

# Билет 4

## Раздел «Математика»

### Задание 1

Исследуйте на экстремум функцию:  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x + 1}$ .

**Ответ:** минимум при  $x = \frac{7}{5}$ .

### Задание 2

Найдите ранг матрицы  $AB$ :

$$A = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}, B = (1 \quad -4).$$

**Ответ:** 1.

### Задание 3

Найдите сумму всех (с учетом кратностей) корней характеристического полинома матрицы  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}.$$

**Ответ:** 4.

### Задание 4

Среди определенной группы людей вероятность некоторой болезни 0,02. Тест, позволяющий выявить болезнь, несовершенен. На больном он дает позитивный результат в 98 случаях из 100, и, кроме того, он дает позитивный результат в 4 случаях из 100 на здоровом.

Найдите вероятность того, что человек, на котором тест дал положительный результат, действительно болен.

**Ответ:** 0,33.

## Задание 5

Плотность вероятности случайной величины имеет вид:

$$\rho(x) = \begin{cases} 2 \cos x, & 0 \leq x \leq a \\ 0, & \text{при остальных значениях } x \end{cases}$$

Найдите константу  $a$ .

**Ответ:**  $\frac{\pi}{6}$ .

## Задание 6

Пусть  $X_1, X_2$  — независимые одинаково распределенные случайные величины.  $X_i$  имеет стандартное нормальное распределение. Рассмотрим случайную величину (несмещенную выборочную дисперсию):

$$S^2 = \sum_{i=1}^2 (X_i - \bar{X})^2,$$

где  $\bar{X} = \frac{1}{2}(X_1 + X_2)$ .

Найдите отношение  $\frac{ES^2}{DX_i}$ , где  $E$  — математическое ожидание, а  $D$  — дисперсия данной случайной величины.

**Ответ:** 1.

## Задание 7

Найдите частные производные  $\frac{\partial f}{\partial x}$  и  $\frac{\partial f}{\partial y}$ , где  $f(x, y) = \arctan \frac{y}{x}$ .

**Ответ:**  $\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{x}{x^2 + y^2}.$

## Задание 8

Вычислите интеграл:

$$\int_0^1 \frac{x dx}{1 - \frac{x^2}{2}}$$

**Ответ:**  $\ln 2.$

## Задание 9

Найдите расстояние от точки  $P = (3, -1)$  до кривой, заданной уравнением:  $x^2 - 6x - y^2 - 2y + 7 = 0$ .

**Ответ:** 1.

## Задание 10

Найдите обратную к  $A$  матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 0 \\ -3 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

**Ответ:**  $-\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$

## Задание 11

Найдите какой-либо базис, в котором матрица  $A$  диагональна:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}.$$

**Ответ:** один из вариантов —  $v_1 = (1, 2), v_2 = (1, 3)$ .

## Задание 12

Случайная величина  $X$  (число появлений события  $A$ ) подчинена биномиальному закону распределения с неизвестным параметром  $p$ . В  $n_1$  независимых испытаниях событие  $A$  появилось  $m_1$  раз, в  $n_2$  независимых испытаниях —  $m_2$  раз и в  $n_3$  испытаниях —  $m_3$  раз. При каком значении параметра  $p$  вероятность такого исхода максимальна?

**Ответ:**  $p = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{n_1 + n_2 + n_3}$ .

## Задание 13

Рассмотрим случайную величину  $X$ , имеющую логарифмическое

распределение:  $P(X = k) = -\frac{1}{\ln(1-p)} \frac{p^k}{k}, k \geq 1, 0 < p < 1$  — фиксированный параметр.

Вычислите математическое ожидание и дисперсию  $X$ .

**Ответ:**  $EX = -\frac{p}{(1-p)\ln(1-p)}, DX = -p \frac{p + \ln(1-p)}{(1-p)^2 \ln^2(1-p)}.$

## Задание 14

Исследуйте на экстремум функцию  $f(x, y) = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}, x > 0, y > 0$ .

**Ответ:** минимум в точке  $(5, 2)$ .

# Алгоритмизация на языке Python

## Задание 1

В каком варианте неверно объявлена переменная?

- `x = 10`
- `number_1 = 0`
- **`1_number = 1`**
- `first_day = 24`

## Задание 2

Каким будет результат выполнения кода?

```
x = 10
y = "3"
z = x // y
print(z)
```

- 3.33
- 3.0
- 3
- **Ошибка выполнения программы**

## Задание 3

Каким будет результат выполнения кода?

```
x = 3
if x % 2 == 0:
    print("x является четным числом")
elif x % 3 == 0:
    print("x является числом, кратным 3")
else:
    print("x не является четным числом и не кратен 3")
```

- `x` является четным числом
- **`x` является числом, кратным 3**
- `x` не является четным числом и не кратен 3
- Ошибка выполнения программы

## Задание 4

Дан список: `vegetables = ["cucumber", "tomato", "cabbage", "pumpkin", "carrot"]`. С ним провели операцию и на выходе получили: `["cucumber", "tomato", "cabbage", "pumpkin", "carrot", "peas"]`. Какую операцию провели?

- `vegetables.pop(peas)`
- `vegetables.remove(peas)`
- `vegetables[4] = "peas"`
- **`vegetables.append("peas")`**

## Задание 5

Какая функция используется для создания цикла `for` с указанием шага в Python 3?

- **`range()`**
- `repeat()`
- `loop()`
- `iterate()`

## Задание 6

Какой тип данных используется для передачи информации между функциями в Python 3?

- Списки
- Кортежи
- Словари
- **Все перечисленные**

## Задание 7

Какой метод используется для получения количества элементов в списке в Python?

- count()
- len()
- size()
- index()

## Задание 8

В окно ответа впишите результат выполнения кода:

```
a = 12
b = 12
if a > 15:
    if b < 5:
        a = 15
        print(a + b)
    else:
        print(0)
elif a < 14:
    if b > 10:
        a = 5
        print(a + b)
    else:
        print(0)
```

**Ответ:** 17.

## Задание 9

Дан недописанный скрипт:

```
_____ = [ ]  
for i in range(____):  
    list.append(i)
```

Через запятую впишите недостающие фрагменты кода в пропусках, чтобы заполнить список числами от 0 до 9.

**Ответ:** list, 10.

## Задание 10

Напишите программу, которая запрашивает у пользователя строку, содержащую натуральные числа, затем между каждым числом вставляет знак +, а далее вычисляет сумму полученных чисел.

Ответ выведите в формате `*+*+*+...=*`, где `*` — натуральные числа.

Пример ввода (input):

3 4 5 6

Пример вывода (output):

3+4+5+6=18

Для ответа используйте визуальный редактор.

**Ответ:**

```
n = list(map(str, input().split()))  
m = '+'.join(n)  
n = [int(i) for i in n]  
print(m, '=', sum(n), sep='')
```

## Задание 11

Напишите программу, которая запрашивает у пользователя строку, состоящую из букв, и возвращает новую строку, в которой повторяющиеся буквы заменены количеством повторений.



Для ответа используйте визуальный редактор.

Пример ввода (input):

AAAGGGHYYtt

Пример вывода (output):

3A3G1H2Y2t

**Ответ:**

```
def encode_message(message):
    encoded_string = ""
    i = 0
    while (i <= len(message)-1):
        count = 1
        ch = message[i]
        j = i
        while (j < len(message)-1):
            if (message[j] == message[j + 1]):
                count = count + 1
                j = j + 1
            else:
                break
        encoded_string = encoded_string + str(count) + ch
        i = j + 1
    return encoded_string

s = input()
print(encode_message(s))
```

## Задание 12

Напишите программу, которая запрашивает у пользователя число и проверяет через рекурсию, является ли оно степенью двойки. Если число является степенью двойки, то выведите «Да», иначе — «Нет». Для ответа используйте визуальный редактор.

Пример ввода (input):

64

Пример вывода (output):

Да

**Ответ:**

```
def power_two(n):  
    if n == 1:  
        return 1  
    elif n > 1 and n < 2:  
        return 0  
    else:  
        return power_two(n / 2)  
  
num = int(input())  
if power_two(num) == 1:  
    print('Да')  
else:  
    print('Нет')
```