

总目标函数：

$$\begin{aligned} \min_{B^v, Q^v, S^v, U} \sum_{v=1}^m \|X^v - B^v Q^v\|_F^2 + 2\alpha \sum_{v=1}^m \text{Tr}(Q^v L_{S^v} (Q^v)^\top) + \beta \sum_{v=1}^m \sum_{i=1}^n \|Q_i^v\|_1 \\ + \gamma \sum_{v=1}^m \sum_{i=1}^n \|S_i^v\|_2^2 + \sum_{v=1}^m w_v \|U - S^v\|_F^2 + 2\lambda \text{Tr}(F^\top L_u F) \end{aligned}$$

各个变量的维度：

$$X^v : d_v \times n$$

$$B^v : d_v \times k$$

$$Q^v : k \times n$$

$$S^v : n \times n$$

$$w : v \times 1$$

$$U : n \times n$$

$$F : n \times c$$

首先初始化 B^v, S^v, w^v, U, F

迭代过程：

1. 更新 Q^v : $\min_{Q^v} \sum_{v=1}^m \|X^v - B^v Q^v\|_F^2 + 2\alpha \sum_{v=1}^m \text{Tr}(Q^v L_{S^v} (Q^v)^\top) + \beta \sum_{v=1}^m \sum_{i=1}^n \|Q_i^v\|_1$
2. 更新 B^v : $\min_{B^v} \sum_{v=1}^m \|X^v - B^v Q^v\|_F^2$
3. 更新 S^v : $\min_{S^v} 2\alpha \sum_{v=1}^m \text{Tr}(Q^v L_{S^v} (Q^v)^\top) + \gamma \sum_{v=1}^m \sum_{i=1}^n \|S_i^v\|_2^2 + \sum_{v=1}^m w_v \|U - S^v\|_F^2$
4. 更新 w_v : $\min_{w_v} \sum_{v=1}^m w_v \|U - S^v\|_F^2$
5. 更新 U : $\min_U \sum_{v=1}^m w_v \|U - S^v\|_F^2 + 2\lambda \text{Tr}(F^\top L_u F)$

6. 更新 F : F 对应 L_u 的最小的 c 个特征值的特征向量

迭代完毕, U 就是聚类完毕的矩阵。