

# МІРТ МАТН 22 #6

Вступительные | «Науки о данных» | 2022

## Задача 1

Исследовать на локальный экстремум в точке  $x = 0$  функцию

$$f(x) = \begin{cases} |x|(2 + \cos \frac{1}{x}), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

## Задача 2

Найти собственные значения линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей

$$\begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$$

Чему равна их сумма?

## Задача 3

Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 17 & -28 & 45 & 11 & 39 \\ 24 & -37 & 61 & 13 & 50 \\ 25 & -7 & 32 & -18 & -11 \\ 31 & 12 & 19 & -43 & -55 \\ 42 & 13 & 29 & -55 & -68 \end{pmatrix}$$

## Задача 4

Вероятности попадания при каждом выстреле для трех стрелков равны соответственно  $4/5$ ,  $3/4$ ,  $2/3$ . При одновременном выстреле всех трех стрелков имелось два попадания. Определить вероятность того, что промахнулся третий стрелок

## Задача 5

Плотность вероятности случайной величины  $X$  имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Определить дисперсию и среднее значение

## Задача 6

Найти неопределенный интеграл

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$$

## Задача 7

Найти градиент функции  $u(x, y, z)$

$$u(x, y, z) = \frac{\cos x^2}{y + z^2}$$

## Задача 8

Вычислить интеграл:

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} \left| \frac{x+y}{\sqrt{2}} - x^2 - y^2 \right| dx dy$$

## Задача 9

9. Найти расстояние от точки, заданной вектором  $x = (2, 4, -4, 2)$ , до подпространства, заданного системой уравнений

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 = 2$$

## Задача 10

10. Линейное преобразование  $A$  в базисе  $e_1, e_2, e_3, e_4$  имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & -18 & 15 \\ -1 & -22 & 15 \\ 1 & -25 & 22 \end{pmatrix}$$

Найти матрицу этого же преобразования в базисе  $f_1 = e_1 - 2e_2 + e_3$ ,

$$f_2 = 3e_1 - e_2 + 2e_3, f_3 = 2e_1 + e_2 + 2e_3$$

## Задача 11

11. Найти матрицу оператора  $\frac{d}{dx}$  в базисе:  $2, x - 1, (x - 2)^2, (x - 1)^3 + 1$  его собственные значения. Чему равен определитель этого оператора?

## Задача 12

12. Определить функцию распределения случайной величины  $X = XZ$ , если  $X$  и  $Y$  независимы и равномерно распределены на отрезке  $[-1, 1]$ .

## Задача 13

В корзине 9 синих шариков и один фиолетовый. Наугад вынимают по одному шару до тех пор, пока шар не окажется фиолетовым; синие шары возвращаются в корзину. Пусть случайная величина  $\xi$  — общее число испытаний. Найти закон распределения  $\xi$  и вероятности следующих событий: фиолетовый шарик извлекли за 5 попыток; не менее чем за 3 попытки; число попыток от 10 до 12 включительно

## Задача 14

Указать значение параметра  $\alpha$ , при котором система уравнений

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= \alpha\end{aligned}$$

совместна и выписать общее решение системы при этом значении  $\alpha$ .

Указать частное решение, норма которого  $\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$  минимальна.