

The study of least-squares migration method based on split-step DSR

Huang, Jianping; Xue, Z.; Bu, C.; Li, Z.; Wang, C.;
Gao, G.; Cao, X.; Li, G.

School of Geosciences, China University of Petroleum, Qingdao 266580, Shandong, China

Abstract

In order to adapt for the exploration and development of complex structures and lithologic hydrocarbon reservoirs, least-squares migration method applying inversion is proposed. In this paper, based on the basic theory of least-squares migration (LSM), we deduced the forward propagator and its adjoint of back propagator, and then LSM based on split-step DSR was implemented. We tested this algorithm via four layers and SEG/EAGE Marmousi velocity model. The image results demonstrate that LSM has not only a high image resolution for the complex media, in addition, there will be a better image quality than conventional migration method after several iterations of conjugate gradient method for some local regions in the follow aspects: 1) the image resolution is highly improved; 2) A better imaging energy compensation for the deeper part of the model.

Author keywords

Conjugate gradient Imaging resolution Least-squares migration Split-step DSR

ISSN: 16715888
CODEN: JDXDA
Source Type: Journal
Original language: Chinese

DOI: 10.13278/j.cnki.jjuese.201401306
Document Type: Article

0 引言

偏移是利用反射地震数据对地下构造进行成像的重要手段。对炮域偏移方法而言,经典的成像条件认为:正向传播的震源波场与反向传播的接收波场互相关后,可确定反射层的位置^[1]。但是事实上,这种成像准则仅仅是正演算子的共轭转置^[2],而不是它的逆。此外,由于采集孔径的限制,速度模型复杂以及波场频宽有限,常规的偏移方法通常对地下结构模糊成像,仅能够提供较准确的构造信息,而对中深部界面反射系数的刻画不够准确,这明显无法满足岩性油气藏勘探开发的要求。

为了解决这些问题,将成像视为最小二乘意义上的反演问题,通过共轭梯度法迭代使误差函数达到最小,得到横向分辨率更高、振幅保真性更好的反演成像结果。最小二乘偏移早期发展由 LeBras 等^[3]和 G. Lambare 等^[4]完成。Nemeth 等^[5]提出了基于 Kirchhoff 的最小二乘偏移方法,并证明了最小二乘偏移 (LSM) 方法可以减少偏移假频。Duquet 等^[6]证实了最小二乘偏移在处理起伏地表照明和由不规则粗采样的地震波场引起的成像误差时比 Kirchhoff 偏移具有更大优势。通过引入数据协方差矩阵, Kuehl 等^[7]在理论上证明了最小二乘反演的思想可以应用在相移偏移上。Clapp^[8]验证了经过几次迭代后,LSM 比常规偏移具有更好的成像精度。

国内也有许多学者将最小二乘思想用于偏移、去噪以及数据规则化的研究工作中:贾晓峰等^[9]实现波动方程算子的最小二乘偏移;杨其强等^[10]进一步发展了基于傅里叶有限差分的最小二乘偏移方法,并通过模型验证了成像效果;沈雄君等^[11]详细介绍了基于分步傅里叶变换的最小二乘偏移方法,并给出了 Marmousi 模型的计算结果;黄建平^[12]推导并实现了基于 Kirchhoff 成像算子的叠前最小二乘偏移算法。

在前人研究的基础上,笔者推导并实现了基于裂步双均方根 (DSR) 的最小二乘偏移算法,并将算法用于平层和 Marmousi 模型进行偏移试算,以测试 LSM 对复杂地质构造成像的能力,并同常规的裂步 DSR 偏移算法进行成像效果对比,证实 LSM 算法的优越性。

1 方法原理

1.1 LSM 基本原理

已知线性正演算子 L , 由地下反射率模型 m , 可得到合成地震数据 d 。正演过程可描述为

$$d = Lm \quad (1)$$

未加约束条件的最小二乘偏移问题等价于优化特定的目标函数 $S(m)$:

$$\text{Min}\{S(m) = \|d - d_{\text{obs}}\|_2^2 = \|Lm - d_{\text{obs}}\|_2^2\} \quad (2)$$

其中: d_{obs} 为观测到的记录数据; $\|\ast\|$ 为 L2 范数。

能够使目标函数 $S(m)$ 最小化的最小二乘偏移解可表示为

$$\tilde{m} = (L^T L)^{-1} L^T d_{\text{obs}} = H^{-1} m_{\text{mig}} \quad (3)$$

其中: L^T 为偏移算子 (L 的共轭转置); m_{mig} 为偏移得到的像, $m_{\text{mig}} = L^T d_{\text{obs}}$; $H = L^T L$ 为目标函数 $S(m)$ 的 Hessian 矩阵。

由(3)式可知求解最小二乘偏移解 \tilde{m} 的 2 种方法:一是直接求解 H ,二是间接计算,通过共轭梯度法(或最速下降法)不断地优化模型 m 。Hessian 矩阵方法计算速度快,但占用大量内存,且直接求取 Hessian 矩阵的逆较困难;间接计算方法在每次迭代中均要进行一次正演和偏移计算,计算时间比一般偏移的计算时间多出一个数量级,为正演过程和偏移过程时间和的 n 倍,其中 n 为迭代次数,但成像算子计算过程中不额外增加存储空间。笔者采用间接计算方法,用共轭梯度方法来拟合目标函数,通过迭代的次数来控制拟合程度,最终得到符合精度要求的成像结果。

1.2 裂步 DSR 正传播和反传播算子

将地震记录向下半空间延拓,可求出地下任何一点的波场,进而实现地震波偏移。本文中,假设向下延拓记为反传播,向上延拓记为正传播。其中,正传播算子为反传播算子的共轭算子。为此,在推导二者表示形式的过程中可先推导反传播算子,在得到反传播算子的基础上进行共轭转置求取正传播算子,并用点积标定^[13]验证二者的共轭性。

为了满足 DSR 叠前偏移在横向变速介质中精确成像的要求, Popovici^[14]对双均方根方程进行了改进,提出了裂步 DSR 偏移的算法。从深度 z 到 $z + \Delta z$ 的延拓过程分为 2 步:在频率-波数域运用相移项 P ;在频率-空间域采用时移校正项 T 。二者可分别表示为

$$P = e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{v(z)^2} - \frac{|k_y - k_h|^2}{4}} \Delta z} e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{v(z)^2} - \frac{|k_y + k_h|^2}{4}} \Delta z} \quad (4)$$

其中: $v(z)$ 为参照速度,在层内 Δz 上是一个常数; k_y 为中心点波数; k_h 为偏移距波数; ω 为频率。

$$T = e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{v(y-h,z)^2} - \frac{\omega^2}{v(z)^2}} \Delta z} e^{-i\sqrt{\frac{\omega^2}{v(y+h,z)^2} - \frac{\omega^2}{v(z)^2}} \Delta z} \quad (5)$$

其中: $v(y-h, z)$ 为深度 z 上炮点位置的速度; $v(y+h, z)$ 为深度 z 上接收点位置的速度。将此两项结合起来,可得到反传播算子表达式:

$$U(y, h, \omega, z + \Delta z) = TF^{-1}PFU(y, h, \omega, z) \quad (6)$$

其中: F, F^{-1} 分别为中心点、偏移距的二维傅里叶正逆变换,且二者互为共轭; $U(y, h, \omega, z)$ 为正传播算子。

正传播算子为反传播算子的共轭算子,则正传播算子可表示为

$$U(y, h, \omega, z) = F^{-1}P^TFT^TU(y, h, \omega, z + \Delta z) \quad (7)$$

其中: P^T, T^T 分别为 P 和 T 的共轭转置,在计算过

程中共轭项之间的幂指数符号相反。

为了确保正传播算子和反传播算子互为共轭,需要用点积实验进行检验,算子应满足

$$y^T(Lx) = (L^T y)^T x \quad (8)$$

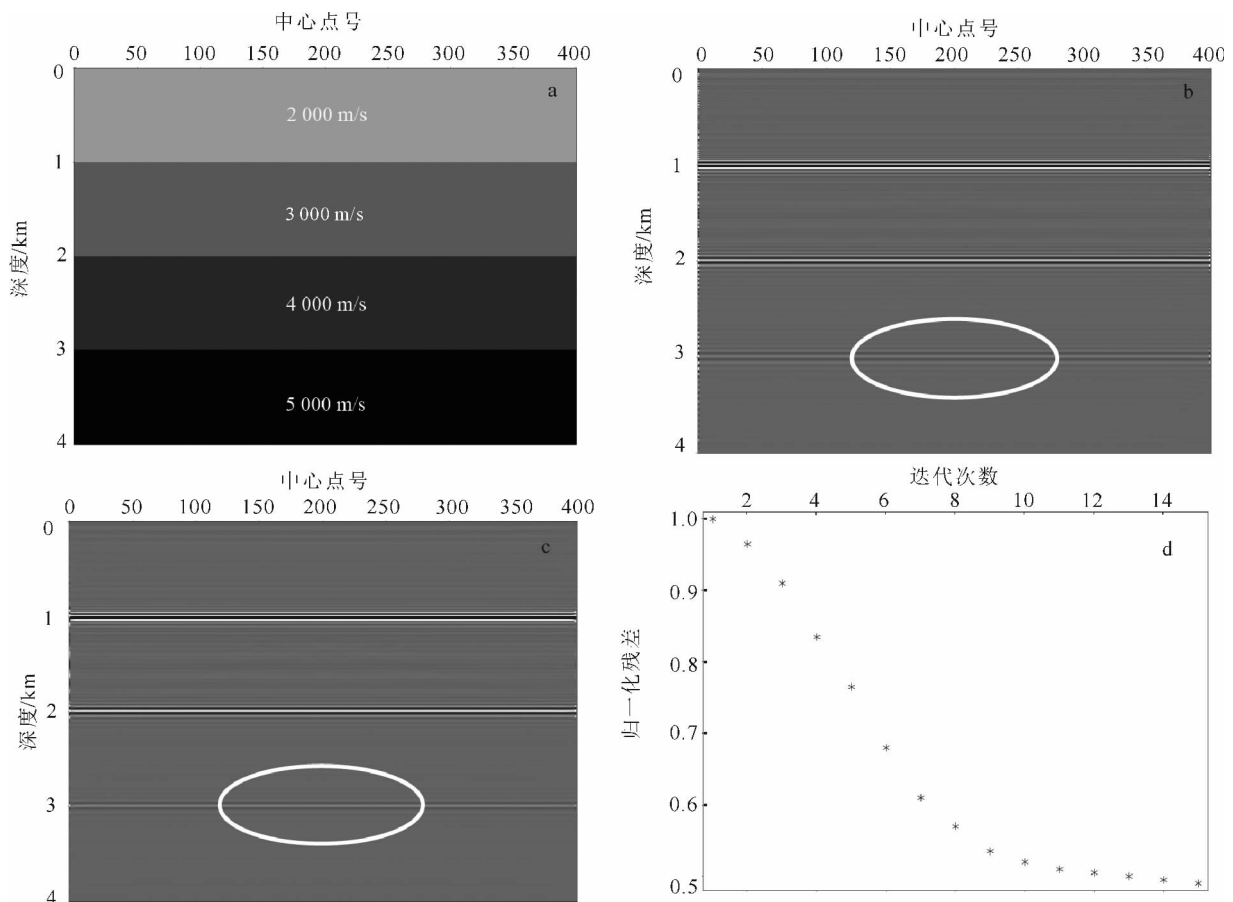
其中:输入向量 x, y 可取任意值。通过大量模型计算证实:式(6)、(7)所示算子满足式(8)的共轭关系。为此,可根据式(6)、(7)进行裂步 DSR 的偏移和正演计算过程。最终综合式(6)、(7)与(2),即可实现基于共轭梯度法的裂步 DSR 最小二乘偏移方法。

2 模型试算

2.1 简单平层模型试算

图 1a 为该模型速度场,水平采样间隔 10 m,深度采样间隔 10 m,最大深度为 4 km。通过反偏移方法得到平层偏移所需要的叠前炮记录数据。

图 1b 为常规裂步 DSR 偏移的结果,图 1c 为 LSM 迭代 15 次的结果,模型初始值 $m_{ini}=0$,二者的



a. 平层模型速度场; b. 裂步 DSR 偏移法得到的偏移剖面; c. 最小二乘偏移法迭代 15 次得到的偏移剖面; d. 残差随迭代次数变化示意图。

图 1 简单平层模型试算

Fig. 1 Simple flat layer model trial

试算结果采用相同的增益显示。对比深度 3 km 处的分界面成像效果可以发现:经共轭梯度法 15 次迭代的最小二乘偏移得到的同向轴更细,成像分辨率较高,能量收敛性较好,较常规裂步 DSR 偏移具有更好的保幅性。

图 1d 给出了 15 次迭代过程中对应的残差变化关系。可以看到,随着迭代次数的增加,成像结果与真实模型的残差在逐步缩减,这意味着在迭代过程中模型和记录数据匹配的精度越来越高,成像效果越来越好。在迭代次数较小时,残差下降迅速,成像结果收敛较快,成像效果改善明显;当迭代次数较大时,残差变化趋缓,对成像效果的改善效果减弱。

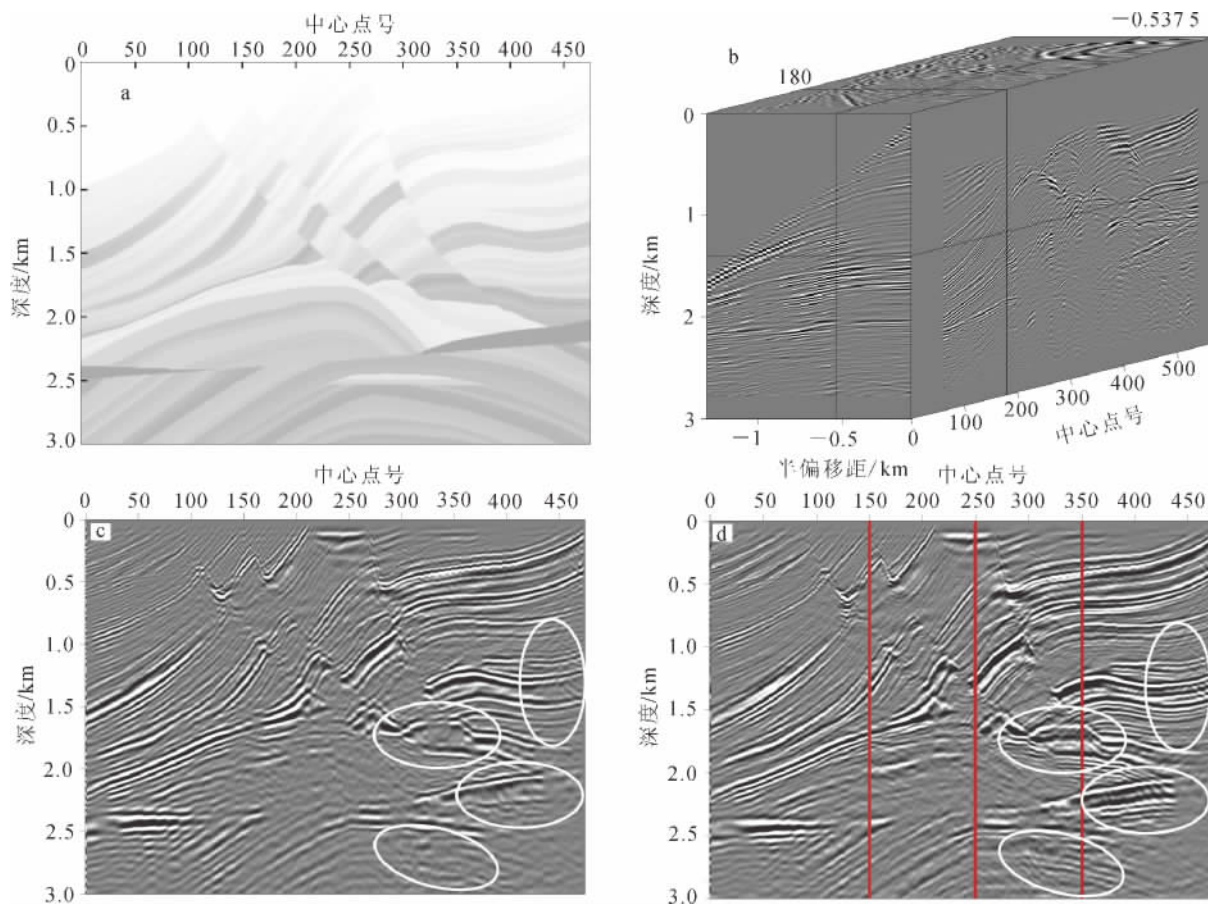
2.2 Marmousi 模型试算

在通过简单的平层模型验证了本文方法正确性的基础上,进一步通过国际标准的 SEG/EAGE Marmousi 模型数据,来检验本文最小二乘偏移方法对复杂模型的适应性。Marmousi 模型的速度场

如图 2a 所示,具体参数为:横向 497 个采样点,纵向 750 个采样点,速度场水平采样间隔 12.5 m,深度采样间隔为 4 m,最大深度 3 km。基于标准的 2D 声波有限差分算法模拟得到单炮记录,并抽取单炮记录对应的共中心点道集如图 2b 所示。

为了减少计算成本,偏移算法和 LSM 算法均采用 25 个频率进行偏移成像,频率为 10~60 Hz,成像结果如图 2c、d。对比图 2c 和 d 中圆圈标示的位置可知:裂步 DSR 偏移算法可以对复杂地质剖面精确成像,而 LSM 经过 5 次迭代后的效果要优于常规裂步 DSR 偏移算法。总的说来,LSM 成像剖面的地层信息更丰富,分辨率更高。

从图 2c 和 d 上分别抽取 150、250 和 350 网格点位置处的成像道,如图 2d 中竖线标示位置,提取常规法偏移和裂步 DSR_LSM 成像剖面的振幅结果进行对比,成像结果如图 3 所示。对于浅部构造,裂步 DSR 偏移和最小二乘偏移得到的振幅幅值和



a. Marmousi 模型速度场; b. 共中心点道集; c. 裂步 DSR 偏移法得到的偏移剖面; d. 最小二乘偏移 5 次迭代得到的剖面。

图 2 Marmousi 模型试算

Fig. 2 Marmousi model trial

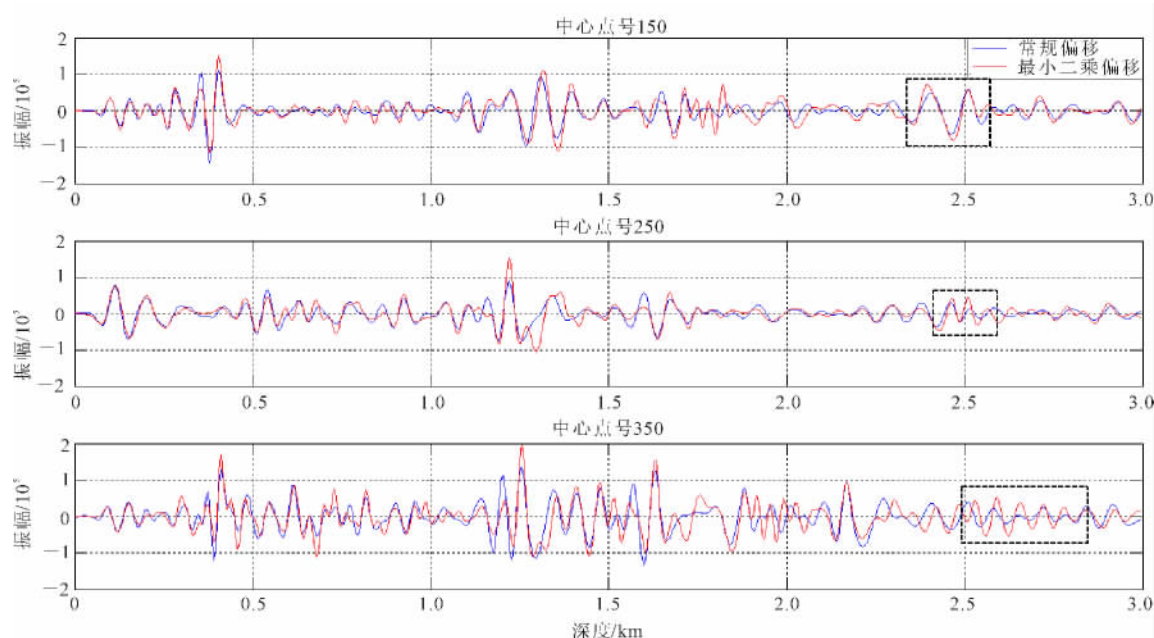


图 3 裂步 DSR_LSM 和常规偏移相同位置处成像道振幅对比图

Fig. 3 The comparison of image trace amplitude between split-step DSR_LSM and common migration

变化趋势基本吻合,首先证明了本文方法的正确性。同时,针对中深层,最小二乘偏移具有较好的保幅性,具体体现在 LSM 单道偏移结果振幅幅值大于常规裂步法偏移得到的振幅幅值,如图 3 中虚线框所示。通过成像剖面及单道结果对比可知:LSM 可以补偿由于断层和背斜引起的深层能量损失,突显深层局部结构,对中深部构造成像有一定保幅性。裂步法最小二乘偏移之所以能够实现对中深部储层的较好保幅性,可能是因为常规偏移方法偏移算子为正演算子的伴随矩阵而非真正的逆矩阵,随着传播路径的增加,伴随矩阵与逆矩阵的差异较大,所以常规偏移中深部不能很好地实现保幅;而裂步法最小二乘偏移在迭代过程中,不断优化伴随矩阵使之与逆矩阵算子较为接近,从而可从理论上使得中深部储层具有更好的保幅性^[15-17]①。

3 结论与讨论

本研究实现了基于双平方根波场延拓算子的最小二乘偏移方法,通过 2 个理论模型成像试算,验证了 LSM 经过几次迭代后的成像效果优于常规偏移。LSM 成像分辨率优于常规偏移方法主要体现在中深层能量得到了补偿以及中深层构造信息得到了更为准确的刻画。这一优势,对我国西部储层深度在 3 km 以下的碳酸盐岩储层^[18-20]具有非常高的

实用性。因此,本方法有望在未来西部勘探开发中发挥重要作用。

裂步 DSR 最小二乘偏移方法相对于 Kirchhoff 等射线类的最小二乘偏移方法,成像精度更高,不需要计算反射率模型,受地下介质密度误差影响较小。而相对于双程波的最小二乘逆时偏移(LSRTM)方法,成像效率更高,迭代收敛速度更快,同时对于初始速度模型的依赖性更弱,不易陷入局部极小值。再次,裂步 DSR 最小二乘偏移其反偏移算子也较双程波 LSRTM 易于求取,但其成像精度低于 LSRTM 方法。总之,相对于射线类和双程波类的最小二乘偏移方法,裂步 DSR 兼顾计算效率和成像精度。

当然也应该看到裂步法最小二乘偏移仍然存在一些不足:1)应用 LSM 对地下构造进行成像时,要考虑残差的变化趋势。在较小迭代次数时,残差变化明显;而迭代次数较大时,残差变化较小,对成像效果的改善能力降低。2)由于每次迭代都要进行一次正演和偏移计算,LSM 算法的计算量较大,在应用 LSM 时,要综合考虑成像精度和计算效率,将二者达到最佳的平衡点。3)在下一步的研究中,也将

① 黄建平,曹晓莉,李振春,等,最小二乘逆时偏移在近地表高精度成像中的应用. 石油地球物理勘探,2013,待刊。

References

- [1] Claerbout, J.F. Towards a unified theory of reflector mapping, (1971) *Geophysics*, 36, pp. 467-481.
- [2] Lailly, P. The seismic inverse problem as a sequence of before stack migration, (1983) Conference on Inverse Scattering, Theory and Applications, pp. 206-220. Philadelphia: Soc Industr Appl Math.
- [3] Clapp, M.L. *Imaging under salt: illumination compensation by regularized inversion*, (2005) Stanford: Stanford University
- [4] Jia, X., Hu, T. Solving seismic wave equation by moving least squares(MLS)method, (2005) *Progress in Geophysics*, 20 (4), pp. 920-924.
- [5] Yang, Q., Zhang, S. Least-squares Fourier finite-difference migration, (2008) *Progress in Geophysics*, 23 (2), pp. 433-437.
- [6] Shen, X., Liu, N. Split-step least-squares migration, (2012) *Progress in Geophysics*, 27 (2), pp. 761-770.
- [7] Huang, J.-P., Li, Z.-C., Kong, X., Liu, Y.-J., Cao, X.-L., Xue, Z.-G. A study of least-squares migration imaging method for fractured-type carbonate reservoir, (2013) *Chinese Journal of Geophysics (Acta Geophysica Sinica)*, 56 (5), pp. 1716-1725.
- [8] Claerbout, J.F. (2004) *Earth Soundings Analysis: Processing Versus Inversion*. Oxford: Blackwell Scientific Publications
- [9] Popovici, A.M. Prestack migration by split-step DSR, (1995) *Geophysics*, 59, pp. 1412-1416.
- [10] Schuster, G.T., Wang, X., Huang, Y., Dai, W., Boonyasirawat, C. Theory of multisource crosstalk reduction by phase-encoded statics, (2011) *Geophysical Journal International*, 184 (3), pp. 1289-1303.
- [11] Romero, L.A., Ghiglia, D.C., Ober, C.C., Morton, S.A. Phase encoding of shot records in prestack migration (2000) *Geophysics*, 65 (2), pp. 426-436.
- [12] Yao, Y., Tang, W. Carbonate Karst weathering crust deep hole seam reservoirs can be detected theoretical study, (2003) *Oil Geophysical Prospecting*, 38 (6), pp. 623-629.