

Билет 3

Раздел «Математика»

Задание 1

Исследуйте на экстремум функцию: $f(x) = (1+x)^{10}e^{-x}$.

Ответ: максимум при $x = 9$, минимум при $x = -1$.

Задание 2

Найдите $\det(AB)$, где $A = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Ответ: 0.

Задание 3

Найти сумму всех (с учетом кратностей) корней характеристического полинома матрицы A :

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Ответ: 3.

Задание 4

Среди определенной группы людей вероятность некоторой болезни 0,02. Тест, позволяющий выявить болезнь, несовершенен. На больном он дает позитивный результат в 98 случаях из 100, и, кроме того, он дает позитивный результат в 4 случаях из 100 на здоровом.

Найдите вероятность того, что тест даст положительный результат на случайно выбранном человеке.

Ответ: 0,06.

Задание 5

Плотность вероятности случайной величины задана функцией

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$

Найдите вероятность попадания случайной величины в интервал $(-1, 1)$.

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Задание 6

Найдите смещенную оценку выборочной дисперсии по выборке $X_i : 4, 3, -1, -3$.

Ответ: $\frac{131}{16} \approx 8,19$.

Задание 7

Найдите частные производные $\frac{\partial f}{\partial x}$ и $\frac{\partial f}{\partial y}$, где $f(x, y) = \frac{\cos x^2}{y}$.

Ответ: $\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{2x \sin x^2}{y}, \frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{\cos x^2}{y^2}$.

Задание 8

Вычислите интеграл:

$$\int_0^{+\infty} x e^{-2x} dx.$$

Ответ: $\frac{1}{4}$.

Задание 9

Найдите расстояние от точки $P = (-1, 1)$ до прямой, заданной уравнением: $3x + 4y + 2 = 0$.

Ответ: $\frac{3}{5}$.

Задание 10

Найдите обратную к A матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 0 \\ 8 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -6 & 5 & 0 \\ 8 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$

Задание 11

Найдите какой-либо базис, в котором матрица A диагональна:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -5 & -8 \end{pmatrix}.$$

Ответ: один из вариантов — $v_1 = (-1, 1), v_2 = (-7, 5)$.

Задание 12

Случайная величина X подчинена геометрическому закону распределения с неизвестным параметром p . В результате n независимых испытаний была получена выборка x_1, \dots, x_n .

При каком значении параметра p вероятность получить такую выборку максимальна?

Ответ: $p = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i}.$

Задание 13

Рассмотрим случайную величину X , имеющую логарифмическое

распределение: $P(X = k) = -\frac{1}{\ln(1-p)} \frac{p^k}{k}$, $k \geq 1$, $0 < p < 1$ — фиксированный параметр.

Проверьте, что $\sum_k P(X = k) = 1$.

Найдите производящую функцию моментов $M_X(t)$.

Подсказка: ряд Тейлора для $\ln(1+x)$.

Ответ: $M_X(t) = \frac{\ln(1-pe^t)}{\ln(1-p)}$.

Задание 14

Исследуйте на экстремум функцию: $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$.

Ответ: минимум в точке $(1, 1)$.

Раздел «Алгоритмизация на языке Python»

Задание 1

Как объявить переменную в Python 3?

- `var x = 5`
- **`x = 5`**
- `int x = 5`
- `let x = 5`

Задание 2

Какая операция возможна?

- `print(10 / "10")`
- `print("42" // "42")`
- **`print("10" + "10")`**
- `print("10" - "10")`

Задание 3

Какой оператор используется для сравнения двух значений в Python 3?

- `&&`
- `||`
- **`==`**
- `<>`

Задание 4

Какую операцию возможно провести со списком `a = ["a", "b", "c", 1]`?

- `a[4] = 1`
- `[2]a = "d"`
- `a1 = 2`
- **`a[2] = "f"`**

Задание 5

Какой тип данных может быть использован в качестве итерируемого объекта в цикле for в Python 3?

- int
- float
- **list**
- boolean

Задание 6

Какой тип данных может быть возвращен функцией в Python 3?

- **Любой**
- Только числа
- Только строки
- Только списки

Задание 7

Как получить последний элемент списка в Python 3?

- **list[-1]**
- list(0)
- list.last()
- list.end()

Задание 8

В окно ответа впишите результат выполнения кода:

```
a = 12
b = 14
if a > 15:
    if b < 5:
        a = 15
        print(a + b)
    else:
        print(0)
elif a < 14:
    if b > 10:
        a = 5
        print(a - b)
    else:
        print(0)
else:
    print(0)
```

Ответ: -9

Задание 9

Дан недописанный скрипт:

```
____ i in ____ (10):
    print(i)
```

Через запятую впишите недостающие фрагменты кода в пропусках, чтобы вывод (output) соответствовал указанному.

Вывод (output):

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

Ответ: for, range.

Задание 10

Напишите программу, которая запрашивает у пользователя строку, содержащую целые числа, и выводит квадраты четных чисел, которые не оканчиваются на цифру 4. Для ответа используйте визуальный редактор.

Пример ввода (input):

6 7 8 9 2

Пример вывода (output):

36

Ответ:

```
print(*[i**2 for i in list(map(int, input().split())) if i%2 == 0 and (i**2)%10 != 4], end='')
```

Задание 11

Напишите программу, которая запрашивает у пользователя строку и определяет, является ли введенная строка корректным телефонным номером. Если строка корректная, выведите «Да», иначе — «Нет».

Строка текста является корректным телефонным номером, если она имеет формат 7-***-***-**-**, где * — цифры от 0 до 9.

Пример ввода (input):

7-899-888-88-88

Пример вывода (output):

Да

Для ответа используйте визуальный редактор.

Ответ:

```
n = input().split("-")
c = [len(i) for i in n]
if c == [1, 3, 3, 2, 2] and ''.join(n).isdigit() and n[0] == '7':
    print("Да")
else:
    print("Нет")
```


Задание 12

Напишите программу, которая запрашивает у пользователя натуральное число и с помощью рекурсии вычисляет сумму его цифр. Для ответа используйте визуальный редактор.

Пример ввода (input):

9817355

Пример вывода (output):

38

Ответ:

```
def sum_num(n):  
    if n < 10:  
        return n  
    else:  
        return n % 10 + sum_num(n // 10)  
  
num = int(input())  
print(sum_num(num))
```