y_{rcl}}
ight)}{\sqrt{x_{rel}^2 + y_{rcl}^2}} \ V_{c2} &= rac{-\left(x_{rel} \; v_{xy_{rcl}} + z_{rel} \; v_{z_{rcl}}
ight)}{\sqrt{xy_{rcl}^2 + z_{rel}^2}} \end{aligned}$$

그리고 비례항법상수N'은 보통  $3\sim5$ 의 값을 가지는데, 여기서는 4로 값을 고정할 것이다. 위의 연산과정을 거쳐서 비례항법유도를 이용하여 가속도 유도명령  $u_{uax}$ 와  $u_{nth}$ 를 구할 수 있다.

## 3. 경로점 유도 시뮬레이션

#### 3.1 시뮬레이션 조건 및 결과

비행체의 시뮬레이션 초기조건과 9개의 경로점 (WP)은 다음과 같다.

$$\vec{r_m}(t_0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T (m)$$

$$\overrightarrow{v_m} = 100 \ (m/s)$$

- Number of waypoints : NW = 9

$$-WP1 = [ 0 1000 1000]^T (m)$$

$$-WP2 = [ 0 2000 1000]^T (m)$$

$$-WP3 = \begin{bmatrix} 1200 & 2000 & 2000 \end{bmatrix}^T (m)$$

$$-WP4 = [2000 \quad 2000 \quad 2000]^T (m)$$

$$-WP5 = [3000 \quad 2000 \quad 3000]^T (m)$$

$$-WP6 = [3000 \quad 1400 \quad 2000]^T (m)$$

$$-WP7 = [2100 \quad 750 \quad 1000]^{T} (m)$$

$$-WP8 = [1200 0 500]^T (m)$$

$$-WP9 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T (m)$$

위의 시뮬레이션 조건에 의해 유도법칙 중에 가장 기본적인 기법인 비례항법유도를 이용한 경로점 유도 시뮬레이션 결과는 다음 그림 3~그림 6과 같다. 아래 그림 3은 비례항법 경로점 유도 궤적 시뮬레이션 결과이고, 그림 4와 그림 5은 비례항법 경로점 유도의 요축과 피치축의 가속도 유도명령을 각각 보여주고 있다. 그리고 그림 6은 비행시간 동안의 요각과 피치각의 변화를 보여준다.

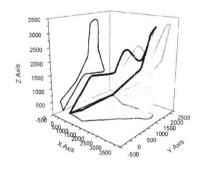


그림 3 비례항법 경로점 유도 궤적 시뮬레이션 결과

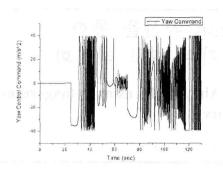


그림 4 비례항법 경로점 유도 요(Yaw)축 유도명령

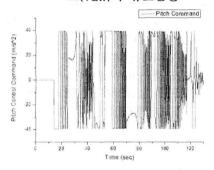


그림 5 비례항법 경로점 유도 피치(Pitch)축 유도명령

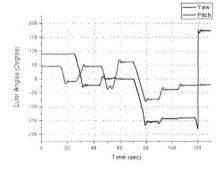


그림 6 비례항법 경로점 유도 오일러각(Euler Angle) 변화

그림 4와 그림 5의 유도명령을 보면 경로점이 바뀌는 구간마다 큰 유도명령을 만들어 유도명령 제한에 항상 걸리는 것을 볼 수가 있으며 경로점이 바뀔 때마다 가속도가 불안정하게 급격히 변화하는 것을 볼 수가 있다. 이는 비례항법 유도는 다음 경로점에 대한 고려를 전혀 하지 못하고 현재의 경로점만을 추종하다가 다음

경로점이 나오면 급격한 유도명령을 만들 수밖에 없다는 것을 보여준다. 그림 6을 보면 오일러각도 마찬가지로 경로점을 통과할 때 다음 경로점을 추종하기 위해서 급격히 각을 변화시키면서 오버슈트가 발생하고 얼마간의 시간이 지나서야 원하는 각에 수렴하는 양상을 반복하고 있음을 알 수가 있다. 또한 비례항법을 이용한경로점 유도는 궤적을 바꿀 수 있는 설계변수가없기 때문에 경로점 사이의 중간 경로를 구체화하기 어렵고, 모든 경로점을 포함하는 전체 궤적의 최적성을 보장해 주지 못한다는 것을 알수 있었다.

하지만 경로점 유도를 계산하는 시간이 무척 짧아서 실시간으로 데이터를 주고 받아야하는 모델을 위한 유도명령을 산출하거나, 궤적 시뮬 레이션을 실시간으로 보여주기 위한 경우에 적 용하는데 있어서는 비교적 빠른 응답속도로 인 해 다른 경로점 유도 방식보다 우월할 것으로 보였다.

### 4. 결론

본 연구는 6-DOF 모델링에 앞서 운동 모델을 질점으로 단순화하여, 이 질점에 대하여 비례항법유도를 사용하여 3차원 상에서 경로점 유도를 수행한 결과이다.

비례항법을 이용한 경로점 유도는 주어진 경 로점을 잘 추종하였으나, 모든 경로점을 포함하 는 전체 궤적의 최적성을 보장해주지는 못한다 는 것을 알 수 있었다.

#### 참조문헌

- [1] 최동균, 황익호, 황태원, "최적제어 이론을 이용한 경로점 유도 및 목표점 지향 유도법 칙", 국방과학연구소 연구보고서 MSDC-416-980766, 1998. 8.
- [2] I.H. Whang and T.W. Whang, "Horizontal waypoint guidance design using optimal control control", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 38. no. 3, pp. 1116-1120, July 2002.
- [3] P. Zarchan, Tactical and Strategic Missile Guidance, Fourth Edition, AIAA Progress Series in Astronautics and Aeronautics, Vol. 199, Washington DC, 1998.