

1. 자기회귀 시차분포모형에 대해 설명하시오.

y_t 를 시간이 흐름에 따라 관찰할 수 있는 경제변수라고 하자. 1차 자기회귀 모형은 안정적인 자료와 불안정한 자료의 차이를 설명하는데 유용한 일변량 시계열 모형이다.

$$\text{식(15-1)} \quad y_t = \rho y_{t-1} + v_t, |\rho| < 1$$

오차 v_t 는 독립적이며 평균은 0이고, 분산은 일정한 σ_v^2 이며, 정규분포를 한다. $|\rho| < 1$ 이라는 가정은 y_t 가 안정적이라는 의미이다.

시계열 자료가 0을 중심으로 시계열의 평균이 일정할 때, y_t 의 평균은 다음과 같다.

$$\text{식(15-2)} \quad E(y_t) = E(v_t + \rho v_{t-1} + \rho^2 v_{t-2} + \dots) = 0$$

y_t 를 $(y_t - \mu)$ 로 대체함으로써 0이 아닌 평균 μ 를 포함시킬 수 있다.

$$\text{식(15-3)} \quad (y_t - \mu) = \rho(y_{t-1} - \mu) + v_t$$

이를 정리하면 다음과 같다.

$$\text{식(15-4)} \quad y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + v_t, |\rho| < 1$$

여기서 $\alpha = \mu(1 - \rho)$ 이다. 변수 y_t 는 자신의 평균값 $\mu = \alpha/(1 - \rho)$ 을 중심으로 안정적이다.

식(15-1)을 1차 자기회귀 모형이 선형관계의 추세 $(\mu + \delta t)$ 를 중심으로 변동하는 경우, 추세가 제거된 시계열 자료 $(y_t - \mu - \delta t)$ 를 자기회귀 모형처럼 나타낼 수 있다.

$$\text{식(15-5)} \quad (y_t - \mu - \delta t) = \rho(y_{t-1} - \mu - \delta(t-1)) + v_t, |\rho| < 1$$

이를 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\text{식(15-6)} \quad y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \lambda t + v_t$$

여기서, $\alpha = (\mu(1 - \rho) + \rho\delta)$, $\lambda = \delta(1 - \rho)$ 이다. 식(15-6)처럼 추세가 제거된 시계열 $(y_t - \mu - \delta t)$ 은 관찰된 값을 분리하는 기간에만 의존하지 관찰된 시기에는 의존하지 않는다. y_t 가 불안정하다는 의미이다.

추세 안정적인 경우 상수항, 추세항, 안정적인 오차항을 포함하는 모형이 있다고 하자.

$$\text{식(15-7)} \quad y_t = \alpha + \delta y + v_t$$

변수 y 및 x 가 2개의 추세 안정적 변수일 경우 가능한 자기회귀 시차분포 모형은 다음과 같다.

$$\text{식(15-8)} \quad y_t^* = \theta y_{t-1}^* + \beta_0 x_t^* + \beta_1 x_{t-1}^* + e_t$$

여기서, $y_t^* = y_t - \alpha_1 - \delta_1 t$ 및 $x_t^* = x_t - \alpha_2 - \delta_2 t$ 는 추세가 제거된 자료이다.

2. 패널자료모형은 횡단면자료 또는 시계열자료를 이용한 회귀모형과 어떤 차이가 있는가를 설명하시오.

패널자료는 시간의 흐름에 따라 관찰하게 되는 일단의 횡단면 구성단위들로 구성된다. 횡단면 자료와 시계열 자료를 통합하여 모형을 설정하는 데는 여러 가지 문제가 발생한다. 패널자료의 예시로 t 기에 n 번째 기업의 총기업투자인 INV 의 경제모형의 선형회귀 모형을 보면 다음과 같다.

$$\text{식(15-9)} \quad y_{nt} = \beta_{1nt} + \beta_{2nt}x_{2nt} + \beta_{3nt}x_{3nt} + e_{nt}$$

모수 및 오차에 대해 설정한 가정에 따라 특징 지어진 세 가지 종류의 모형으로는 외형상 무관해보이는 회귀모형, 고정효과 모형, 확률효과 모형이 있다.

만약 세상에 2개 기업만 존재한다고 가정하면 식(15-7)에서 도입한 완벽하게 유연한 가정의 정반대 경우가 되고 두 기업에 대한 투자 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{식(15-10)} \quad INV_{\text{기업1},t} &= \beta_1 + \beta_2 V_{\text{기업1},t} + \beta_3 K_{\text{기업1},t} + e_{\text{기업1},t} \\ INV_{\text{기업2},t} &= \beta_1 + \beta_2 V_{\text{기업2},t} + \beta_3 K_{\text{기업2},t} + e_{\text{기업2},t} \end{aligned}$$

이를 하나의 통합된 회귀로 취급하면 이 모형을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{식(15-11)} \quad y_{nt} = \beta_1 + \beta_2 x_{2nt} + \beta_3 x_{3nt} + e_{nt}$$

식(15-10), 식(15-11) 보다 더 유연한 모형을 설정할 경우 모수는 각 방정식에 대해 상이하지만 시간에 대해서는 고정되어 있다고 가정해야 한다. 이렇게 되면 모형을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{식(15-12)} \quad INV_{\text{기업1},t} &= \beta_{1,\text{기업1}} + \beta_{2,\text{기업1}} V_{\text{기업1},t} + \beta_{3,\text{기업1}} K_{\text{기업1},t} + e_{\text{기업1},t} \\ INV_{\text{기업2},t} &= \beta_{1,\text{기업2}} + \beta_{2,\text{기업2}} V_{\text{기업2},t} + \beta_{3,\text{기업2}} K_{\text{기업2},t} + e_{\text{기업2},t} \end{aligned}$$

이를 보다 일반적인 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\text{식(15-13)} \quad y_{nt} = \beta_{1n} + \beta_{2n}x_{2nt} + \beta_{3n}x_{3nt} + e_{nt}$$

이를 통해 패널자료모형은 횡단면자료 또는 시계열자료를 이용한 회귀모형과 차이를 비교하면 다음과 같다. 일반적으로 패널자료를 가지고 분석할 경우 각 방정식에 대해 상이하지만 시간에 대해서는 고정되어 있다고 가정한다는 면에서 횡단면 자료 또는 시계열 자료와 차이가 있으며, 따라서 패널자료를 가지고 분석할 경우 아랫첨자가 중요한 의미를 갖는다. 즉, 아랫첨자 n 을 모수값에 추가하게 되면 모수는 횡단면 자료 구성단위 사이에는 변화가 있지만 시간이 흐름에 따라서는 변하지 않는다는 의미이다. 또한, 오차에 있어서도 패널자료는 시간이 흐름에 따라 상관되지 않아서 자기상관이 존재하지 않는다.