请在平面平行层构型的恒星大气结构假设下证明下式

$$\oint \frac{\mu(1-\mu^2)}{cr}\frac{\partial I_\nu(r,\mu)}{\partial \mu}d\omega = \frac{1}{r}[3P_R(\nu) - u_\nu]$$

（提示：平面平行构型情况下，$I_\nu(r,\mu)$与φ无关。请注意，这里假设的是平面平行构型的辐射场，不是各向同性辐射场，不能使用各向同性辐射场的那些特殊性质。在各向同性情况下这题不证自明，因此不是本题的初衷。）

在平行平面层中的辐射场中，

$$\oint I_\nu(r,\mu)d\omega = \int\int I_\nu(r,\mu)sin\theta d\theta d\varphi = 2\pi\int_{-1}^{1} I_\nu(r,\mu)d\mu$$

$$\oint \frac{\mu(1-\mu^2)}{cr}\frac{\partial I_\nu(r,\mu)}{\partial \mu}d\omega = 2\pi\int_{-1}^{1}\frac{\mu(1-\mu^2)}{cr}\frac{\partial I_\nu(r,\mu)}{\partial \mu}d\mu = \frac{1}{r}\frac{2\pi}{c}(\int_{-1}^{1}\frac{\partial I_\nu(r,\mu)}{\partial \mu}\mu d\mu - \int_{-1}^{1}\frac{\partial I_\nu(r,\mu)}{\partial \mu}\mu^3 d\mu)$$

其中，$\int_{-1}^{1}\frac{\partial I_\nu(r,\mu)}{\partial \mu}\mu d\mu = [\mu I_\nu(r,\mu)]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} I_\nu(r,\mu)d\mu$

$$\int_{-1}^{1}\frac{\partial I_\nu(r,\mu)}{\partial \mu}\mu^3 d\mu = [\mu^3 I_\nu(r,\mu)]_{-1}^{1} - 3\int_{-1}^{1} I_\nu(r,\mu)\mu^2 d\mu$$

且$\mu = \pm 1$时，$\mu I_\nu(r,\mu) = \mu^3 I_\nu(r,\mu)$

$$\oint \frac{\mu(1-\mu^2)}{cr}\frac{\partial I_\nu(r,\mu)}{\partial \mu}d\omega = \frac{1}{r}\frac{2\pi}{c}(-\int_{-1}^{1} I_\nu(r,\mu)d\mu + 3\int_{-1}^{1} I_\nu(r,\mu)\mu^2 d\mu)$$

又$u_\nu = \frac{1}{c}\oint I_\nu d\omega = \frac{2\pi}{c}\int_{-1}^{1} I_\nu(z,\mu)d\mu$，$P_\nu = \oint \frac{I_\nu}{c}\cos^2\theta d\omega = \frac{2\pi}{c}\int_{-1}^{1} I_\nu \mu^2 d\mu$

代入得：$\oint \frac{\mu(1-\mu^2)}{cr}\frac{\partial I_\nu(r,\mu)}{\partial \mu}d\omega = \frac{1}{r}[3P_R(\nu) - u_\nu]$