UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Ayudantía N°1
Optimización I, 525351 (2025-1)

Modele como un problema de optimización lineal los siguientes problemas.

1. **Flujo de Información.** Considere la siguiente red de la Figura 1, que transmite datos del nodo O al D.

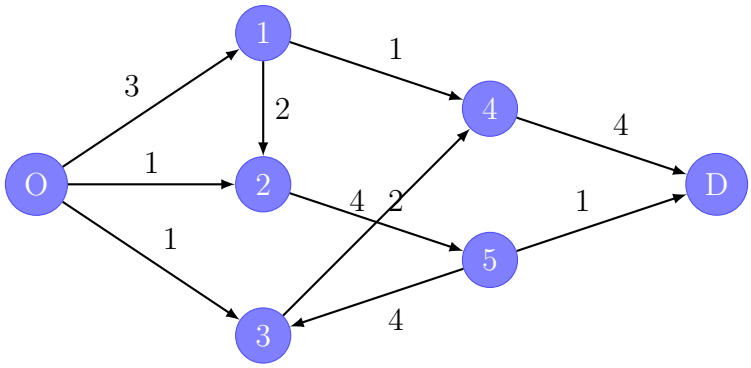

Figura 1: Red de información.

Los arcos de la red de la Figura 1 corresponden al flujo máximo de información que pueden transmitir de un nodo al otro. Si existe un arco de i a j, la información que se transmite de i a j toma un valor positivo, y la información que se transmite de j a i toma un valor negativo, pero el valor absoluto del flujo debe ser menor o igual al flujo máximo. Además, el flujo de entra a un nodo, debe ser igual al flujo que sale del mismo.

El objetivo es maximizar el flujo que sale del nodo O.

2. **Planificación de la producción multi-periodo.** Los datos de consumo de helado previstos durante el año se encuentra en la Figura 2.

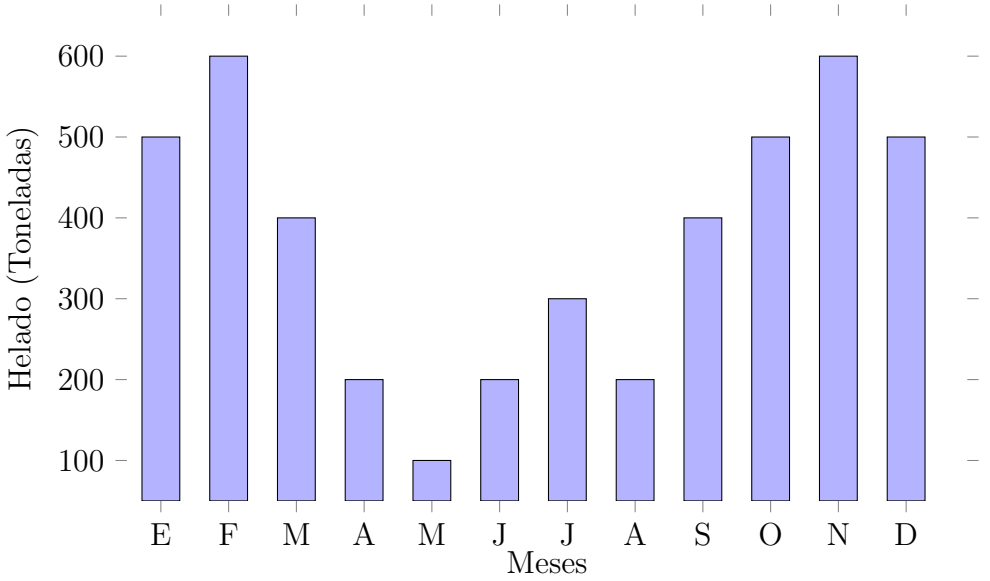

Figura 2: Producción de helado durante el año.

Tome en consideración los siguiente:

- La diferencia de producción de helado de un mes a otro ocasiona un costo (calibración/ajuste) que es 50 millones/tonelada.
- El costo de almacenamiento de una tonelada de helado de un mes al siguiente es de 20 millones.

La empresa busca encontrar el mejor programa de producción (i.e. minimizar el costo) para el año.

3. **Asignación de tareas.** Un gerente de producción está planificando la programación de tres productos en cuatro máquinas. Cada producto se puede fabricar en cada una de las máquinas. Los costos unitarios de producción (en dólares) se resumen en la Tabla 1.

Producto	Maquina 1	Maquina 2	Maquina 3	Maquina 4
1	4	4	5	7
2	6	7	5	6
3	12	10	8	11

Cuadro 1: Costos unitarios de producción en dolares de cada uno de los productos.

En la Tabla 2 se resume el tiempo (en horas) necesario para producir una unidad de cada producto en cada una de las máquinas.

Producto	Maquina 1	Maquina 2	Maquina 3	Maquina 4
1	0.3	0.25	0.2	0.2
2	0.2	0.3	0.2	0.25
3	0.8	0.6	0.6	0.5

Cuadro 2: Tiempo en horas necesarios para producir un producto.

Suponga que se requieren 3000, 6000 y 4000 unidades de los productos y que las horas-máquina disponibles son 1500, 1200, 1500 y 2000, respectivamente. El objetivo es minimizar el costo de produccion de los tres productos.

Formule el problema de programación como un programa lineal.

4. **Problema de transporte.** La empresa cafetera brasileña procesa los granos de café para convertirlos en café en polvo en m plantas. Luego, el café se envía cada semana a n almacenes en las principales ciudades para su venta minorista, distribución y exportación.

   Supongamos que el costo unitario de envío desde la planta i al almacén j es c_{ij}. Además, supongamos que la capacidad de producción en la planta i es a_i y que la demanda en el almacén j es b_j. Se desea encontrar el patrón de producción-envío x_{ij} desde la planta i al almacén j, con $i = 1, \ldots, m$ y $j = 1, \ldots, n$, que minimice el costo total de envío.

   Esta clase de problemas se pueden mostrar a través de la red de la Figura 3.

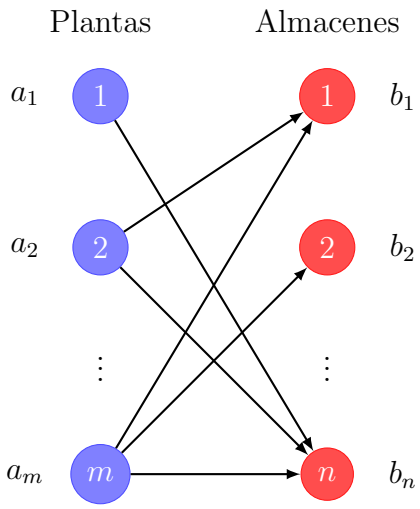

Figura 3: Representación del problema de transporte.

Por simplicidad puede asumir que cualquier planta i ouede enviar el producto a cada uno de los almacenes j.

5. **Problema de mezcla.** Un nutricionista esta planificando una dieta. Se toma en consideración cuatro nutrientes $n_1,\ n_2,\ n_3,\ n_4$ que forman parte de cinco alimentos $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5$. En la Tabla 3 aparecen la cantidad aconsejada de cada nutriente, el contenido de nutriente que tiene cada alimento, y el coste unitario de cada alimento.

Nutrientes	Cantidad aconsejada	Contenido de nutrientes				
		a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
n_1	74.2	78.6	70.1	80.1	67.2	77.0
n_2	14.7	6.5	9.4	8.8	13.7	30.4
n_3	0.14	0.02	0.09	0.03	0.14	0.41
n_4	0.55	0.27	0.34	0.3	1.29	0.89
Coste de los alimentos		1	0.5	2	1.2	3

Cuadro 3: Tabla de datos para la planificación de una dieta.

Debemos calcular la cantidad de cada alimento que debemos comprar para garantizar la cantidad aconsejada de cada nutriente y con coste total mínimo.

6. **Problema de la mochila versión continua.** Existe un explorador el cual, considerando sólo el peso de los objetos a elegir (asumiremos que no se considera el volumen), el problema consiste en determinar la cantidad de n objetos o productos que se deben transportar dentro de una "mochila", con el objetivo de obtener la mayor ganancia posible. La ganancia por llevar un kilogramo del producto i es c_i $(i = 1, \ldots, n)$ miles de pesos. Se sabe que una unidad del producto i pesa a_i kgs y lo más que puede transportar la mochila es b kgs. Se asume que cada producto puede dividirse tanto como se deseé.

7. **Problema de inversión.** Pedro tiene \$2200 que los desea invertir en los próximos 5 años. Al inicio de cada año él puede invertir un deposito de 1 o 2 años. El banco le paga el 8 % de interés por los de 1 año y 17 % por los de 2 años. Ademas el banco mundial ofrece certificados por 3 años al inicio del segundo año. Estos certificados tienen un retorno del 27 %. Si Pedro invierte su dinero disponible cada año, formule el problema como un programa lineal que le muestre a Pedro como maximizar su ganancia al final del quinto año.