

Билет 2

Раздел «Математика»

Задание 1

Исследуйте на экстремум функцию: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$.

Ответ: максимум при $x = 1$, минимум при $x = 3$.

Задание 2

Найдите след $\text{tr}(A + B)$, где $A = \begin{pmatrix} -3 & -7 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ: -5.

Задание 3

Найдите сумму всех (с учетом кратностей) корней характеристического полинома матрицы A :

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}.$$

Ответ: -6.

Задание 4

На вход радиолокационного устройства с вероятностью 0,8 поступает смесь полезного сигнала с помехой, а с вероятностью 0,2 — только помеха. Если поступает полезный сигнал с помехой, то прибор регистрирует наличие какого-то сигнала с вероятностью 0,7; если только помеха — с вероятностью 0,3.

Известно, что устройство зарегистрировало наличие какого-то сигнала. Найдите вероятность того, что в его составе есть полезный сигнал.

Ответ: 0,90.

Задание 5

При каком значении a функция $f(x) = \frac{a}{1+x^2} (-\infty < x < +\infty)$ является плотностью вероятности случайной величины X ?

Ответ: $\frac{1}{\pi}$.

Задание 6

Найдите несмещенную оценку выборочной дисперсии по выборке

$X_i : 3, 1, -1, -4$.

Ответ: 10,25.

Задание 7

Найдите частные производные $\frac{\partial f}{\partial x}$ и $\frac{\partial f}{\partial y}$, где $f(x, y) = \ln(x + y^2)$.

Ответ: $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{x + y^2}, \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2y}{x + y^2}$.

Задание 8

Вычислите интеграл:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x e^{-\sin x} dx$$

Ответ: $1 - \frac{1}{e}$.

Задание 9

Найдите расстояние от точки $P = (4, 3)$ до прямой, заданной уравнением:

$2x + y = 1$.

Ответ: $2\sqrt{5}$.

Задание 10

Найдите обратную к A матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -5 & 4 & 0 \\ 3 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$

Задание 11

Найдите какой-либо базис, в котором матрица A диагональна:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -9 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ответ: один из вариантов — $v_1 = (-1, 1), v_2 = (5, 9).$

Задание 12

Случайная величина X (число появлений события A) подчинена биномиальному закону распределения с неизвестным параметром p . В n_1 независимых испытаниях событие A появилось m_1 раз и в n_2 независимых испытаниях — m_2 раз.

При каком значении параметра p вероятность такого исхода максимальна?

Ответ: $p = \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2}.$

Задание 13

В ящике лежат $2m$ шаров: m белых и m черных. Из ящика по очереди и без возвращения достают m шаров.

Рассмотрим случайную величину K — количество вытянутых белых шаров. Какому распределению подчиняется K ? Вычислите EK — среднее значение K .

Ответ: гипергеометрическое распределение с параметрами $2m$, m и m ;
 $EK = \frac{m}{2}$.

Задание 14

Исследуйте на экстремум функцию $f(x, y) = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$.

Ответ: минимум в точках $(1, 1)$ и $(-1, -1)$.

Раздел «Алгоритмизация на языке Python»

Задание 1

Каким символом заканчивается инструкция в Python 3?

- Точкой с запятой (;)
- **Двоеточием (:)**
- Знаком равенства (=)
- Скобкой закрывающей (})

Задание 2

Какая операция невозможна?

- **print(10 + "12")**
- print(62 // 2)
- print("MIPT" * 3)
- print(10 % 2)

Задание 3

Какая конструкция используется для выполнения определенного блока кода при выполнении определенного условия?

- for loop
- while loop
- **if statement**
- def name

Задание 4

Каким методом из предложенных можно добавить число 10 в список a=[]?

- a.add = 10
- append.a(10)
- a.add(10)
- **a.append(10)**

Задание 5

Какое выражение используется для проверки наличия элемента в списке в Python 3?

- **if x in list:**
- if x not in list:
- if list(x):
- if len(list) > x:

Задание 6

В каком из предложенных вариантов указана верная команда для вызова функции, чтобы в консоли пользователь увидел результат операции?

```
def calculate_sum (a,b):  
    return a+b
```

- **print(calculate_sum(1,2))**
- print(calculate_sum(1,3):)
- print.calculate_sum(1,2)
- calculate_sum(5,1)

Задание 7

Какой оператор используется для проверки наличия элемента в списке?

- **in**
- on
- check
- it

Задание 8

В окно ответа впишите результат выполнения кода:

```
a = 15
b = 12
if a > 15:
    if b < 20:
        a = 15
        print(a + b)
    else:
        print(0)
elif a < 15:
    if b > 10:
        a = 5
        print(a - b)
    else:
        print(0)
else:
    print(0)
```

Ответ: 0.

Задание 9

Дан недописанный скрипт:

```
num = 2
____ num <= 20____
    print(num)
num += 2
```

В окно ответа через запятую впишите в пропуски недостающие фрагменты кода, чтобы в результате отработки кода вывод (output) соответствовал указанному ниже.

Вывод (output):

2
4
6
8
10
12
14
16
18
20

Ответ: while, :

Задание 10

Напишите программу, которая запрашивает у пользователя два числа и вычисляет их наибольший общий делитель.

Наибольший общий делитель — это наибольшее число, на которое числа делятся без остатка.

Пример ввода (input):

64
72

Пример вывода (output):

8

Для ответа используйте визуальный редактор.

Ответ:

```
def divisors(num):  
    lst = [1]  
    for i in range(2, num+1):  
        if num % i == 0:  
            lst.append(i)  
    return lst  
  
def greatest_common_divisor(a, b):  
    common = set(divisors(a)) & set(divisors(b))  
    return max(common)
```



```
num1 = int(input())
num2 = int(input())
print(greatest_common_divisor(num1,num2))
```

Задание 11

Напишите программу, которая запрашивает у пользователя текст и выводит на экран все различные слова в тексте. Для ответа используйте визуальный редактор.

Пример ввода (input):

hello hello world. Python, Python

Пример вывода (output):

```
['hello', 'world', 'python']
```

Ответ:

```
s= input()
s= s.replace('.', '')
s= s.replace(', ', '')
s= s.replace('; ', '')
s = s.lower()
m = s.split(' ')
a =[]
for x in m:
    if x not in a and len(x) > 1:
        a.append(x)
print(a)
```

Задание 12

Напишите программу, которая запрашивает у пользователя число и через рекурсию считает факториал от заданного числа. Для ответа используйте визуальный редактор.

Пример ввода (input):

5

Пример вывода (output):

120

Ответ:

```
def factorial(x):  
    if x == 1:  
        return x  
    else:  
        return x * factorial(x-1)
```

```
num = int(input())  
print(factorial(num))
```