

5.1 试述将线性函数 $f(x) = w^T x$ 用作神经元激活函数的缺陷?

如果激活函数是一个线性函数, 那么无论多少层网络, 都表示为一层线性网络。如果用题目 $f(x)$ 做激活函数, 无论多少层神经网络都退化成了线性回归, 达不到“激活”与“筛选”的目的。

5.2 试述使用图 5.2(b) 激活函数的神经元与对率回归的联系

对率回归, 是使用 Sigmoid 函数作为联系函数时的广义线性模型。单位阶跃函数不连续, 难以求导, 所以用对数几率函数代替。使用 Sigmoid 激活函数, 每个神经元几乎和对率回归相同, 只不过对率回归在 $[\text{sigmoid}(x) > 0.5]$ 时输出为 1, 而神经元直接输出 $[\text{sigmoid}(x)]$ 。

5.3 对于图 5.7 中的 V_{ih} , 试推导出 BP 算法中的更新公式(5.13)

5.3

已知网络在 (x_k, y_k) 上均方误差为:

$$E_k = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^L (\hat{y}_j^k - y_j^k)^2$$

给定学习率 η , 基于梯度下降有:

$$\Delta V_{ih} = -\eta \frac{\partial E_k}{\partial V_{ih}}$$
$$\frac{\partial E_k}{\partial V_{ih}} = \sum_{j=1}^L \frac{\partial E_k}{\partial \hat{y}_j^k} \cdot \frac{\partial \hat{y}_j^k}{\partial \beta_j} \cdot \frac{\partial \beta_j}{\partial b_h} \cdot \frac{\partial b_h}{\partial \alpha_h} \cdot \frac{\partial \alpha_h}{\partial V_{ih}}$$
$$g_j^k - \frac{\partial E_k}{\partial \hat{y}_j^k} \cdot \frac{\partial \hat{y}_j^k}{\partial \beta_j} = \hat{y}_j^k (1 - \hat{y}_j^k) (y_j^k - \hat{y}_j^k)$$
$$\frac{\partial \alpha_h}{\partial V_{ih}} = x_i \quad \frac{\partial \beta_j}{\partial b_h} = w_{hj} \quad \frac{\partial b_h}{\partial \alpha_h} = f'(\alpha_h - \gamma_h)$$
$$\frac{\partial E_k}{\partial V_{ih}} = \sum_{j=1}^L g_j^k \cdot w_{hj} \cdot f'(\alpha_h - \gamma_h) \cdot x_i = -e_h x_i$$

其中 $e_h = g_j^k w_{hj}$

$$\therefore \Delta V_{ih} = \eta e_h x_i$$

5.4 试述式(5.6)中的学习率的取值对神经网络训练的影响

学习率 $\eta \in (0, 1)$ 控制算法每一轮迭代中的更新步长, 学习率 η 太小, 则每次的更新量会太小, 这使得迭代次数增多; 反之, 如果学习率 η 太大, 则会出现震荡情况, 即在最小值附近来回波动, 导致算法无法收敛。