

**EVALUACION 1**  
OPTIMIZACION I (525351)

**Problema 1.** (0.2 + 0.7 + 0.5 pt.) Sea  $K \subseteq \mathbb{R}^n$  no vacío y convexo.

- Dé la definición de punto extremo (o extremal) de  $K$ .
- Demostrar que  $\bar{x} \in K$  es punto extremo de  $K$  sí, sólo si  $K \setminus \{\bar{x}\}$  es convexo.
- Sea  $C = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b\}$  con  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  y  $b \in \mathbb{R}^m$ . Expresar matemáticamente cuando  $C$  no contiene rectas a través del rango de la matriz  $A$ . No escatime en dar explicaciones.

**Problema 2.** (2.0 pts.)

Un industrial quiere fabricar una aleación cuya composición es 30% de cobre, 30% de zinc y 40% de fierro. El encuentra disponible en el mercado nuevas clases de aleación cuyas composiciones y precios están dados en la tabla siguiente:

Aleación	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cu	10	10	40	60	30	30	30	50	20
Zinc	10	30	50	30	30	40	20	40	30
Fierro	80	60	10	10	40	30	50	10	50
Costo	4	5	6	6	8	8	7	6	7

Conociendo que el costo en la operación de mezcla (aleación) es cero, el industrial se pregunta cuáles son las aleaciones que debe comprar, y en qué cantidades para minimizar el costo de producción.

Formular el problema como uno de OL.

**Problema 3.** (0.8 pt.) Dado  $K \subseteq \mathbb{R}^n$  un conjunto convexo y cerrado, definir el cono de recesión  $K^\infty$  y enumerar algunas de sus propiedades. Demostrar que si  $0 \in K$ , entonces  $K^\infty \subseteq K$ . De un contraejemplo que muestre que sin la condición  $0 \in K$ , el resultado puede ser falso.

**Problema 4. (1.5 pts.)** Resuelva el problema siguiente mediante: (1) el método geométrico; (2) reformulando en términos de combinaciones convexas de los puntos extremos de la región factible.

$$\begin{aligned} & \max(x_1 + 3x_2) \\ & -x_1 + x_2 \leq 4 \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ & x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_i \geq 0, \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

¿Qué puede decir acerca de los métodos? Según su opinión: ¿Cuál es más fácil; más intuitivo? Qué pasa en dimensiones mayores.

**Problema 5. (0.3 pt.)** ¿Qué parte de la materia, hasta ahora, le sorprendió positivamente, algo que le impresionó? Sustentarlo!

Tiempo: **110 minutos**  
FFB.

19 de Abril, 2024