

# Подготовительный билет №6 вступительных испытаний по программе «Науки о данных»

Тест состоит из 24 вопросов: 14 вопросов по математике и 10 вопросов по программированию.

Чтобы преодолеть минимальный порог, вам нужно набрать 2 балла по математике и 10 баллов за весь экзамен.

На прохождение теста отводится 3 часа.

*На настоящем экзамене форматы вопросов могут отличаться, но тематика вопросов остается прежней. Если вы справляетесь с заданиями из подготовительного билета, вы точно справитесь с заданиями на экзамене.*

## Разбалловка:

№ вопроса	Кол-во баллов
<b>Математика</b>	
<b>1</b>	1
<b>2</b>	1
<b>3</b>	1
<b>4</b>	1
<b>5</b>	1
<b>6</b>	2
<b>7</b>	2
<b>8</b>	2
<b>9</b>	2
<b>10</b>	2
<b>11</b>	2

12	3
13	3
14	3
<b>Программирование</b>	
15	1
16	1
17	1
18	1
19	1
20	1
21	1
22	2
23	2
24	3
<b>Итого</b>	<b>40</b>

## Математика

1. Исследовать на локальный экстремум в точке  $x = 0$  функцию

$$f(x) = \begin{cases} |x|(2 + \cos \frac{1}{x}), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

2. Найти собственные значения линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей

$$\begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$$

Чему равна их сумма?

**3.** Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 24 & -37 & 61 & 13 & 50 \\ 25 & -7 & 32 & -18 & -11 \\ 31 & 12 & 19 & -43 & -55 \\ 42 & 13 & 29 & -55 & -68 \end{pmatrix}$$

**4.** Вероятности попадания при каждом выстреле для трех стрелков равны соответственно  $4/5$ ,  $3/4$ ,  $2/3$ . При одновременном выстреле всех трех стрелков имелось два попадания. Определить вероятность того, что промахнулся третий стрелок.

**5.** Плотность вероятности случайной величины  $X$  имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Определить дисперсию и среднее значение.

**6.** Найти неопределенный интеграл

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$$

**7.** Найти градиент функции  $u(x, y, z)$

$$u(x, y, z) = \frac{\cos x^2}{y + z^2}$$

**8.** Вычислить интеграл

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} \left| \frac{x+y}{\sqrt{2}} - x^2 - y^2 \right| dx dy$$

**9.** Найти расстояние от точки, заданной вектором  $x = (2, 4, -4, 2)$ , до подпространства, заданного системой уравнений

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 &= 1 \\x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 &= 2\end{aligned}$$

**10.** Линейное преобразование  $A$  в базисе  $e_1, e_2, e_3, e_4$  имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & -18 & 15 \\ -1 & -22 & 15 \\ 1 & -25 & 22 \end{pmatrix}$$

Найти матрицу этого же преобразования в базисе  $f_1 = e_1 - 2e_2 + e_3$ ,  
 $f_2 = 3e_1 - e_2 + 2e_3$ ,  $f_3 = 2e_1 + e_2 + 2e_3$

**11.** Найти матрицу оператора  $\frac{d}{dx}$  в базисе:  $2, x - 1, (x - 2)^2, (x - 1)^3 + 1$  его собственные значения. Чему равен определитель этого оператора?

**12.** Определить функцию распределения случайной величины  $X = XZ$ , если  $X$  и  $Y$  независимы и равномерно распределены на отрезке  $[-1, 1]$ .

**13.** В корзине 9 синих шариков и один фиолетовый. Наугад вынимают по одному шару до тех пор, пока шар не окажется фиолетовым; синие шарики возвращаются в корзину. Пусть случайная величина  $\xi$  — общее число испытаний. Найти закон распределения  $\xi$  и вероятности следующих событий: фиолетовый шарик извлекли за 5 попыток; не менее чем за 3 попытки; число попыток от 10 до 12 включительно.

**14.** Указать значение параметра  $\alpha$ , при котором система уравнений

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1 \\3x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= \alpha\end{aligned}$$

совместна и выписать общее решение системы при этом значении  $\alpha$ .  
Указать частное решение, норма которого  $\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$  минимальна.

## Программирование

**15. Какой тип данных в Python отвечал бы за год рождения, который будет использоваться в математических вычислениях. Например: 2002, 1996 и т. п?**

- a) str
- b) int
- c) float
- d) datetime

**16. Какой будет результат выполнения следующего кода: `print(10%3+2)`?**

- a) 2
- b) 0
- c) 3
- d) Операция невозможна

**17. Какой результат выдаст выполнение следующего кода:**

```
if 5 > 3 or 10 < 12:
    print("True")
else:
    print("False")
```

- a) True
- b) False

- c) Синтаксическая ошибка
- d) Ничего не выведется

**18. Что выведется в консоль после выполнения кода?**

```
my_list = [1, 2, 3, 4, 5]
my_list[1] = "two"
print(my_list)
```

- a) [1, 2, 3, "two", 5]
- b) [1, "two", 3, 4, 5]
- c) [1, "two", 2, 3, 4, 5]
- d) [1, "two", 4, 5]

**19. Что выведется в консоль в результате выполнения кода?**

```
1 a = 10
2 while a > 0:
3     print("МИПТ")
```

- a) 10 раз строка "МИПТ"
- b) 11 раз строка "МИПТ"
- c) Ничего, в коде ошибка
- d) Бесконечное количество раз строка "МИПТ"

**20. Какой будет результат выполнения данного кода?**

```
1 def my_function(x):
2     return x**2
3 print(my_function(5))
```

- a) 10
- b) 25

- c) 50
- d) 100

21. В каком из предложенных вариантов использованы вложенные условные инструкции:

a) 

```
a = 10
if a == 10:
    print(a)
else:
    print("None")
```

b) 

```
a = 10
if a == 10:
    print(a)
```

c) 

```
a = int(input())
if a < 10:
    if a > 8:
        print(a)
    else:
        print("Второе условие не выполняется")
else:
    print("Первое условие не выполняется")
```

22. Дан список фруктов: **fruits = ["banana", "orange", "watermelon"]**. С ним провели операцию, и, в результате, содержимое списка изменилось: **["banana", "orange", "watermelon", "apple"]**. Какую операцию провели? Заполните пропуски через запятую и пробел в правильной очередности.

\_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_(\_\_\_\_\_)

23. Дан список **my\_list** и недописанный код, который выводит на экран только четные элементы из списка:

```
my_list = [1, 2, 3, 4, 5]
for i _____ my_list:
    if i _____ 2 == 0:
        print(i)
```

**Через запятую и пробел** впишите недостающие фрагменты кода в пропусках.

**24.** Напишите программу, которая находит наименьшее число в списке **numbers = [1,3,15,-4,-2,0,23]** и вывод результата в консоль соответствует указанному:

**Вывод (output):**

Наибольшее число в списке: -4

## Ключи к билету №6:

**1.**  $x = 0$ , — минимум функции  $f$

**2.** 1

**3.** 2

**4.** 0.462

**5.**  $EX = DX = 3$

**6.**  $2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[6]{x} - 6\ln(1 + \sqrt[6]{x}) + C$

**7.**  $\frac{-1}{y+z^2} \langle 2x \sin x^2, \frac{1}{y+z^2}, \frac{2z}{y+z^2} \rangle$

**8.**  $\frac{9\pi}{16}$

**9.** 2



10.  $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 41 & 58 & 37 \\ -105 & -105 & -35 \\ 267 & 256 & 69 \end{pmatrix}$

11.  $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \det = 0$

12. 
$$F_Z(z) = \begin{cases} 0, & z \leq -1 \\ \frac{1}{2}(1 + |z|(\ln |z| - 1)), & -1 \leq z \leq 0 \\ \frac{1}{2}(1 - |z|(\ln |z| - 1)), & 0 \leq z \leq 1 \\ 1, & 1 \leq z \end{cases}$$

13.  $\xi$  имеет геометрическое распределение; 0.066; 0.81; 0.1

14.  $\alpha = 1$ ; общее решение —  $(-1 - 2t, 1 + t, t); (0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

15. b

16. c

17. a

18. b

19. d

20. b

21. c

22. fruits.append,"apple"

23. in, %

24. Возможный ответ:

```
numbers = [1,3,15,-4,-2,0,23]
min_num = numbers[0]
for num in numbers:
    if num < min_num:
        min_num = num
print("Наименьшее число в списке:", min_num)
```