华南师范大学期末课程试卷

《高等数学 A1》2018-2019 第二学期

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1．设 $z=x\ln(xy)$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$ ______________。

2．二次积分 $\int_{-1}^{1}dx\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy$ 化成极坐标形式为________.

3．设 L 是圆周 $x^2+y^2=4$，则曲线积分 $\oint_L(x^2+y^2)ds=$_______.

4．若级数 $\sum_{n=0}^{\infty}a_n$ 收敛，则 $\lim_{n\to\infty}a_n=$_______。

5．微分方程 $y''-3y'+2y=0$ 的通解为______________。

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1．对于函数 $z=f(x,y)$，下列结论正确的是（　　）。

(A) 若 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 都存在，则 $z=f(x,y)$ 连续

(B) 若 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 都存在，则 $z=f(x,y)$ 可微

(C) 若 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 都存在，则 $z=f(x,y)$ 的极限存在

(D) 若 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 都连续，则 $z=f(x,y)$ 可微

2．二次积分 $\int_0^1 dy\int_0^{2y}f(x,y)dx$ 更换积分次序后为（　　）。

(A) $\int_0^2 dx\int_{\frac{1}{2}x}^{1}f(x,y)dy$　　(B) $\int_0^1 dx\int_0^{\frac{1}{2}x}f(x,y)dy$

(C) $\int_0^1 dx\int_0^{2x}f(x,y)dy$　　(D) $\int_0^2 dx\int_0^{2x}f(x,y)dy$

3. 若曲面 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 的外侧，则曲面积分 $\oiint_\Sigma 2xdydz+3ydzdx-4zdxdy$ 的值为（　　）。

(A) 3π　　(B) $\dfrac{4\pi}{3}$　　(C) 4π　　(D) $\dfrac{3\pi}{4}$

4．部分和数列 $\{s_n\}$ 有界是正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛的（　　）条件

(A)　必要不充分　　　　(B)　充分不必要

(C)　充分必要　　　　(D)　既不充分也不必要

5．方程 $y''-4y'-5y=(x+1)e^x$ 的一个特解应具有形式（　　　）

$(A)\ x^2(ax+b)e^x$　　　　$(B)\ axe^x$

$(C)\ x(ax+b)e^x$；　　　　$(D)\ (ax+b)e^x$.

三、计算题（共 50 分）

1．（7 分）设 $z=f(xy,x+y)$，其中 f 具有一阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

2．（7 分）计算 $\iint\limits_D x^2 y\,dxdy$，其中 D 是由抛物线 $y=x^2$ 及直线 $y=0,x=1$ 所围区域。

3．（7 分）利用球面坐标计算 $\iiint\limits_\Omega (x^2+y^2+z^2)dv$，其中 Ω 为上半球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 与平面 z=0 所围成的区域。

4．（7 分）利用格林公式计算 $\int\limits_L (e^x\sin y-2y)dx+(e^x\cos y-4)dy$，其中 L 是从 B(1,0) 到 A(-1,0)的上半圆弧 $x^2+y^2=1$（$y\ge 0$），方向为逆时针方向。

5．（7 分）求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3^n}{n}x^n$ 的收敛半径。

6．（7 分）在（-1，1）内求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n}$ 的和函数。

7．（8 分）求微分方程 $xy'-y+1+6x^2=0$ 的通解。

四、应用题（8 分）

求曲面 $z=x^2+2y^2$ 在点（1，1，3）处的切平面及法线方程。

五、证明题（每小题 6 分，共 12 分）

1．证明：级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}\sin\dfrac{1}{n}$ 收敛。

2．设 $u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，证明：$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\dfrac{2}{u}$。