

МИРТ МАТН 22 #5

Вступительные | «Науки о данных» | 2022

Задача 1

Сколько непрерывных производных имеет функция?

$$y = |\pi^2 - x^2| \sin^2 x$$

Задача 2

Найти собственные значения линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

Чему равна их сумма (с учетом кратностей)?

Задача 3

Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 24 & 19 & 36 & 72 & -38 \\ 49 & 40 & 73 & 147 & -80 \\ 73 & 59 & 98 & 219 & -118 \\ 47 & 36 & 71 & 141 & -72 \end{pmatrix}$$

Задача 4

Имеется десять одинаковых урн, из которых в девяти находятся по два черных и по два белых шара, а в одной — пять белых и один черный шар. Из урны, взятой наудачу, извлечен белый шар. Какова вероятность, что шар извлечен из урны, содержащей пять белых шаров?

Задача 5

Функция распределения случайной величины X имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^3}, & x \geq 1 \\ 0, & x \leq 1 \end{cases}$$

Определить дисперсию и среднее значение

Задача 6

Найти неопределенный интеграл

$$\int \sqrt{\frac{x}{1 - x\sqrt{x}}} dx$$

Задача 7

Найти градиент функции $u(x, y, z)$

$$u(x, y, z) = \arctan \frac{x + y}{1 - xyz}$$

Задача 8

Вычислить интеграл:

$$\iint_{0 \leq x, y \leq \pi} |\cos(x + y)| dx dy$$

Задача 9

9. Найти расстояние от точки, заданной вектором $x = (4, 2, -5, 1)$, до подпространства, заданного системой уравнений

$$2x_1 - 2x_1 + x_3 + 2x_4 = 9$$

$$2x_1 - 4x_1 + 2x_3 + 3x_4 = 12$$

Задача 10

10. Линейное преобразование A в базисе e_1, e_2, e_3, e_4 имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти матрицу этого же преобразования в базисе $e_1, e_1 + e_2, e_1, e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_3 + e_4$

Задача 11

11. Найти матрицу оператора, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 в b_1, b_2, b_3 соответственно, в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$

$$a_1 = (2, 0, 3),$$

$$b_1 = (1, 2, -1)$$

$$a_2 = (4, 1, 5),$$

$$b_2 = (4, 5, -2)$$

$$a_3 = (3, 1, 2),$$

$$b_3 = (1, -1, 1)$$

Найти произведение всех (с учетом кратностей) собственных значений этого оператора.

Задача 12

12. Определить плотность вероятности случайной величины $Y = X_3$, если плотность вероятности случайной величины X равна

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi} \frac{2}{4 + x^2}$$

Задача 13

Неисправный станок в 30% случаев производит бракованную деталь. Наугад берётся 10 деталей; найти вероятности событий: половина деталей оказалась с браком; доля неисправных деталей не превышает 80%; было произведено от 4 до 7 исправных деталей

Задача 14

14. Случайная величина X подчиняется закону Пуассона со средним значением λ . Определить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Y = \cos bX$.