Санкт-Петербургский государственный университет
Математико-механический факультет
Информационно-аналитические системы

Ким Юния Александровна
18.Б07-мм

Вычислительный практикум

Отчёт по заданию №13

Преподаватель:
Евдокимова Т.О.

Санкт-Петербург
2021

Содержание

1. Ссылка на код

https://github.com/yuniyakim/MethodsOfComputation/pull/21

2. Постановка задачи

Задача – реализация метода Монте-Карло нахождения приближённого значения определённого интеграла.

3. Теоретическая часть

Исходная задача – нахождение приближённого значения интеграла $\int_a^b g(x)\,dx$.

Классическая идея метода Монте-Карло состоит в том, что, если вписать исходную фигуру в прямоугольник и случайно «набросать» в этот прямоугольник точек, то отношение числа точек, попавших под кривую, к общему числу точек, равно отношению площади фигуры к площади прямоугольника. Однако существует трудность в генерации хороших случайных двумерных точек.

Пусть задана ξ – случайная величина, определённая на отрезке (a, b) с плотностью вероятности $p_\xi(x)$.

Рассмотрим случайную величину $\eta = \frac{g(\xi)}{p_\xi(\xi)}$. Тогда $E_\eta = \int_a^b p_\eta(x) = \int_a^b \frac{g(x)}{p_\xi(x)} p_\xi(x) = \int_a^b g(x)$.

Таким образом, имеем формулу для приближённого вычисления определённого интеграла: $\int_a^b g(x) \approx \frac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N} \frac{g(\xi_i)}{p_\xi(\xi_i)}$.

4. Численный эксперимент

4.1. Описание

Для численного эксперимента в качестве функции $g(x)$ бралась функция $\cos(x)$ на отрезке $(0, \pi/2)$. Линейная плотность задавалась формулой $p_\xi(x) = 4/\pi - 8x/\pi^2$ – нормированный интерполяционный многочлен Лагранжа функции $\cos(x)$ на $(0, \pi/2)$.

Параметр N варьировался от 10^2 до 10^5.

4.2. Результаты

Microsoft Visual Studio Debug Console

N	Uniform density	Linear density	Area
100	0.08356419226564582	0.003086459636916228	0.0261062773871642
1000	0.010316532230440267	0.0008984526173981822	0.017876019763092943
10000	0.005185326596635509	0.0013541203634355181	0.00436717135265674
100000	0.0027229091838250064	0.00012914337624159167	0.0030634104014171104

Рисунок 4.1. Результаты функции $\cos(x)$

4.3. Анализ

В результате эксперимента было выявлено, что формула с линейной плотностью даёт наилучшие результаты. Кроме того, было замечено, что при небольших N формула с отношениями площадей даёт лучшие результаты, чем формула с равномерной плотностью.