

**Ayudantía N°4**  
**Optimización I, 525351 (2025-1)**

1. Considere el siguiente problema lineal:

$$\min_{\mathbf{x} \in K} \mathbf{c}^T \mathbf{x}$$

donde  $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{A} \mathbf{x} \geq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}$ . Demostrar que el conjunto solución es convexo y cerrado.

2. Considere el problema de minimización:

$$\begin{array}{llllll} \text{mín} & c_1 x_1 & + & c_2 x_2 & & \\ \text{s.a.} & 3x_1 & - & x_2 & \geq & 0 \\ & x_1 & - & 2x_2 & \geq & -2 \\ & x_1 & + & x_2 & \leq & 3 \\ & 2x_1 & - & 6x_2 & \leq & 3 \\ & x_1 & \geq & 0, & x_2 & \geq 0. \end{array} \quad (1)$$

Denotemos por  $K$  a la región factible. La gráfica de esta región la pueden ver en la Figura 1.

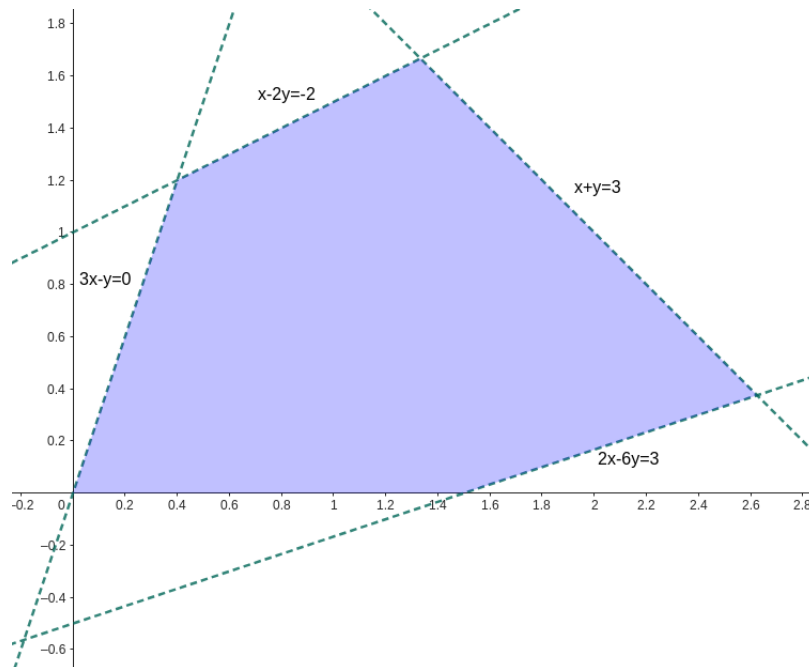


Figura 1: Dibujo del conjunto  $K$ .

Determine los valores del vector  $(c_1, c_2) \in \mathbb{R}^2$  para que:

- a) El problema (1) tenga una única solución.
- b) El problema (1) tenga un conjunto solución acotado.
3. Considere el problema de minimización:

$$\begin{array}{llllll}
 \text{mín} & c_1x_1 & + & c_2x_2 & & \\
 \text{s.a.} & 3x_1 & - & x_2 & \geq & 0 \\
 & x_1 & - & 2x_2 & \geq & -2 \\
 & 2x_1 & - & 6x_2 & \leq & 3 \\
 & x_1 & \geq & 0, & x_2 & \geq 0.
 \end{array} \tag{2}$$

Denotemos por  $K$  a la región factible. La gráfica de esta región la pueden ver en la Figura 2.

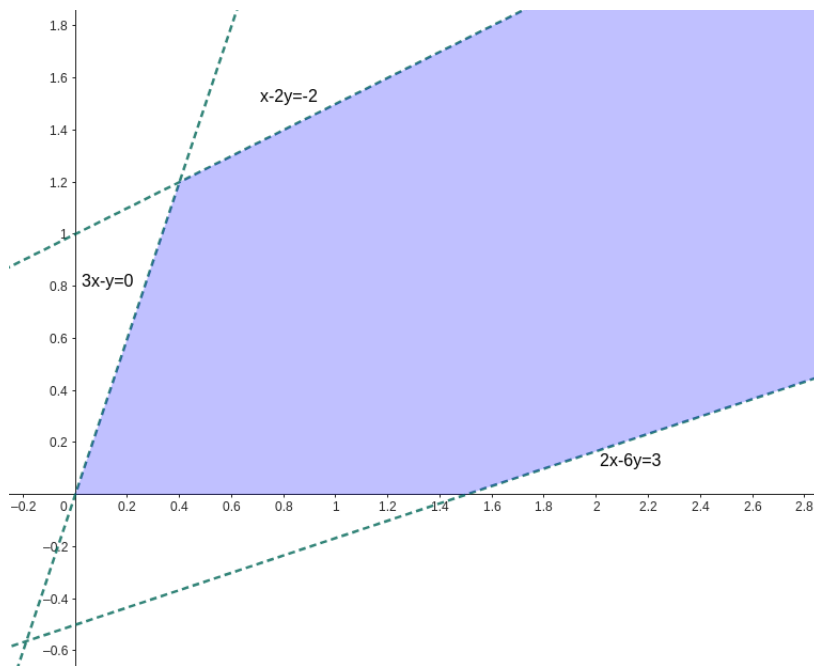


Figura 2: Dibujo del conjunto  $K$ .

Determine los valores del vector  $(c_1, c_2) \in \mathbb{R}^2$  para que:

- a) El problema (2) tenga un conjunto solución no acotado.
- b) El problema (2) tenga un conjunto solución vacío.
4. Considere el siguiente problema:

$$\begin{array}{llllll}
 \text{máx} & 3x_1 & + & x_2 & & \\
 \text{s.a.} & -x_1 & + & 2x_2 & \leq & 0 \\
 & & & x_2 & \leq & 4
 \end{array} \tag{3}$$

- a) Dibuje la región factible de (3).
- b) Verifique que el problema de optimización (3) no tiene solución

5. Considere el problema de minimización:

$$\begin{array}{llllll} \text{máx} & 2x_1 & + & 3x_2 & & \\ \text{s.a.} & x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\ & 4x_1 & + & 6x_2 & \leq & 9 \\ & x_1 & \geq & 0, & x_2 & \geq 0. \end{array} \quad (4)$$

- a) Dibuje la región factible  $K$  de (4).
- b) Encuentre dos soluciones distintas de (4) que estén en las esquinas de  $K$ .
- c) Encuentre infinitas soluciones del problema de optimización (4).