응용계량경제학 12주차 과제 201547130 윤요섭

1. 이분산의 의미를 설명하고, 이분산이 존재할 가능성이 있는 자료의 예를 설명하시오.

모든 관찰값에 대해 동일한 분산을 갖는 확률밀도함수를 구한 경우 이를 동분산이라고 하지만, 그렇지 않은 경우 이를 이분산이라고 한다. 이분산의 예시로는 소득과 소비에 대한 분석을 진행한다고 할 때, 지역마다 다른 물가, 소득, 수요의 소득탄력성의 차이로 인해 모든 지역이 소득 대비 수요에 대해 동일한 잔차의 분산을 갖지 않은 경우가 해당된다. 이분산 존재시 최소제곱추정량 b_2를 β_2의 최우수선형불편추정량(BLUE)이라고 할 수 없다. 따라서, 최소제곱추정법으로 계수를 산출하고, 분산과 표준오차를 추정해서 신뢰구간을 추정하거나 가설검정을 실시한다면 답은 오류를 범하게 된다. 앞서 예시로 든 소득과 소비의 관계에 대해 조사하고자 할 때, 이분산일 경우, 각 소비자들이 다른 분산을 가질 수 있기 때문에, $var(b_2)=\dfrac{\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$ 을 통해 최소제곱추정량의 분산을 구해야 한다. [1]

소득과 소비에 있어서 지역의 차이가 영향을 미칠 경우, 지역이라는 모의변수를 통해 다중회귀모형을 만들 수 있다. 이 때, 각 지역의 거주자들 간의 잔차의 분산이 다를 경우, 대도시지역과 농촌지역으로 나누어서 회귀식과 잔차를 추정할 수 있다.

$M=$ 대도시지역인 경우 $CONSUM_{M,i}=\ b_{M1}+b_{M2}EARN_{Mi}+b_{M3}METRO_{Mi}+\widehat{e_{M,i}}$

$R=$ 농촌지역인 경우 $CONSUM_{R,i}=\ b_{R1}+b_{R2}EARN_{Ri}+b_{R3}METRO_{Ri}+\widehat{e_{R,i}}$

이분산이 존재할 경우 대도시지역은 양변에 $\dfrac{1}{\widehat{\sigma_M}}$를 곱하고, 농촌지역의 경우에는 $\dfrac{1}{\widehat{\sigma_R}}$곱한 뒤에, 치환을 통해서 동분산 조건을 만족하게 하여 최소제곱추정량 산출 방법을 이용할 수 있다.

2. 브레쉬-페이건 검정에 대해 예를 들어 설명을 하시오.

특정 모형 및 자료에 대해 이분산이 문제가 되는지를 알기 위하여 통계적 검정을 통한 방법이 있다. 브레쉬 페이건 검정은 $X^2=N\times R^2\sim X^2_{(k-2)}$의 형태로 수정된 초기 검정형태를 라그레인지 승수원칙을 이용하여 도출한 것이다. 앞서 1번 문제에서 예시로 든 소득과 소비의 관계에 대해 분석을 할 때, 브레쉬-페이건 검정을 통해 이분산이 문제가 되는지 확인을 하여 이분산이 존재하지 않으며 분산이 일정할 경우 $X^2=N\times R^2\sim X^2_{(k-2)}$로 나타낼 수 있다.

앞서 1번 문제의 예시인 소득과 소비의 관계에 대해 여러 가지 모의 변수를 추가하고, 이에 대해 브레쉬- 페이건 검정을 한다면, $y_i=\ b_0+b_1x_1+b_2x_2+...b_{k-1}x_{k-1}+e$에 대해

$\widehat{e_i^2}=\delta_1\ +\delta_2x_{i1}+\ \delta_3x_{i2}+\ \delta_4x_{i3}+......+\ \delta_kx_{ik-1}+error$에서

$h(\delta_1\ +\delta_2x_{i1}+\ \delta_3x_{i2}+\ \delta_4x_{i3}+......+\ \delta_kx_{ik-1})=\delta_1\ +\delta_2x_{i1}+\ \delta_3x_{i2}+\ \delta_4x_{i3}+......+\ \delta_kx_{ik-1}$

대해 귀무가설을 $H_0:\delta_1\ +\delta_2x_{i1}+\ \delta_3x_{i2}+\ \delta_4x_{i3}+......+\ \delta_kx_{ik-1}=0$으로, 대립가설을 $H_1:H_0$에서 모든 δ_{k-1}가 0이 아니다라고 설정하고 검정 통계량을 구한다. 이 때, 귀무가설의 참인 경우 R^2을 곱한 표본 크기는 자유도가 $k-2$인 카이-제곱분포를 갖는다. 즉, 브레쉬 페

1) 이분산의 여부는 귀무가설을 $H_0:\delta_2=\delta_3=\ \delta_4=..=\ \delta_k=0$ 설정하여 기각여부로 판단 할 수 있다.

이건 검정은 $X^2 = N \times R^2 \sim X^2_{(k-2)}$의 형태로 수정된 초기 검정형태를 라그레인지 승수원칙을 이용하여 도출한 것이다. 앞서 1번 문제에서 예시로 든 소득과 소비의 관계에 대해 분석을 할 때, 브레쉬-페이건 검정을 통해 이분산이 문제가 되는지 확인을 하여 이분산이 존재하지 않으며 분산이 일정할 경우 $X^2 = N \times R^2 \sim X^2_{(k-2)}$로 나타낼 수 있다.