

Transaction cost optimization for online portfolio selection

學生：張永霖 指導教授：李佳蓉老師

動機：

1. 很多 OLPS algorithm 都採用有交易價格(交易價格 $\neq 0$)的資料做 backtesting environment，這種狀況需要 improve
2. 縮小 L1 norm(類似距離公式 Ex. Manhattan 距離公式) of difference between two consecutive allocations (使 t_1 [矩陣]和 t_2 [矩陣]更加相關)

Problem Setting:

- m assets
- n periods
- X_t price relative factor [矩陣]

註： $X_{t,i} = \frac{P_{t,i}}{P_{t-1,i}}$ ($P_{t,i}$ 表示第 t 天最接近的 price，是一種漲幅的比較概念，今天 t 是昨天 $t-1$ 的 n 倍)

- b portfolio vector

→ portfolio selection strategy (mapping)

$b_t \in R_+^{(t-1) \times m} \rightarrow \Delta m, t = 2, 3, \dots$ 前面所有期數形成本期組合(domain 定義域→

值域)

$$b_t = b_t(X_1, \dots, X_{t-1})$$

從 \hat{b}_{t-1} 到 b_t 因為 X_t 已變動，所以 $P_{t-1,i}$ 調整成 $P_{t,i}$ (總資產配置未改動 Ex. 股票，仍然按照比例分配)

$$= \frac{b_{t-1,i} \times X_{t-1,i}}{b_{t-1} \times X_{t-1}} \neq b_{t-1}$$

γ_s 和 γ_b 代表 transaction rates change during sales and purchases

上一期 wealth W_{t-1} 代表 net proportion after transaction costs imposed by the market

$$\text{Sales: } \sum b_{t-1,i} - b_{t,i} W_{t-1} > 0$$

$$\text{Purchase: } \sum b_{t,i} W_{t-1} - \hat{b}_{t-1,i} > 0$$

→ $W_{t-1} + \sum b_{t-1,i} - b_{t,i} W_{t-1} \times \gamma_s + \sum b_{t,i} W_{t-1} - \hat{b}_{t-1,i} \times \gamma_b = 1$ (以比例計算)

註：五種時間複雜度：

- Θ Big-Theta
- O Big-O，代表上界(upper bound)
- Ω Big-Omega，代表下界(lower bound)
- o Small-o
- ω Small-omega