

基于扩展卡尔曼滤波的 IMU 姿态估计算法

金字强 1112003021

摘要 惯性测量单元 IMU 被广泛应用于需要进行运动控制和位姿估计的系统，如机器人、无人车等。针对 9 自由度 IMU 的姿态估计问题，本文基于序贯算法的思想，使用了两阶段的扩展卡尔曼滤波来估计较精确的姿态数据。其中，第一阶段对陀螺仪和加速度计数据进行建模，获得 xy 平面的旋转估计，第二阶段在此基础上融合了磁力计数据，获得三维旋转估计。基于 LPMS-B2 IMU，本文设计了高速运动和低速运动下的跟踪实验，并与单次 EKF 算法进行了对比，验证了该算法的有效性。

关键词 惯性测量单元；扩展卡尔曼滤波；位姿估计

引言

惯性测量单元（Inertial measurement unit, IMU）是测量物体三轴姿态角（或角速度）以及加速度的装置。一般的，IMU（9-DOF）由陀螺仪、加速度计和磁力计组成，因其动态性能好、实时性高、且方便携带等优势，在实际姿态测量系统中应用广泛[1]。

但是，低成本的 IMU 在实际测量中存在诸多有害噪声，而高精度的 IMU 造价昂贵，因此，如何提高内部融合算法的精度，是获得低成本、高精度 IMU 的关键。针对该问题，已有较多的文献积累，最基本的方法有互补滤波器，卡尔曼滤波器和 Mahony 滤波器[2-6]，本文使用 LPMS-B2 IMU 传感器，基于文献[3]和[4]的方法，设计了两阶段的扩展卡尔曼滤波 EKF 对 IMU 中的三个传感器数据进行融合，并输出估计的姿态，具体框图如图 1 所示。

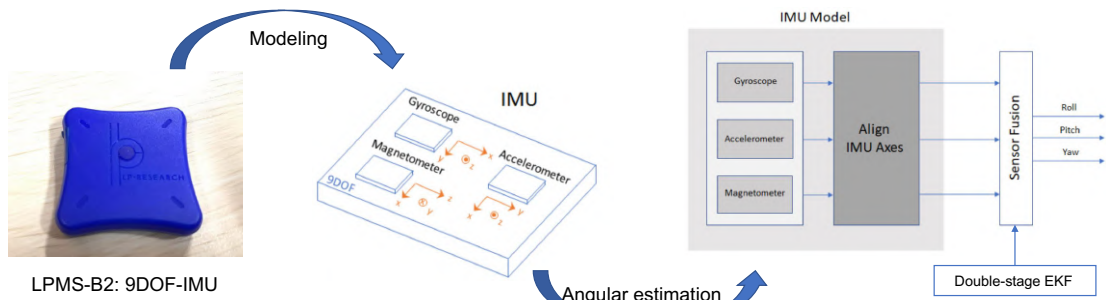


图 1 整体框架图

1 系统模型与算法设计

本文中的 IMU 模型输入有陀螺仪、加速度计和磁力计数据，首先基于陀螺仪的角速度数据和加速度计读取的线性加速度数据，进行第一阶段 EKF 融合，得到 xy 平面的旋角度估计，然后，使用磁力计数据与该位姿估计进行第二阶段的 EKF 融合，得到后验位姿估计，输出该时刻的 IMU 估计位姿，并且，该后验估

计将作为下一时刻的先验信息，进入下一轮的迭代更新，以此进行实时处理。具体的算法框图可见图 2。

本节中，将对 IMU 模型和 EKF 算法推导进行介绍，并给出算法设计的流程。

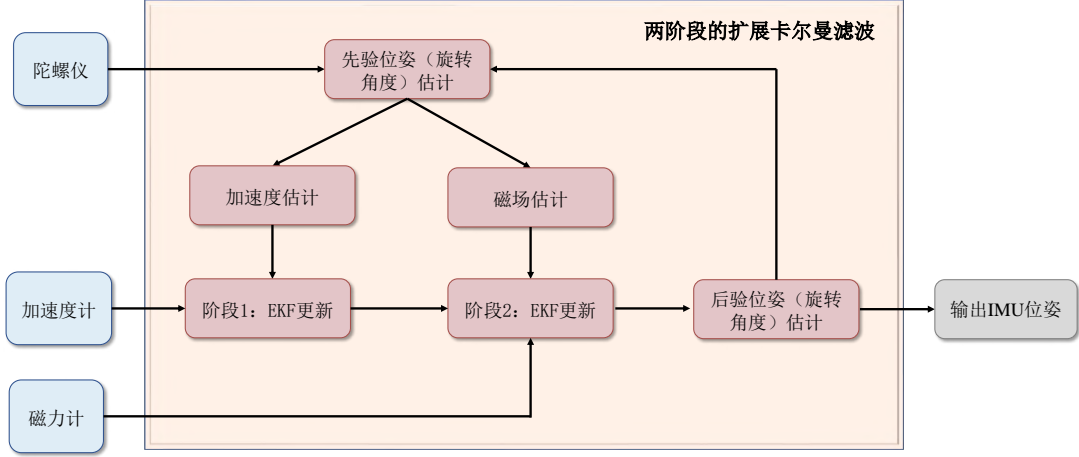


图 2 两阶段 EKF 算法框架

1.1 IMU 建模与 EKF 算法推导

根据卡尔曼滤波理论，首先需要定义一个离散时间状态方程，以描述系统状态 x_k 随时间的演化，从上一时刻的系统状态 x_{k-1} 开始，容易得到下式：

$$\hat{x}_k^- = A_k \hat{x}_{k-1} + B_k u_k \quad (1)$$

其中 A_k 为状态转移矩阵， B_k 为输入矩阵，用以相应某些系统输入 u_k ， x_k 具有上标“-”，表示先验状态估计， $*$ 表示真实的系统状态未知，为估计值。式（1）也称为系统的状态方程。

基于 IMU 的位姿估计实际上是为了得到刚体在三维空间中运动（平移和旋转）的数学描述，其中用来处理旋转的方法有很多，如旋转矩阵、欧拉角、四元数等，由于旋转矩阵变量冗余，而欧拉角存在万向锁问题，本文使用计算量小且无奇异性的四元数来表示旋转关系，有系统状态 q 。

$$q = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T \quad (2)$$

其中 q_0 为实部， $v = [q_1, q_2, q_3]^T$ 为虚部向量。旋转可由旋转轴和围绕该轴的旋转角度 α 定义，由向量 v 代表旋转轴，实数部分代表角度 α ，有：

$$q = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \times v \quad (3)$$

需要注意的是，表示旋转的四元数的范数必须为 1。若要将四元数表示的旋转转换为欧拉角形式，其中选择“偏航-俯仰-滚转”（yaw-pitch-roll）3 个角度作为欧拉角的自由度，有下式：

$$\begin{aligned} \phi &= \text{atan2}(2(q_2 q_3 + q_0 q_1), (q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2)) \\ \theta &= \text{asin}\left(\frac{2(q_0 q_2 - q_1 q_3)}{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}\right) \\ \psi &= \text{atan2}(2(q_1 q_2 + q_0 q_3), (q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)) \end{aligned} \quad (4)$$

其中 ϕ , θ , ψ 分别表示滚转角, 俯仰角和偏航角, atan2 为四象限反正切函数, asin 为反正弦函数。

基于[1]给出的基于四元数状态变量 \mathbf{q} 的连续时间的系统状态方程为:

$$\dot{\mathbf{q}}_n^b = \frac{1}{2} \Omega_{nb}^n \mathbf{q}_n^b \quad (5)$$

其中 \mathbf{q}_n^b 为单位四元数, 描述在惯性参考系 n 和刚体参考系 b 之间的旋转, Ω_{nb}^n 为旋转矩阵, 由四元数的性质可以推得[7]:

$$\Omega_{nb}^n = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中 ω_x , ω_y , ω_z 分别为陀螺仪测得的角速度, 在惯导系统中, 没有额外的系统输入 u_k , 因此可以确定状态转移矩阵 $A_{TC} = (1/2)\Omega_{nb}^n$ 。然后将连续时间方程转换为离散时间方程, 基于一阶龙格-库卡法 (Runge-Kutta), 容易得到:

$$\mathbf{q}_n^b(t+T) = \mathbf{q}_n^b + A_{TC} \mathbf{q}_n^b(t)T = (I + A_{TC}T) \mathbf{q}_n^b(t) \quad (7)$$

因此, 可以写出离散时间的状态转移矩阵:

$$A_k = I + A_{TC}T = \left(I + \frac{1}{2} \Omega_{nb}^n T\right) \quad (8)$$

至此, 我们得到了完整的离散系统状态方程, 与式(1)相对应。接下来对卡尔曼的更新步骤进行分析。在本文算法中, 由两个更新过程, 分别是利用加速度计数据和磁力计数据, 可见图 1。基础的线性卡尔曼状态更新方程如下所示:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_k(z_k - H\hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad (9)$$

其中 z_k 为实际测量值, 在本文算法中即加速度计与磁力计数据。 $H\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 为期望测量, 由先验系统状态计算所得。真实值与期望测量之间的差称为残差, 由卡尔曼增益 K_k 赋权残差得到修正项来计算系统状态的后验估计 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 。在 IMU 模型中, 无法再使用单纯的线性关系来计算期望测量, 因此需要使用处理非线性系统的扩展卡尔曼滤波器 EKF 来进行处理。

扩展卡尔曼算法的核心在于计算卡尔曼增益 K_k , 因此接下来中将对系统中 K_k 的计算进行详细的分析。首先是误差协方差矩阵 P_k , 其表示 k 时刻的先验估计协方差 ($\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 的协方差矩阵), 通过状态方程可得:

$$P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + Q_{k-1} \quad (10)$$

其中 P_{k-1} 为上一次迭代得到的后验误差协方差矩阵, Q_{k-1} 为过程噪声协方差矩阵。在此系统中, 状态转移矩阵仅由包含陀螺仪数据的 A_k 矩阵描述, 因此 Q_{k-1} 由陀螺仪噪声及其他陀螺仪的噪声源所决定。然后, 写得扩展卡尔曼的卡尔曼增益计算公式:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (11)$$

其中 R_k 为测量噪声协方差矩阵, 其由加速度计和磁力计的噪声决定, H_k 为对应非

线性函数关于四元数的雅可比矩阵。最后，需要计算用于后续迭代的“后验”误差协方差矩阵 P_k ：

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (12)$$

上述的公式(1)、(9-11)即为扩展卡尔曼滤波的基本公式，针对IMU模型，本文使用了一种两阶段的扩展卡尔曼算法，对于第一阶段，使用加速度计数据修正系统状态：并根据估计的状态计算期望加速度矢量，并从加速度计测量值减去改矢量得到相应的残差。期望加速度矢量由方向余弦矩阵 R_n^b 计算，假设重力加速度 $|g|$ 不变， R_n^b 为IMU到刚体坐标系的转换矩阵，有：

$$R_n^b = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2q_1q_2 + q_0q_3 & 2q_1q_3 - 2q_0q_2 \\ 2q_1q_2 - 2q_0q_3 & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2q_2q_3 + 2q_0q_1 \\ 2q_1q_3 + 2q_0q_2 & 2q_2q_3 - 2q_0q_1 & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

加速度计数据在载体坐标系下的投影为：

$$h_1(q_k) = R_b^n \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2q_1q_3 - 2q_0q_2 \\ 2q_2q_3 + 2q_0q_1 \\ q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

对该测量方程求雅可比矩阵，容易获得：

$$H_{k1} = \frac{\partial h_1[k]}{\partial q[k]} = 2 \begin{bmatrix} -q_2 & q_3 & -q_0 & q_1 \\ q_1 & q_0 & q_3 & q_2 \\ q_0 & -q_1 & -q_2 & q_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

在第二阶段，对磁力计数据进行融合，与第一阶段的滤波算法类似，但噪声协方差矩阵不同。磁力计的测量方程为：

$$h_2(q_k) = R_b^n \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2q_1q_2 + 2q_0q_3 \\ q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 \\ 2q_2q_3 + 2q_0q_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

其雅可比矩阵 H_{k2} 可由下式计算：

$$H_{k2} = \frac{\partial h_2[k]}{\partial q[k]} = 2 \begin{bmatrix} q_3 & q_2 & q_1 & q_0 \\ q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ -q_1 & -q_0 & q_3 & q_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

将式(15)和(17)计算的雅可比矩阵代入式(11)，即可计算卡尔曼增益。

1.2 算法流程说明

具体的算法流程如下，流程图可见图：

二阶段扩展卡尔曼滤波算法

系统状态估计：

- 1) 读取陀螺仪角速度数据 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$;
 - 2) 计算状态转移矩阵 $A_k = I + (1/2)\Omega_{nb}^n T$;
 - 3) 计算“先验”状态估计 $\hat{q}_k^- = A_k \hat{q}_{k-1}$;
 - 4) 计算“先验”误差协方差矩阵 $P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + Q_{k-1}$;
-

第一阶段的 EKF 更新（加速度计）

- 5) 计算雅可比矩阵 $H_{k1} = 2 \begin{bmatrix} -q_2 & q_3 & -q_0 & q_1 \\ q_1 & q_0 & q_3 & q_2 \\ q_0 & -q_1 & -q_2 & q_3 \end{bmatrix}$;
- 6) 计算卡尔曼增益 $K_{k1} = P_k^- H_{k1}^T (H_{k1} P_k^- H_{k1}^T + R_{k1})^{-1}$;
- 7) 读取加速度计数据 $z_{k1} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$;
- 8) 计算“后验”状态估计 $\hat{q}_{k1} = \hat{q}_k^- + K_{k1}(z_{k1} - h_1(\hat{q}_k^-))$;
- 9) 计算“后验”误差协方差矩阵 $P_{k1} = (I - K_{k1} H_{k1}) P_k^-$;

第二阶段的 EKF 更新（磁力计）

- 10) 计算雅可比矩阵 $H_{k2} = 2 \begin{bmatrix} q_3 & q_2 & q_1 & q_0 \\ q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ -q_1 & -q_0 & q_3 & q_2 \end{bmatrix}$;
- 11) 计算卡尔曼增益 $K_{k2} = P_k^- H_{k2}^T (H_{k2} P_k^- H_{k2}^T + R_{k2})^{-1}$;
- 12) 读取加速度计数据 $z_{k2} = [m_x \ m_y \ m_z]^T$;
- 13) 计算“后验”状态估计 $\hat{q}_{k2} = \hat{q}_{k1} + K_{k2}(z_{k2} - h_2(\hat{q}_{k1}))$;
- 14) 计算“后验”误差协方差矩阵 $P_k = (I - K_{k2} H_{k2}) P_{k1}$;

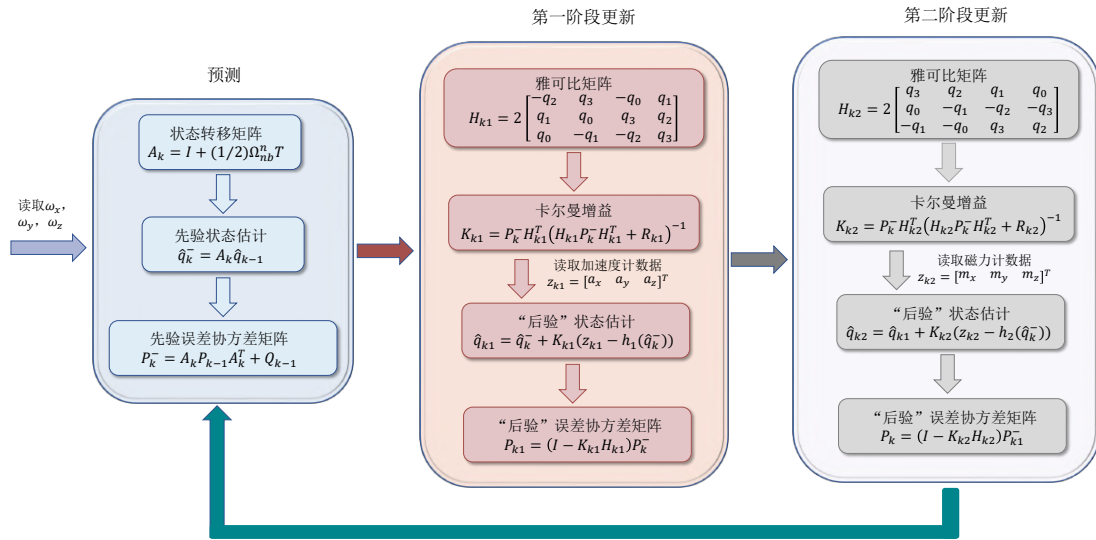


图 3 两阶段 EKF 算法流程图

2 实验结果与分析

本文采用 LPMS-B2 无线蓝牙传输 IMU，其可获取并输出姿态测量的原始数据、欧拉角、四元数和线性加速度数据。设计低速运动和高速运动实验，将该 IMU 输出的欧拉角数据作为真值，与本文算法输出的估计值进行对比。为了避免外部噪声对数据的影响，在同一环境下（实验室环境）进行数据获取，并将 IMU 固定在右手侧（减少抖动），陀螺仪和加速度计的 z 轴与手平面垂直（向外），磁力计的 y 轴与手平面垂直（向内）。实验部分的示意图可见图 4。

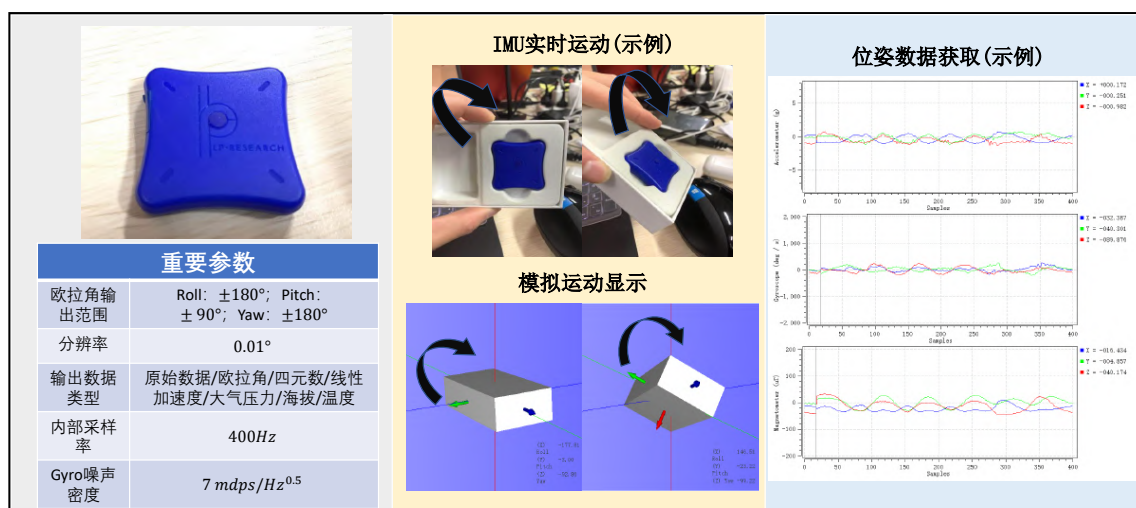


图 4 LPMS-B2 IMU 实验示意

2.1 慢速运动

首先进行较平滑的慢速放置物体动作，算法的姿态估计结果如图 5 所示，并且通过计算均方根误差(RMSE)来对结果的误差进行数值分析，有公式：

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (18)$$

最终计算得到滚转角 Roll 的 $RMSE$ 为 2.25° ，俯仰角 Pitch 的 $RMSE$ 为 2.32° ，偏航角 Yaw 的 $RMSE$ 为 4.4° ，整体而言误差较小，能够满足姿态估计的需求。

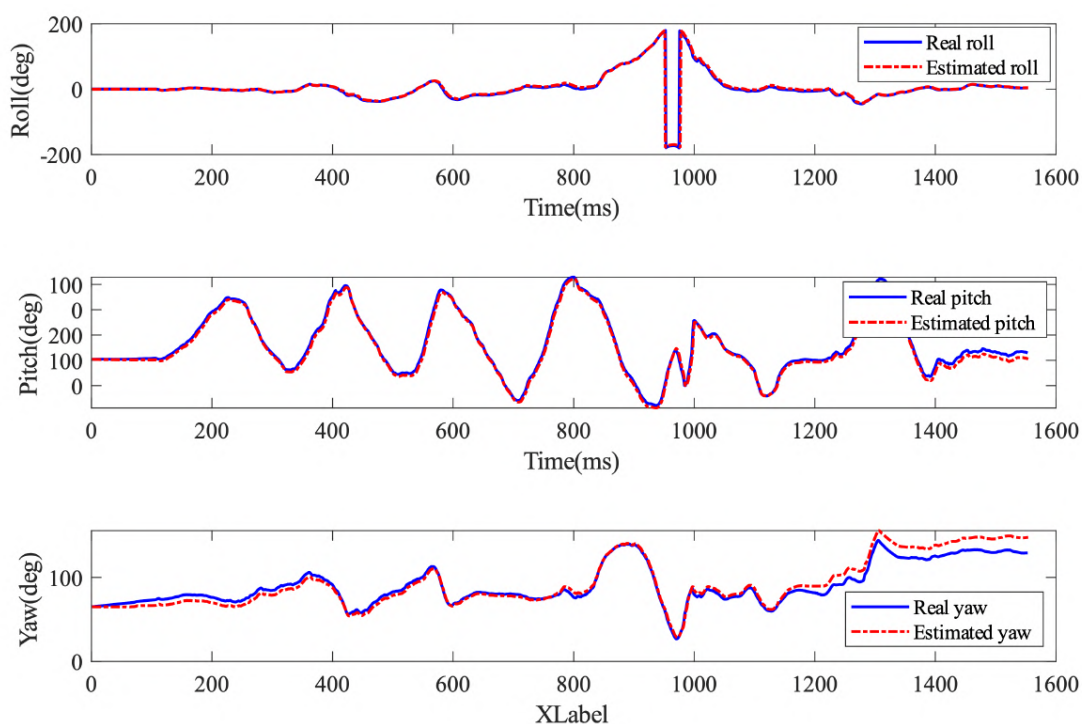


图 5 低速运动算法结果

2.2 快速运动

另外，设置了快速抖动和运动情况下的姿态估计实验，结果如图 6 所示，同样的，计算均方根误差可得，最终计算得到滚转角 Roll 的 $RMSE$ 为 6.25° ，俯仰角 Pitch 的 $RMSE$ 为 5.58° ，偏航角 Yaw 的 $RMSE$ 为 9.4° 。

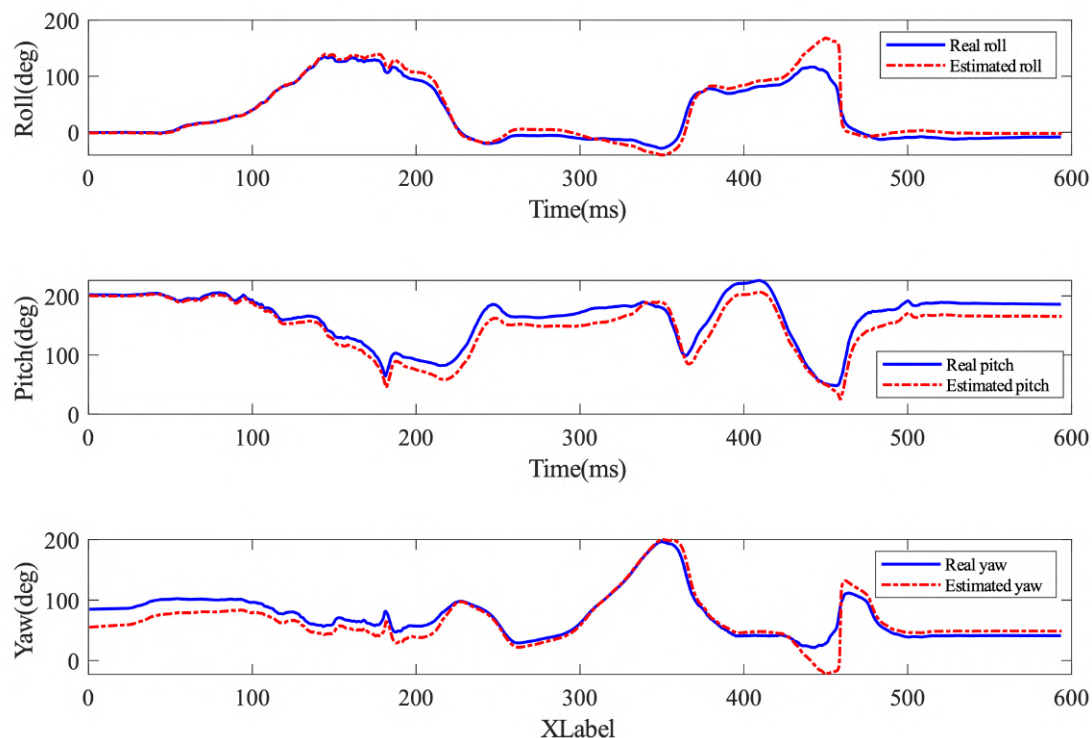


图 6 高速运动算法结果

2.3 算法对比

为了对比算法中不同阶段的融合效果，以单纯的旋转运动为例，控制偏航角在 $0^{\circ} \sim 90^{\circ}$ 间做周期运动，并添加一定的噪声，比较利用先验陀螺仪和加速度计数据计算出的偏航角与在融合磁力计数据之后的偏航角之间的差异进行，如图 7 所示。

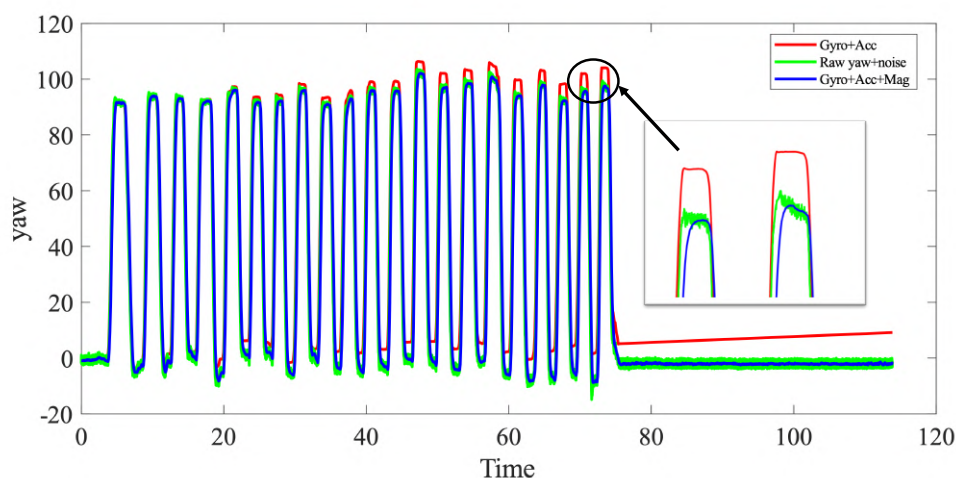


图 7 EKF 与二阶段 EKF 算法对比图

可见，无论是动态精度还是静态精度，采用 2 阶段的 EKF 算法都有了明显

的提升,并且,相比于红线单纯的使用陀螺仪和加速度数据,减少了漂移现象对估计结果的影响。

2.4 结果分析

从最终的实验结果可以发现,本文算法在低速运动中可以保持较好的精度,但在估计高速剧烈运动物体的姿态时表现欠佳,初步分析可知,由于加速度计测量值为非重力加速度,而测量方程式(14)计算的是重力加速度,因此其无法在剧烈运动中实现较好的近似,一种改进的方法是根据运动的剧烈程度来自适应调节该测量方程的测量噪声[6]。另外,经过与单次 EKF 算法的对比试验,2 阶段的 EKF 算法在精度、动态性能上均有所提升。

3 结论

本文基于序贯算法的思想,使用了两阶段的扩展卡尔曼滤波来进行 IMU 的姿态估计:在第一阶段对陀螺仪和加速度计数据进行建模,获得 xy 平面的旋转估计;在第二阶段进一步融合了磁力计数据,获得三维旋转估计。其次,基于 LPMS-B2 9DOF IMU,设计低速和高速运动下的跟踪实验,计算分析相应的误差,并与单次 EKF 算法进行了对比,验证了该算法的有效性。针对高速运动下误差偏大的问题,可以使用自适应卡尔曼滤波算法来进一步改进。

参考文献

- [1] O. J. Woodman. "An introduction to inertial navigation", University of Cambridge, Cambridge, U.K.,Tech. Rep., 2007.
- [2] P. Gui, L. Tang, and S. Mukhopadhyay, "MEMS based IMU for tilting measurement: Comparison of complementary and kalman filter based data fusion," Proc. 2015 10th IEEE Conf. Ind. Electron. Appl. ICIEA 2015, pp. 2004–2009, 2015.
- [3] N. Enayati, E. De Momi, and G. Ferrigno, "A quaternion-based unscented Kalman filter for robust optical/inertial motion tracking in computer-assisted surgery," IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 64, no. 8, pp. 2291–2301, 2015.
- [4] S. Sabatelli, M. Galgani, L. Fanucci, and A. Rocchi, "A double-stage kalman filter for orientation tracking with an integrated processor in 9-D IMU," IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 62, no. 3, pp. 590–598, 2013.
- [5] R. Mahony, T. Hamel, P. Morin, and E. Malis, "Nonlinear complementary filters on the special linear group," Int. J. Control, vol. 85, no. 10, pp. 1557–1573, 2012.
- [6] 班朝,任国营,王斌锐,陈相君.基于 IMU 的机器人姿态自适应 EKF 测量算法研究[J].仪器仪表学报,2020,41(02):33-39.
- [7] 高翔,张涛,刘毅,颜沁睿.视觉 SLAM 十四讲:从理论到实践[M].北京:电子工业出版社,2019.