

# 2008\_ICDM\_Semi-supervised Multi-label Learning by Solving a Sylvester Equation:

关键词： 半监督， 多标签， Sylvester 等式

方法： 构建两个图，一是基于实例，一是基于标签

步骤：

1. 定义一个  $W$  矩阵表示对称权重矩阵，这个是可知的。
2. 定义一个实数函数  $f: V \rightarrow \mathbb{R}$  (把每个实例看成一个点， $V$  就是点的集合)
3. 通过最小化如下公式：

$$E(f) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n W_{ij} \|f_i - f_j\|^2$$

我们就可以得到  $f$ ，这样就可以使得没有标签的实例获得标签。

4. 但是不仅仅只通过基于实例的图，还要用到基于标签的图，因为标签和标签之间是有联系的，因此引出如下函数：

$$E'(g) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^k W'_{ij} \|g_i - g_j\|^2$$

5. 把两个函数都考虑进去，所以我们需要最小化如下函数：

$$\min \infty \sum_{i=1}^l \|f_i - y_i\|^2 + \mu E(f) + \nu E'(g)$$

6. 由于如下等式：

$$\begin{aligned} E(f) &= \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n W_{ij} \|f_i - f_j\|^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n W_{ij} (f_i^T f_i + f_j^T f_j - 2 f_i^T f_j) \\ &= \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^n d_i f_i^T f_i + \sum_{j=1}^n d_j f_j^T f_j - 2 \sum_{i,j=1}^n W_{ij} f_i^T f_j \right) \\ &= \text{trace}(F^T (D - W) F) \\ &= \text{trace}(F^T L F) \end{aligned}$$

因此我们只需要最小化如下函数：

$$\min \quad \mu \text{trace}(F^T L F) + \nu \text{trace}(F H F^T)$$

这个式子，通过拉格朗日乘子之类的，然后用 Sylvester 等式就可以解得  $F$ 。

# 2017\_IJCAI\_Self-weighted Multiview Clustering with Multiple Graphs

关键词： 自加权， 多视图

步骤：

1. 根据如下公式求  $SM$  矩阵,  $SM$  矩阵即相似矩阵, 我们要求得每个视图的相似矩阵:

$$\min_{s_i \mathbf{1}_n = 1, s_{ij} \geq 0, \text{rank}(L_S) = n - c} \|S - A\|_F^2,$$

2. 我们已经知道  $m$  个视图的相似矩阵  $A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(m)}$  了, 接下来我们要求得如下函数中的  $S$ , 然后把  $S$  带入 CLR 算法即可。

$$\min_{s_{ij} \geq 0, s_i \mathbf{1}_n = 1, \text{rank}(L_S) = n - c} \sum_{v=1}^m \|S - A^{(v)}\|_F.$$

通过拉格朗日函数的变换, 可以得到如下:

$$\min_{s_{ij} \geq 0, s_i \mathbf{1}_n = 1, \text{rank}(L_S) = n - c} \sum_{v=1}^m w^{(v)} \|S - A^{(v)}\|_F^2,$$

$$w^{(v)} = 1 / \left( 2 \|S - A^{(v)}\|_F \right).$$

且, 这就是自加权的過程。

journal.pcbi.1006931:

关键词： 多视图， 多标签

$$\begin{aligned} & \min_{SD, SM, F} \sum_{v=1}^m w_D^{(v)} \|SD - AD^{(v)}\|_F^2 + 2\alpha(F^T L_{SD} F) + \\ & \sum_{u=1}^n w_M^{(u)} \|SM - AM^{(u)}\|_F^2 + 2\beta(FL_{SM} F^T) + \|F - Y\|_F^2 \\ & s.t. SD_i \mathbf{1} = 1, 0 \leq SD_{ij} \leq 1, SM_i \mathbf{1} = 1, 0 \leq SM_{ij} \leq 1, F \in \mathbb{R}^{q \times p} \end{aligned}$$

我们的目的是得到  $\mathbf{SD}$ ,  $\mathbf{SM}$ (disease 和 miRNA 两个视图的最优相似矩阵)以及  $\mathbf{F}$ (预测标签的矩阵)。  
上图公式的左半边部分就是求解  $\mathbf{SD}$  和  $\mathbf{SM}$ ，应用的就是上文中的多视图问题。 上图公式右半部分就是上文中的多标签问题。