

总目标函数:

$$\min_{B^v, Q^v, S^v, U} \sum_{v=1}^m \|X^v - B^v Q^v\|_F^2 + 2\alpha \sum_{v=1}^m \text{Tr}(Q^v L_{S^v} (Q^v)^\top) + \beta \sum_{v=1}^m \sum_{i=1}^n \|Q_i^v\|_1 \\ + \gamma \sum_{v=1}^m \sum_{i=1}^n \|S_i^v\|_2^2 + \sum_{v=1}^m w_v \|U - S^v\|_F^2 + 2\lambda \text{Tr}(F^\top L_u F)$$

各个变量的维度:

$$X^v : d_v \times n$$

$$B^v : d_v \times k$$

$$Q^v : k \times n$$

$$S^v : n \times n$$

$$w : v \times 1$$

$$U : n \times n$$

$$F : n \times c$$

首先初始化

$B^v, S^v, w^v, U, F$  迭代过程:

$$1. \text{ 更新 } Q^v : \min_{Q^v} \sum_{v=1}^m \|X^v - B^v Q^v\|_F^2 + 2\alpha \sum_{v=1}^m \text{Tr}(Q^v L_{S^v} (Q^v)^\top) + \beta \sum_{v=1}^m \sum_{i=1}^n \|Q_i^v\|_1$$

$$2. \text{ 更新 } B^v : \min_{B^v} \sum_{v=1}^m \|X^v - B^v Q^v\|_F^2 \\ \forall v \forall i, \|b_i^v\|^2 \leq c$$

$$3. \text{ 更新 } S^v : \min_{S^v} 2\alpha \sum_{v=1}^m \text{Tr}(Q^v L_{S^v} (Q^v)^\top) + \gamma \sum_{v=1}^m \sum_{i=1}^n \|S_i^v\|_2^2 + \sum_{v=1}^m w_v \|U - S^v\|_F^2 \\ \forall v, s_{ii}^v = 0, s_{ii}^v \geq 0, \mathbf{1}^\top s_i^v = 1$$

$$4. \text{ 更新 } w_v : \min_{w_v} \sum_{v=1}^m w_v \|U - S^v\|_F^2$$

$$\min_U \sum_{v=1}^m w_v \|U - S^v\|_F^2 + 2\lambda \text{Tr}(F^\top L_u F)$$

5. 更新  $U$ :  $\mathbf{1}^\top u_i = 1$

$$\min_F 2\lambda \text{Tr}(F^\top L_u F)$$

6. 更新  $F$ :  $F^\top F = I, F \in R^{n \times c}$

