

# 右肺支气管树的三维分形模拟

黄秀义 谭小苹 裴觉民

(四川大学 生物医学工程中心, 成都 10065)

**摘要** 肺是天然的非对称不规则体。肺内的气管树呈复杂的自相似的结构。基于最小能耗思想,作者根据肺的解剖学数据,建立右肺的细分网格坐标,通过计算各级分块的质心,寻找分叉方向与确定分叉长度,以 OpenGL 为工具,实现了右肺支气管树的三维分形模拟,并且得到各级的长度、分叉角度和管径的具体参数。所生成的图形在形态与几何参数上与现有统计数据很吻合。计算得到该模型的分形覆盖维数为 2.19,与其他学者计算的人体肺的理想维数 2.17<sup>[1]</sup>比较接近。该模型为今后用分形思想研究肺的气体扩散传递功能奠定基础。从节省计算机存储、加快图形传输上方面来说也有一定意义。

**关键词** 肺支气管树 分形 OpenGL 三维图形模拟

## A Three Dimensional Fractal Simulation of the Lung Bronchial Tree

Huang Xiuyi Tan Xiaoping Pei Juemin

(Biomedical Engineering Center, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

**Abstract** The lungs are naturally irregular and asymmetrical organ in anatomy. The conducting bronchial trees in the lungs display complex self-similar structure. We have established the host mesh coordinates of the right lung on the basis of the anatomical data from the literature. A three-dimensional fractal model of the conducting airways was set up by calculating the coordinates of the mass centers of the divided blocks, searching the branch direction and determining branch lengths with the use of the drawing tool OpenGL. Specific data of the lengths at various grades, branching angles, and capillary diameters were obtained. As a result, the computed data were identical with those of the existing statistical data. The fractal covering dimensionality obtained in the computation of this model was 2.19, which is very close to the ideal dimensionality, 2.17, from the literature. The present model has laid the foundation for further research of the gas diffusion and transfer performance in the lungs using the fractal concept, and furthermore, it helps to save the computer memories and fastening the graphic transfer.

**Key words** Lung bronchial tree Fractal OpenGL Three dimension graphic simulation

### 1 前言

肺气管树是人体肺毛细血管与大气之间进行气体交换的通道。它的形态特征及力学性能直接关系到它的通气功能。解剖学界对肺气管树的各级分支的直径、长度等进行了形态学的描述, Weibel<sup>[2]</sup>详细介绍了人类肺形态, Horsfield 等<sup>[3]</sup>也做了许多肺解剖结构方面的研究,但这些资料都是建立在解剖实验的基础上,只能使人粗略了解肺气管树的大致形态特征。

肺支气管树像一些生命体一样具有分形特征,即每一个细分部分都与整体部分有某些相似,但它的自相似特征不是严格意义上的自相似,而是统计

意义上的自相似,如何对其形态进行数学描述引起一些研究者的兴趣。James<sup>[4]</sup>建立了严格自相似的模型,一分为二分叉产生出来的肺支气管树与实际相差甚远,根据 Weibel 的对称二分叉模型也产生不出与实际接近的图形。目前国外对肺气管树分形结构的研究有简单的 Gayley 二叉树结构,丹麦植物学家 Lindenmeyer 从植物形态学的观点出发,提出一套用以描述植物树木的 L 系统。Wang<sup>[5]</sup>应用反复分叉的方法,在有界平面内产生二维的肺支气管图形。2002 年我实验室根据最小能量损失以及边界控制思路,运算产生二维肺支气管树的图形<sup>[6]</sup>,其主要方法是对二维平面面积的划分。但这些方法限于二维平面。

近年发展起来的分形是描述非规则几何物体的有效工具。为探讨肺在形态方面以及功能方面的特点,我们分析肺支气管树的解剖学资料,基于最小能耗的思想,并参考 Tawhai<sup>[1]</sup>的肺支气管树非对称三维模型,用空间体划分的方法来描述气管树的分形特征,建立描述肺气管树形态的三维数学模型,并且得到各级的长度、分叉角度和管径的具体参数。所生成的图形在形态与几何参数上与现有统计数据很吻合。该模型为今后用分形思想研究肺的气体扩散传递功能奠定基础。从节省计算机存储、加快图形传输上方面来说也有一定的意义。

## 2 右肺支气管树模型的建立

### 2.1 肺气管树的基本形态特征

根据解剖学资料可知,人体的主气管长度约为11~13 cm,左、右主支气管分别为肺叶支气管进入每个肺叶,再反复分支,越分越细,形成树枝状<sup>[8]</sup>。其几何特点如下:(1)非对称性:在总气管分叉处左右支气管的分叉角(与支气管轴线的夹角)并不相等。在气管末端的左、右支气管之间的夹角一般为 $65^{\circ}\sim 80^{\circ}$ ,右支气管短粗,长2~3 cm,较为陡直,几乎为气管的直接延续。(2)分叉生长:肺支气管分叉近似可以看成是一个二分叉,偶尔也有三叉分支,但其几率非常小。肺支气管树的生长要受到腔体边界的控制。(3)自相似性:支气管树的每一级分支与上一级分支都是一个自相似结构,但不是严格意义上的自相似,根据解剖数据,表现为它的上一级与下一级分支的长度比、管径比、分叉角度并不是一个定值,带有某种随机性。因此,支气管树的分支结构是一个具有递归迭代的性质,且是统计自相似性的分形结构。

### 2.2 肺支气管树几何分形模型建立的思路

从生物进化的角度,肺气管树的分叉应以最佳结构满足其向肺各部(和从肺的各部收集)输送气体的功能。以最短的路径,最小能耗到达气体交换的“目的地”是控制气管走向与分叉的动力因素。由此,我们建立体空间划分的分形模型,认为每一级肺支气管的走向是由将其“管辖”的区域等分成两半的平面来决定的,其终末分叉点的位置应确保进行气体交换的后几级分叉仍在肺轮廓内。

在用分形理论通过计算机来模拟支气管的分叉时,我们作了以下简化:(1)气管树的每一级分支都是二叉分支结构。(2)尽管支气管有一定的弯曲度,但仍按直管处理。计算步骤:我们建立的是右肺的模

型。(1)计算右肺上、中、下三叶的体中心点。(2)确定分割平面,将体分割成二部分。(3)再分别计算新生成子体的中心点。(4)从上一级分支向两个中心点生长一定的距离就得到了新的二个支气管。根据分形迭代计算的思想,重复这一步骤,则生成可右肺支气管树。

### 2.3 初始条件的给定

(1)边界及网格生成:利用已知的肺部CT扫描照片为原始资料<sup>[9]</sup>。首先用Photoshop软件提取了右肺水平切片的边界,然后利用3DsMax软件进行三维体空间形态重建。为将腔体细分成很小的体单元,笔者将3DsMax生成的体数据导入到Ansys软件中进行网格划分,在其内部产生不断细分后的网格点,并将这些点的三维坐标记录下来,作为模型产生的原始数据。

(2)右肺三叶的划分和右肺主支气管的确定:根据解剖学图谱,右肺有一条斜裂和一条水平裂,将右肺分为上叶、中叶和下叶<sup>[8]</sup>。我们根据该图谱建立代表水平裂与斜裂的方程,并判断肺内所有网格点坐标与这两个方程的关系,由此决定这些网格点处于哪一肺叶。根据Horsfield等<sup>[3]</sup>所做的研究,右肺上叶占整个右肺的38%,中叶占17%,下叶占45%。在本模型中根据网格点的数量,三叶的比例为:上叶占36%,中叶占18%,下叶占46%,分叶的后的形态如图1所示。参考前人对肺的形态研究结果,在本模型中右肺支气管的起始管道长度为:气管142.0 mm,右主支气管24.4 mm,右上叶支气管为16.9 mm,中间段右支气管为29.8 mm,右中叶支气管18.0 mm,右下叶支气管26.7 mm。



图1 右肺分叶

Fig 1 The computer-created graph of the right lung

### 2.4 支气管树生成的算法

2.4.1 点数的控制 根据Haefeli等<sup>[10]</sup>所做的统计,肺的末端细支气管数目大约在26 000~32 000,

为此在本模型中划分的离散点总数有 103 894 个, 取 5 个点构成的空间作为末端细支气管所要分配的空间, 即 5 为最小控制点数。

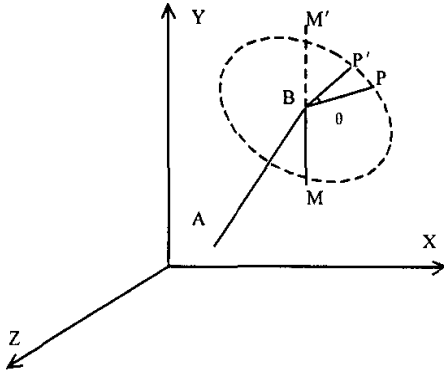


图2 坐标旋转变换

Fig 2 Rotational coordinate conversion

**2.4.2 长度的控制** 随着肺支气管的不断分叉, 其支气管长度也随着不断减小。计算时首先设定一个分支生长比例。开始设定分支生长的长度取上一分支末端到当前网络格中心点距离的 0.35 倍, 然后根据生成的形态和具体参数进行不断调整。由于肺末端细支气管的长度一般在 1~1.5 mm<sup>[3,10]</sup>, 在本模型中取 1.2 mm 作为最小长度控制值, 如果超出最小值范围, 则认为它是末端细支气管。

**2.4.3 角度的控制** 各级支气管分叉在向“管辖区”延伸时, 其分叉角有可能不符合解剖学上的统计数据, 即大于 60°<sup>[11]</sup>, 这表明前一级分叉角度不够合理, 有必要调整前一级分叉角, 此外分叉角也不能过小, 所以本模型取 20°~60°作为角度的控制范围。这就涉及到一个空间绕某一轴旋转变换的问题。具体变换如图 2 所示。

设 MB 为上一级分支, BP 为变换前的分支, AB 则为 MB 与 BP 所确定平面 PBM 的法线, 即旋转轴。已知  $A(x_a, y_a, z_a)$ , 其方向数  $(a, b, c)$ 。BP 绕 AB 轴旋转  $\theta$  角后得到符合要求新分支 BP'。即使使:

$$[x'_p, y'_p, z'_p, 1] = [x_p, y_p, z_p, 1] \cdot R_{ab}$$

其中  $R_{ab}$  为待求的变换矩阵。求  $R_{ab}$  的基本思想是: 以  $(x_a, y_a, z_a)$  为新的坐标原点, 并使新坐标下的 AB 分别绕 X 轴、Y 轴旋转适当角度与 Z 轴重合, 再绕 Z 轴旋转  $\theta$  角, 最后再作上述变换的逆变换, 使之回到原来的位置。设将 A 点平移到原点的变换矩阵为  $T_{1t}$ , AB 轴绕 X 轴旋转使其与 XOZ 平面共面, 然后再绕 Y 轴旋转使其与 Z 轴重合, 变换矩阵为  $T_{2Rxy}$ ,

然后将 P 点绕 Z 轴旋转的变换矩阵为  $T_{3Rz}$ ,  $T_{1t}$  和  $T_{2Rxy}$  的逆变换分别为  $T_{5t}$  和  $T_{4Rxy}$ , 则可以求出变换矩阵  $R_{ab} = T_{1t} T_{2Rxy} T_{3Rz} T_{4Rxy} T_{5t}$ 。

**2.4.4 管径的控制** 本模型中管径大小主要参考 Weibel 所建立的支气管参数模型中的数据。生成肺支气管树时用直径不同的圆柱来表示各级肺支气管。具体计算流程见图 3。

### 3 结果与讨论

图 4 分别反映以上算法在支气管树分级为 2, 3, 6, 8, 12, 14 级时的形态。

#### 3.1 数据统计分析与参数的最终确定

本模型采用最小长度限定值 1.2 mm, 最大角度限定值 60°, 但初始条件与分支生长比例不同, 产生的末端细支气管数目、平均级数、平均长度以及平均分叉角度也不同。从最终的形态上看也不是完全的对称二分叉。表 1 为右肺中叶的统计数据。

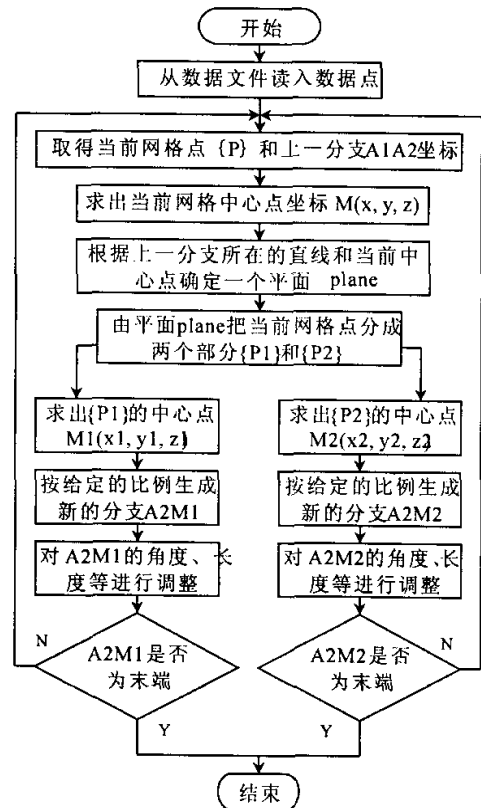


图3 计算流程图

Fig 3 Computational flow chart



图 4 右肺 2,3,6,8,12,14 级时的支气管树

Fig 4 the generation of the 2<sup>nd</sup>, 3<sup>rd</sup>, 6<sup>th</sup>, 8<sup>th</sup>, 12<sup>th</sup>, and 14<sup>th</sup> grades in the right lung, respectively

表 1 右肺中叶肺支气管的统计数据

Table 1 Statistical results of calculated data

分支生长比例	0.30	0.35	0.37	0.39	0.40	0.41	0.42	0.43	0.45	0.50
末端支气管数目	2897	2879	2866	2951	2963	2975	3013	3032	3023	3066
平均分叉角度	25.97	31.79	33.43	35.81	36.75	37.84	38.65	39.25	40.77	43.88
平均级数	15.28	15.30	15.26	15.27	15.30	15.33	15.38	15.36	15.35	15.43

由表 1 可以看出,随着分支比例的增大,产生的平均分叉角度明显增加,而平均级数变化不大,末端细支气管数目变化也不是很大。当采用分支比例为 0.41 时,产生的平均角度与理论上肺支气管分叉的理想角 37°28' 比较接近<sup>[12]</sup>,而且此时从气管到肺末端细支气管的平均级数为 15.33,与 Weibel 观察到的平均级数 16 也较接近。所以最终我们采用 0.41 为前后分支生长比例。根据最小能量原理,为了达到最佳气体交换的效果,肺支气管要尽可能多地以最小路径到达呼吸性肺泡端。在本模拟中我们得出,从 2 级分叉末端到呼吸性支气管的平均长度为 13.5 cm 左右。

### 3.2 分形维数的计算

对于具有分形特征的物体,其 Hausdorff 维数可用数学表达式  $D_H = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(\delta)}{\ln(1/\delta)}$  确定。

其中:  $\delta$  为相似体的缩小比;  $N(\delta)$  为  $\delta$  覆盖的个数。在本模型中,计算得到的末端细支气管平均长度为 2.4 mm,总的末端细支气管数目为 16 141。当考虑进入肺叶的平均支气管长度为 200 mm 时,由 Hausdorff 维数计算公式可以计算出本模型中肺支气管树分形维数为 2.19。

### 3.3 结 论

最终产生的右肺支气管树如图 5 中左边所示。红色表示的是右肺上叶支气管树,绿色表示是右肺中叶支气管树,蓝色表示的是右肺下叶支气管树。可以看出模拟的结果比右边的二维图形<sup>[6]</sup>要更接近实际形态。

通过对右肺支气管树的三维分形模拟,我们可

以得出如下结论:

(1) 基于空间体积划分方法的分形模型产生的肺支气管树比较逼真,能够反应肺支气管的大致结构。

(2) 计算得到的有关肺支气管树具体参数如平均级数、平均分叉角度、末端细支气管数目等与前人的研究结果相符合。

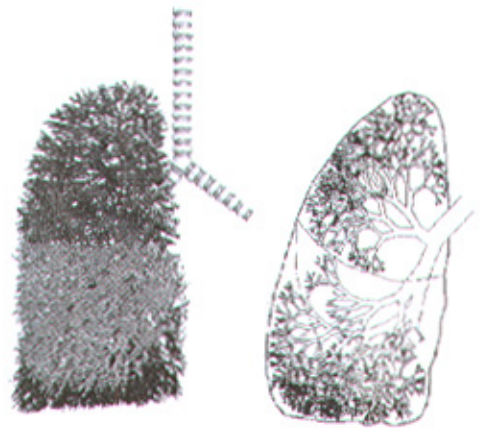


图 5 右肺支气管树图形的比较

Fig 5 Comparison between the two graphs of the bronchial tree of the right lung (front view)

(3) 由于形态和具体参数都与实际比较接近,该模型的建立为从分形动力学角度探讨气体在肺泡端的扩散打下基础。

(4) 本模拟采用计算机图形学的方法,运行速度快,存储空间少。而且采用 OpenGL 控制,可以方便

(下转第 386 页;Continued on Page 386)

- element analysis of a bone specimen under cyclic loading. *J Biomech*, 1999; 32: 135
- 5 Hou ZD, Gao RT. Electromechanical behaviour of bone. *Advances in Mechanics*, 1995; 25(1): 85[侯振德, 高瑞亭. 骨的力电性质. *力学进展*. 1995; 25(1): 85]
  - 6 Bowen RM. Incompressible porous media models by use of the theory of mixtures. *Int J Engng Sci*, 1980; 18: 1129
  - 7 Kubik J. A macroscopic description of geometrical pore structure of porous solids. *Int J Engng Sci* 1986; 24(6): 971
  - 8 Grodzinsky AJ. Electromechanical and physiochemical properties of connective tissue. *CRC Crit Rev Biomed Engng*, 1983; 9: 133
  - 9 Prevost JH. Wave propagation in fluid-saturated porous media; an efficient finite element procedure. *Soil Dynamic and Earth Engng*, 1985; 4: 183
  - 10 Guo YM, Zhang HM, Zhu J *et al*. Viscoelasticity analysis on cancellous bone of tibia. *Chinese Journal of Biomedical Engineering*, 2000; 19 (3): 272[郭玉明, 张宏民, 朱健等. 松质骨粘弹性性质的实验研究. *中国生物医学工程学报*, 2000, 19(3): 272]
  - 11 Salzstein RA. Electromechanical potentials in cortical bone-II, experimental analysis. *J Biomech*, 1987; 20: 261  
(收稿: 2002-10-08 修回: 2002-12-10)

(上接第380页; Continued from Page 380)

地对图形进行操作, 观察各个方向的形态。

### 参 考 文 献

- 1 Zhang JZ. *Fractal*. Beijing: Tsinghua University Press, 1995: 294 [张济忠. 分形. 北京: 清华大学出版社, 1995: 294]
- 2 Weibel ER. *Morphometrics of the lung*. *Handbk Physiol*, 1964; 285
- 3 Horsfield K, Cumming G. Morphology of the bronchial tree in man. *J Appl Physiol*, 1968; 24: 373-383
- 4 James EM. Fractal Character of Pulmonary Microvascular Permeability. *Annual of Biomedical Engineering*, 1990; 18: 123-133
- 5 Wang CY, Bassingthwaight JB, Weissman LJ. Bifurcating distributive system using Monte Carlo method. *Math Comput Modelling*, 1992; 16(3): 91-98
- 6 Duan ZG, Tan XP, Pei JM. Mathematical Description of Fractal Structure of Bronchial Tree. *Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)*, 2003; 35(4): 64[段佐刚, 谭小苹, 裴觉民. 肺气管树分形结构的数学描述. *四川大学学报(工程科学版)*, 2003; 35(4): 64]
- 7 Tawhai MH, Pullan AJ, Hunter PJ. Generation of an anatomically based three-dimensional model of the conducting Airways. *Ann Biomed Eng*, 2000; 28(7): 793-802
- 8 Qiu SH, Liu GL. *Anatomy physiology*. Shanghai: Shanghai Press of Science and Technology, 1989: 78-79[邱树华, 刘国隆. 解剖生理学. 上海: 上海科学技术出版社, 1989: 78-79]
- 9 Brad HT, William JL, Jeffrey RG. *et al*. Bronchial CT images. <http://www.vh.org/adult/provider/radiology/LungAnatomy/Text/BronchCTImages.html>
- 10 Haefeli BB, Weibel ER. Morphometry of the human pulmonary acinus. *Anat Rec*, 1998; 220: 401-414
- 11 Thurlbeck A, Horsfield K. Branching angles in the bronchial tree related to order of branching. *Respir Physiol*, 1980; 41: 173-181
- 12 Horsfield K, Cumming G. Angles of branching and diameters of branches in the human bronchial tree. *Bull Math Biophys*, 1967; 29: 245-259  
(收稿: 2003-06-16 修回: 2003-09-18)