

Regret Bounds for Online Portfolio with Cardinality Constraint

學生：張永霖 指導教授：李佳蓉老師

Problem Settings:

- T rounds (time)期間
- d (assets)市場上的資產
- x_t (portfolio)組合
其中 $x_{ti} \geq 0, \sum x_{ti} \leq 1$ (維持比例, x_{ti} 最小為 0%, 所有投資組合比例加起來不超過 1)
- S 可能組合
 $S \subseteq 2^{[d]}, \text{supp}(x_t) = \{i \in [d] \mid x_{ti} \neq 0\} \in S$ (d 代表向量, $2^{[d]}$ 代表所有向量可能結果數, $\text{supp}(x_t)$ 代表可行的 x_t 屬於 S)
- r_t price relative vector

➔ A_t (wealth)

$AT = \prod_{t=1}^T (1 + r_t^\top x_t)$ (我們選擇的 algorithm 結果)

$A^*T = \prod_{t=1}^T (1 + r_t^\top x)$ (類似後見之明選擇的結果, x 是固定的)

Performance Evaluation: $R_t(\text{regret}) = \log A^*T - \log AT$

註：取 \log 是因為 capital growth theory (使數值相對穩定)

環境設定：

- full-feedback**: all price factor 都看得到 (限本回合以內) e.g. 股票市場
- bandit-feedback**: 只看得到自己投資的 price factor (其他看不到), 可以把他想成是一個老虎機的概念, 有三個老虎機, 你只會去選擇一個拉, 啦完才知道後果 (partial info) e.g. 廣告

加入

upper bound: 是一個 algorithm 的 regret bound, 因為 $R_t \leq On^2$ (證明: 時間複雜度)

lower bound: 證明相對複雜很多, 是表示問題的困難度, $R_t \leq \Omega n^2$

註：

當 upper match lower bound 的時候 (也就是 upper 和 lower 有接近一樣的 order)

➔ optimal algorithm