MIPT MATH 22 #1

Вступительные | «Науки о данных» | 2022

Задача 1

Сколько имеется четырехзначных чисел, у которых каждая следующая цифра больше предыдущей?

Задача 2

Сколько различных трехзначных чисел можно записать, используя цифры 2, 3, 5, 8, 9 по одному разу?

Задача З

В студенческой группе 10 девушек и 15 юношей. На конференцию выбирают 5 делегатов. Найдите вероятность того, что все делегаты окажутся юношами. Ответ округлите до сотых

Задача 4

В круге наудачу выбирается точка. Какова вероятность того, что она окажется в квадрате, вписанном в круг? Ответ округлите до тысячных

Задача 5

Если шахматист A играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста B с вероятностью 0,57. Если A играет черными, то он выигрывает у B с вероятностью 0,45. Шахматисты A и B играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что A выиграет оба раза.

Задача 6

Имеются три одинаковых по виду ящика: в первом — 20 белых шаров, во втором — 10 белых и 10 черных, в третьем — 20 черных. Из выбранного наугад ящика вынули белый шар. Какова вероятность того, что шар был вынут из первого ящика? Ответ округлите до тысячных.

Задача 7

Случайно встреченное лицо с вероятностью 0,3 может оказаться блондином. Найдите вероятность того, что среди пяти случайно встреченных лиц будет не менее четырех блондинов. Ответ округлите до сотых.

Задача 8

Часы изготавливаются на трех заводах и поступают в магазин. Первый завод производит 40% продукции, второй — 45%, третий — 15%. В продукции первого завода спешат 30% часов, у второго — 70%, у третьего — 90%.

Федор купил часы и обнаружил, что они спешат. Какова вероятность, что часы были изготовлены на втором заводе? Ответ округлите до тысячных.

Задача 9

Плотность распределения случайной величины задана функцией:

$$f(x) = \begin{cases} a(x-1) \text{ при } x \in [1;3], \\ 0 \text{ при остальных значениях } x. \end{cases}$$

Найдите значения параметра а

Задача 10

Найти обратную матрицу:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$$

Задача 11

Найти компоненты $(x^1, x^2)^{\mathrm{T}}$ вектора v в базисе $e_1 = (2, 3)^{\mathrm{T}}, e_2 = (3, 4)^{\mathrm{T}},$ если известны его компоненты $(y^1, y^2)^{\mathrm{T}}$ в базисе $f_1 = (1, -1)^{\mathrm{T}}, f_2 = (2, -3)^{\mathrm{T}}$

Задача 12

Дайте определения:

- → линейной зависимости конечного числа векторов в векторном пространстве;
- → определение базиса конечномерного векторного пространства;
- → Компонент вектора в данном базисе.

Задача 13

Дайте определение ранга матрицы. Изложите содержание метода Гаусса приведения матрицы к верхнетреугольному виду. Сформулируйте теорему о ранге

Задача 14

Дайте определения линейного отображения между векторными пространствами, композиции линейных отображений, ядра и образа. Опишите, что такое сумма размерностей ядра и образа