

Подготовительный билет №5 вступительных испытаний по программе «Науки о данных»

Тест состоит из 24 вопросов: 14 вопросов по математике и 10 вопросов по программированию.

Чтобы преодолеть минимальный порог, вам нужно набрать 2 балла по математике и 10 баллов за весь экзамен.

На прохождение теста отводится 3 часа.

На настоящем экзамене форматы вопросов могут отличаться, но тематика вопросов остается прежней. Если вы справляетесь с заданиями из подготовительного билета, вы точно справитесь с заданиями на экзамене.

Разбалловка:

№ вопроса	Кол-во баллов
Математика	
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	2
7	2
8	2
9	2
10	2
11	2

12	3
13	3
14	3
Программирование	
15	1
16	1
17	1
18	1
19	1
20	1
21	1
22	2
23	2
24	3
Итого	40

Математика

1. Сколько непрерывных производных имеет функция

$$y = |\pi^2 - x^2| \sin^2 x$$

2. Найти собственные значения линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$$

Чему равна их сумма (с учётом кратностей)?

3. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{pmatrix}$$

4. Имеется десять одинаковых урн, из которых в девяти находятся по два черных и по два белых шара, а в одной — пять белых и один черный шар. Из урны, взятой наудачу, извлечен белый шар. Какова вероятность, что шар извлечен из урны, содержащей пять белых шаров?

5. Функция распределения случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^3}, & x \geq 1 \\ 0, & x \leq 1 \end{cases}$$

Определить дисперсию и среднее значение.

6. Найти неопределенный интеграл

$$\int \sqrt{\frac{x}{1 - x\sqrt{x}}} dx$$

7. Найти градиент функции $u(x, y, z)$

$$u(x, y, z) = \arctan \frac{x + y}{1 - xyz}$$

8. Вычислить интеграл

$$\iint_{0 \leq x, y \leq \pi} |\cos(x + y)| dx dy$$

9. Найти расстояние от точки, заданной вектором $x = (4, 2, -5, 1)$, до подпространства, заданного системой уравнений

$$2x_1 - 2x_1 + x_3 + 2x_4 = 9$$

$$2x_1 - 4x_1 + 2x_3 + 3x_4 = 12$$

10. Линейное преобразование A в базисе e_1, e_2, e_3, e_4 имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти матрицу этого же преобразования в базисе $e_1, e_1 + e_2, e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_3 + e_4$

11. Найти матрицу оператора, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 в b_1, b_2, b_3 соответственно, в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$

$$a_1 = (2, 0, 3),$$

$$b_1 = (1, 2, -1)$$

$$a_2 = (4, 1, 5),$$

$$b_2 = (4, 5, -2)$$

$$a_3 = (3, 1, 2),$$

$$b_3 = (1, -1, 1)$$

Найти произведение всех (с учетом кратностей) собственных значений этого оператора.

12. Определить плотность вероятности случайной величины $Y = X_3$, если плотность вероятности случайной величины X равна

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi} \frac{2}{4 + x^2}$$

13. Неисправный станок в 30% случаев производит бракованную деталь. Наугад берётся 10 деталей; найти вероятности событий: половина деталей оказалась с браком; доля неисправных деталей не превышает 80%; было произведено от 4 до 7 исправных деталей.

14. Случайная величина X подчиняется закону Пуассона со средним значением λ . Определить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Y = \cos bX$.

Программирование

15. К какому типу данных относятся следующие числа: 1.5 , 20.1 , 4.6?

- a) int
- b) float
- c) str
- d) complex

16. Какой будет результат выполнения следующего кода:
`print(2+2//3+1)?`

- a) 3
- b) 3,666
- c) Операция невозможна
- d) 4

17. Какое значение будет содержать переменная `result` после выполнения следующего кода?

```
a = 10
b = 5
if a > b:
    result = "a больше чем b"
else:
    result = "a меньше или равно b"
```

- a) a больше чем b
- b) a меньше или равно b
- c) 10
- d) 5

18. Что выведется в консоль после выполнения кода?

```
list1 = [1, 2, 3]
list2 = [4, 5, 6]
list3 = list1 + list2
print(list3)
```

- a) [1, 2, 3, 4, 5, 6]
- b) [[1, 2, 3], [4, 5, 6]]
- c) [5, 7, 9]
- d) [6, 7, 8]

19. В коде ниже ошибка, исправьте. Код в результате своей работы должен вывести в консоль 3 раза "I'm going to MIPT".

```
1 a = 3
2 while a < 0:
3     a = a - 1
4     print("I'm going to MIPT!")
```

- a) В коде нет ошибки, в результате выводится 3 раза "I'm going to MIPT"
- b) Третью строчку кода нужно написать так : $a = a + 1$
- c) Нужно изменить условие цикла на : $a = 0$
- d) Нужно изменить условие цикла на : $a > 0$

20. Что произойдет, если функция не будет иметь оператора return?

- a) Функция ничего не вернет
- b) Функция завершится с ошибкой

c) Функция вернет значение None

d) Функция вернет значение False

21. Какой вариант из предложенных наиболее соответствует описанию:

Данный код содержит два условия:

- первое условие проверяет, что значение переменной n1 больше, чем 32
- второе условие проверяет, что значение переменной n2 меньше, чем 10

Если оба условия выполняются, то выводится сообщение "Оба условия выполняются". Если первое условие не выполняется, то выводится сообщение "Первое условие не выполняется". Если первое условие выполняется, но второе не выполняется, то выводится сообщение "Второе условие не выполняется".

a)

```
x = 5
y = 10
if x > 2:
    if y < 15:
        print("Оба условия выполняются")
    else:
        print("Второе условие не выполняется")
else:
    print("Первое условие не выполняется")
```

b)

```
n1 = 5
n2 = 10
if n1 < 32:
    if n2 < 10:
        print("Оба условия выполняются")
    else:
        print("Второе условие не выполняется")
```

```

n1 = 5
n2 = 10
if n1 > 32:
    if n2 < 10:
        print("Оба условия выполняются")
    else:
        print("Второе условие не выполняется")
else:
    print("Первое условие не выполняется")

```

с)

22. Заполните пропуски в коде, чтобы создать функцию с именем "multiply_numbers", которая принимает два аргумента и возвращает их произведение. Пропуски укажите через запятую и пробел в правильной очередности.

```

_____ (x, y):
    _____ x * y

```

23. Дан недописанный скрипт:

```

for i in _____(_____):
    print(i)

```

Через точку с запятой и пробел впишите недостающие фрагменты кода в пропусках, чтобы вывод(output) соответствовал указанному:

Вывод (output):

```

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

```


24. Напишите код, который создает список кубов чисел от 1 до 5 и выводит эти числа в консоль, каждую в новой строке.

Пример вывода (output):

1
8
27
64

Ключи к билету №5:

1. 2

2. 1

3. 3

4. 0.156

5. $EX = \frac{3}{2}, DX = \frac{3}{4}$

6. $-\frac{4}{3}\sqrt{1-x}\sqrt{x} + C$

7. $\frac{1}{(1-xyz)^2+(x+y)^2} \langle 1 + y^2z, 1 + x^2z, xy(x + y) \rangle$

8. 2π

9. 5

10.
$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & -8 & -7 \\ 1 & 4 & 6 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

11. $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -6 & 11 & 5 \\ -12 & 13 & 10 \\ 6 & -5 & -5 \end{pmatrix}; \prod \lambda_i = 0$

12. $\frac{2}{3\pi y^{\frac{2}{3}}(4+y^{\frac{2}{3}})}$

13. 0.1; 0.999; 0.61

14.

$$EX = e^{-\lambda(1-\cos b)} \cos(\lambda \sin b), DX = \frac{1}{2} (1 + e^{-\lambda(1-\cos 2b)} \cos(\lambda \sin 2b)) - (EX)^2$$

15. b

16. a

17. a

18. a

19. d

20. c

21. c

22. def, multiply_numbers, return

23. range; 10

24. Возможный ответ:

```
list = []  
for i in range(1, 5):  
    list.append(i ** 3)  
for i in list:  
    print(i)
```