



分类号：  
论文编号：

密级：  
学号：52150402102

## 重庆理工大学硕士学位论文

# 自动泊车系统路径规划与跟踪算法 研究

研 究 生：	李攀
指 导 教 师：	郭孔辉 教授
学 位 类 型：	学术学位
学 科 专 业：	车辆工程
研 究 方 向：	车辆动力学
培 养 单 位：	车辆工程学院
论文完成时间：	2018 年 3 月 24 日
论文答辩日期：	2017 年 5 月 30 日

**Category Number:**

**Serial Number :**

**Level of Secrecy:**

**Student Number: 52150402102**

**Master's Dissertation of Chongqing University of Technology**

# **A Study on Path Planning and Tracking Control Strategy for Automatic Parking System**

**Postgraduate:**

**Li Pan**

**Supervisor:**

**Professor Guo Konghui**

**Degree Category:**

**Academic Degree**

**Specialty:**

**Vehicle Engineering**

**Research Direction:**

**Vehicle Dynamics**

**Training Unit:**

**Institute of vehicle engineering**

**Thesis Deadline:**

**March 25, 2018**

**Oral Defense Date:**

**May 30, 2018**

# 重庆理工大学

## 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文是本人在导师的指导下，独立进行研究所取得的成果。除文中特别加以标注引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写的成果、作品。对本文的研究做出重要贡献的集体和个人，均已在文中以明确方式标明。

本人承担本声明的法律后果。

作者签名：李攀 日期：2018年6月11日

## 学位论文使用授权声明

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权重庆理工大学可以将本学位论文的全部内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本学位论文属于（请在以下相应方框内打“√”）：

1. 保密 ☐，在年解密后适用本授权书。
2. 不保密 ☒.

作者签名：李攀 日期：2018年6月11日

导师签名：孙礼明 日期：2018年6月11日

## 摘要

自动泊车系统作为车辆智能化时代代表系统之一，成为各大汽车公司展示自身在车辆智能化方面实力的主要途径；在停车位日益稀缺、泊车空间日益缩小的今天，自动泊车系统逐渐成为车辆的“标配件”，成为消费者购车的主要参考项之一。

本文主要针对自动泊车系统的核心问题——系统控制算法进行深入探究，分泊车路径规划与路径跟踪两方面进行讨论分析。在路径规划方面，基于车辆低速运动特征提出了一种特殊的轨迹线——双匀速轨迹；基于泊车工况中驾驶员的操纵行为进一步提出了主要应用于泊车路径规划的轨迹线——车辆 DCD 轨迹（双匀速-圆弧-双匀速轨迹）；对 DCD 轨迹相关参数进行补充和说明，总结了利用 DCD 轨迹规划平行泊车和垂直泊车路径的方法，利用逆向路径规划的方法分析了在一次性泊车情况下的最小可行泊车空间和泊车可行域问题。在路径跟踪方面，本文首先研究了双速变化对于双匀速轨迹的影响规律，发现了在车辆双速同时成比例变化时，所形成的双匀速轨迹具有固定的形态；将双匀速轨迹特性进一步延伸至 DCD 轨迹中，得到了 DCD 轨迹所具有的特殊性质；利用 DCD 轨迹的特殊性质，设计了一种基于实时车速和车辆所处阶段的方向盘转角控制算法，该算法利用 DCD 轨迹的特性找到了车速与方向盘转速间的变化关系，大幅降低车速波动对于路径跟踪精度的影响；由于基于 DCD 轨迹特性的泊车控制算法为开环算法，无法处理随机干扰对于路径跟踪效果的影响，为了提高算法的稳定性，本文基于非时间参考的路径跟踪控制理论推导出车辆跟随直线目标轨迹的方向盘转角控制率，在原开环算法中加入中部利用闭环算法调整车辆位姿的环节，利用 Carsim 中的车辆模型验证了经过改进的“半闭环”算法在理论上的可行性。

本文泊车控制算法最大的特点是找到了泊车路径规划与路径跟踪的结合点——车辆 DCD 轨迹。对于路径规划而言，系统不需要知道轨迹每一点的具体数值，只需知道泊车路径上关键点的方位角信息就完成了泊车路径规划，大大降低了系统的计算量；对于泊车路径跟踪而言，控制算法多为一些逻辑判断，简便的算法可大大提高系统的工作效率。以上算法目前仍处于理论阶段，后期需要在实车上进行相关研究认证。

**关键词：**自动泊车；双匀速轨迹；DCD 轨迹；路径跟踪；Carsim 仿真

## Abstract

The automatic parking system is one of the representative systems of the intelligent time of the vehicle, and has become the main way for major auto companies to demonstrate their strength in vehicle intelligence. In today's increasingly scarce parking spaces and the ever-decreasing parking space, the automatic parking system has gradually become a “standard accessory” for vehicles and has become one of the major reference items for consumers to purchase cars.

This article focuses on the system control algorithm, which is the core issue of the automatic parking system. Divided into two aspects of path planning and path tracking for discussion and analysis. In terms of path planning, double constant speed trajectory was proposed based on the low-speed motion characteristics of the vehicle; Based on the manipulation behavior of the driver in parking conditions, the DCD trajectory, which is mainly applied to the parking path planning, was further proposed; supplement and description of DCD trajectory related parameters, summarized the use of DCD trajectory to plan parallel parking and vertical parking paths, used the method of reverse path planning to analyze the problem of the minimum feasible parking space and parking feasibility in the case of one-time parking. In terms of path tracking, this paper studied the influence of the double speed variation on the double constant speed trajectory, and finds that the double constant speed trajectory has a fixed shape when the two speeds of the vehicle are simultaneously and proportionally changed; the characteristic of the double constant speed trajectory was further extended to the DCD trajectory, and the special property of the DCD trajectory was obtained; based on the special property of DCD trajectory, a steering wheel angle control algorithm based on real-time vehicle speed and vehicle stage is designed, this algorithm uses the characteristics of DCD trajectory to find out the relationship between vehicle speed and steering wheel speed, which significantly reduced the impact of vehicle speed fluctuation on path tracking accuracy; since the parking control algorithm based on the DCD trajectory characteristics is an open-loop algorithm, the impact of random interference on the path tracking effect cannot be dealt with, in order to improve the stability of the algorithm, this paper derived the steering wheel angle control rate of the vehicle following a straight line target trajectory based on the non-time based path tracking control theory, added a closed-loop algorithm to adjust the position of the vehicle in the original open-loop algorithm, used Carsim's vehicle model to verify the theoretical

feasibility of the improved "half closed loop" algorithm.

The biggest characteristic of this paper found the vehicle DCD trajectory, which is the combination of parking path planning and path tracking. For path planning, the system does not need to know the specific value of each point of the trajectory. It only needs to know the yaw angle of key points on the parking path to complete the parking path planning, which greatly reduces the amount of calculation of the system. For parking path tracking, the control algorithm is mostly logical judgment, and a simple algorithm can greatly improve the system's working efficiency. The above algorithm is still in the theoretical stage. In the later stage, relevant research certification on real vehicles is required.

**Key words:** Automatic Parking; Double Constant Speed Trajectory; The DCD trajectory; Path Tracking; Carsim Simulation

# 目 录

摘要 .....	I
Abstract .....	III
注释表 .....	VII
1 绪论 .....	1
1.1 课题研究的背景及意义 .....	1
1.2 国内外理论研究现状 .....	2
1.2.1 人工智能算法研究现状 .....	2
1.2.2 基于路径规划与路径跟踪的泊车运动控制方法 .....	3
1.3 自动泊车系统组成及基本工作原理 .....	4
1.4 论文拟解决的问题及研究内容 .....	5
1.4.1 论文拟解决的问题 .....	5
1.4.2 论文研究内容 .....	6
2 车辆数学模型与 DCD 轨迹 .....	7
2.1 车辆动力学建模 .....	7
2.1.1 车辆模型简化 .....	7
2.1.2 阿克曼转向原理 .....	7
2.1.3 车辆运动学模型建立 .....	8
2.2 车辆双匀速轨迹与车辆 DCD 轨迹 .....	10
2.2.1 车辆双匀速运动轨迹 .....	10
2.2.2 车辆 DCD 轨迹 .....	12
2.3 本章小结 .....	13
3 基于 DCD 轨迹的泊车路径规划 .....	15
3.1 引言 .....	15
3.2 基于 DCD 轨迹的平行泊车路径规划 .....	15
3.2.1 泊车起始位置与车位线平行的情况 .....	15
3.2.2 泊车起始位置与车位线非平行的情况 .....	17
3.3 平行泊车约束空间分析（以泊车起始位置与车位线平行为例） .....	19
3.3.1 最小可行泊车空间分析 .....	19
3.3.2 车辆避障及可行泊车区域分析 .....	21

3.4 基于车辆 DCD 轨迹的垂直泊车路径规划 .....	24
3.4.1 垂直泊车路径分析 .....	24
3.4.2 应用于垂直泊车路径的 DCD 轨迹 .....	25
3.4.3 基于 DCD 轨迹的垂直泊车路径规划 .....	26
3.4.4 车辆避障及可行泊车区域分析 .....	27
3.5 仿真验证（以平行泊车为例） .....	30
3.6 本章小结 .....	31
4 车辆运动控制方法研究 .....	33
4.1 引言 .....	33
4.2 DCD 轨迹特性研究 .....	33
4.3 基于 DCD 轨迹泊车路径跟踪算法要点分析 .....	36
4.3.1 路径跟踪算法概述 .....	36
4.3.2 泊车轨迹起始位置分析 .....	37
4.3.3 车辆所处阶段分析 .....	38
4.4 基于 DCD 轨迹泊车路径跟踪算法仿真分析 .....	38
4.5 加入中间调整环节的泊车路径跟踪算法设计 .....	45
4.5.1 非时间参考的路径跟踪控制 .....	46
4.5.2 仿真分析 .....	49
4.6 本章小结 .....	53
5 总结和展望 .....	55
5.1 全文工作总结及创新点 .....	55
5.2 对后期工作的展望 .....	55
致谢 .....	57
参考文献 .....	59
个人简历、在学期间发表的学术论文及取得的研究成果 .....	63



注释表

符号	含义	符号	含义
$a$	车身左前 endpoint	$b$	车身右前 endpoint
$c$	车身右后 endpoint	$d$	车身左后 endpoint
F 点	车辆前轴中心	R 点	车辆后轴中心
$L$	车辆总长度	$W$	车辆总宽度
$w$	前后轴轮距	$L_r$	车辆后悬长
$l$	车辆轴距	$L_f$	车辆前悬长
$\Psi$	车辆方位角	$\theta$	圆心偏置角
$R_1$	平行泊车情况下的切入半径	$R_{min}$	过渡半径
C 点	DCD 轨迹等效圆心	$\alpha$	双匀速轨迹相对于 C 点的转角
$\mu$	DCD 轨迹进入角与离去角	$v$	车辆后轴中心点的速度
$\delta$	前轴中心点的等效转角	$\delta_{max}$	前轴中心点等效转角的最大值
$\delta_1、\delta_2$	DCD 轨迹相对于等效圆心转角	$\eta_1、\eta_2$	DCD 轨迹中圆弧段圆心角
$l_l$	车辆后端距障碍物的安全距离	$H_{1min}$	最小可行停车位的最小长度
$H_{2min}$	最小可行停车位的最小宽度	$L_d$	道路宽度
E	泊车轨迹起始点	$R_{1V}$	垂直泊车情况下的切入半径
$W_v$	垂直泊车最小车位宽度	$\Psi_A$	双匀速轨迹段方位角变化量
$\Psi_D$	泊车轨迹中间点处的方位角	$e$	前轴（或后轴）主销中心距
$d_2$	平行泊车情况下车辆起始位置距离车位线距离		
$d_3$	垂直泊车情况下车辆起始位置距离车位线距离		

## 1 绪论

### 1.1 课题研究的背景及意义

随着中国汽车工业的飞速发展以及人民生活水平的不断提高，中国汽车保有量也呈直线上升趋势，汽车逐渐成为人们生产生活中不可或缺的组成部分。然而随着中国城市化的逐步加快，城市人口飞速增加，使得有限的城市空间变得日益拥挤不堪，城市小区的停车位成了“抢手货”，停车位也变得越来越小，对司机的驾驶技术要求日益提高。不仅如此，由于路边停车环境复杂，行人、宠物移动频繁，即使对经验丰富的驾驶员来说，安全泊车也并非是一件易事，而对新手司机来说简直是梦靥。由此引起的车辆剐蹭、前后灯损坏、碰撞行人屡见不鲜，给人们带来的不仅仅是经济财产上的损失，更有身体心理上的创伤。

实际驾驶员在操作车辆泊车过程中，视野极其有限，仅仅依靠车辆的后视镜来获取车辆周围的环境信息，同时也要注意车辆与周围物体（包括运动物体）实时的相对距离；控制好车辆的油门以及制动器使车辆能够平稳安全地躲避障碍物；其中最主要的是要控制好车辆的方向盘转速，要实时的根据车辆所处位置调整方向盘转速。只有上述所有环节都考虑进去后再加上驾驶员的经验使它们相互之间协调工作才能使车辆平稳安全地完成泊车入位。

正是由于以上原因的存在，消费者对于泊车辅助系统装置的需求越来越强烈，汽车生产厂家为了提高自己在行业内的影响力，纷纷加入到汽车泊车辅助系统的开发中去。一个行之有效的泊车辅助系统不仅能够帮助驾驶员快速准确地泊车入位，而且对于减少交通事故发生率以及公共设施损坏率都具有重大意义。目前许多汽车公司都已经推出了不少的泊车辅助系统，例如倒车雷达系统和倒车影像系统。这样的辅助系统虽然提高了驾驶员对于周围环境的感知能力，但是车速和方向盘依然要靠驾驶员来控制，并未能从根本上降低泊车操作的难度和复杂度。在整个汽车产业向电动化、智能化和网联化过渡的大趋势下，开发研究自动泊车系统成为解决驾驶员“泊车难”问题的最佳途径。

从 2003 年丰田将自动泊车系统首次装配在普锐斯混合动力汽车后，雪铁龙、西门子 VDO、法雷奥、大众相继推出能够装配于实车的自动泊车系统。然而这些系统未能真正的普及开来，仅仅在一些中高端的汽车上才装配有这些系统，而且在国内的汽车公司中自动泊车系统大部分尚处于研发阶段很少有公司真正把自动泊车装配在实车上；最关键的是无论是国外还是国内的泊车系统都存在一个普遍

性的问题——泊车过程中存在停车转动方向盘的现象，因此自动泊车系统并不是很完善也并不能普及到普通汽车上。综上所述，对于自动泊车的研究仍具有重大意义特别是在当今汽车工业高速发展的今天，在缩小与发达国家在汽车智能化大趋势下的差距，提高自身竞争力等方面的作用不言而喻。

自动泊车系统主要包括环境感知模块、运动控制模块和人机交互模块。而在电子信息技术和传感器技术的飞速进步的今天，车辆对于外部环境的感知能力不断增强、人机交互系统不断完善；因此本文将着重于自动泊车系统的核心技术——泊车控制策略的研究。

## 1.2 国内外理论研究现状

国外对于自动泊车的研究起步较早，领先国内研究十余年的时间，所取得的成果也比较丰硕。目前关于自动泊车的研究主要集中于两大类：一类是基于智能算法的泊车控制策略，把有经验的驾驶员泊车行为转化为泊车控制器，将车辆的实时车速和相对泊车位的位置作为系统的主要输入量，控制车辆方向盘转角来实现泊车入位；第二类是根据车辆运动几何学以及泊车过程中的避障要求设计出一条满足要求的路径即泊车路径规划，而后依据一套车辆运动控制算法控制车辆沿着预设的路径行驶顺利泊车入位即泊车路径跟踪。

### 1.2.1 人工智能算法研究现状

国外基于人工智能的泊车研究最早始于 1984 年，当时 Sugeno 等<sup>[1]</sup>首次采用模糊控制逻辑模拟驾驶员泊车操作。Gorinevsky 等<sup>[2]</sup>采用神经网络模型实现对车辆的泊车运动控制。Khoshnejad 等<sup>[3]</sup>采用模糊控制-神经网络模型模拟驾驶员泊车操作。Derriek Nguyen 等<sup>[4]</sup>通过自适应神经网络算法设计高度非线性泊车控制器。Chian-Song Chiu 等<sup>[5]</sup>将时变的模糊滑模控制器应用于泊车中，提出了模糊增益控制策略解决泊车问题。Maravall<sup>[6]</sup>、Hanafy<sup>[7]</sup>分别采用遗传算法、蜂群算法对基于人工智能的泊车控制器参数进行优化。Hyunki Kwon 等<sup>[8]</sup>运用 *KPP* 搜索算法进行泊车路径规划。国内对于自动泊车的研究起步较晚，2001 年清华大学的于伟等<sup>[9]</sup>人提出了一种模糊控制方法，并利用遗传算法对输入输出的隶属度函数进行优化达到了缩短运动轨迹的目的。2003 年，谢维信等<sup>[10]</sup>提出了一种基于聚类有效性神经网络模糊控制规则提出方法，实现模糊隶属度函数自适应调整，并在倒车中证明其有效性。2007 年，秦绪情<sup>[11]</sup>利用遗传算法对模糊控制进行参数优化，得出了更加理想的效果。2012 年，秦蓁蓁等<sup>[12]</sup>采用遗传算法对五阶多项式路径规划加以改进，取得了不错的效果。吴冰<sup>[13-14]</sup>利用神经网络理论得到泊车路径，用模糊控制和神经网络建立泊车控制器，实现车辆在小空间内的安全泊车。

不可否认智能算法在解决泊车问题上的有效性,但是,由于实际泊车过程中,驾驶员不仅需根据车辆运动状态采取合理的转向操作,还需根据车辆与复杂泊车环境中周围物体相对位置关系调整转向和控制车辆行驶速度,泊车环境的复杂性与环境信息获取的有限性增加了泊车系统控制器的建模难度,基于模糊逻辑控制或神经网络的泊车控制器很难高精度地模拟驾驶员泊车行为,因此影响了泊车控制器对泊车环境的适应能力。同时由于神经网络需要极大的计算量、模糊控制又没有自学习能力。因此想通过人工智能算法来真正实现实车运用还有很长的一段路要走。

### 1.2.2 基于路径规划与路径跟踪的泊车运动控制方法

基于路径规划与路径跟踪的泊车运动控制方法相对于智能算法而言是比较符合目前汽车工业研究水平并能应用于实际的控制方法。该类方法首先通过相关传感器扫描可行停车区域,然后基于可行停车区域控制器规划可行的泊车轨迹,最后由控制器根据实时的车辆信息控制车辆方向盘及油门、制动系统使车辆按照预定轨迹行驶。

双圆弧策略在不少文献中得到了应用<sup>[15-18]</sup>双圆弧即是用两条相切的圆弧来规划泊车路径,这种方法既简单有效又没有过多的算法,基于目标点和起始点就可以产生泊车路径,但是这种方法也有致命的缺点:一是在两圆弧的切点处车辆要原地转向,通常这个角度是比较大的,这样会加大车辆轮胎的磨损、增加转向电机负荷;二是无法保证车辆能够精确地在两圆弧的切点处停车。

Sungwoo CHOI 等人<sup>[19]</sup>基于双圆弧策略进一步进行研究,用数学方法推导出在平行泊车情况下任意初始平行位置所对应的双圆弧半径及其切点位置,为了弥补在切点处的曲率不连续情况 Sungwoo CHOI 等人设计了鲁棒灰箱控制车辆速度以及发动机输出转矩;同时采用灰箱补偿控制车辆加速度和输出转矩,取得了比较理想的效果。

吕振吉等人<sup>[20]</sup>基于 Reeds<sup>[21]</sup>的最优避障路径——CSC(圆弧-直线-圆弧)提出了一套应用于自动平行泊车路径规划算法。吕振吉等人通过数学方法推出适应于可行区域内初始平行位置的 CSC 路径,得到了 CSC 路径 2 个拐点的表达式和直线斜率。并且对最小泊车位和避障区域结合车辆运动几何学进行了详细的数学分析。最后在 veDYNA 中进行仿真验证,证明算法能较好的保证车辆顺利入位,误差在可接受的范围内。

Jaeyoung Moon 等人<sup>[22]</sup>提出了一种新型的泊车轨迹规划和跟踪的方法。他们假设车辆从泊车位正向行驶出车位并到达预备泊车位(即为泊车的逆过程),正向行驶得到的路径也是符合车辆运动几何学,同样可用于倒车轨迹,这样可以简化避障分析<sup>[23]</sup>。他们同时考虑到轮胎侧偏对车辆圆周运动的影响,首先假设车辆从目标点以最大的方向盘转角驶出泊车位,从而得到一段圆弧轨迹; Jaeyoung Moon 采用贝塞尔曲线<sup>[24-25]</sup>把这段圆弧和预备泊车点平滑的连接起来;这样此方法的泊车路径就由一条圆弧和一

条贝塞尔曲线组成。

Chun Hsiung Chen 等人<sup>[26]</sup>基于对双圆弧的进一步研究运用多圆弧理论对泊车路径进行规划，多圆弧理论可以极大的缩小泊车所需最小车位长度（最小只要 1.2 倍的车长）。他们运用模糊 *PID* 对车辆运动进行控制，最终验证该方法的有效性。

Helene Vorobieva 等<sup>[27-28]</sup>同样是基于双圆弧理论，但是他们方法不仅解决了传统方法对于初始泊车位的限制同时还解决了规划出的路径不连续的问题。他们采用 *AI-Kashi* 理论建立适应于任何车辆初始位置的双圆弧路径，然后利用回旋线处理双圆弧路径从而得到一条曲率连续可变且符合车辆运动几何学的泊车轨迹。针对泊车路径跟踪而言，他们没有提出比较有效的解决方案。

湖南大学李红博士<sup>[29-35]</sup>建立基于避障空间的单目标多约束轨迹方程，生成基于 *B* 样条曲线<sup>[36]</sup>的泊车轨迹，其高阶次的 *B* 样条曲线基本解决了泊车轨迹曲率不连续的问题；在泊车路径跟踪方面李红博士基于非时间参考的路径跟踪控制率推导出非时间参考的定点跟踪控制率，成功解决了非匀速状态下的车辆泊车路径跟踪难题，其实车试验也证明了此控制方法的有效性。

合肥工业大学胡伟龙博士<sup>[37-38]</sup>基于车辆的运动学特性设计了一种多段式泊车路径规划算法，提出了变速度泊车轨迹参数动态调整策略，其算法具有根据车辆位置和状态动态调整的能力同时降低了车速变化对于泊车成功率的影响，使其路径规划算法具有更大的实际意义；在路径跟踪中，他对 *EPS* 系统进行一系列的改进措施，实现了在不增加附件的情况下仅仅通过对 *EPS* 控制器的修改就可以满足较为精确的跟踪目标转速和目标转角，实车试验证明其设计的泊车系统是可行的。

侯忠生等<sup>[39]</sup>采用三段式路径规划方法<sup>[40]</sup>，着重研究了自动泊车路径跟踪算法。在无模型自适应控制理论的基础上提出了基于坐标补偿的自动泊车无模型自适应控制方法，控制方案不包含车辆模型信息，针对不同车型均能实现无模型自适应控制，并且具有更小的跟踪误差和更快的响应速度。

### 1.3 自动泊车系统组成及基本工作原理

自动泊车系统主要三大部分组成，分别是环境感知模块、泊车控制器和人机交互模块<sup>[41-42]</sup>。以全自动泊车系统为例说明每个模块的主要职责（如图 1.1 所示）：环境感知模块主要负责采集车辆周围的环境信息，常用的传感器为超声波测距雷达，结合惯性导航仪可以得到泊车位的尺寸信息和车辆的位置信息；泊车控制器即 *ECU* 单元是自动泊车系统的大脑，控制器根据环境感知模块得到的相关信息规划出一条合理路径即泊车轨迹规划，轨迹跟踪算法则需要控制车辆的方向盘转角、车速和制动系统来保证车辆能够按照预定轨迹行驶，同时当车辆偏离预定路径时，控制器应具有校正的

能力和相应的措施；人机交互模块是驾驶员和车辆信息交互平台，可以让驾驶员实时的了解车辆的情况，当出现紧急情况时驾驶员有权限随时介入从而保证行车安全。

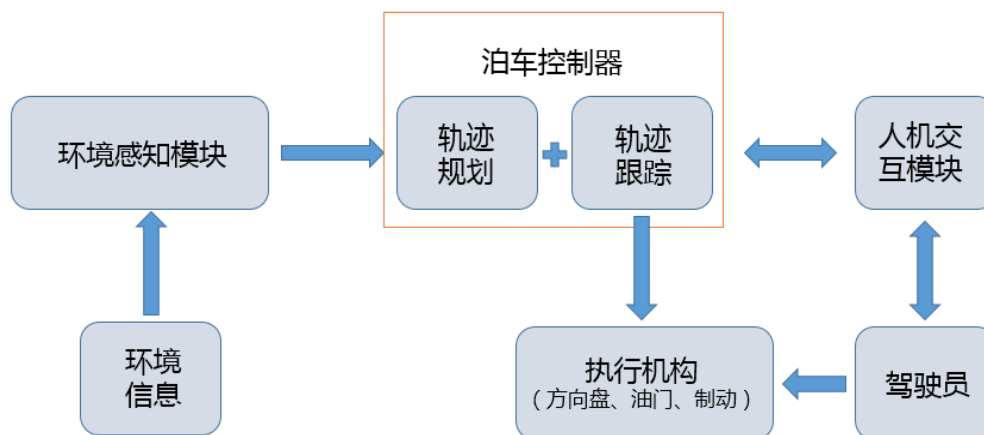


图 1.1 自动泊车系统组成

目前国内常见的泊车方式主要有三种：平行泊车、垂直泊车和斜泊车。其中平行泊车和垂直泊车最为常见，两者相比平行泊车对驾驶员的要求更高，难度更大。以平行泊车为例说明自动泊车系统的工作流程：

①驾驶员开启自动泊车模式，车辆进入车位搜寻状态。如图 1.2 中 I 车从左往右行驶，此时车辆侧方的测距雷达扫描可行停车区域，得到泊车空间的几何信息反馈到自动泊车控制器中。

②控制器需要根据车位大小选择合适的泊车起始点和目标点，同时路径规划算法解算出从起始点到目标点的合理泊车轨迹。

③泊车运动控制算法控制车辆按照预定的轨迹行驶，如果出现意外情况导致跟踪误差过大，控制器应用具有校正能力，同时允许驾驶员随时介入接管车辆。

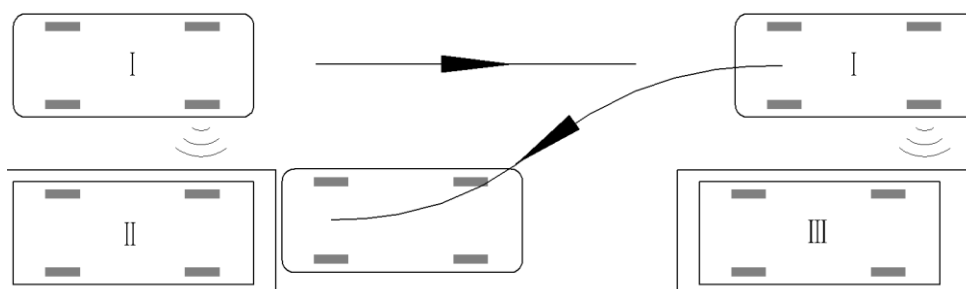


图 1.2 平行式泊车示意图

## 1.4 论文拟解决的问题及研究内容

### 1.4.1 论文拟解决的问题

综合上一节的陈述,本文采用基于路径规划与路径跟踪的泊车运动控制方法来设计泊车控制策略。经过大量翻阅相关国内外文献,分析研究目前自动泊车控制策略方面所存在的不足,确定了本文需要重点研究和解决的问题如下:

①泊车路径规划方面。需要设计一条基于车辆自身特点的、曲率连续可变的、满足泊车避障要求的、能够系统化的轨迹线,避免了泊车过程中车辆原地转向的情况,减少轮胎与地面的激烈摩擦。

②车辆初始位姿。以平行泊车为例,以往的大部分算法大都仅仅适用于车辆初始位姿与停车位平行的情况,需要设计相关的算法解决非平行初始位姿情况下的泊车路径规划问题。

③泊车路径跟踪方面。对于自动泊车系统而言,控制器可以控制方向盘转速,而无论是半自动泊车系统还是全自动泊车系统都无法精确的控制车速,同时车速作为系统的不可控量对最终的泊车效果有较大影响,因此如何降低车速对泊车运动控制算法的影响是本文需要解决的主要问题。

#### 1.4.2 论文研究内容

针对本文所要解决的问题,本文的研究内容如下:

①基于车辆自身特性设计了适应于车辆低速模型的轨迹线——双匀速轨迹。对双匀速轨迹的表达式以及相关角度、线段进行相关说明及定义。

②基于车辆双匀速轨迹进一步提出了车辆 DCD 轨迹,对 DCD 轨迹进行深入研究,对相关曲线参数进行定义研究。

③研究基于车辆 DCD 轨迹的泊车路径规划算法,讨论 DCD 轨迹情况下的泊车避障算法,确定泊车可行区域,研究如何将 DCD 轨迹应用于非平行初始位置泊车的情况,进一步完善基于 DCD 轨迹的泊车路径规划算法。

④研究基于车辆 DCD 轨迹的泊车路径跟踪算法,目标是大大降低车速变化对于路径跟踪效果的影响,同时算法具有较少的计算量、可以系统化的特点。

⑤针对泊车过程中可能出现的车辆偏离预定轨迹的情况,需要制定合理的修正策略使车辆回归预定轨迹,提高泊车运动控制策略的稳定性。

## 2 车辆数学模型与 DCD 轨迹

### 2.1 车辆动力学建模

#### 2.1.1 车辆模型简化

车辆的外形轮廓尺寸会直接影响泊车运动的避障成功率，而车辆的轮廓尺寸为了美观和空气动力学特性往往不是很规则，为了方便进行车辆动力学分析，对具体的车辆模型进行简化处理。将车辆在地面的正投影用一矩形轮廓进行近似处理（如图 2.1 所示），这样处理不仅可以给车辆避障算法留下一定裕度，同时也简化了算法；由于泊车过程中车辆不会出现明显的侧倾、俯仰动作，因此将车辆模型简化为二维结构不会对分析结果有较大影响。

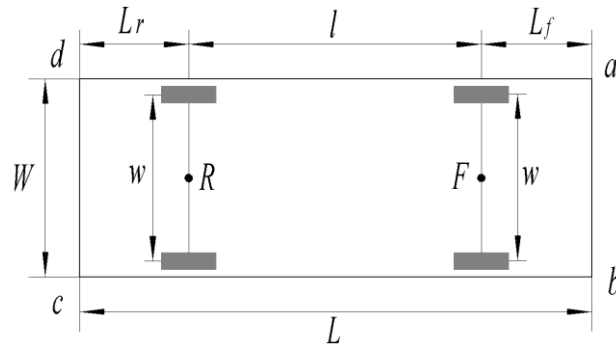


图 2.1 车辆简化模型

其中： $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  分别为车身左前、右前、右后、左后的四个顶点；

$F$  代表车辆前轴中心点， $R$  代表后轴中心点；

$L$  表示车长， $W$  表示车宽， $w$  表示前后轴轮距（本文近似认为前后轴轮距相同）；

$L_r$ 、 $l$ 、 $L_f$  分别表示车辆的后悬、轴距和前悬值。

#### 2.1.2 阿克曼转向原理

为了保证车辆轮胎在地面做纯滚动且无滑移现象，需要每个车轮都完全符合自然运动轨迹，即车辆在转弯过程中四个车辆都需围绕着同一个瞬时转动中心做纯滚动。假设车辆的行驶系统为刚体、转向轮定位参数为零且无侧向力作用。如图 2.2 所示，前内轮  $\beta$  与前外轮  $\alpha$  应满足下面的关系式：

$$\cot \alpha - \cot \beta = \frac{e}{l} = \frac{w}{l} \quad \text{式 (2-1)}$$

其中， $e$  为前轴（或后轴）主销中心距，本文近似认为主销中心距与车辆轮距相等； $l$  为车辆轴距。在前轴中心点取一等效转向轮，此转向轮同样需要围绕瞬时转动



圆心运动，其转角为  $\delta$ ，则有以下关系式：

$$\cot \alpha - \cot \delta = \cot \delta - \cot \beta = \frac{w}{2l} \quad \text{式 (2-2)}$$

车辆瞬时转动中心到外前轮与地面相接点的距离称为车辆的转弯半径。方向盘转角越大车辆转弯半径越小，当方向盘转动至某一侧最大位置时，外侧转向轮达到最大转角  $\alpha_{\max}$ ，对应得到车辆的最小转弯半径  $R_{\min}$  见式 (2-3)。车辆的最小转弯半径对自动泊车系统有很大影响。

$$R_{\min} = \frac{L}{\sin \alpha_{\max}} \quad \text{式 (2-3)}$$

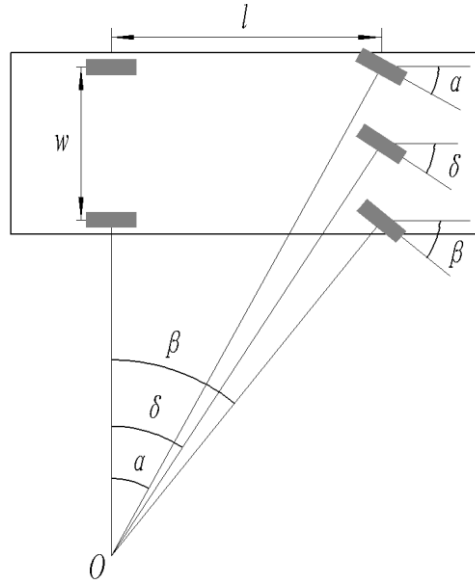


图 2.2 阿克曼转向原理示意图

### 2.1.3 车辆运动学模型建立

在泊车工况下，车辆往往处于低速大转角的情况，分析车辆在低速大转角下的运动学模型对泊车路径规划与路径跟踪具有指导意义。车辆在低速情况下忽略轮胎所受到的侧偏力；在理想的阿克曼转向关系下，车辆的瞬时转动圆心位于车辆后轴的延长线上。车辆后轴与车身固联，后轴中心点的运动轨迹可以表征车辆的运动特性，前轴作为转向轴可以反映侧向运动特性<sup>[43]</sup>。在笛卡尔坐标系下车辆的运行学模型如图 2.3 所示，运动学方程可表示为：

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos(\Psi) \\ \dot{y} = v \sin(\Psi) \\ \dot{\Psi} = v / R \end{cases} \quad \text{式 (2-4)}$$

式中： $v$  表示车辆后轴中心点的速度即车辆的纵向速度； $\Psi$  为车辆方位角； $x$ 、 $y$  分别表示车辆后轴中心点在笛卡尔坐标系下的横纵坐标； $R$  为车辆后轴中心点的转弯半径，由阿克曼转向原理可知  $R = l / \tan(\delta)$ ，其中  $l$  为车辆轴距， $\delta$  为前轴等效转角。

由车辆运动学方程式 (2-4) 知：车辆低速运动轨迹（即后轴中心点轨迹）主要与车辆后轴中心点速度、车辆方位角以及转向时前轴等效转角有关系。泊车中常常会出现低速稳态转向工况，因此需要研究在低速稳态转向工况下车辆的运动规律。设车辆初始状态为：后轴中心点位于坐标原点、方位角与  $X$  轴夹角为零，在前轴等效转角为  $\delta$ 、后轴中心点速度为  $v$  的作用下运动，则可以得到后轴中心点位置随时间  $t$  的变化规律：

$$\begin{cases} x(t) = \int_0^t v \cos\left(\frac{v \tan \delta}{l} t\right) dt = \frac{l}{\tan \delta} \sin\left(\frac{v \tan \delta}{l} t\right) \\ y(t) = \int_0^t v \sin\left(\frac{v \tan \delta}{l} t\right) dt = \frac{l}{\tan \delta} - \frac{l}{\tan \delta} \cos\left(\frac{v \tan \delta}{l} t\right) \end{cases} \quad \text{式 (2-5)}$$

进一步可以得到：

$$x(t)^2 + \left[y(t) - \frac{l}{\tan \delta}\right]^2 = \left(\frac{l}{\tan \delta}\right)^2 \quad \text{式 (2-6)}$$

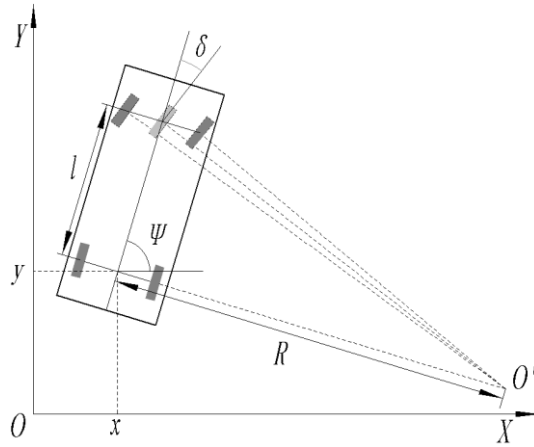


图 2.3 车辆运动学模型

分析式 (2-6) 知，在忽略轮胎侧偏特性和理想的阿克曼转角关系下，车辆稳态转向的运动特性是与车速无关，和车辆轴距、方向盘转角值有关的。可以认为在低速稳态转向工况下，车辆做半径固定的圆周运动，不因车速的波动而变化。

## 2.2 车辆双匀速轨迹与车辆 DCD 轨迹

### 2.2.1 车辆双匀速运动轨迹

基于 2.1 节对车辆模型的合理简化和理想化假设本文提出一种新型的轨迹线——双匀速轨迹<sup>[44]</sup>。双匀速轨迹指的是特定车辆在初始前轮转角为零、前轴等效转向轮转速（下文简称前轮转速）和后轴中心点速度（下文简称车速）均保持恒定的情况下后轴中心点的运动轨迹。双匀速轨迹是在理想化的条件下提出的理想化的轨迹线，但是它是从车辆本身特性出发而构建的符合车辆低速运动学特性的轨迹线。

下面依据车辆低速运动学模型具体讨论特定车辆双匀速轨迹的相关参数。设初始车辆后轴中心位于坐标原点，初始方位角与坐标横轴重合；后轴中心点速度为  $v$ ；前轴等效转角转速为  $\omega$ ，前轴极限等效转角为  $\delta_{\max}$ 。可得到以下参数的表达式。

车辆在  $t$  时刻的横摆角速度：

$$\omega_c(t) = v \tan(\omega t) / l \quad \text{式 (2-7)}$$

车辆在  $t$  时刻的横摆角：

$$\Psi(t) = \int_0^t \frac{v}{l} \tan(\omega t) dt \quad \text{式 (2-8)}$$

车辆在  $t$  时刻后轴中心点坐标：

$$\begin{cases} x(t) = \int_0^t v \cos(\Psi(t)) dt \\ y(t) = \int_0^t v \sin(\Psi(t)) dt \end{cases} \quad \text{式 (2-9)}$$

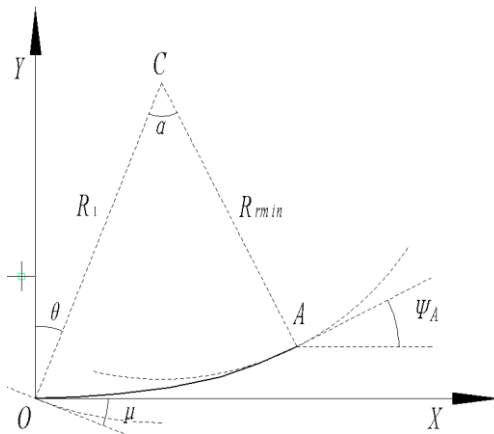


图 2.4 车辆双匀速轨迹

如图 2.4 所示，后轴中心点起始位置位于坐标原点， $OA$  段为车辆双匀速轨迹。当后轴中心点到达  $A$  点时，前轴等效转角达到极限值即  $A$  点为双匀速轨迹的终点。可以得到车辆在  $A$  点时的相关参数：

车辆方位角：

$$\Psi_A = \int_0^{\delta_{\max}/\omega} \frac{v}{l} \tan(\omega t) dt \quad \text{式 (2-10)}$$

A 点坐标：

$$\begin{cases} x_A = \int_0^{\delta_{\max}/\omega} v \cos(\Psi(t)) dt \\ y_B = \int_0^{\delta_{\max}/\omega} v \sin(\Psi(t)) dt \end{cases} \quad \text{式 (2-11)}$$

后轴中心点在 A 点对应的车辆瞬时转动中心为 C 点，转弯半径为  $R_{\min}$ 。连接 OC，OC 与纵轴夹角为  $\theta$ ，以 C 为圆心，OC 的长为半径做圆，半径记为  $R_1$ 。在双速已知的情况下可以得到图 2.4 中的相关参数如下：

$$R_{\min} = \frac{l}{\tan \delta_{\max}} \quad \text{式 (2-12)}$$

$$R_1 = \sqrt{(x_A - R_{\min} \sin \Psi_A)^2 + (y_A + R_{\min} \cos \Psi_A)^2} \quad \text{式 (2-13)}$$

$$\theta = \arcsin[(x_A - R_{\min} \sin \Psi_A) / R_1] \quad \text{式 (2-14)}$$

$$\alpha = \theta + \Psi_A \quad \text{式 (2-15)}$$

C 点的坐标可以表示为：

$$(x_A - R_{\min} \sin \Psi_A, y_A + R_{\min} \cos \Psi_A) \quad \text{式 (2-16)}$$

OA 段轨迹的长度：

$$l_{OA} = vt = \frac{v \delta_{\max}}{\omega} \quad \text{式 (2-17)}$$

由式 (2-10) 到式 (2-17) 可知：双匀速轨迹的相关参数只与车辆轴距以及“双速”大小有关系，在车辆、双速大小确定的情况下双匀速轨迹就可以确定下来。双匀速轨迹段的长度与车速成正比与前轮转速成反比；在车速一定的情况下，前轮转速越高轨迹终点 A 的横纵坐标越小；在前轮转速一定的情况下，车速越高终点 A 的车辆方位角越大；终点 A 所对应的转弯半径  $R_{\min}$  与双速无关是车辆的固有属性。

双匀速轨迹是假设车辆车速及前轮转速恒定下得到的，模拟实际泊车过程中驾驶员边走边打方向盘时所得到的车辆轨迹；而当驾驶员边走边松方向盘的过程可以看作是前者的逆过程，同样也是双匀速轨迹，轨迹参数与前者相同（双速大小的绝对值前

后应保持一致)。

### 2.2.2 车辆 DCD 轨迹

在实际泊车过程中,驾驶员常常会出现的行为是:以一定速度转动方向盘,当方向盘转角到达一定角度后保持一段时间,最后反向回正方向盘。驾驶员往往通过不断观察和经验来控制方向盘的转速和中段固定方向盘转角的时长,而从理论上难以定量的分析。本文从理想化的角度来模拟驾驶员转动——保持——反向回正方向盘过程中车辆后轴中心点的运动轨迹,假设在整个过程中车辆车速保持恒定,前轮转速在转动和松开两阶段的绝对值大小相同。如图 2.5 所示,  $OA$  段是转动方向盘阶段,此段轨迹即为 2.2.1 节中的车辆双匀速轨迹;  $AB$  段是驾驶员保持方向盘阶段,此阶段车辆作圆周运动;  $BD$  段是  $OA$  段轨迹的逆过程,同样属于双匀速轨迹。从  $O$  点到  $D$  的轨迹线由双匀速轨迹和圆弧轨迹组成,本文称之为车辆 DCD 轨迹。

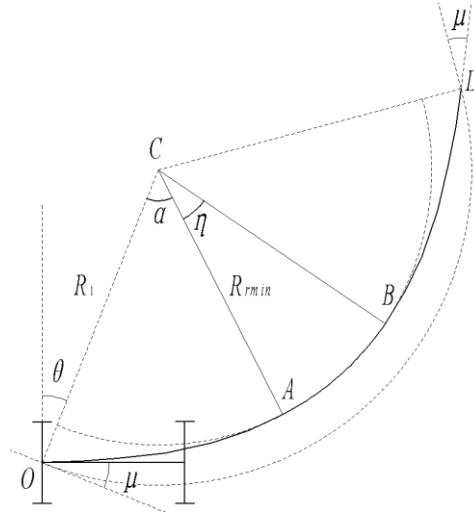


图 2.5 车辆 DCD 轨迹

结合双匀速轨迹参数对 DCD 轨迹相关参数进行定义说明。 $O$  点为轨迹起点,在起点  $O$  和终点  $D$  时车辆的方向盘转角都为零度;车辆到达  $A$  点时前轮转角达到极限值,此时车辆转弯半径最小,由此车辆进入圆周运动阶段;分别以  $C$  为圆心  $R_{min}$ 、 $R_1$  为半径作圆弧,称  $R_{min}$  为过渡半径  $R_1$  为切入半径;  $C$  点为 DCD 轨迹的等效圆心,  $\theta$  为圆心偏置角;在车辆和车速确定的情况下,切入半径、过渡半径、圆心偏置角可由式 2.12~2.14 求得。由图 2.5 知,DCD 轨迹在由切入半径和过渡半径形成的圆环中穿过的,轨迹进入和离开圆环与大圆弧形成了角度相等的进入角和离去角(如图 2.5 中的  $\mu$  角),由几何知识易知  $\theta = \mu$ 。

如图 2.6 所示,将两个相同的 DCD 轨迹反向连接,  $D$  点为连接点。两段 DCD 轨迹具有相同的切入半径、过渡半径、圆心偏置角以及进入角、离去角,所以可以得到:

等效圆心  $C_1$ 、 $C_2$  在一条直线上且  $C_1C_2$  的长度是切入半径的 2 倍即两个以  $R_1$  为半径的大圆相切于  $D$  点，并且在  $D$  点两段 DCD 轨迹平滑连接。

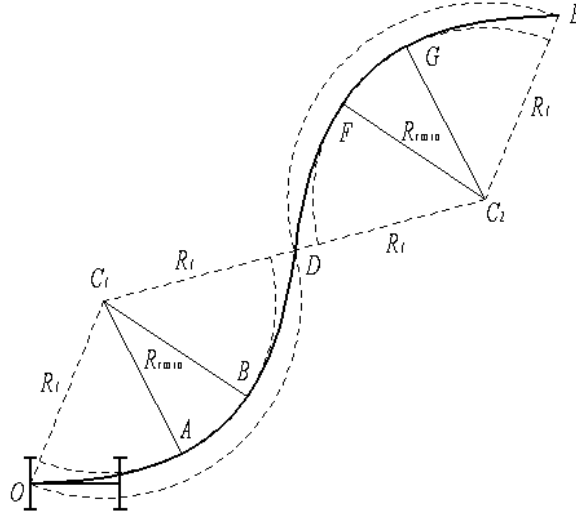


图 2.6 DCD 轨迹反向拼接

从起始点  $O$  到目标点  $E$  的两段 DCD 轨迹解决了两点之间轨迹规划问题，此条轨迹线有以下几个特点：①轨迹曲率连续可变，不存在突变点；②轨迹是基于车低速运动学推导得到的，因此也符合车辆低速运动特性；③轨迹同时考虑了在起始点和目标点时车辆方位角的实际情况。

### 2.3 本章小结

本章在分析了车辆低速运动学模型和阿克曼转向原理的基础之上，研究了车辆在双速恒定情况下后轴中心点的运动轨迹即车辆双匀速运动轨迹，对相关参数进行了详细的定义与说明；随后基于车辆双匀速运动轨迹与实际泊车过程中驾驶员的操纵行为特征提出了车辆 DCD 轨迹，并分析了 DCD 轨迹中相关参数的含义。本章所提出的 DCD 轨迹是一种基于车辆自身特性设计的轨迹线，具有曲率上的连续性和实际的可操作性。



## 3 基于 DCD 轨迹的泊车路径规划

### 3.1 引言

自动泊车系统在控制车辆泊车入位之前需要知道车辆从起始点到目标点的一条合理路径，此条路径需要满足几点要求：①车辆沿着该路径行驶不会与其它车辆、绿化带或建筑物等障碍发生碰撞剐蹭；②应该是一条从起始点到目标点、曲率连续变化的、符合车辆低速运动学特性的轨迹线。泊车路径规划作为自动泊车系统重要一环直接决定了车辆泊车运动过程中的安全性和可行性，一种较好的路径规划算法不仅可以满足车辆安全性和可行性的要求同时也要具有简单易实现、合理又灵活的特点。

在泊车路径规划领域最为经典的是以两圆弧相切式为代表的曲率不连续的路径生成方法。此类方法最大的优点在于算法简单可行，可应用于多种工况；但是其缺点也比较致命，由于路径往往是由圆弧或直线拼接而成的，造成泊车路径曲率不连续进而导致在泊车运动控制中需要车辆在某一点停车转动方向盘，整个过程连贯性较差同时也加速轮胎的磨损。

为了解决相接圆弧路径曲率不连续的问题，国内外众多学者研究了将样条曲线、贝塞尔曲线、回旋曲线等曲率连续的曲线应用于泊车路径规划中去的方法。这类方法成功的解决了泊车路径不连续的问题，大大提高了泊车运动过程的连续性；缺点在于曲线方程会受到障碍物和车辆初始状态的影响导致计算量稍大，同时也没有严密的数学公式证明过此类曲线符合车辆低速运动学特性。

### 3.2 基于 DCD 轨迹的平行泊车路径规划

#### 3.2.1 泊车起始位置与车位线平行的情况

本文路径规划算法是基于车辆 DCD 轨迹设计的，由 2.2.1 节可知双匀速轨迹的表达式是与车辆轴距、“双速”有关的表达式。在车辆选定的情况，双速不同所对应的轨迹也会不同，同时由于轨迹参数计算过于麻烦所以本文将双匀速轨迹结合具体车辆直接固化，双匀速轨迹参数成为特定车辆的属性参数，这样可以大大简化泊车路径生成算法，提高运算效率。

对于特定的车辆，轴距是确定的，需要选取合适的“双速”。双速选择应考虑以下几点：①为了缩小最小泊车可行空间，前轮转速应尽可能的快；②车速不能过高，过高的车速同样会导致最小可行车位加大。前轮转速应结合 *EPS* 电机的特性选取一个较大值。双速选取完成后对于特定车辆运用式 2.12~2.17 即可以得到双匀速轨迹的相关参数，这些参数在泊车路径规划中作为已知参数直接调用。



本文基于 DCD 轨迹的泊车路径规划方法采用逆向推导的方式，车辆安全地驶出泊车位过程中车辆后轴中心点的轨迹即为泊车路径规划所需的轨迹参数。分如下几步来实现泊车路径规划：

### ①确定泊车最终目标位置

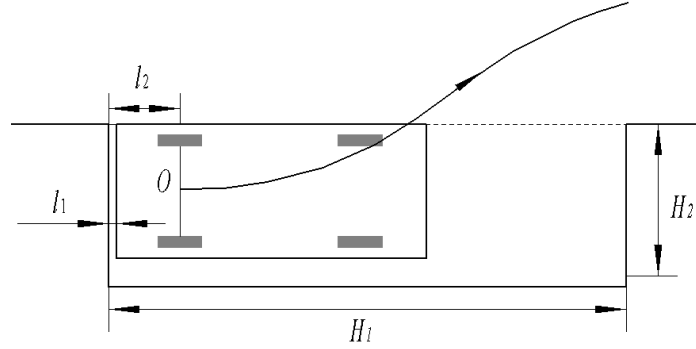


图 3.1 泊车目标位置示意图

由车辆的环境感知模块可以得到泊车位的尺寸信息（如图 3.1 所示），结合得到的尺寸信息确定泊车目标位置。为了使系统最小可行车位更小，车辆泊车的最终目标位置应尽量靠近于泊车位外侧，所以本文设定在目标位置时车辆的外侧轮廓线与车位线重合即后轴中心点距离外侧车位线为 0.5 倍的车宽；在满足安全性的前提下泊车目标位置应尽量靠近车位后侧，如图 3.1 所示，车辆后端与车位后端保持了一段安全距离  $l_1$ ，则后轴中心点距离车位后端的距离  $l_2$  应为：

$$l_2 = l_1 + L_r \quad \text{式 (3-1)}$$

### ②路径预规划

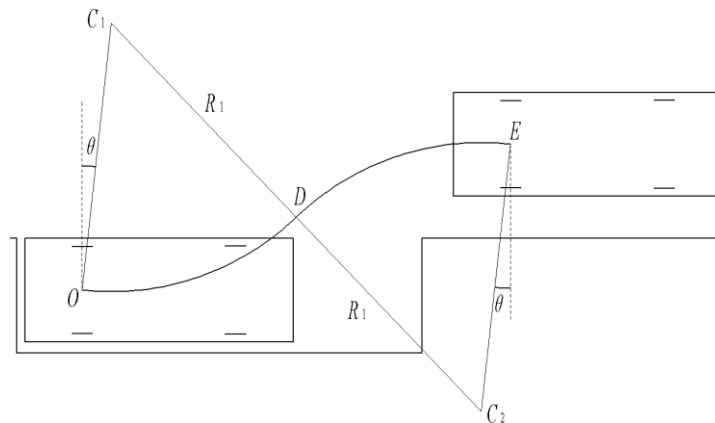


图 3.2 泊车路径预规划

基于 DCD 轨迹与圆弧轨迹间的关系利用切入半径对泊车轨迹进行预规划。如图 3.2 所示，后轴中心点最终目标位置在  $O$  点，起始点位于  $E$  点，根据双匀速轨迹参数

可以确定出车辆在两个位置时的圆心偏置角、切入半径进而可以得到等效圆心  $C_1$ 、 $C_2$  的具体位置；以  $C_1$ 、 $C_2$  为圆心  $R_1$  为半径作圆，相切于  $D$  点，形成了从  $E$  点到  $O$  点的“双圆弧路径”。由几何知识易知  $E$  点只有在一段曲线上才能满足两圆弧相切的条件，本节暂不说明如何处理这一特殊情况，在下文会结合路径避障问题详细讨论。路径预规划的主要目的在于确定出路径曲率转折点  $D$  点的位置，为下一步轨迹连续化处理奠定基础。

### ③轨迹连续化处理

对泊车轨迹的预规划可以得到双圆弧路径的切点  $D$ ，此切点同样是两段相同的 DCD 轨迹的连接点。利用 DCD 轨迹与内外圆弧的关系可以将②步中得到的圆弧路径转化为曲率连续的 DCD 轨迹（如图 3.3 所示）。圆弧轨迹转化为 DCD 轨迹的理论可行性有如下的原因：①上文已经说明对于特定车辆具有特定的双匀速轨迹即在 DCD 轨迹中只有中段的圆弧轨迹长度会发生变化而两端的双匀速轨迹参数和圆弧轨迹的曲率不会改变；② $D$  点的位置可以确定两段 DCD 轨迹的起止点，在圆弧路径和 DCD 轨迹间架起了一座桥梁。

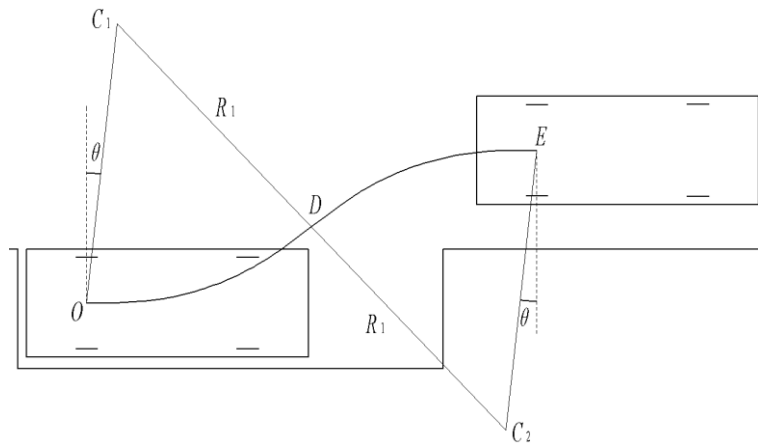


图 3.3 基于 DCD 轨迹的泊车路径

轨迹连续化处理中会涉及到 DCD 轨迹中圆弧轨迹长度的问题，该长度大小与泊车起始位置有较大关系，下文会结合轨迹避障问题进一步进行讨论分析。

### 3.2.2 泊车起始位置与车位线非平行的情况

上一节讨论的是车辆起始位置与车位线平行的情况，现讨论另外一种的情况——车辆起始位置与水平方向有一定夹角。如图 3.4 所示，在以泊车目标位置处后轴中心点为原点的笛卡尔坐标系下，车辆起始位置位于  $E$  点，与水平方向成  $\sigma$  的夹角。

非平行初始状态下的泊车路径规划方法依然采用与上一节类似的方法。第一步利用切入半径进行泊车路径预规划，结合图 3.4 进行分析，车辆在初始位置沿直线倒行，

当倒行至  $E_t (X_{Et}, Y_{Et})$  点时满足以下关系式：

$$\begin{cases} M^2 + N^2 = 4R_1^2 \\ M = X_{Et} + R_1 \sin(\sigma - \theta) - R_1 \sin \theta \\ N = Y_{Et} + R_1 \cos(\sigma - \theta) - R_1 \cos \theta \end{cases} \quad \text{式 (3-2)}$$

则可以在  $E_T$  点处进行基于切入半径的泊车路径预规划，从而得到一条由  $E_T$  点到  $O$  点的双圆弧路径。

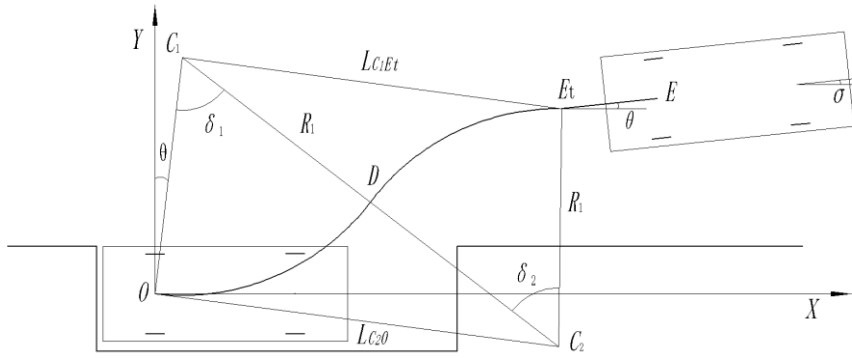


图 3.4 非平行初始状态下泊车轨迹预规划

在得到的双圆弧轨迹后，仍然采用相同的方法将双圆弧轨迹转化为两段 DCD 轨迹。需要注意的是在非平行初始位置情况下的双圆弧预轨迹中，两段圆弧所对应的圆心角并不相等，可以得到下式：

$$\begin{cases} \delta_1 = \arccos\left(\frac{5R_1^2 - L_{C_1E_t}}{4R_1^2}\right) \\ \delta_2 = \arccos\left(\frac{5R_1^2 - L_{C_2O}}{4R_1^2}\right) \end{cases} \quad \text{式 (3-3)}$$

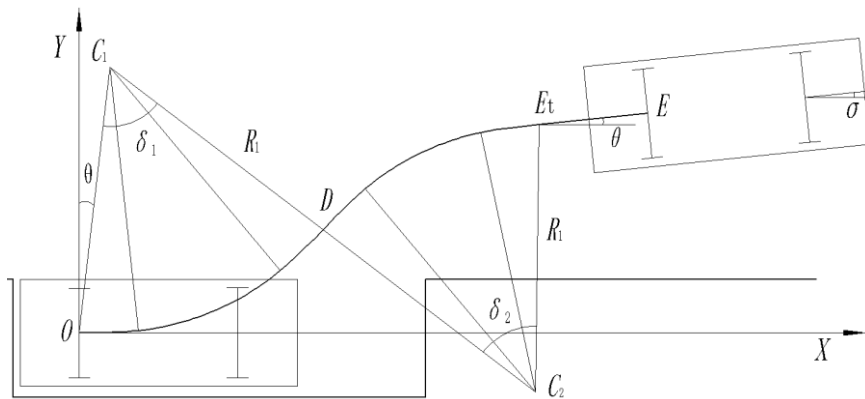


图 3.5 非平行初始状态下的泊车轨迹

如图 3.5 所示，从起始点到目标点的泊车轨迹由一段直线和两段 DCD 轨迹组成的。需要说明的是，在一般情况下，车辆初始位置方位角与车位线方向基本是重合的，如图 1.2 所示过程，车辆搜寻车位的环节必须保证车辆行驶方向与车位线方向重合，否则会影响车辆对侧向泊车位的探测进而影响整个自动泊车系统；而本节对非平行初始位置的研究旨在说明基于 DCD 轨迹的泊车路径规划方法同样适用于非平行初始位置的情况，在后文中的约束空间分析及垂直泊车分析中将不会再考虑非平行初始位置的情况。

本文所采用的泊车路径规划方法通过合理地引入使用“双圆弧泊车轨迹”简化了路径规划算法，同时也避免了“双圆弧泊车轨迹”中曲率不连续的问题；但是规划出路径仍需要大量数值计算，可能会给泊车路径跟踪带来较大麻烦，本章暂不对此进行详细处理，在路径跟踪章节会详细分析简化处理方法。

### 3.3 平行泊车约束空间分析（以泊车起始位置与车位线平行为例）

#### 3.3.1 最小可行泊车空间分析

本节仍然采用逆向推导的方式来解决。如图 3.6 所示，车辆在目标位置  $O$  点沿着上一节中已规划好的 DCD 轨迹行驶，应保证车辆按照此条路径行驶时不会与周围障碍物发生碰撞剐蹭。结合图 3.6 分析可得：车辆右前 endpoint  $b$  的轨迹与外侧车位线的交点  $F$  直接决定了最小可行泊车位的纵向尺寸  $H_{lmin}$ 。

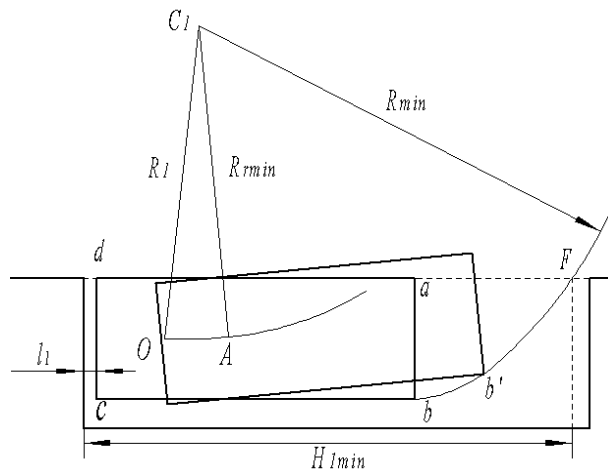


图 3.6 车位最小长度分析

如图所示 3.6 所示， $OA$  段为双匀速轨迹段，与此对应车辆右前 endpoint  $b$  点的轨迹为  $bb'$ ；在  $A$  点以后车辆进入圆弧运动阶段，后轴中心点的轨迹半径为  $R_{min}$ ，右前 endpoint  $b$  的半径为车辆最小转弯半径  $R_{min}$ 。在车辆移出车位的过程中 endpoint  $b$  的轨迹分为两

段：一段是曲率连续变化的  $bb'$ ；另一段是以  $R_{min}$  为半径的圆弧段。由于车辆在  $OA$  段时间相对较短且此段时间车身方位角变化量比较小，因此  $bb'$  段会在泊车位内部，决定最小泊车位长度是以  $R_{min}$  为半径的圆弧段与外侧车位线的交点  $F$  的位置。可以得到  $H_{1min}$  的表达式：

$$\begin{cases} R_{min} = \sqrt{(R_{rmin} + \frac{W}{2})^2 + (l + L_f)^2} \\ H_{1min} = l_1 + L_r + R_1 \sin \theta + \sqrt{R_{min}^2 - (R_1 \cos \theta - \frac{W}{2})^2} \end{cases} \quad \text{式 (3-4)}$$

从式 (3-4) 可以得到最小泊车位长度与切入半径、最小转弯半径、圆心偏置角及车辆的外廓尺寸有关系，在双速和车辆确定的情况下， $H_{1min}$  随之确定。

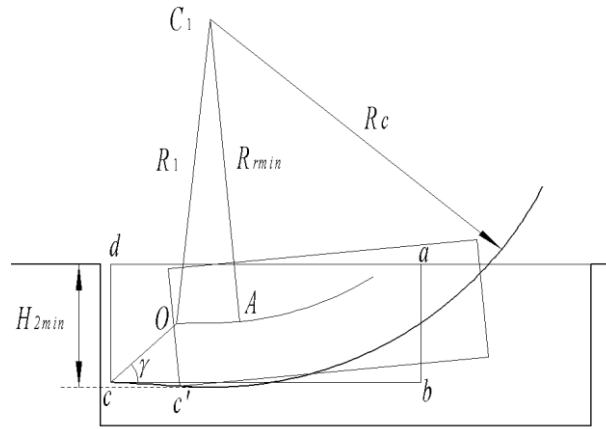


图 3.7 车位最小宽度分析

最小可行泊车位在宽度上主要取决于车辆右后端点  $c$  的运动轨迹，如图 3.7 所示，端点  $c$  的轨迹由一段曲率连续变化的曲线段  $cc'$  和一段半径为  $R_c$  的圆弧路径组成。 $c$  点在整个运动过程中所能达到的最“深”点的位置决定了泊车位的最小宽度  $H_{2min}$ ，分两种情况讨论最“深”点的位置情况：

①首先分析曲线  $cc'$  段，此时车辆处于双匀速运动阶段， $cc'$  段的运动轨迹公式较为复杂且不易求解。为了方便求解做以下假设：假设车辆后轴中心点的轨迹  $OA$  段为水平直线且车辆的横摆运动不能忽略。则可以得出在曲线  $cc'$  段中最“深”点的位置位于  $c'$  点，此时对应的最小泊车位宽度  $H'_{2min}$  如下式：

$$H'_{2min} = l_{oc} \sin(\gamma + \Psi_A) + \frac{W}{2} \quad \text{式 (3-5)}$$

式中： $l_{oc}$  为车辆右后端到后轴中心点的而距离； $\gamma$  为  $Oc$  与  $cb$  间的夹角； $\psi_A$  为后轴中心点在  $A$  点时的方位角。

②在圆弧轨迹段所能达到的最“深”点主要与  $c$  端点的最小转弯半径和圆心位

置有关，暂不考虑圆弧路径起始点对最“深”点位置的影响，直接分析以  $C_l$  为圆心  $R_c$  为半径的圆弧轨迹所能达到最“深”点的情况。可以得到此时最小泊车位宽度  $H_{2\min}''$  的表达式：

$$\begin{cases} H_{2\min}'' = R_c - R_l \cos \theta + \frac{W}{2} \\ R_c = \sqrt{\left(R_{r\min} + \frac{W}{2}\right)^2 + L_r^2} \end{cases} \quad \text{式 (3-6)}$$

进入圆弧轨迹时  $c$  端点与等效圆心的相对位置关系决定了整段轨迹中最“深”点的位置，在分析最小泊车位宽度时可以不考虑这一情况直接取  $H_{2\min}'$ 、 $H_{2\min}''$  中较大者即可：

$$H_{2\min} = \max\{H_{2\min}', H_{2\min}''\} \quad \text{式 (3-7)}$$

上文对基于 DCD 轨迹的泊车最小可行泊车空间进行分析，所得到的尺寸关系与双速大小有着密切关系。对于特定车辆、双速确定的情况下，最小可行泊车空间唯一确定。结合 3.2.1 节对泊车目标位置的描述可知：泊车的目标位置和可行停车空间大小没有关系，当车辆的环境感知模块探测到的泊车空间大于等于最小可行泊车空间时，系统即开始根据车辆的初始位置规划出可行的泊车路径。

### 3.3.2 车辆避障及可行泊车区域分析

如图 3.8 所示，在泊车过程中车辆避障主要考虑四个方面：①车辆右前 endpoint  $b$  点与车位线上  $P$  点的位置关系；②车辆右后 endpoint  $c$  点与车位底线的位置关系；（以上两方面主要与最小泊车空间有关系，上一节中已有分析）；③车辆左前 endpoint  $A$  点与道路边界线的位置关系，此关系决定了泊车起始位置到道路边界线的距离；④车身  $I$  点（车辆后轴与右侧车身交点）与  $P$  点的位置关系，此关系决定了泊车起始位置与车位线的距离。

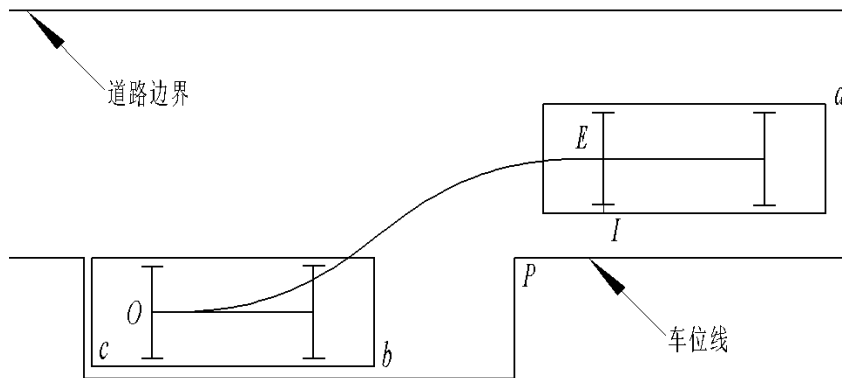


图 3.8 避障空间示意图

车辆左前端点  $A$  点与道路边界线的位置关系主要分析左前端点  $A$  的运动轨迹情况。如图 3.9 所示，与上文分析类似，左前端点  $d$  的轨迹分为两部分：曲率连续变化阶段  $dd'$  和圆周运动阶段  $d'd''$ 。 $d'd''$  段是以 DCD 轨迹等效圆心  $C_2$  为圆心  $R_d$  为半径的圆弧， $R_d$  为端点  $d$  的最小转弯半径。 $dd'$  段通常是比较短的，圆弧段  $d'd''$  决定了泊车起始位置与道路边界线的距离  $d_1$  的最小值。

$$\begin{cases} d_{1\min} = R_d - R_1 \cos \theta - \frac{W}{2} \\ R_d = \sqrt{\left(R_{r\min} + \frac{W}{2}\right)^2 + (l + L_f)^2} \end{cases} \quad \text{式 (3-8)}$$

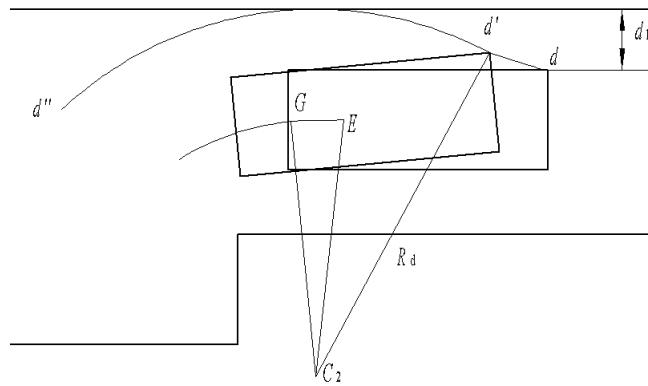


图 3.9 道路边界避障问题

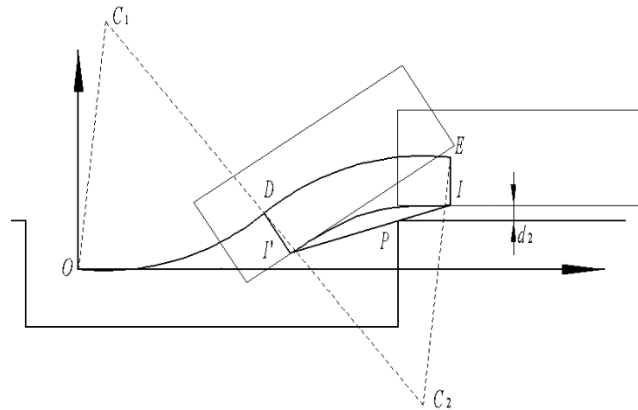


图 3.10 车位线 P 点避障问题

如图 3.10 所示，考虑  $P$  点对泊车过程的影响主要考虑车辆在沿着  $ED$  段 DCD 轨迹行驶时是否会与车位线有交集。由阿克曼转向原理知在忽略轮胎侧偏的情况下，车辆的瞬时转动中心在后轴的延长线上（此延长线与右侧车身交于  $I$  点）。在此近似将  $DE$  段看作以  $C_2$  为圆心的圆弧轨迹，则保证  $I$  点与  $P$  点的在车辆运动过程中不发生交叉就可以解决车辆在此过程中的避障问题。

如图 3.10 所示，车辆后轴中心点从  $E$  点运动到  $D$  点的过程中，与此对应的  $I$  点移动到了  $I'$  点，曲线  $II'$  段同样由 3 段曲线组成。为了简化分析采用  $I$  点运动轨迹的包络线来分析避障问题， $I$  点的运动轨迹为凸曲线，连接  $I$ 、 $I'$  点，将直线段  $II'$  作为  $I$  点运动轨迹的下包络线<sup>[45]</sup>。分析直线段  $II'$  与  $P$  点的相对位置关系即可解决车辆的与  $P$  点间的避障问题同时也保证了  $I$  点和  $P$  点在运动过程中有足够的余量。下面推导计算当  $P$  点在  $II'$  直线段时车身距离车位线的距离  $d_2$  最小值。

首先计算出此时  $E$  点的坐标：

$$\begin{cases} E_x = 4R_1 \cos(\pi/2 - \theta - \lambda) \cos(\lambda) \\ E_y = 4R_1 \cos(\pi/2 - \theta - \lambda) \sin(\lambda) \end{cases} \quad \text{式 (3-9)}$$

其中：

$$\lambda = \arctan\left(\frac{W}{H_1 - L_r - L_1}\right) \quad \text{式 (3-10)}$$

进而可以得到  $d_2$  的最小值为：

$$d_{2\min} = E_y - W \quad \text{式 (3-11)}$$

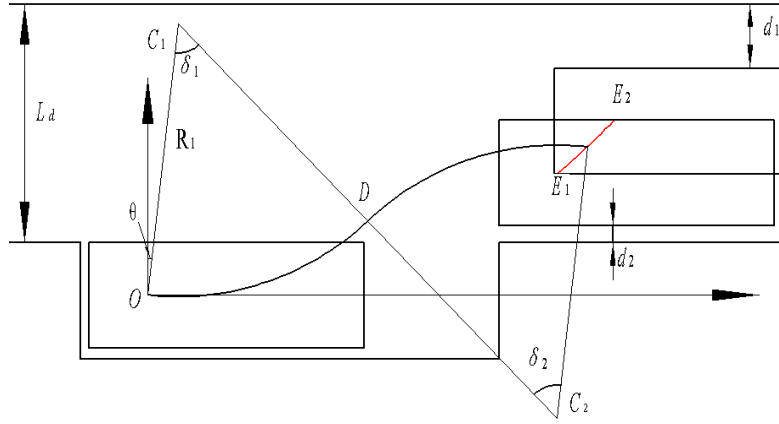


图 3.11 后轴中心点可行区间

以 3.3.1 节中推算出的最小泊车空间作为推导可行泊车区域的参考泊车空间。如图 3.11 所示，以目标位置后轴中心点的坐标为原点建立笛卡尔坐标系，基于上文对 DCD 轨迹的泊车路径规划方法的分析确定泊车起始位置后轴中心点的分布位置。图中  $OD$  段和  $DE$  段为两段相同的圆弧段，半径为切入半径，相切与  $D$  点，由此关系可以推导出后轴中心点在坐标系下的分布规律：

$$(E_x - 2R_1 \sin \theta)^2 + (E_y - 2R_1 \cos \theta)^2 = 4R_1^2 \quad \text{式 (3-12)}$$

同时考虑道路边界和车位线上  $P$  点的约束情况有：



$$L_d - E_y \geq d_1 + \frac{W}{2} \quad \text{式 (3-13)}$$

$$E_y - W \geq d_2 \quad \text{式 (3-14)}$$

综合以上三式即可确定出后轴中心点的可行区域。以国内某款轿车为例，设计与之匹配的双速，计算 DCD 轨迹和最小泊车空间，解算出后轴中心点的可行区域如图 3.11 中红色线段所示，同时得到  $d_1$  的最小值为 1.11 米、 $d_2$  的最小值为 0.29 米。

上面得到的可行区域仅仅是一段曲线，现实不具可行性，因此本文将  $E_1E_2$  曲线上的点转化为泊车轨迹起始点，当车辆位于曲线右侧时可以通过倒车至曲线上的对应点进入泊车轨迹，因此位于曲线右侧的区域同样是泊车可行域（如图 3.12 所示）。

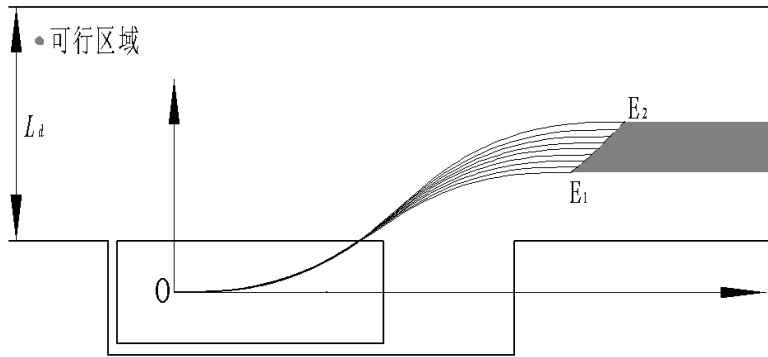


图 3.12 泊车可行域

### 3.4 基于车辆 DCD 轨迹的垂直泊车路径规划

#### 3.4.1 垂直泊车路径分析

垂直泊车路径规划主要针对的是泊车位的纵向方向与道路方向相垂直的情况。垂直泊车的流程如图 3.13 所示，主要分为以下两步：

①搜寻可行停车位。驾驶员打开自动泊车系统后车辆的环境感知模块进入正常工作状态，如图 3.13 中的 I 过程，车辆右侧的超声波雷达探测车辆右侧区域的可行泊车空间，控制器需要根据自身的算法判定该泊车空间是否满足泊车条件，如若满足则进入②步，反之车辆则继续前行搜寻可行停车位；

②泊车路径规划与跟踪。该步作为泊车控制器的核心环节对泊车效果起决定性作用，泊车路径规划根据车辆初始位置和可行泊车位的方位规划出一条合理的泊车路径，如图 3.13 中的 II、III 所代表的泊车路径，其中 II 段为曲线段，III 段为直线段；路径跟踪则通过控制车辆的运动模块使车辆按照预定轨迹行驶。

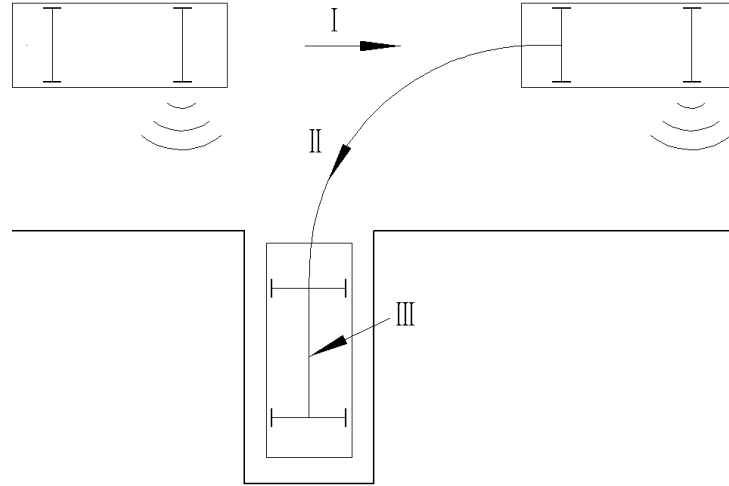


图 3.13 垂直泊车流程示意图

通过以上分析可以得到平行泊车与垂直泊车在算法层面的最大不同点在于车辆方位角的变化规律：

①对于平行泊车而言，车辆方位角的变化规律为先增后减，车辆初始状态和最终状态的方位角与道路方向的夹角均为零度即在整个过程车辆方位角变化量为零，但是由于方向盘转角跨度更大提高了对驾驶员的操纵要求；

②对于垂直泊车而言，车辆方位角有明确的变化关系，在整个泊车过程中方位角不断增加到 90 度，一般情况下方向盘转动区域只在一侧（左侧或右侧），操纵的复杂度有所降低。

### 3.4.2 应用于垂直泊车路径的 DCD 轨迹

针对垂直泊车的特殊情况需要对上文所采用的 DCD 轨迹进行改进。应用于平行泊车路径规划的 DCD 轨迹具有一定的灵活性，其中中段圆弧路径的长度随车辆初始位置的改变而改变；而对于垂直泊车而言，车辆方位角的变化量已经固定，因此对于应用于垂直泊车的 DCD 轨迹在方位角变化量上也是一个固定值 90 度。

现讨论 DCD 轨迹在 90 度的方位角变化量下所具有的特征。如图 3.14 所示，DCD 轨迹为图中粗实线段，其等效圆心位于  $C$  点，圆弧段的圆心角为  $\eta$ ；90 度的方位角变化量意味着车辆在  $V_1$ 、 $V_2$  点时在空间平面内相互垂直，分别过  $V_1$ 、 $V_2$  点沿车辆侧向作垂线相交于  $C'$  点，由几何知识易知线段  $V_1C'$  和  $V_2C'$  垂直且相等，以  $C'$  为圆心  $V_1C'$  为半径作四分之一圆与 DCD 轨迹两端点  $V_1$ 、 $V_2$  相接。

90 度方位角变化量下的 DCD 轨迹具有固定属性参数，双匀速轨迹段固定不变，圆弧路径的圆心角大小同样固定不变。双匀速轨迹参数在 2.3.1 节中已有说明，圆弧路径圆心角  $\eta$  的大小可以由下式得到：

$$\eta = 90 - 2\Psi_A \quad \text{式 (3-15)}$$

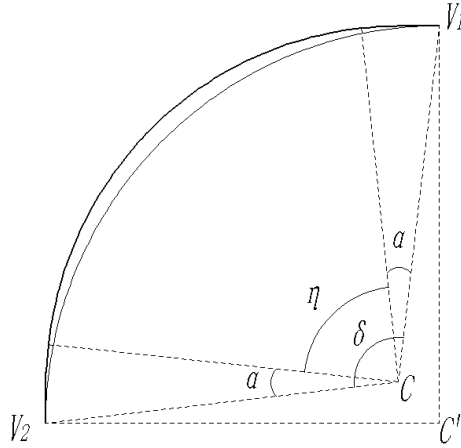


图 3.14 90 度方位角变化量下的 DCD 轨迹

为了使基于 DCD 轨迹的路径规划更加简化，与在平行泊车路径规划中引入切入半径类似，在此处将线段  $V_1C'$  作为垂直泊车路径规划中的切入半径（记为  $R_{IV}$ ），圆心为  $C'$  点，由几何关系可以得到  $R_{IV}$  的值为：

$$R_{IV} = \sqrt{2}R_1 \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad \text{式 (3-16)}$$

引入切入半径的好处在于：利用圆弧路径易规划的特点可以较为简便地得到初始泊车位置与目标泊车位置理想的相对位置关系，同时也为下文垂直泊车避障分析和可行域分析提供了一条可行的途径。

注：在车辆“双速”的选定的情况下，应用于垂直泊车路径的 DCD 轨迹各个参数固定不变，本文同样将该轨迹固化，在垂直泊车路径规划中直接调用，这样可以大大降低路径规划的复杂度。

### 3.4.3 基于 DCD 轨迹的垂直泊车路径规划

结合图 3.13 所示垂直泊车路径主要包括两条直线轨迹和一条曲线轨迹，其中 I 阶段的直线轨迹为车辆搜寻车位过程；II 阶段为车辆调整位姿过程，该阶段是泊车路径规划的核心；III 阶段的直线轨迹是车辆入位过程。在一般情况下，I 阶段的直线轨迹的位置是泊车控制器的不可控量和输入量，III 阶段的直线轨迹为车位平面横向的中垂线，车辆环境感知模块可通过车位探测得到该条轨迹的具体位置，该参量同样是控制器的输入量。泊车控制器需要根据两条直线轨迹的相对位置关系以及周围障碍物的情况规划出一条平滑连接两条直线段的曲线轨迹，进而完成垂直泊车路径规划。

本文采用 3.3.2 节中的 90 度方位角变化量下的 DCD 轨迹作为 II 阶段的曲线轨迹，上文已经说明该 DCD 轨迹在车辆“双速”选定后相关轨迹参数固定不变即该曲线在空间内的形状不会随泊车环境的改变而改变。本节主要研究的是通过相关输入量的计

算得到固化后的 DCD 轨迹应如何与已知的两条直线段相接。

与基于 DCD 轨迹的平行泊车路径规划方法相似，如图 3.15 所示，首先要在直线  $l_1$ 、 $l_2$  已知的情况下利用切入半径  $R_{IV}$ （此时圆心为  $C'$ ）作圆，得到 DCD 轨迹 2 个端点  $V_1$ 、 $V_2$ ；然后利用已经固化的 DCD 轨迹参数替代圆弧路径即得到了一段曲率连续变化的轨迹线。

此处需要明确圆心  $C'$  如何定位，如图 3.15 所示，点画线  $l_1$ 、 $l_2$  为已知参量，切入半径  $R_{IV}$  为固化量即已知量，由图中几何关系易得四边形  $TV_1C'V_2$  为正方形，这样即得到了圆心  $C'$  相对于线段  $l_1$ 、 $l_2$  的位置关系。

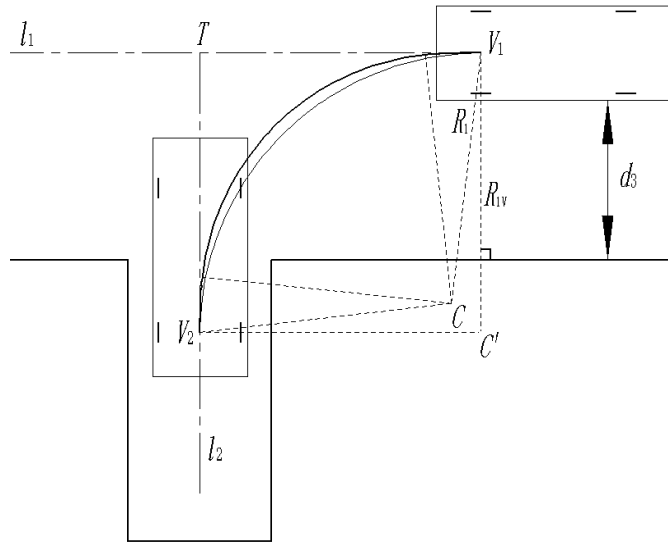


图 3.15 垂直泊车曲线轨迹路径规划

#### 3.4.4 车辆避障及可行泊车区域分析

车辆泊车过程的避障问题主要关心的是车辆在曲线轨迹段运行时是否会与车位线边沿有交叉的情况。针对本文所采用的垂直泊车路径特征，车辆可能出现的碰撞情况有如下几种情况（如图 3.16 所示）：

（a）车辆左前端越过道路边界，这种情况下的避障问题与平行泊车所遇到的情况相同，采用相同的解决方法，在此不再赘述；

（b）车辆后侧与车位线发生碰撞，此种情况发生在泊车最后阶段，此时车辆已经进入后退直行状态，由于车辆在搜寻车位时的超声波雷达探测距离有限，可能无法在车辆搜寻车位时得到泊车位的长度信息，因此可借助于泊车过程中倒车雷达反馈的信息判断车辆后侧障碍物的情况，从而有效的避免此种情况的发生，由于此种情况较易处理本文不会对此进行展开讨论；

（c）和（d）中的情况是垂直泊车路径规划中需要解决的关键问题，车辆在曲线轨迹段容易发生此类的碰撞情况，本节结合 90 度方位角变化量下的 DCD 轨迹的特性

分析垂直泊车路径规划方法。

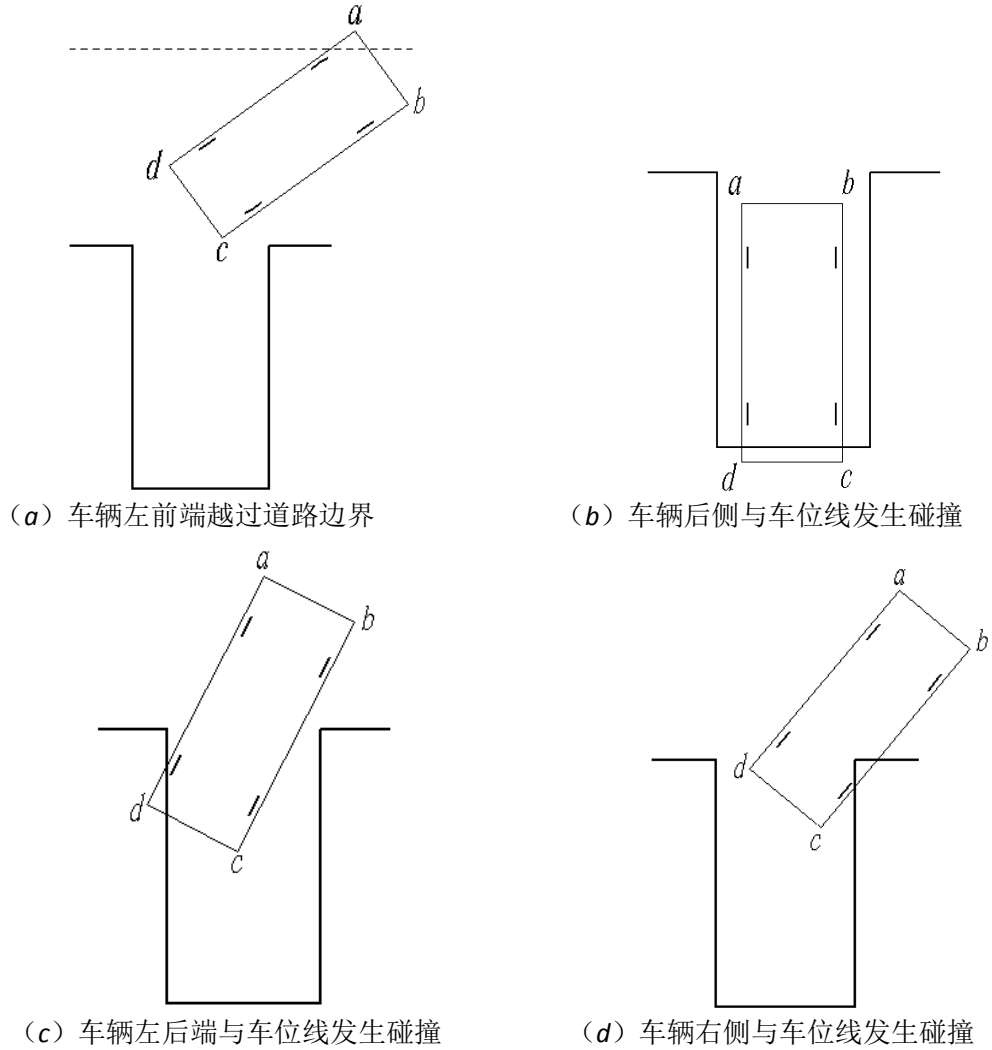


图 3.16 垂直泊车避障情况分析

首先分析图 3.16 (c) 中出现的避障情况, 如图 3.17 所示, 主要分析车辆在 DCD 轨迹段运动时车辆左后端点  $d$  点与左侧车位线的相对位置关系。在此利用以  $C$  为圆心切入半径  $R_1$  为半径的圆弧轨迹近似替代 DCD 轨迹分析车辆左侧的避障问题, 此时车辆左后端点的运动轨迹为以  $C$  为圆心  $R_d$  为半径的圆弧, 有 DCD 轨迹参数可得到  $R_d$  为:

$$R_d = \sqrt{\left(R_1 \cos \theta + \frac{W}{2}\right)^2 + (R_1 \sin \theta + L_r)^2} \quad \text{式 (3-17)}$$

端点  $d$  轨迹距离车辆左侧的最大距离  $w_l$  为:

$$w_l = R_d - R_1 \cos \theta - \frac{W}{2} \quad \text{式 (3-18)}$$

由式 (3-18) 可知： $w_l$  的大小与 DCD 轨迹参数有关系而与车辆泊车时的初始位置没有关系，在“双速”确定的情况下， $w_l$  的值随之确定，在泊车避障分析时可直接使用。

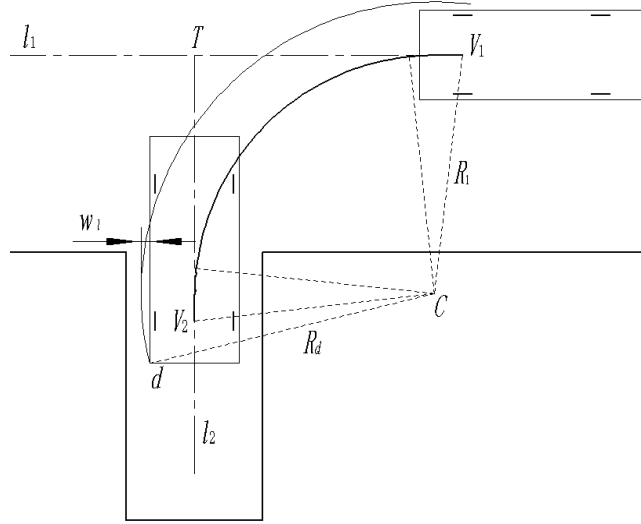


图 3.17 车辆左侧避障分析

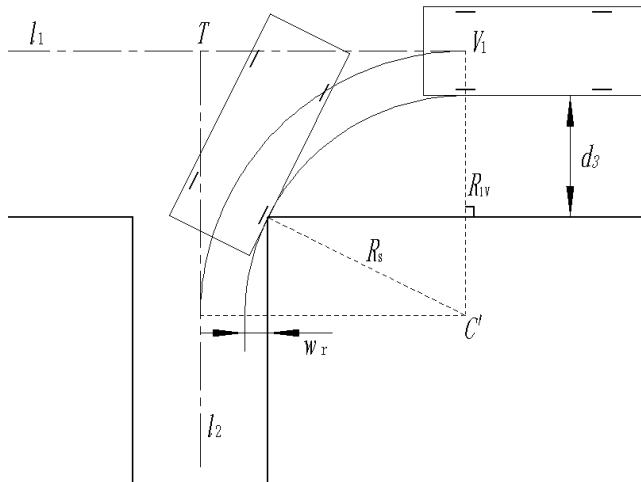


图 3.18 车辆右侧避障分析

在图 3.16 (d) 所示的情况下分析一种临界情况：车辆右侧与车位右侧端点相接（如图 3.18 所示）。与在平行泊车路径规划中解决避障问题类似，本节在解算这一临界情况时利用以为  $C'$  圆心  $R_{IV}$  为切入半径的圆弧路径近似替代 DCD 轨迹，这样处理不仅可以使问题简化同时也使规划出的轨迹具有一定裕量。如图 3.18 所示，当车辆沿着以  $R_{IV}$  为半径的圆弧运动时，车辆右侧距离圆心  $C'$  最近点形成的圆弧轨迹与车位线右端点相接，记该圆弧的半径为  $R_s$ ，有几何关系易得：

$$R_s = R_{IV} - \frac{W}{2} \quad \text{式 (3-19)}$$

当轨迹进入  $l_2$  直线段时, 车身右侧距离右侧车位线的距离  $w_r$  可表示为:

$$w_r = R_s - \sqrt{R_s^2 - \left(R_{IV} - d_3 - \frac{W}{2}\right)^2} \quad \text{式 (3-20)}$$

式中  $R_s$ 、 $R_{IV}$ 、 $d_3$ 、 $W$  均为常量, 意味着  $w_r$  与  $d_3$  有明确的函数关系, 采取同样的办法将此种函数关系在控制器做成查表函数, 当车辆环境感知模块得到  $d_3$  的大小后系统会迅速得出此条件下所需要的最小的  $w_r$  为多少。

综合以上对于情形 (c)、(d) 的分析可以得出:  $w_l$  不受  $d_3$  的影响; 而  $w_r$  与  $d_3$  具有较为固定的函数关系。进一步的到在已知  $d_3$  的情况下, 垂直泊车所需要的最小泊车位宽度:

$$W_v = \begin{cases} W + 2w_r & (w_r \geq w_l) \\ W + 2w_l & (w_r \leq w_l) \end{cases} \quad \text{式 (3-21)}$$

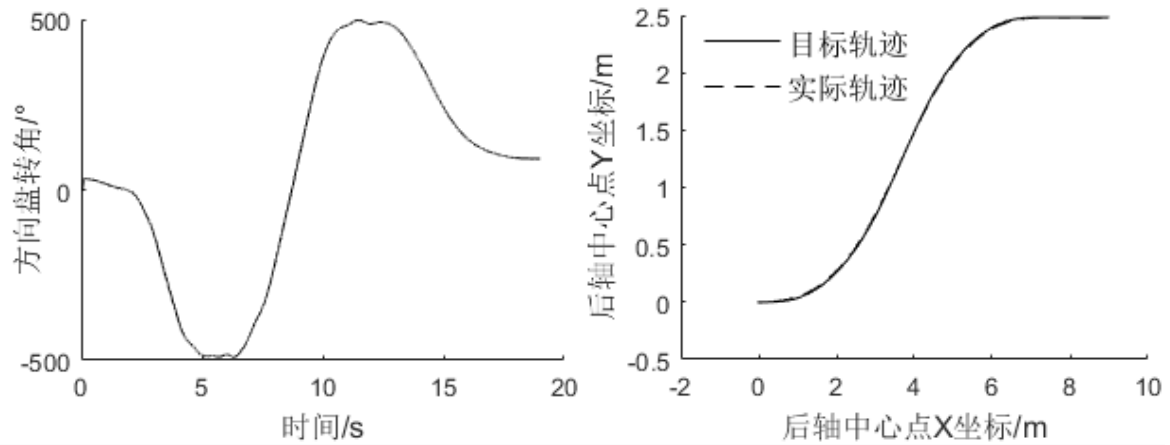
综上所述, 针对垂直泊车而言, 泊车可行域较为固定。泊车轨迹的起始点位置 (如图 3.18 中的  $V_1$  点) 与车位的横向中垂线  $l_2$  在道路中心线方向上总保持大小为  $R_{IV}$  的距离; 在一定的侧向距离  $d_3$  和车位宽度已知的情况下, 通过式 (3-21) 计算该情况下垂直泊车所需最小的泊车位宽度与实际车位宽度作对比即可判定该侧向距离下能否实现泊车路径规划。

### 3.5 仿真验证 (以平行泊车为例)

DCD 轨迹是理想情况下推导出的车辆轨迹, 在实际生活中“双匀速”的情况不可能出现, 因此需要验证基于 DCD 轨迹的泊车路径是否适合作为泊车路径使用。车辆动力学软件 Carsim 中的车辆模型具有较高的可信度, 本文将基于 DCD 轨迹的泊车路径导入 Carsim 中作为泊车目标路径, 验证车辆能否较好地跟随目标路径。

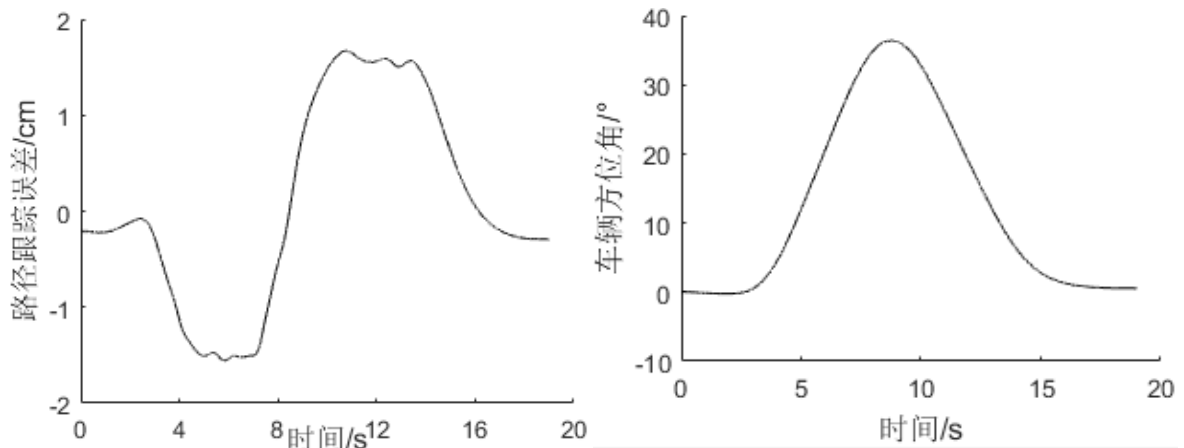
基于预瞄-跟随理论<sup>[46-49]</sup>设计了车辆倒车跟随目标路径的方向盘转角控制方法, 采用 Carsim 与 Simulink 联合仿真的形式验证车辆是否能跟随目标 DCD 轨迹, 图 3.19 为仿真效果图。

由最终的泊车效果图可以明显的看出车辆在倒车驾驶员模型的控制下可以实现一步泊车入位, 并且整段轨迹内的误差始终保持在 2cm 以内, 车辆最终停靠的方位角为  $1.1^\circ$ , 可以认为基本实现了平行停靠, 由此可以说明基于 DCD 轨迹的泊车路径可以作为泊车的参考路径。



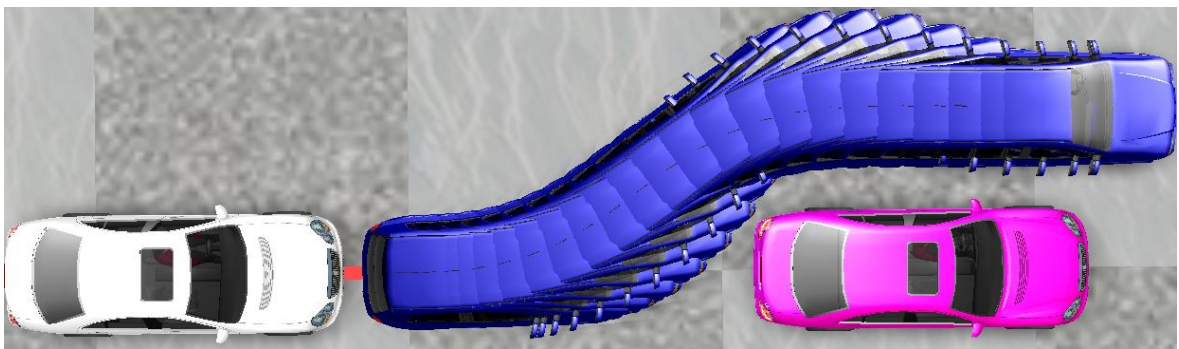
(a) 方向盘转角随时间变化

(b) 目标轨迹与实际轨迹



(c) 跟踪误差随时间变化

(d) 车辆方位角随时间变化



(e) 车辆运动过程

图 3.19 泊车效果图

### 3.6 本章小结

基于 DCD 轨迹分别研究了在平行泊车和垂直泊车情况下的泊车路径生成方法。着重研究了最小可行泊车空间与车辆“双速”的关系；可行泊车区域的计算方法；在平行泊车中研究了非平行初始状态下泊车路径的生成方法，比较完善地说明了基于



DCD 轨迹的泊车路径生成方法。

以上所做的工作全部是基于车辆双匀速轨迹展开的，针对双匀速轨迹设计了与其相匹配的泊车路径规划方法，虽然最后所得到的泊车轨迹线是一种理想轨迹线，但在 Carsim 中设计倒车驾驶员模型验证了在一般情况下这种理想的泊车轨迹线同样可以作为泊车路径的参考轨迹。

## 4 车辆运动控制方法研究

### 4.1 引言

车辆泊车运动控制问题是自动泊车算法中的重点和难点问题，主要体现在无法精准地描述在车速、方向盘转速均不恒定的情况下车辆的运动轨迹。目前不少学者将研究重心放在车辆转向系统上去，在前轮转速的控制上取得了一定的成果；市面上大部分的自动泊车系统为半自动形式即驾驶员控制油门和制动，从而造成在泊车过程中车速波动的情况，即使在全自动泊车系统中依然无法精准的控制车速，此时就需要自动泊车算法通过合理调整方向盘转速来消除车速波动对路径跟踪精度的影响。目前自动泊车运动控制算法主要分为三大类：①利用模糊控制、神经网络等智能控制算法在解决非线性问题上的巨大优势；②研究车速和前轮转速的控制问题，使车辆的轨迹更易控制校正；③研究车速与方向盘转速的解耦问题即推导证明方向盘转速关于路径函数的控制率，而此控制率不会随着车速变化而变化。本章主要以平行泊车为例研究泊车过程中的车辆运动控制问题。

### 4.2 DCD 轨迹特性研究

DCD 轨迹是由两段互为反向的双匀速轨迹和一段圆弧轨迹组成，首先从双匀速轨迹开始研究其具有的特殊性质。双匀速轨迹是建立双速恒定的情况下推导出的，正常情况下双速不可能保持恒定，因此有必要探究在不同双速情况下所产生轨迹之间的关系。

仍然以轴距为  $l$ ，等效前轮最大转角为  $\delta_{\max}$  的车辆为例，在初始状态相同即方位角与水平线夹角为零，初始前轮等效转角为零的前提下，分别以不同的“双速”向前行驶，分析两种情况下后轮中心点轨迹间的相互关系。设两组“双速”参数分别为  $V_b$ 、 $\omega$  和  $aV_b$ 、 $b\omega$ （ $a$ 、 $b$  均为大于 0 且不等于 1 的常数），分别从轨迹长度、横摆角以及后轴中心点坐标位置变化规律上进行对比分析。

等效前轮在相同的极限转角下，由于前轮等效转速不同造成生成的两种轨迹线在时间维度上不同，因此用相同时刻下的轨迹信息做比较不具参考性。本文考虑将以前轮等效转角作为基准量，比较在相同的前轮等效转角下轨迹参数间的相互关系。

①后轴中心点的轨迹长度。当前轮等效转角为  $\delta$  时，两种情况下走过的轨迹长度可以表示为：

$$\begin{cases} l_1(\delta) = V_b \cdot \delta / \omega \\ l_2(\delta) = aV_b \cdot \delta / b\omega \end{cases} \quad \text{式 (4-1)}$$

整理可得如下关系：

$$l_2 = \frac{a}{b} l_1 \quad \text{式 (4-2)}$$

②车辆在  $\delta$  时刻的横摆角：

$$\begin{cases} \Psi_1(\delta) = \int_0^{\delta/\omega} \frac{V_b}{l} \tan(\omega t) dt \\ \Psi_2(\delta) = \int_0^{\delta/b\omega} \frac{aV_b}{l} \tan(b\omega t) dt \end{cases} \quad \text{式 (4-3)}$$

整理得到横摆角的关系如下：

$$\Psi_2(\delta) = \frac{a}{b} \Psi_1(\delta) \quad \text{式 (4-4)}$$

③后轴中心点在  $\delta$  时刻是的横纵坐标：

$$\begin{cases} X_1(\varphi) = \int_0^{\delta/\omega} V_b \cos(\Psi_1(\varphi)) dt \\ X_2(\varphi) = \int_0^{\delta/b\omega} aV_b \cos(\Psi_2(\varphi)) dt \end{cases} \quad \text{式 (4-5)}$$

$$\begin{cases} Y_1(\delta) = \int_0^{\delta/\omega} V_b \cos(\Psi_1(\delta)) dt \\ Y_2(\delta) = \int_0^{\delta/b\omega} aV_b \cos(\Psi_2(\delta)) dt \end{cases} \quad \text{式 (4-6)}$$

分别整理纵横坐标关系可得：

$$\begin{cases} X_2(\delta) = \frac{a}{b} X_1(\delta) \\ Y_2(\delta) = \frac{a}{b} Y_1(\delta) \end{cases} \quad \text{式 (4-7)}$$

通过以上三组数量关系可以得出：两种轨迹在相同的前轮等效转角时，后轴中心点走过的轨迹、轨迹的斜率（即车辆方位角）及其此时后轴中心点的横纵坐标之间都具有相同的数量关系，并且这种数量关系仅仅与双速变化的倍数  $a$ 、 $b$  相关。现考虑一种特殊情况：当“双速”在原基础之上变化相同的倍数即  $a = b$  时，两种轨迹线在相同前轴等效转角下具有相同位置信息，表明两条不同双速下的轨迹具有相同的变化规律即两条轨迹线重合。

综上所述可以得到车辆双匀速轨迹的一条重要性质：对于一条由特定车辆在双速恒定情况下得到的轨迹而言，将此双速同时扩大或缩小相同的倍数后所得到新的轨迹线与原轨迹重合。

以上得到的性质仍然是建立在“双匀速”的条件下，仅仅是找到了不同双速下双

匀速轨迹间的关系。在实际情况下车辆的双速不可能保持恒定，因此需要将以上得到的性质进行推广，研究双速波动情况下的轨迹与双速恒定下的轨迹间是否具有某种关系。

研究一般状态下的车辆轨迹可以先将轨迹离散化处理，将轨迹线以前轴等效转角为基准量分为  $n$  段（ $n$  足够大），在每一段轨迹内可以认为车速和前轮等效转速恒定。设第  $i$  ( $i=1,2,3,\dots,n$ ) 段轨迹（如图 2.4 所示，从坐标原点开始编号）对应的车速为  $V_i$  ( $i=1,2,3,\dots,n$ )；对应的前轮等效转速为  $\omega_i$  ( $i=1,2,3,\dots,n$ )；每一段轨迹终了时刻前轴等效转角为  $\delta_i$  ( $i=1,2,3,\dots,n$ ) ( $\delta_n = \delta_{\max}$ )。

首先计算车辆在第一段轨迹终了时刻（即前轮等效转角为  $\varphi_1$  时）的方位角：

$$\Psi_1 = \int_0^{\delta_1/\omega_1} \frac{V_1}{l} \tan(\omega_1 t) dt = \frac{V_1}{\omega_1} \int_0^{\delta_1} \frac{1}{l} \tan t dt \quad \text{式 (4-8)}$$

而对“双速”分别为  $v$ 、 $\omega$  所形成的双匀速轨迹而言，当前轮等效转角为  $\delta_1$  时车辆方位角：

$$\Psi'_1 = \int_0^{\delta_1/\omega} \frac{V}{l} \tan(\omega t) dt = \frac{V}{\omega} \int_0^{\delta_1} \frac{1}{l} \tan t dt \quad \text{式 (4-9)}$$

对比式 (4-8) 和式 (4-9) 易得当满足式 (4-10) 时，在第一段轨迹过程中两种双速下的轨迹具有相同的方位角变化量。

$$\frac{V_1}{\omega_1} = \frac{V}{\omega} \quad \text{式 (4-10)}$$

同理可以得到在满足式 (4-10) 时，第一段轨迹内两种轨迹线的长度、坐标和方位角具有同样的变化量，即表明两种轨迹线在第一段轨迹内重合。

以此类推可以得到在每一小段的轨迹中，如果两种轨迹线的双速满足式 (4-11) 的关系就可以得到在对应阶段的轨迹具有相同的变化规律。

$$\frac{V_i}{\omega_i} = \frac{V}{\omega} \quad (i=1,2,3,\dots,n) \quad \text{式 (4-11)}$$

将以上得到的信息进一步推广：在一般情况下，如果后轴中心点速度  $V(\delta)$  与前轮等效转角转速  $\omega(\delta)$  满足式 (4-12) 的关系，则以  $V(\delta)$ 、 $\omega(\delta)$  所形成的车辆轨迹将无限接近于  $v$ 、 $\omega$  所形成的双匀速轨迹。

$$\frac{V(\delta)}{\omega(\delta)} = \frac{V}{\omega} \quad \text{即：} \quad \omega(\delta) = \frac{\omega}{V} V(\delta) \quad \text{式 (4-12)}$$

注：上文所说的双匀速轨迹与一般情况下的轨迹重合的前提是两者的车辆初始方位角和初始前轴等效转角相同。

DCD 轨迹由双匀速轨迹和圆弧轨迹组成。对于圆弧轨迹是在车辆定转角下忽略

轮胎侧偏特性而得到的轨迹，车速在低速情况下波动不会对圆弧轨迹有较大影响（上文已证）；对于双匀速轨迹而言，按照式（4-12）的规律控制前轮转速同样可以使车辆所形成的轨迹接近于以  $v$ 、 $\omega$  所形成的双匀速轨迹即目标轨迹。

综上所述，可以得到车辆跟踪 DCD 轨迹的一般思路：在双匀速阶段控制前轮转速随车速按式（4-12）规律变化；在圆弧阶段保持前轮转角不变即可。

### 4.3 基于 DCD 轨迹泊车路径跟踪算法要点分析

上一节中得到了基于 DCD 轨迹的泊车路径跟踪方法，仍然需要针对实际情况对该方法进行完善和补充。如图 4.1 所示，针对具体的泊车过程，车辆的环境感知系统往往可以得到泊车位的尺寸信息和车辆距离车位线的距离  $d_2$ ，系统应该保证根据这些信息可以得到适合当前车辆状态的泊车路径参数（何时车辆进入泊车轨迹）以及判断车辆所处泊车阶段。

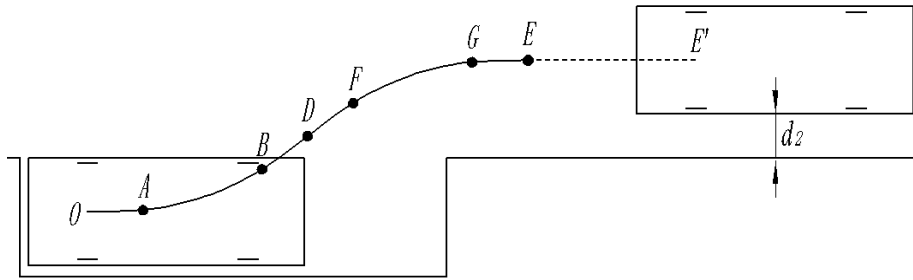


图 4.1 泊车过程示意图

#### 4.3.1 路径跟踪算法概述

在第三章中主要介绍了基于 DCD 轨迹的路径规划方法，虽然此方法解决了泊车路径不连续的问题但是其弊端也很明显。双匀速轨迹复杂的表达式增加了路径参数的复杂度，固化双匀速轨迹参数在一定程度上减少了复杂度但是还是不够理想，本文结合 DCD 轨迹的特性对路径参数进行处理使轨迹参数更加简单可行。

式（2-4）是车辆低速情况下的运动学模型，由式（2-4）知在低速情况即车速变化不大的情况下，车辆的位置主要与车辆的方位角有关系。在泊车工况下，车速始终维持在低速范围内，且车辆方位角有大幅度的变化，因此本文将车辆方位角作为判断车辆所处阶段的关键因素。如图 4.1 所示，从 E 点到 O 点的 DCD 泊车轨迹由四段相同的双匀速轨迹和两段相同的圆弧轨迹组成，传统意义上的泊车轨迹规划需要知道轨迹上每一点的详细信息，而本文利用双匀速轨迹的特性不需要知道具体的轨迹信息只需关键点的方位角信息就可以完成路径信息读取（这里所说的关键点的含义是圆弧轨迹与双匀速轨迹的交接点以及泊车轨迹的起止点）。

固化后的双匀速轨迹有固定的方位角变化量，泊车初始位置的改变只会影响泊车轨迹中圆弧段的长度即轨迹圆心角大小，圆弧轨迹的圆心角大小直接反映了车辆在此段轨迹过程中方位角的变化量。如图 4.1 所示， $OA$ 、 $BD$ 、 $DF$ 、 $GE$  段均为固定的双匀速轨迹， $AB$ 、 $FG$  段为会随着车辆初始位置改变而改变的圆弧段轨迹。当圆弧轨迹圆心角和轨迹起始点  $E$  点确定后，则可以得到泊车轨迹上关键点的方位角信息，对于泊车控制器而言路径规划的阶段随之完成，控制器根据车辆实时的方位角信息与关键点的方位角作对比从而确定车辆所处阶段，采取不同的方向盘控制策略就可以实现路径跟随。

#### 4.3.2 泊车轨迹起始位置分析

如图 4.2 所示，控制器需要根据车辆目前的位置判断泊车轨迹的起始点  $E$  点的具体位置。其中传感器可以得到车辆距离车位线的侧向距离  $d_2$ ，由  $d_2$  的大小控制器应判断出此时对应的泊车轨迹中起始点的具体位置。

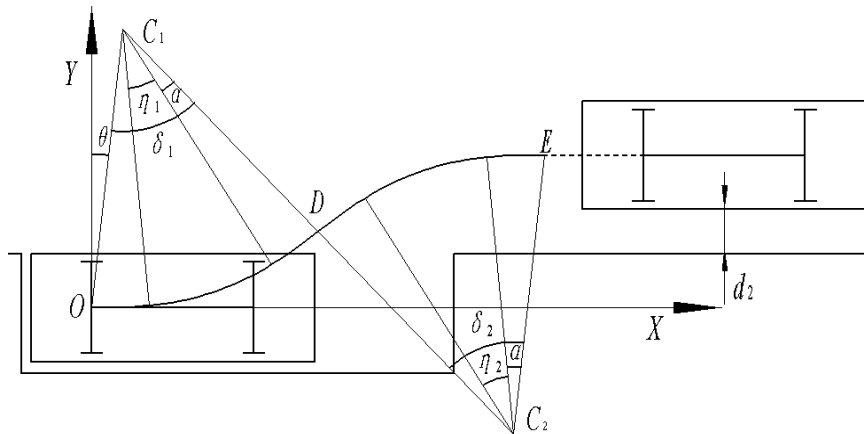


图 4.2 车辆周围环境示意图

基于第三章对于泊车目标位置的说明，以目标位置车辆后轴中心点建立笛卡尔坐标系，在已知  $d_2$  和双匀速轨迹参数的情况下计算泊车轨迹的起始点  $E$  的坐标。易得起始点  $E$  的纵坐标与侧向距离  $d_2$  有如下关系：

$$d_2 = E_y - W \quad \text{式 (4-13)}$$

$E$  点的横坐标决定了车辆该在何位置进入泊车轨迹， $d_2$  与  $E_x$  存在如下关系：

$$E_x = 2C_{1x} + \sqrt{4R_1^2 - (d_2 + W - 2C_{1y})^2} \quad \text{式 (4-14)}$$

其中  $C_{1x}$  为  $C_1$  点的横坐标， $C_{1y}$  为  $C_1$  点的纵坐标， $R_1$  为切入半径（固化）， $W$  为车辆宽度。

由式 (4-14) 可知：对于特定车辆而言，固化双匀速轨迹之后，基于 DCD 轨迹的泊车路径起始点位置仅仅与车辆距离车位线的侧向距离  $d_2$  有关系。本文将  $E$  点横

坐标与  $d_2$  的关系构造查表函数，这样可以减少泊车系统的工作量同时也提高了控制器的工作效率。

#### 4.3.3 车辆所处阶段分析

4.3.1 小节中已经说明判断车辆所处泊车阶段的核心问题在于如何解算出泊车路径中圆弧轨迹的圆心角大小。仍以图 4.2 为例，基于对双匀速轨迹的固化，可以得到圆弧轨迹圆心角  $\eta_l$  与 DCD 轨迹相对于等效圆心的转角  $\delta_l$  有如下关系：

$$\eta_l = \delta_l - 2\alpha \quad \text{式 (4-15)}$$

关键在于找到  $\delta_l$  角与已知条件的关系，可以得到  $\delta_l$  与  $d_2$  存在如下关系：

$$\delta_l = 2\theta + 2\arctan\left(\frac{d_2 + W}{E_x}\right) \quad \text{式 (4-16)}$$

其中  $E_x$  为泊车路径起始点的横坐标，上文已将其与  $d_2$  的关系确定，在  $d_2$  已知的情况下直接可得到  $E_x$  的大小； $W$  为车辆宽度； $\theta$  属于双匀速轨迹参数。综上可得，泊车轨迹中圆弧路径的圆心角  $\eta_l$  大小在车辆和双速确定的情况下仅仅与  $d_2$  的大小有关系，将  $\eta_l$  与  $d_2$  的函数关系同样做成查表函数，保证在控制器内部可以以最快的速度确定圆弧轨迹的方位角信息。在得到圆弧段轨迹的圆心角大小后就可以以此类推的到在轨迹上每个关键点位置处的方位角大小，随即完成了对任意可行的侧向距离下的泊车路径规划。

#### 4.4 基于 DCD 轨迹泊车路径跟踪算法仿真分析

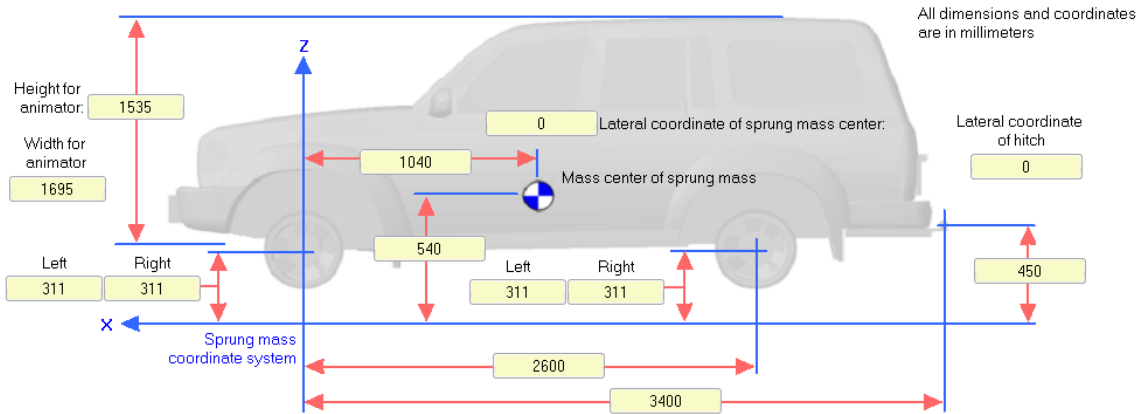


图 4.3 车辆模型尺寸参数

本文以车辆动力学软件 Carsim 中的车辆模型为例研究基于 DCD 轨迹的泊车路径跟踪方法的可行性。Carsim 中的车辆模型具有较高的可信度，且车辆在低速运动时软件无法精确控制车速，对于验证在车速波动情况下算法路径跟踪的有效性具有较好

的说服力。因本文的主要研究对象是泊车运动控制问题，在仿真中将忽略环境感知模块扫描车位的环节。

以 Carsim 软件中的 B-Class Hatchback 为研究对象，该车辆模型的尺寸参数如图 4.3 所示，其中车辆总长  $L$  为 4.3m，轴距  $l$  为 2.6m，前悬后悬分别是 0.9m 和 0.8m，车辆宽度  $W$  为 1.695m，轮距  $w$  为 1.48m。

自动泊车系统对转向系统有较高的要求，需要对 Carsim 中转向系统中各个参数有较精确的计算。Carsim 转向模块中提供了方向盘转角与左右转向轮的函数曲线，利用阿克曼转角原理推算出前轮等效转角  $\delta$  与左右前轮转角  $\alpha$ 、 $\beta$  存在式 (2-2) 的关系，由此反算出方向盘转角与前轮等效转角的关系如下图所示：

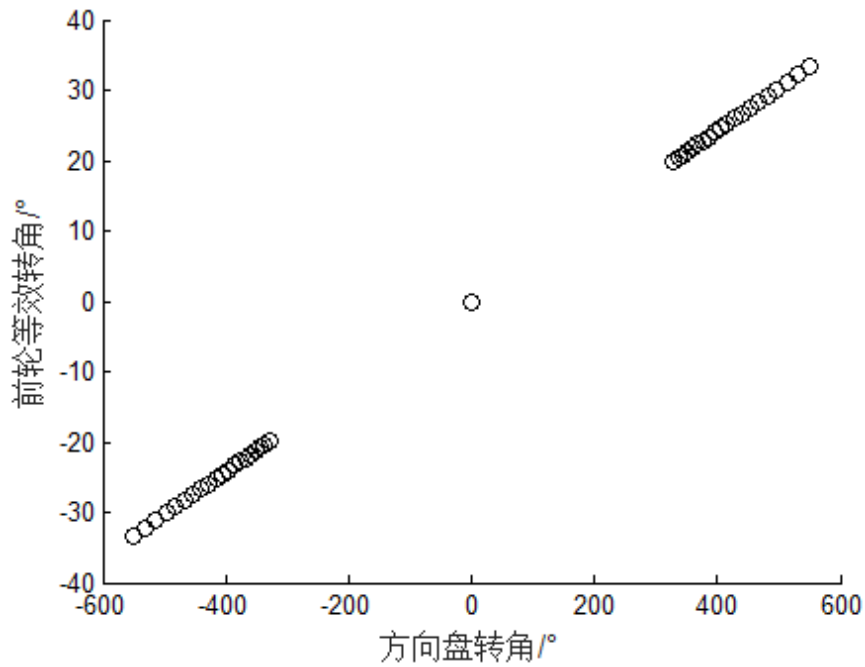


图 4.4 方向盘转角与前轮等效转角关系图

调用 Matlab 曲线拟合工具箱对上述散点图进行拟合，得到方向盘转角与前轮等效转角近似成线性关系且它们之间的传动比为 1/16.5。考虑到实际情况本文设定车辆的极限前轮等效转角为 30 度。

双匀速轨迹主要与车辆轴距和双速大小有关系，首先选定双速：后轴中心点速度选为 1m/s，前轮等效转速选为 30°/s，利用式 (4-12) 确定出在双匀速轨迹路径跟踪中前轮转速控制率：

$$\omega(\varphi) = \frac{\omega}{V} V(\varphi) = 30V(\varphi) \quad \text{式 (4-17)}$$

由式 (2-7) - 式 (2-17) 计算车辆的双匀速轨迹参数如下表所示：



表 3.1 双匀速轨迹参数表

参数	单位	数值
切入半径 $R_1$	米	4.54
圆心偏置角 $\theta$	度	6.63
A 点坐标	米	(0.999, 0.035)
A 点处方位角	度	6.0535
过渡半径 $R_{min}$	米	4.5
$\alpha$ 角	度	12.68
C 点坐标	米	(0.524, 4.513)

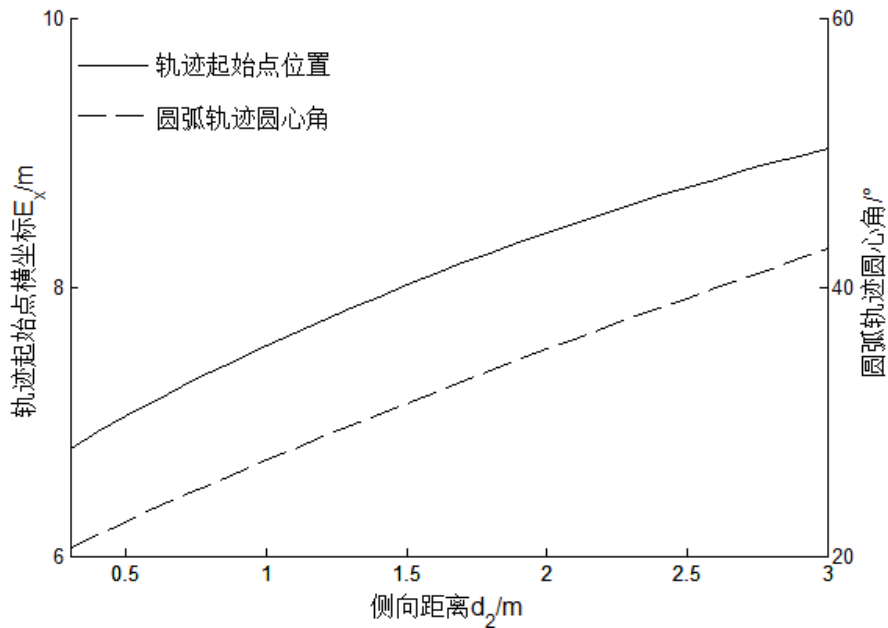


图 4.5 起始点位置、圆弧段圆心角随侧向距离变化关系

双匀速轨迹参数确定之后，利用式（3-4）和式（3-7）计算此双速下的最小车位尺寸：

$$\begin{cases} H_{1min} = (l_1 + 6.56)m \\ H_{2min} = 1.75m \end{cases} \quad \text{式 (4-18)}$$

其中  $l_1$  为预留车辆后部的安全距离，本文取  $l_1$  为 0.2m，则最小车位长度为 6.76m。利用（式 3-8）和（式 3-11）分别计算出车辆初始位置距离道路边界的最小距离  $d_{1min}$

和距离车位线的最小距离  $d_{2min}$ :

$$\begin{cases} d_{1min} = 1.03m \\ d_{2min} = 0.31m \end{cases} \quad \text{式 (4-19)}$$

利用式 (4-14) 确定泊车轨迹起始点相对于目标点的位置:

$$E_x = 1.048 + \sqrt{82.4464 - (d_2 - 7.325)^2} \quad \text{式 (4-20)}$$

利用式 (4-15)、式 (4-16) 确定泊车轨迹中圆弧段的圆心角大小:

$$\eta_1 = \eta_2 = 2 \arctan\left(\frac{d_2 + 1.695}{E_x}\right) - 12.107 \quad \text{式 (4-21)}$$

将起始点横坐标与泊车轨迹圆弧段圆心角随  $d_2$  的变化关系绘制在下图 4.5 中。

以上参数是在车辆、“双速”确定后需要计算的相关参数信息,此类信息同双匀速轨迹一起与特定的车辆固化,在泊车过程中不经计算直接通过查表函数获取信息。结合图 4.6 来详细说明基于 DCD 轨迹的泊车路径跟踪方法:

①搜寻车位。车辆自左向右行驶,此时车辆侧向的传感器探测车位信息,结合车辆的惯性导航模块可以得到车位的尺寸信息和车辆后轴中心距离最终目标位置  $O$  点的相对距离。当车位的尺寸大于上文得到的最小泊车位尺寸时,系统进入预备泊车状态。(后轴中心点最终目标位置  $O$  点在 3.2.1 节中有详细说明)

②预备泊车位置。车位搜索完成后则可行泊车区域相对于  $O$  点的位置、相对于车位线的距离  $d_2$ 、相对于道路边界的距离  $d_1$  都可以通过查表函数得到;车辆直行进入可行泊车区域(图中阴影部分)停在  $E'$  点(对该点的横坐标位置没有绝对要求),环境感知模块可以得到此时车辆距离车位线的距离  $d_2$  大小,由图 4.5 可得到在该位置时车辆泊车轨迹起始点  $E$  点相对于  $O$  点的距离信息;车辆从  $E'$  点倒车配合惯性导航模块接近轨迹起始点  $E$  点。

③路径规划。②步中得到了轨迹起始点,同时由  $d_2$  的大小通过查表函数可以得到泊车轨迹中圆弧段(图 4.6 中  $FG$  段和  $AB$  段)圆心角大小,同时由于双匀速轨迹段车辆方位角变化量是固定不变的,当圆弧段圆心确定之后整个泊车轨迹上车辆的方位角变化规律就可以得到。轨迹上的关键点位置的方位角作为判断车辆所处阶段的重要信息,为泊车路径跟踪提供重要参考。

④路径跟踪。在泊车轨迹中圆弧段时只需保持方向盘固定不动即可;而在双匀速轨迹段需要根据式 (4-12) 计算出前轮转速与车速的数量关系,根据实时的车速动态调整前轮转速使车辆跟随目标轨迹。

为了更接近实际情况,在仿真中的转向系统加入了滞后环节,本文基于 DCD 轨迹的方向盘转速控制方法属于开环控制,转向系统的滞后会对泊车跟踪精度有较大影

响。为了解决滞后造成的影响在控制模型中采取以下措施：

①轨迹起始点  $E$  点横坐标的修正。如果当车辆到达  $E$  时转向系统才开始动作的话，由于转向系统的延时不能保证前轮转速能实时地匹配车速会造成较大误差，因此需要对  $E$  点横坐标进行修正。采用的修正方法是在  $E$  点前方  $0.8\text{m}$  处  $b$  点设置为车速观测点，当车辆到达  $b$  点时记录下此时的车速  $V_b$ ，设转向系统的滞后环节为  $0.2\text{s}$ ，则可得  $E$  点的修正量  $\Delta E_x$  可近似表示为：

$$\Delta E_x = 0.2V_b \quad \text{式 (4-22)}$$

修正后的轨迹起始点横坐标  $E_x'$  为：

$$E_x' = E_x + \Delta E_x \quad \text{式 (4-23)}$$

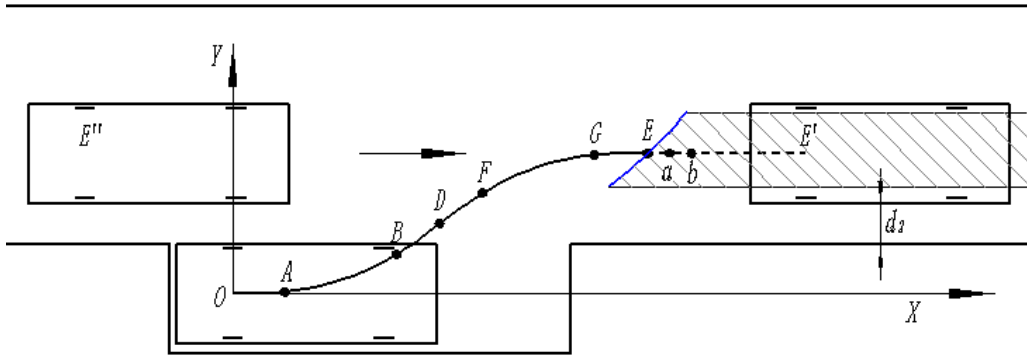


图 4.6 泊车起始位置修正

②在轨迹跟随过程中系统需要根据车辆方位角来判断车辆所处阶段进而控制方向盘转速，转向系统的滞后也会对此产生较大影响。为了尽量减少此滞后环节对路径跟踪精度的影响，提高转向系统的快速响应性，对系统进行相位超前补偿处理提高系统的相对稳定性，场采用的相位校正模块为：

$$G(s) = \frac{1+aTs}{1+Ts}, a > 1 \quad \text{式 (4-24)}$$

基于以上对轨迹跟踪算法的说明和相关参数的计算，采用 Carsim 与 Simulink 联合仿真的形式验证控制策略的可行性，Carsim 输出车辆的状态信息，在 Simulink 中搭建控制模型控制方向盘转速。以  $d_2$  为  $0.79\text{m}$  为例进行仿真分析说明。

①当  $d_2$  为  $0.79\text{m}$  时通过查表函数的到此时起始点的横坐标为  $7.35\text{m}$ ，起始点位置的修正需要结合实时车速，在此不做说明；

② $d_2$  为  $0.79\text{m}$  时可得到圆弧段的圆心角为  $25.2$  度，由此可得到泊车路径上关键点的方位角信息如下表所示：

表 4.2 关键点方位角信息

关键点	<i>O</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>D</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>E</i>
方位角/ $^{\circ}$	0	6.05	31.25	37.3	31.25	6.05	0

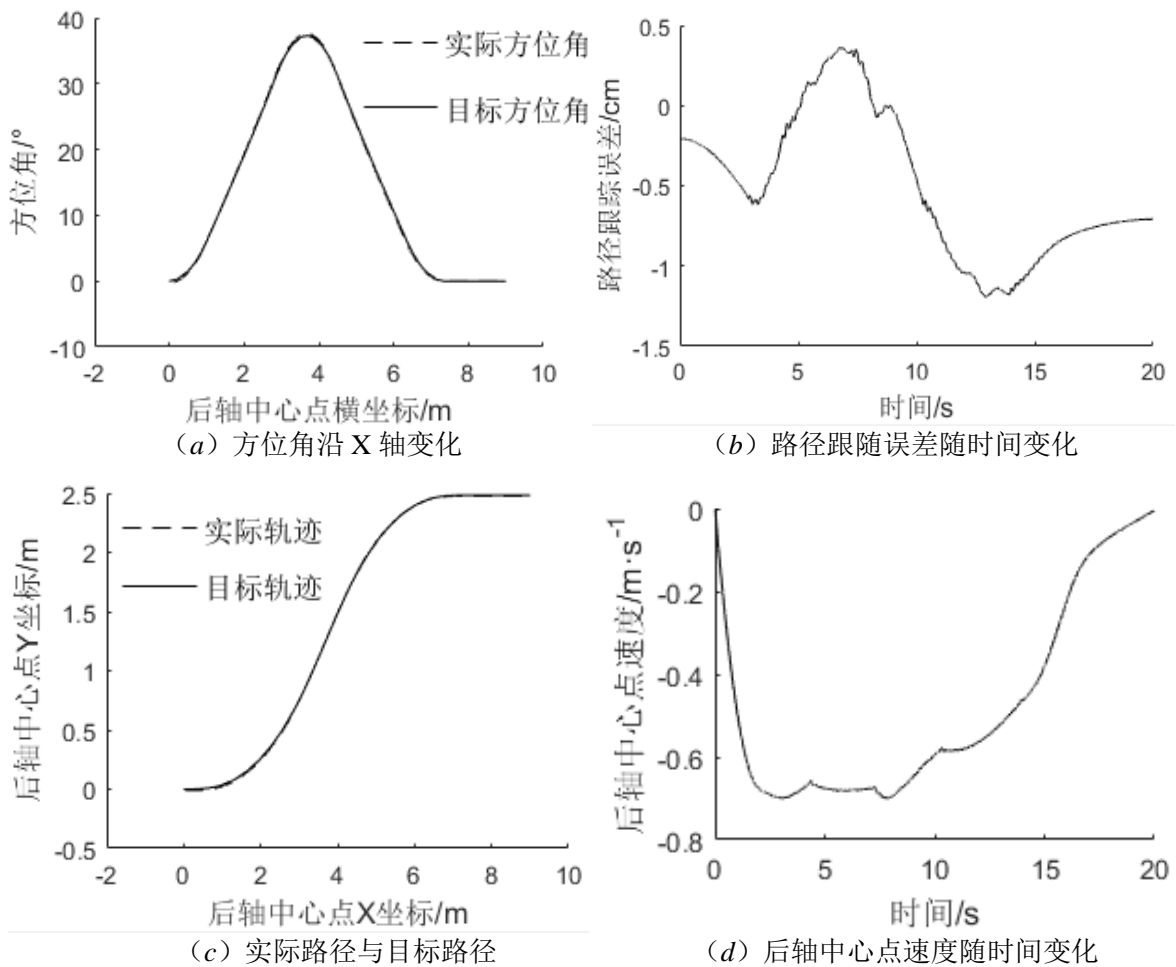
进一步可得到各段轨迹上的前轮转速控制律：

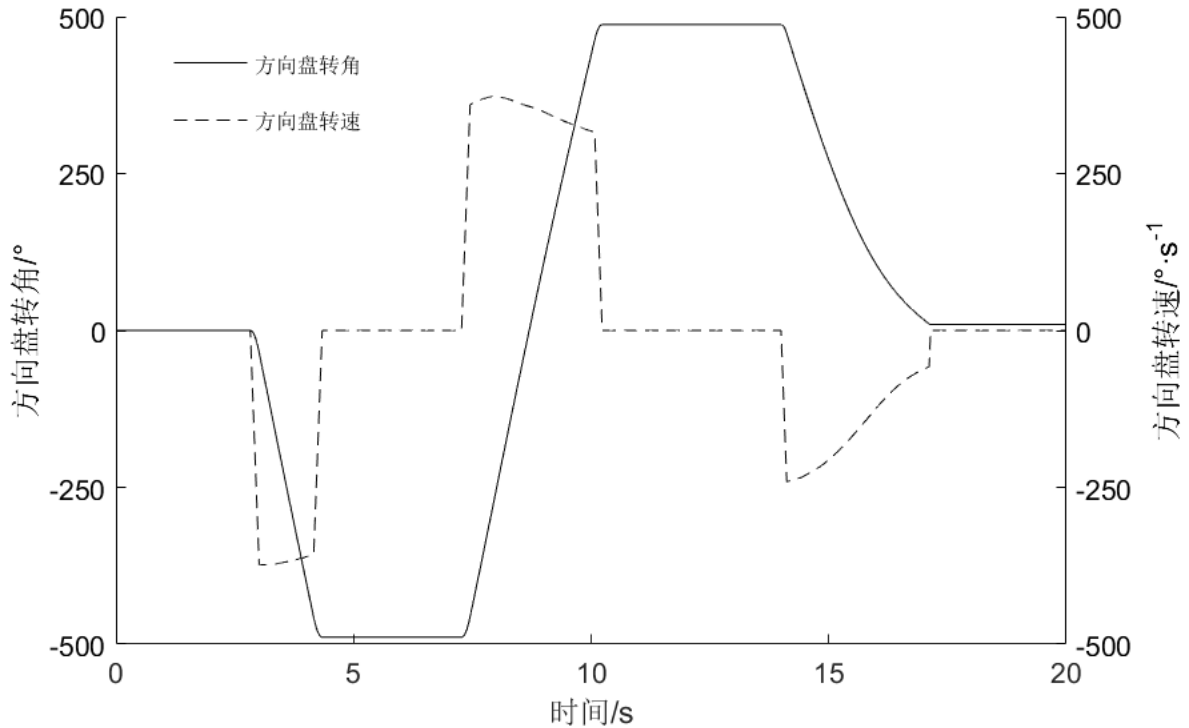
表 4.3 前轮等效转速控制律

车辆所处阶段	<i>EG</i>	<i>GF</i>	<i>FB</i>	<i>BA</i>	<i>AO</i>
前轮等效转速/ $^{\circ} \cdot \text{s}^{-1}$	$30v_i$	0	$-30v_i$	0	$30v_i$

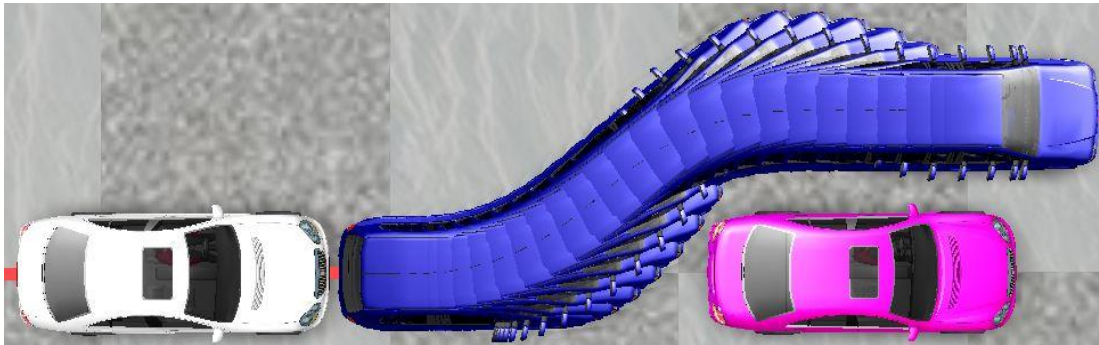
(注： $v_i$ 为实时的后轴中心点速度；前轮右转为正，左转为负。)

在仿真实验中暂没有传感器信息处理，侧向距离  $d_2$  通过软件中的坐标信息得到。路径跟随控制的仿真结果如下图所示：





(e) 方向盘转角及转速随时间变化



(f) 车辆运动过程

图 4.7 路径跟随仿真结果

在路径跟随仿真实例中（图 4.7），车速由驾驶员（软件）控制，如图 4.7（d）所示，车速变化规律基本符合实际车辆在整个泊车过程启动、保持、刹车的全过程且中间带有一定波动。由车辆实时的方位角信息可以确定车辆目前所处的泊车阶段，控制器根据车辆所处的不同阶段动态调整方向盘的期望转速，车辆方向盘转角及转速随时间变化图像如图 4.7（e）所示。由图 10（e）知：车辆在 2.82s~4.3s 时刻处于第一段双匀速轨迹阶段，在 7.38s~10.21s 时刻，车辆处于路径曲率过渡阶段，结合图 4.7（d）可知这两个时间段内车速波动较小，对应得到的方向盘转速也有小幅的动态调整；在  $t=13.82s$  时，车辆进入最后一段双匀速轨迹，此时处于泊车的最后阶段，车速有较大变化，由图 4.7（e）可以明显的看出方向盘转速随车速也有明显的变化。图 4.7（c）和（b）为最终的泊车路径跟随关键参数的变化规律，可以看出车辆在控制

器的作用下按照预定轨迹行驶泊车入位，并且在整个过程中跟踪误差最大不足 12mm；图 4.7 (a) 中车辆方位角变化趋势也与目标趋势基本一致，最终的方位角为  $0.28^\circ$ ，基本实现平行停靠。在车速波动的情况下，控制逻辑合理的控制方向盘转速使车辆能够较高精度地泊车入位，证明了基于 DCD 轨迹特性的路径跟随控制方法在理论上的可行性。

本文的路径跟随方法仅仅适用于基于 DCD 轨迹的泊车路径，且在整个泊车过程中属于开环控制。为了简化控制的算法对双匀速轨迹参数进行固化同时对相关函数关系做成查表函数；为了提高路径跟随精度对轨迹起始点做了修正处理；为了减少转向系统滞后对系统的影响，加入超前相位补偿处理提高系统的快速响应性。但是，作为开环的控制策略无法对随机出现的干扰和误差做出有效的应对方法，在实际过程中干扰和误差无法避免，因此此种路径跟随控制策略仍有较大的改进空间。

#### 4.5 加入中间调整环节的泊车路径跟踪算法设计

随机扰动对纯开环的路径跟踪算法有很大影响，因此本文将中间调整环节加入到开环算法中去，在路径中段闭环调整车辆姿态达到修正误差提高泊车成功率的目的。加入中间调整环节后的车辆运动过程如图 3-8 所示：

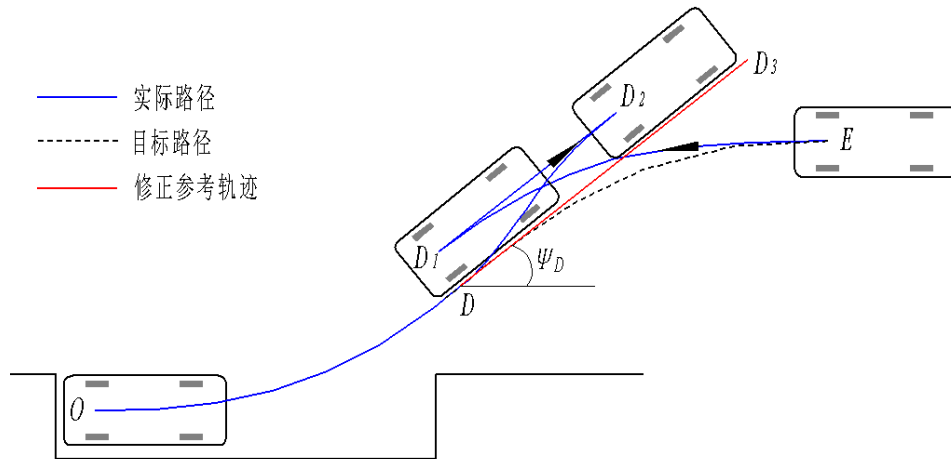


图 4.8 加入修正环节后的泊车流程图

基于 DCD 轨迹特性的路径跟踪算法对起始点的精度要求较高，一个较小的偏差到泊车后期可能会被逐渐放大最终导致泊车失败。本文在两段 DCD 轨迹的交点处设置修正参考轨迹（如图 4.8 中红线所示），轨迹线起始于  $D$  点，与水平方向夹角为路径规划中  $D$  点的目标方位角。图中车辆从  $E$  点开始泊车由于某种随机干扰致使车辆偏离预定轨迹，当第一段 DCD 轨迹结束时（此时方向盘处于回正状态）后轴中心点到达  $D_1$  点，与目标点  $D$  点存在较大误差，此时系统需采取校正措施。本文所采取的

校正方法如下：

①当系统检测到车辆在第一段 DCD 轨迹中偏差较大的情况下系统将进入校正模式。在 DCD 轨迹终点时车辆停车并反向前行通过闭环算法跟踪修正参考轨迹  $DD_3$ ，行驶一段距离到达  $D_2$  点再次停车；

②继续通过闭环算法控制车辆跟踪修正参考轨迹行驶即图中的曲线段  $D_2D$ ，使车辆在  $D$  点时具有较为理想的位置和方位角，车辆达到  $D$  点之后仍将采用基于 DCD 轨迹特性的开环算法控制泊车过程。

#### 4.5.1 非时间参考的路径跟踪控制

基于 DCD 轨迹特性的开环控制算法解决了车速不可控的情况下路径跟踪问题，作为中间位置调整算法应同样具有在车速波动情况下跟踪目标路径的能力，因此，本文用非时间参考的路径跟踪控制律作为中间位置车辆位姿调整算法。

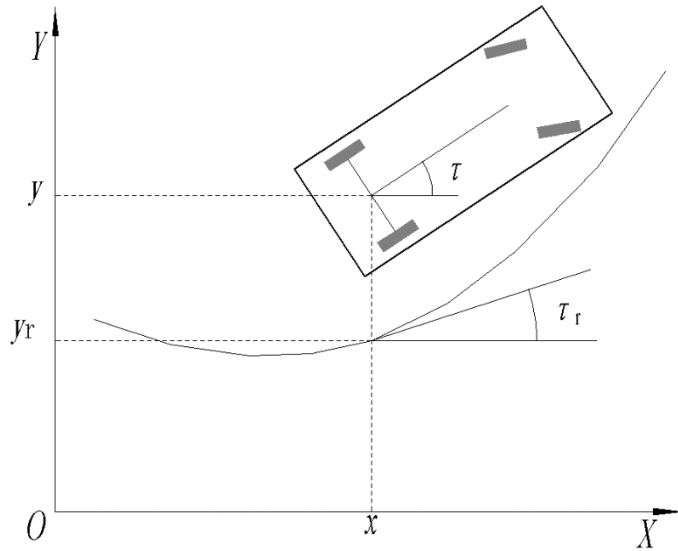


图 4.9 车辆跟踪偏差

非时间参考的路径跟踪控制<sup>[50-51]</sup>问题可以描述为：对于任意一条已知的几何路径  $f(x_r, y_r, \tau_r) = 0$ ，选择一个随时间单调递增的非时间参考量  $s$ ，依据非时间参考量  $s$  推导反馈控制律，对任意的一个给定值  $\xi > 0$ ，存在  $s_1$ ，当  $s > s_1$  时， $|f(x, y, \tau) - f(x_r, y_r, \tau_r)| < \xi$ ，其中  $f(x_r, y_r, \tau_r)$  为目标路径， $x_r$ 、 $y_r$  分别为车辆后轴中心点映射到 X 轴、Y 轴的坐标， $\theta_r$  为目标路径在横坐标为  $x_r$  时的车辆方位角。针对泊车工况而言目标路径为后退式路径，且车辆方位角  $\theta \in (-\pi/2, \pi/2)$ ，因此车辆后轴中心点在 X 轴上的坐标随时间单调递减，故选取  $-x$  为参考量，即  $s = -x(t)$ ，其中  $t$  表示时间。根据图 4.9 所示，泊车路径跟踪偏差方程可以表示为：

$$\begin{cases} x_e = 0 \\ y_e = y_r - y \\ \tau_e = \tau_r - \tau \end{cases} \quad \text{式 (4-25)}$$

其中  $y_e$  表示车辆后轴中心点在纵向与目标路径的偏差； $\tau_e$  表示方位角偏差。

根据上文选取的非时间参考量  $s = -x(t)$  建立非时间参考的泊车路径跟踪偏差的状态方程为：

$$\begin{cases} \frac{dy_e}{-dx} = -\frac{dy_r}{dx} + \frac{dy}{dx} \\ \frac{d\tau_e}{-dx} = \frac{-\rho_r}{\cos(\tau_r)} + \frac{\tan(\varphi)}{L \cos(\tau)} \end{cases} \quad \text{式 (4-26)}$$

即：

$$\begin{cases} \frac{d(y_r - y)}{-dx} = -[\tan(\tau_r) - \tan(\tau)] \\ \frac{d(\tau_r - \tau)}{-dx} = \frac{-\rho_r}{\cos(\tau_r)} + \frac{\tan(\varphi)}{L \cos(\tau)} \end{cases} \quad \text{式 (4-27)}$$

其中  $\rho_r$  为目标路径的曲率。

令  $x_1 = y_r - y$ 、 $x_2 = -[\tan(\tau_r) - \tan(\tau)]$ ，则以  $s = -x(t)$  为非时间参考量的泊车路径跟踪状态偏差方程可表示为：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-\rho_r}{\cos(\tau_r)^3} + \frac{\tan(\varphi)}{L[\cos(\tau)]^3} \end{cases} \quad \text{式 (4-28)}$$

取前轮等效转角的控制率如下式所示：

$$\varphi = \arctan \left[ L(\cos(\tau))^3 \left( \frac{\rho_r}{\cos(\tau_r)^3} - k_1(y_r - y) + k_2(\tan(\tau_r) - \tan(\tau)) \right) \right] \quad \text{式 (4-29)}$$

则式 (4-28) 可转化为：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -k_1 x_1 - k_2 x_2 \end{cases} \quad \text{式 (4-30)}$$

其中  $k_1$ 、 $k_2$  分别表示车辆位置偏差反馈系数和方位角偏差反馈系数。

取  $k_1 > 0$ 、 $k_2 > 0$ ，则由李雅普诺夫第一稳定定理<sup>[52]</sup>可得：原点是式 (4-30) 的唯一平衡点，即：



$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} x_1 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} x_2 = 0 \end{cases} \quad \text{式 (4-31)}$$

即：

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} [y_r(x) - y(x)] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [\tau_r(x) - \tau(x)] = 0 \end{cases} \quad \text{式 (4-32)}$$

由式 (4-25) ~ 式 (4-32) 可得：在泊车过程中采用如式 (4-29) 的方向盘转角控制率时，随着后轴中心点坐标的减小，车辆的位置偏差和方位角偏差逐渐缩小，车辆逐渐向目标轨迹靠拢。

式 (4-29) 是泊车轨迹在曲线的情况下车辆路径跟踪的方向盘转角控制率。针对目标路径为直线的情况，泊车路径跟踪状态偏差方程可变形为：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{\tan(\varphi)}{L[\cos(\tau)]^3} \end{cases} \quad \text{式 (4-33)}$$

此时取前轮等效转角控制率为：

$$\varphi_r = \arctan \left[ L(\cos(\tau))^3 \left( -k_1(y_r - y) + k_2(\tan(\Psi_r) - \tan(\tau)) \right) \right] \quad \text{式 (4-34)}$$

其中  $\Psi_r$  表示直线路径于  $X$  轴的夹角即目标直线路径的方位角，在此转角控制率的作用下就可以使车辆在倒行上午前提下跟踪目标直线轨迹。

式 (4-34) 是车辆倒行跟踪目标直线路径的前轮等效转角控制率，本文同时需要车辆前行跟踪目标直线轨迹的转角控制率，仍然基于非时间参考的车辆运动控制方法，此时非时间参考量变为  $s = x(t)$ ，路径跟踪状态偏差方程变为：

$$\begin{cases} \frac{d(y_r - y)}{dx} = \tan(\tau_r) - \tan(\tau) \\ \frac{d(\tau_r - \tau)}{dx} = -\frac{\tan(\varphi)}{L\cos(\tau)} \end{cases} \quad \text{式 (4-35)}$$

令  $x_1 = y_r - y$ 、 $x_2 = \tan(\Psi_r) - \tan(\theta)$ ，则以  $s = x(t)$  为非时间参考量的偏差方程可变形为：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{\tan(\varphi)}{L[\cos(\tau)]^3} \end{cases} \quad \text{式 (4-36)}$$

此时取前轮等效转角控制率如式 (3.38) 所示：

$$\varphi_f = \arctan \left[ L(\cos(\tau))^3 \left( -k_3(y_r - y) + k_4(\tan(\Psi_r) - \tan(\tau)) \right) \right] \quad \text{式 (4-37)}$$

则式 (4-36) 变形为下式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = k_3 x_1 - k_4 x_2 \end{cases} \quad \text{式 (4-38)}$$

由李雅普诺夫第一稳定定理知当  $k_3 < 0$ 、 $k_4 > 0$  时, 原点是式 (3.39) 的唯一平衡点即在控制率式 (4-38) 的作用下, 车辆正向的行驶轨迹将无限趋近于目标直线轨迹。

综上所述, 可以得到车辆跟踪直线轨迹的前轮等效转角控制率如下式所示:

$$\begin{cases} \varphi_f = \arctan \left[ L(\cos(\tau))^3 \left( -k_3(y_r - y) + k_4(\tan(\Psi_r) - \tan(\tau)) \right) \right] (k_3 < 0, k_4 > 0) \\ \varphi_r = \arctan \left[ L(\cos(\tau))^3 \left( -k_1(y_r - y) + k_2(\tan(\Psi_r) - \tan(\tau)) \right) \right] (k_1 > 0, k_2 > 0) \end{cases} \quad \text{式 (4-39)}$$

其中  $\varphi_f$ 、 $\varphi_r$  分别表示车辆前行和倒行跟踪目标直线轨迹的前轮等效转角控制率。

在本文中修正参考直线轨迹的方位角即为泊车路径中  $D$  点的方位角  $\Psi_D$ ,  $\Psi_D$  随泊车起始点位置的变化而变化, 基于第三章的一系列推导可以得到下式:

$$\Psi_D = 2 \arctan \left( \frac{E_y}{E_x} \right) = 2 \arctan \left( \frac{d_2 + W}{E_x} \right) \quad \text{式 (4-40)}$$

又  $D$  点的横纵坐标与起始点位置关系:

$$\begin{cases} D_x = \frac{1}{2} E_x \\ D_y = \frac{1}{2} E_y = \frac{1}{2} (d_2 + W) \end{cases} \quad \text{式 (4-41)}$$

由此可得到修正参考直线轨迹的解析式:

$$y = \Psi_D x + D_y - \Psi_D D_x \quad \text{式 (4-42)}$$

其中  $E_x$  可由式 (4-14) 得到, 仅与侧向距离  $d_2$  和车辆几何参数有关; 同理可以得到  $D$  点的位置和方位角与  $d_2$  同为一一对应的函数关系, 对于特定车辆同样将此函数关系随同“双速”固化减少系统的计算量。

#### 4.5.2 仿真分析

仍然采用 Carsim 中的 B-Class Hatchback 车辆模型, 在双速分别为 1m/s 和  $30^\circ/\text{s}$  的情况下验证校正算法的可行性。轨迹起始点坐标与  $d_2$  的关系和圆弧段圆心角与  $d_2$  的关系如式 (4-20)、式 (4-21) 所示, 由此进一步可以得到参考修正直线轨迹的起始点  $D$  点位置、方位角与  $d_2$  的函数关系:

$$\begin{cases} D_x = \frac{1}{2} E_x = \frac{1}{2} \left( 1.048 + \sqrt{82.4464 - (d_2 - 7.325)^2} \right) \\ D_y = \frac{1}{2} E_y = \frac{1}{2} (d_2 + 1.695) \end{cases} \quad \text{式 (4-43)}$$

$$\Psi_D = 2 \arctan \left( \frac{d_2 + W}{E_x} \right) = 2 \arctan \left( \frac{2d_2 + 3.39}{1.048 + \sqrt{82.4464 - (d_2 - 7.325)^2}} \right) \quad \text{式 (4-44)}$$

在侧向距离  $d_2$  已知的情况下，由式 (4-43)、(4-44) 进而可得到参考修正直线轨迹的解析表达式。本次仿真仍以  $d_2 = 0.79m$  为例研究轨迹修正算法的有效性，此时参考修正直线轨迹的函数解析式为：

$$y = 0.7618x - 1.56 \quad \text{式 (4-45)}$$

对控制模型中车辆泊车的起始点位置微调、去掉系统的相位调整环节来模拟由不确定性因素导致车辆偏离预定轨迹的情况，下图是在没有修正算法的情况下车辆的泊车效果示意图：

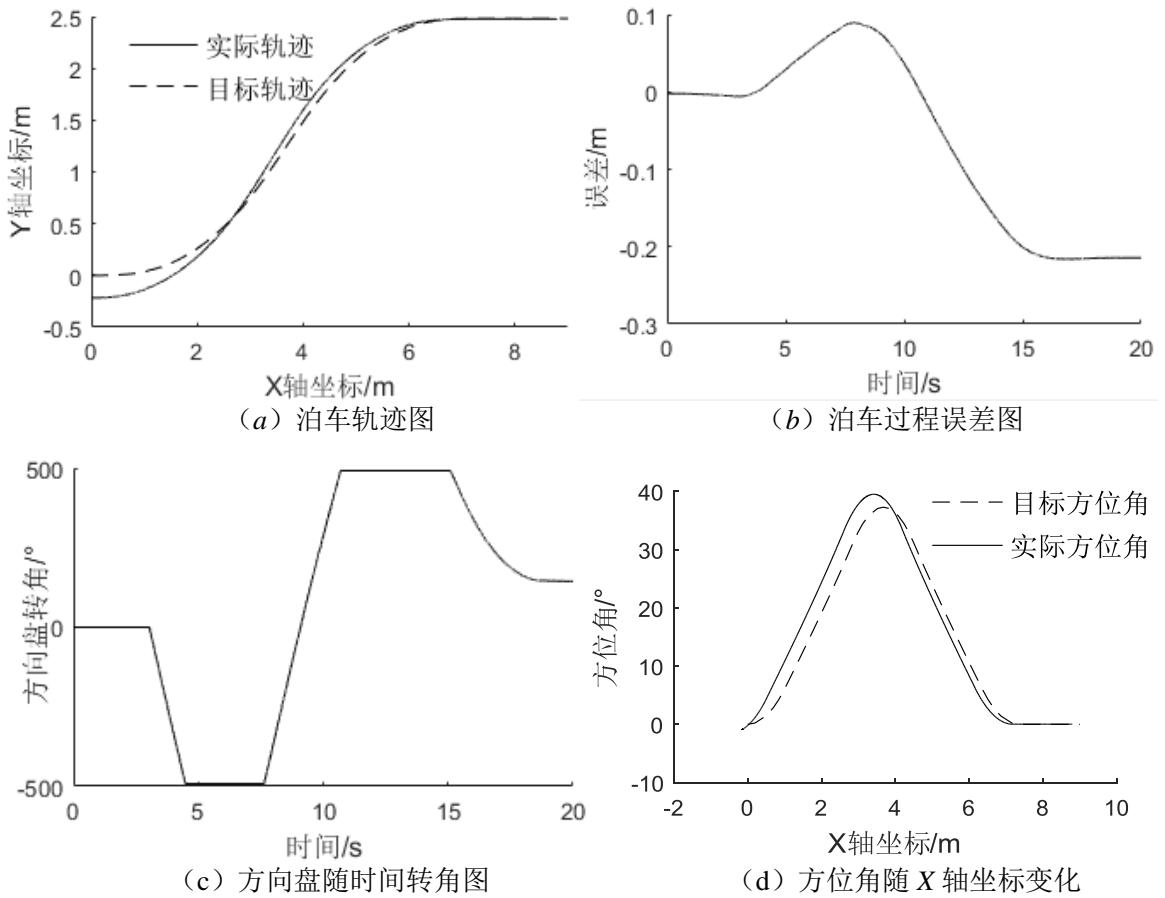


图 4.10 起始位置误差下的仿真结果

如图 4.10 (a) 所示，由于车辆泊车起始位置的偏差造成在整个泊车过程中存在

较大的误差,这种误差是开环算法无法解决的,同时在泊车后期这种误差会愈演愈烈最终导致泊车失败;如图 4.10 (b) 所示,车辆最后停车位置的误差达到 20cm,这种误差很大可能会造成车辆与周围障碍物的剐蹭,增添了许多不安全因素;如图 4.10 (c) 所示,由于方向盘转角控制始终处于开环状态,车辆起始泊车位置的变动会对方向盘转动的终止时刻有影响,从而造成了图 4.10 (c) 情况的出现即泊车结束时方向盘尚未回正并有较大转角,对于车辆最终停放的方位角也有一定影响;在图 4.10 (d) 中反映了泊车过程中车辆方位角的变化规律,可以看出由于起始段的误差导致整段泊车轨迹上车辆的方位角都不能很好的跟随目标转角,并且最终车辆停放的方位角也未能归零,由于本次泊车起始段误差较小所以对最终车辆的方位角影响也比较小。

本次仿真证明了基于双匀速轨迹特性的泊车路径跟踪开环算法的不稳定性,而这种不稳定性在实际生活中很可能出现,因此需要合适的闭环算法来弥补开环算法的不足。

在泊车轨迹中增加一条形如式(4-45)的直线轨迹作为修正车辆位姿的参考轨迹,当车辆完成第一段 DCD 轨迹且距离理想位姿(即  $D$  点位姿)有较大误差时通过前向、后向两次调整车辆位姿来实现车辆校正过程。前向、后向校正分别采用式(4-38)、(4-35)的前轮等效转角控制率,通过多次调整闭环校正算法中  $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$ 、 $k_4$  的值分别取 1.5、3、-1.6、1,得到的仿真结果如下图 4.11 所示。

图 4.11 (a) 中反应了加入修正环节后车辆泊车运动的全过程,车辆在第一段 DCD 轨迹中偏离预定轨迹并出现较大偏差,此时通过调用闭环调整算法修正车辆位姿使车辆以较理想的位姿进入第二段 DCD 轨迹,后半段的跟随效果也证明了调整算法的有效性;图 4.11 (c) 是整个过程中车辆跟踪误差随时间变化关系图,在 7s 到 15.21s 的时间段处于闭环算法调整位姿的过程,此过程轨迹跟踪误差不具参考意义,图中两段虚线分别代表两段 DCD 轨迹车辆的跟踪误差,可以明显的看出车辆在第一段 DCD 轨迹中跟踪误差逐步拉大,最大达到 0.1m,而经过车辆位姿调整后车辆在第二段 DCD 轨迹中具有良好的跟踪效果,最大误差在 0.015m 以内,经过调整后的轨迹跟踪误差比之前缩小近一个数量级,达到了预期效果;图 4.11 (b) 反映了车辆方位角随时间的变化关系,中部波动阶段是车辆调整位姿过程,可以看出车辆的方位角逐步向目标方位角  $37.3^\circ$  靠拢;图 4.11 (d) 是在闭环算法控制下车辆方向盘转角随时间变化关系图,前一部分属于前向调整、后一部分属于后向调整,经过连续两次调整方向盘转角最终归零说明此时车辆已趋近于参考修正直线轨迹,结合图 4.11 (a) 也说明车辆基本达到修正位姿目的,证明了基于非时间参考的路径跟踪控制率在车辆位姿调整方面具有一定可行性。

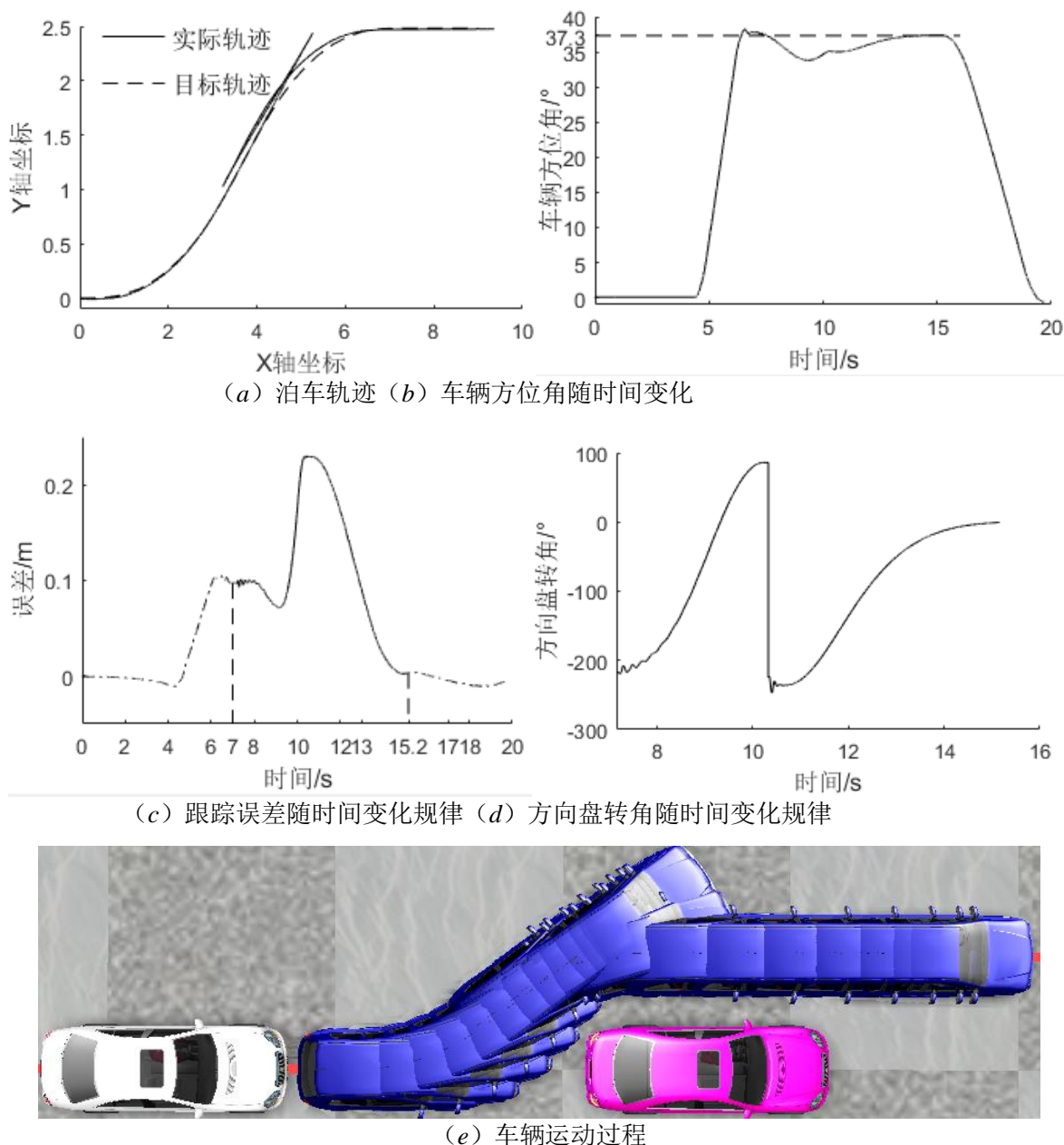


图 4.11 加入修正算法后的仿真结果

本节利用了非时间参考的路径跟踪控制率不受车速波动影响的特点, 将其与基于 DCD 轨迹特性的开环泊车算法相结合实现自动泊车过程。与单纯地采用非时间参考的路径跟踪控制率作为泊车跟踪算法相比有以下几个优点:

- ①由于参考修正轨迹为一条斜直线从而使前轮转角控制率简化, 只需要知道车辆位姿信息就可以采用非时间参考的路径跟踪算法;
- ②如果这个泊车过程全部采用非时间参考的路径跟踪算法的话, 需要在泊车路径规划中详细得到每一点的曲率及位置信息, 加大了系统的工作量;
- ③整个“半闭环”的算法基本没有增加系统的计算量, 依然是通过侧向距离  $d_2$

就可以确定参考修正轨迹的解析式，进而得到非时间参考的直线轨迹跟踪控制率。

与单纯采用基于 DCD 轨迹特性的泊车路径跟踪算法有以下几个优点：

①基于 DCD 轨迹特性的开环算法无法处理由于各种随机扰动而出现的跟踪误差，而这种误差到泊车后期会愈演愈烈最终很大可能导致泊车失败；

②经过一系列参数固化后的基于 DCD 轨迹特性的路径跟踪算法过于死板，加入修正算法后可以增添算法的灵活性，提高可执行性。

融合后的“半闭环”泊车路径跟踪算法兼有“开环”、“闭环”算法的优点，但是也有不足之处：

①“半闭环”的算法仅仅是在泊车中段进行闭环车辆位姿调整，针对泊车后期出现的误差算法并没有应对措施，有可能后期出现的误差就导致泊车失败；

②“半闭环”的算法增加了泊车过程的工作量，泊车过程较其他算法会更加耗时；

③中部调整算法的收敛时间随位姿误差的增大而增大，两次闭环调整无法应对较大的位姿误差，可能会需要多次前向、后向调整才能让车辆回归预定轨迹。

## 4.6 本章小结

本章主要研究了 DCD 轨迹所具有的特殊性质，基于 DCD 轨迹的这种特性提出了自动泊车路径跟踪的新算法。对 DCD 轨迹相关参数结合平行泊车实例进行一系列的推导计算，通过相关参数的固化处理简化了路径跟踪算法的计算量，提高算法的可行性。基于非时间参考的路径跟踪控制理论推导出车辆跟踪直线轨迹（包括前行和倒行）的前轮等效转角控制率，将该前轮转角控制率与基于 DCD 轨迹特性的开环算法相结合，实现在泊车中段能够通过合理调整车辆位姿达到提高泊车成功率的目的。重新组合的“半闭环”泊车路径跟踪算法基本没有加大开环算法的计算量，参考修正直线轨迹同样可以通过查表函数得到。仿真实验证明了“半闭环”泊车路径跟踪算法在理论上的可行性。



## 5 总结和展望

本文以自动泊车控制策略为主要研究对象,分别对泊车路径规划与路径跟踪进行深入研究。将泊车路径曲率的连续性、路径的安全性作为泊车路径规划需要解决的核心问题;将解决车速波动对泊车路径跟踪精度的影响、降低控制策略的复杂度作为泊车路径跟踪的需要解决的核心问题。利用车辆动力学软件 Carsim 中的车辆模型验证了本文所设计泊车控制策略的可行性。

### 5.1 全文工作总结及创新点

本文分析了泊车工况下的车辆低速运动学模型、阿克曼转向原理,从车辆自身特性出发设计了一种特殊的轨迹线——双匀速轨迹;基于对泊车过程中驾驶员的操纵行为设计了主要应用于泊车路径规划的轨迹线——车辆 DCD 轨迹。

本文对 DCD 轨迹相关参数进行了详细的定义与说明,并基于 DCD 轨迹分别研究了平行泊车和垂直泊车工况下的泊车路径生成方法,对泊车约束空间与泊车可行域进行了详细的讨论,建立倒车驾驶员模型在 Carsim 验证了基于 DCD 轨迹的泊车轨迹可以作为自动泊车的目标轨迹线。

对 DCD 轨迹进行了深入分析,总结在车速波动情况下对于 DCD 轨迹形状的影响,发现了在车速和前轮转速成比例变化时 DCD 轨迹具有固定的形状,基于此发现本文设计了基于 DCD 轨迹特性泊车运动控制策略。该控制策略与基于 DCD 轨迹的泊车路径规划相配套,经过一系列合理化处理,大大简化泊车路径规划的复杂度,实现了仅仅依靠逻辑判断就可实现车辆自动泊车入位。在 Carsim 中验证了该控制策略在理论上的可行性。

基于 DCD 特性的泊车运动控制策略是一种开环的车辆控制方法,开环算法无法有效地应对随机误差对车辆跟踪效果的影响,本文基于对非时间参考的路径跟踪控制理论推导出车辆跟踪直线路径(包括前行和后退)的方向盘转角控制率。将原纯开环的控制算法与非时间参考的路径跟踪控制算法相结合组成了一种全新的“半闭环”控制算法,通过中间位置的车辆位姿闭环调整使整个算法具有一定对抗随机扰动误差的能力,提高控制算法的稳定性和实用性,同样该“半闭环”的算法在 Carsim 中得到了验证。

### 5.2 对后期工作的展望

本文仅仅是对泊车控制策略进行研究,而自动泊车系统是一项综合了机械、电子、



计算机等学科的复杂应用，在实现过程中会遇到许多障碍，由于实验室基础条件不足以及本人能力、时间方面的限制，在研究过程中难免有疏漏与不足之处，对后期的工作做以下展望：

①环境感知方面。本文基本没有对传感器进行分析讨论，传感器作为自动泊车的基础是后期工作需要认真分析研究的；

②避障方面。本文在解决避障问题是都是默认障碍物为静止的状态，在实际生活中运动的障碍物普遍存在，也是后期研究的重点之一；

③为了简化系统计算量，本文对大量的参数采取固化的方法，但这样也带来了一定的问题，使泊车的路径过于死板，缺乏灵活性，这也是后期工作中需要解决的问题；

④本文对控制策略的验证仅仅停留在仿真实验阶段，未来需要在实车中验证该算法的可行性。

## 致谢

三年的研究生时光转眼间一晃而过，在自己求学生涯的最后一段路上有幸师从郭孔辉院士。郭老师对待学术认真负责的态度对我研究生阶段的学习产生了很大的影响，期间郭老师多次不远千里来为我们指导工作，给我们提出了不少有效的建议，在此特向郭老师致以衷心的感谢与崇高的敬意！

论文主要是在重庆理工大学车辆工程学院郭孔辉院士工作站完成的，期间得到了成都孔辉汽车科技公司中许多师兄无私的帮助。院士工作站日常工作由黄江博士负责处理，论文主要也是在黄博士的建议下完成的，黄博士在车辆动力学方面深厚的功底为我提供了不少行之有效的方法，也为我树立了一个良好的榜样。在此衷心感谢黄博士在学校期间对我无私的帮助，正是在黄博士的帮助下自己才会在自动泊车算法领域取得新的发现；同时也要感谢母校重庆理工大学，在母校的7年时光深切感受到母校对于学生充分的人文关怀、对于学校建设的大力投入，衷心希望母校明天更辉煌。

作为郭老师在重庆理工大学带的第一批硕士研究生，真心感谢和我同届的韩中海硕士、杨浩硕士、郝志宽硕士，我们一起为院士工作站的基础建设付出了不少的时间与精力；在学术上遇到问题时，我们一起探究、钻研；生活中互帮互助积累了深厚的友谊。在此也特地感谢吉林大学毕博威博士，毕博士屡次来到院士工作站为我们提供学术上的支持，拓宽了我们的视野，给我们提供了强大的动力；同时也感谢湖南大学的凌鹏师兄、俞俊红师兄，虽然相处时间不长，但同样让我学到不少的东西；为人耿直的韩龙师弟、积极主动的杜军师弟和生活独立的魏德奎师弟作为工作站的接班人也衷心希望你们能在学术科研上取得一定突破，为工作站的建设出工出力，谢谢你们对我的信任！

感谢父母的养育之恩以及对于我二十年求学生涯的支持和鼓励，感谢姐姐、姐夫在我大学、研究生期间对我的支持与帮助，你们对我的恩情我也将始终铭记！



## 参考文献

- [ 1 ] Sugeno M, Murakami K. Fuzzy parking control of model car [J]. In 23rd IEEE Conference on Decision and Control. Las Vegas, 1984, (23):902-903.
- [ 2 ] Gorinevsky D, Kapitanovsky A, Goldenberg A. Neural network architecture for trajectory generation and control of automated car parking [J]. Control Systems Technology, 1996, 4(1):50-56.
- [ 3 ] Khoshnejad M, Demirli K. Autonomous parallel parking of a car-like mobile robot by a neuro-fuzzy behavior-based controller [J]. In Fuzzy Information Processing Society, 2005:814-819.
- [ 4 ] Nguyen D H, Widrow B. Neural networks for self-learning control systems [J]. Control Systems Magazine, IEEE, 1990, 10(3):18-23.
- [ 5 ] Chian Song Chiu, Kuang Yow Lian, Peter Liu. Fuzzy gain scheduling for parallel parking a Car-like robot [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2005, 13(6):1084-1092.
- [ 6 ] Maravall D, de Lope J. Multi-objective dynamic optimization with genetic algorithms for automatic parking [J]. Soft Computing, 2007, 11(3):249-257.
- [ 7 ] Hanafy M, Gomaa M M, Taher M, et al. Development of a technology for car's auto-parking using swarm search-based fuzzy control system [J]. International Journal of Modelling, Identification and Control, 2012, 17(1):85-97.
- [ 8 ] Hyunki Kwon, Woojin Chung. Performance analysis of path planners for car-like vehicles toward automatic parking control [J]. Intel Serv Robotics (2014)7:15-23.
- [ 9 ] 于伟,张乃尧,白帆. 倒车问题的模糊优化控制方案[J]. 机电一体化. 2001. (5):21-24.
- [10] 谢维信,高新波. 基于聚类有效性神经网络的模糊规则提取方法[J]. 深圳大学学报:理工版, 2003. 20(4):30-38.
- [11] 秦绪情. 自动平行泊车系统定车速模糊控制算法研究[D]. 长春:吉林大学, 2007.
- [12] 林蓁蓁,李庆,梁艳菊等. 一种基于路径规划的自动平行泊车算法[J]. 计算机应用研究, 2012. 29(5): 1713-1715.
- [13] 吴冰. 自动泊车路径仿真和运动控制研究[D]. 合肥:合肥工业大学,2012.
- [14] 吴冰,钱立军,虞明等. 基于 RBF 神经网络的自动泊车路径规划[J]. 合肥工业大学学报. 2012. 35(4).
- [15] Gomez-Bravo, F., F.Cuesta, and A.Ollero. Parallel and diagonal parking in nonholonomic autonomous vehicles [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence 14.4, 419-434, 2001.
- [16] Reeds, J.A, and L.A Shepp. Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards [J]. Pacific Journal of Mathematics 145.2, 367-393, 1990.
- [17] WANG Chun-xiang, ZHANG Heng-run, YANG Ming, et al. Automatic Parking Based on a Bird's Eye View Vision System [J]. Advances in Mechanical Engineering (2014): 847406.
- [18] SUNGWOO CHOI, CLÉMENT BOUSSARD, BRIGITTE D'ANDRÉA-NOVEL. Easy Plan Planning and Robust Control for Automatic Parallel Parking[C]//IFAC. The International Federation of Automatic Control. Milano: IFAC, 2011:656-661.
- [19] Sungwoo CHOI, Clement Boussard, Brigittir d'Andrea-Novél. Easy Path Planning and Control for Automatic Parallel Parking [J]. The International Federation of Automatic Control , Milano, 2011, 656-661.

- [20]Zhenji Lv, Linhui Zhao, Zhiyuan Liu. A path-planning algorithm for parallel automatic parking [J]. Computer society, 2013, 474-478.
- [21]J.A.Reeds, R.A.Shepp, Optimal paths for a car that goes both forward and backwards [J]. Pacific J.Math., 1990, 145, (2), pp.367-393.
- [22]Jaeyoung Moon, Jae-gwang cha, A Trajectory Planning Method Based on Forward Path Generation and Backward Tracking Algorithm for Automatic Parking Systems [J]. Intelligent Transportation Systems, Qingdao, 2014, 719-724.
- [23]徐津津. 双向路径规划在垂直自动泊车系统中的仿真研究[J]. 天津汽车. 2008(05):36-39.
- [24]LIAO Zhao, ZHENG Guo-qiang. Automatic Parking Path Optimization Based on Bezier Curve Fitting[C]//IEEE. International Conference on Automation and Logistics. Zhengzhou: IEEE, 2012: 583-587.
- [25]陈成, 何玉庆, 卜春光等. 基于四阶贝塞尔曲线的无人车可行轨迹规划[J]. 自动化学报, 2015, 41(03): 486-496.
- [26]Chun Hsiung Chen, Chan Wei Hsu, Chi Chun Yao. A Novel Design for Full Automatic Parking System [J]. IEEE International Conference on ITS Telecommunications, 2012:175-179.
- [27]Helene Vorobieva, Sebastien Glaser, Nicoleta Minoiu-Enache. Automatic Parallel Parking with Geometric Continuous-Curvature Path Planning [J]. IEEE Intelligent Vehicles symposium, Michigan, 2014:465-471.
- [28]Helene Vorobieva, Sebastien Glaser, Nicoleta Minoiu-Enache. Automatic Parallel Parking in Tiny Spots: Path Planning and Control [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2015, 16(1): 396-409.
- [29]李红.自动泊车系统路径规划与跟踪控制研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2014.
- [30]李红,郭孔辉,宋晓琳等. 非时间参考的类车机器人定点跟踪控制[J]. 中国机械工程.2015, 26(13): 1705-1711.
- [31]李红,郭孔辉,宋晓琳等. 基于 Matlab 的多约束自动平行泊车轨迹规划[J]. 中南大学学报(自然科学版). 2013, 44(1): 101-107.
- [32]李红,郭孔辉,宋晓琳. 多约束双向自动平行泊车轨迹规划[J]. 中国机械工程. 2013, 24(16): 2135- 2140.
- [33]郭孔辉,李红, 宋晓琳等. 自动泊车系统路径跟踪控制策略研究[J]. 中国公路学报. 2015, 28(9): 106-114.
- [34]李红,王文军,李克强. 基于 B 样条理论的平行泊车路径规划[J]. 中国公路学报.2016, 29(9): 143- 151.
- [35]李红,郭孔辉,宋晓琳. 基于样条理论的自动垂直泊车轨迹规划[J]. 湖南大学学报(自然科学版). 2012, 39(7):25-30.
- [36]王增波, 彭仁忠, 宫兆刚. B 样条曲线生成原理及实现[J]. 石河子大学学报(自然科学版), 2009, 27(01):118-121.
- [37]钱立军,胡伟龙,刘庆等. 多段式自动泊车路径规划及其关键技术[J]. 吉林大学学报(工学版). 2016, 46(3):785-791.
- [38]胡伟龙. 多段式平行泊车轨迹动态规划及系统控制[D]. 合肥:合肥工业大学,2012.
- [39]侯忠生,董航瑞, 金尚泰. 基于坐标补偿的自动泊车系统无模型自适应控制[J]. 自动化学报. 2015, 41(4): 823-831.
- [40]Jung H G, Lee Y H, Kim J H. Uniform user interface for semiautomatic parking slot marking

- recognition [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(2): 616-626.
- [41]李克强. 智能车辆手册(卷一) [M]. 北京:机械工业出版社, 2017.
- [42]李克强. 智能车辆手册(卷二) [M]. 北京:机械工业出版社, 2017.
- [43]郭孔辉. 汽车操纵动力学[M]. 长春: 吉林科学技术出版社, 1991.
- [44]李攀,黄江,杨浩等. 基于双匀速轨迹的自动泊车路径规划研究[J]. 重庆:重庆理工大学学报(自然科学版). 2017(9): 36-44.
- [45] A. SCHEUER, TH. FRAICHARD. Continuous-Curvature Path Planning for Car-Like Vehicles[C] //IEEE. International Conference on Intelligent Robots and Systems. Grenoble: IEEE, 1997: 1-7.
- [46]熊周兵, 杨威, 丁可等. 基于预瞄模糊控制的自动泊车算法研究[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2017, 31(02):14-22.
- [47]史晓磊. 基于激光雷达的自动泊车系统研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2010.
- [48]杨浩, 黄江, 李正网等. 基于曲率与车速的两点智能控制驾驶员模型[J]. 汽车技术, 2017(08): 38-42.
- [49]Shen H, Ling R, Mao J, et al. Steering control strategy guide by two preview visio cues[J]. Science China-Technological Sciences, 2012,55(9):2662-2670.
- [50]王栋耀, 马旭东, 戴先中. 非时间参考的移动机器人路径跟踪控制[J]. 机器人, 2004, 26(3): 199- 203.
- [51]Wei K, Xi N, Tan J. Analysis and design of non-time based motion controller for mobile robots [A]. Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics &Automation[C], Detroit, Michigan: 1999. 2964-2969.
- [52]刘豹. 现代控制理论[M]. 北京:机械工业出版社.



## 个人简历、在学期间发表的学术论文及取得的研究成果

姓名	李攀	出生日期	1991年4月1日	籍贯	河南
获得学士学位时间、学校	2015年6月 重庆理工大学				
现所学学科、专业	车辆工程	入学时间	2015年9月		
学习（大学以上）及工作经历					
年 月- 年 月	就读的学校、专业/工作单位、职务				
2011年9月-2015年6月	重庆理工大学车辆工程				
在学期间发表的学术论文及取得的研究成果（包括鉴定项目、获奖、专利）					
序号	论文或成果、 专利名称	全体作者 （按顺序排列）	发表刊物或鉴定单位或 获奖名称、等级或专利 类别	时间	
1	基于双匀速轨迹的自动泊车路径规划研究	李攀,黄江, 杨浩, 韩中海	重庆理工大学学报	2017.09	
在学期间尚未发表但已被录用的学术论文					
序号	论文或成果、 专利名称	全体作者 （按顺序排列）	拟发表刊物	预计发表时间	