

Ayudantía N°4
Optimización I, 525351 (2025-1)

1. Considere el siguiente problema lineal:

$$\min_{\mathbf{x} \in K} \mathbf{c}^T \mathbf{x}$$

donde $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{A}\mathbf{x} \geq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}$. Demostrar que el conjunto solución es convexo y cerrado.

2. Considere el problema de minimización:

$$\begin{array}{llll}
\min & c_1x_1 & + & c_2x_2 \\
\text{s.a.} & 3x_1 & - & x_2 \geq 0 \\
& x_1 & - & 2x_2 \geq -2 \\
& x_1 & + & x_2 \leq 3 \\
& 2x_1 & - & 6x_2 \leq 3 \\
& x_1 & \geq 0, & x_2 \geq 0.
\end{array} \tag{1}$$

Denotemos por K a la región factible. La gráfica de esta región la pueden ver en la Figura 1.

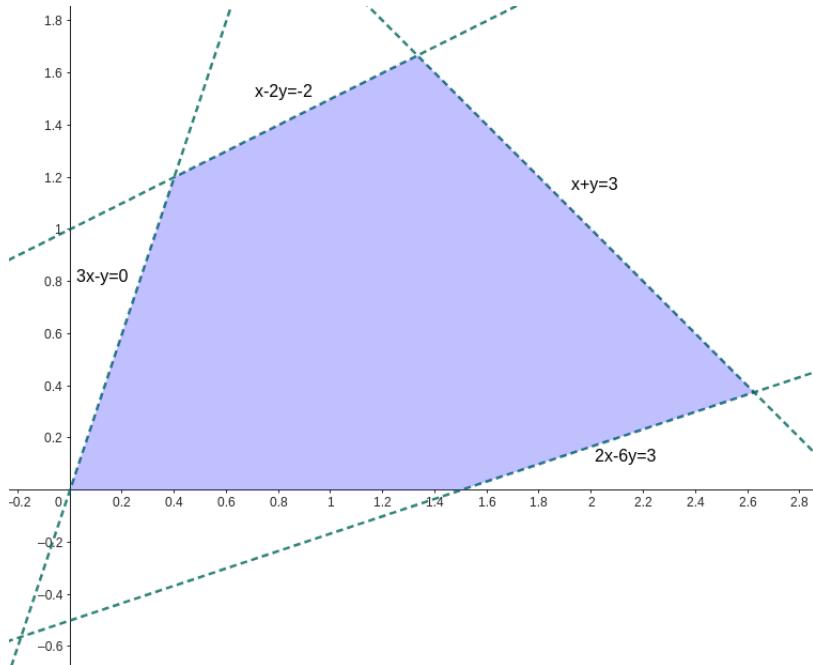


Figura 1: Dibujo del conjunto K .

Determine los valores del vector $(c_1, c_2) \in \mathbb{R}^2$ para que:

- a) El problema (1) tenga una única solución.
- b) El problema (1) tenga un conjunto solución acotado.

3. Considere el problema de minimización:

$$\begin{aligned}
 & \min \quad c_1 x_1 + c_2 x_2 \\
 \text{s.a.} \quad & 3x_1 - x_2 \geq 0 \\
 & x_1 - 2x_2 \geq -2 \\
 & 2x_1 - 6x_2 \leq 3 \\
 & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Denotemos por K a la región factible. La gráfica de esta región la pueden ver en la Figura 2.

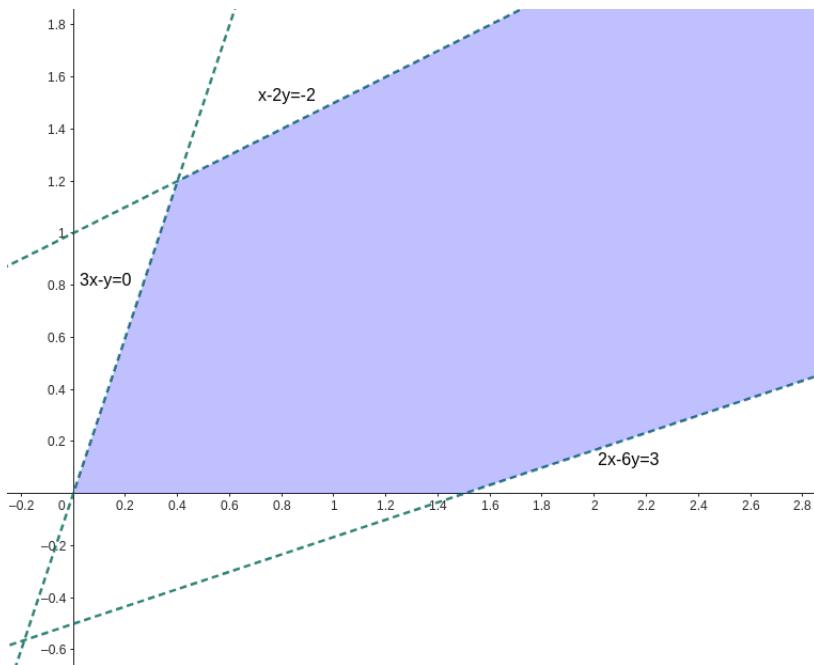


Figura 2: Dibujo del conjunto K .

Determine los valores del vector $(c_1, c_2) \in \mathbb{R}^2$ para que:

- a) El problema (2) tenga un conjunto solución no acotado.
- b) El problema (2) tenga un conjunto solución vacío.

4. Considere el siguiente problema:

$$\begin{aligned}
 & \max \quad 3x_1 + x_2 \\
 \text{s.a.} \quad & -x_1 + 2x_2 \leq 0 \\
 & x_2 \leq 4
 \end{aligned} \tag{3}$$

- a) Dibuje la región factible de (3).
- b) Verifique que el problema de optimización (3) no tiene solución

5. Considere el problema de minimización:

$$\begin{array}{llll} \text{máx} & 2x_1 & + & 3x_2 \\ \text{s.a.} & x_1 & + & x_2 \leq 2 \\ & 4x_1 & + & 6x_2 \leq 9 \\ & x_1 \geq 0, & x_2 \geq 0. \end{array} \quad (4)$$

- a) Dibuje la región factible K de (4).
- b) Encuentre dos soluciones distintas de (4) que estén en las esquinas de K .
- c) Encuentre infinitas soluciones del problema de optimización (4).