

# Билет 1

## Раздел «Математика»

### Задание 1

Исследуйте на экстремум функцию:  $f(x) = x^{\frac{1}{3}}(1 - x)^{\frac{2}{3}}$ .

**Ответ:** максимум при  $x = \frac{1}{3}$ , минимум при  $x = 1$ .

### Задание 2

Найдите  $\|Ax\|$ , где  $\|\cdot\|$  — норма вектора,  $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$ ,  $x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{5}$ .

### Задание 3

Найдите сумму всех (с учетом кратностей) корней характеристического полинома матрицы  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 7 & 7 \end{pmatrix}$$

**Ответ:** 7.

### Задание 4

На вход радиолокационного устройства с вероятностью 0,8 поступает смесь полезного сигнала с помехой, а с вероятностью 0,2 — только помеха. Если поступает полезный сигнал с помехой, то прибор регистрирует наличие какого-то сигнала с вероятностью 0,7; если только помеха — с вероятностью 0,3.

Найдите вероятность того, что прибор зарегистрирует какой-то сигнал.

**Ответ:** 0,62.

## Задание 5

Каково должно быть  $a$ , чтобы  $f(x) = ae^{-x^2}$  являлось плотностью вероятности случайной величины  $X$ , изменяющейся в бесконечных пределах?

**Ответ:**  $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ .

## Задание 6

Пусть  $X_1, X_2$  — независимые одинаково распределенные случайные величины.  $X_i$  имеет равномерное на отрезке  $[0, 1]$  распределение. Рассмотрим случайную величину (смещенную выборочную дисперсию):

$$S^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (X_i - \bar{X})^2,$$

где  $\bar{X} = \frac{1}{2}(X_1 + X_2)$ .

Найдите отношение  $\frac{ES^2}{DX_i}$ , где  $E$  — математическое ожидание, а  $D$  — дисперсия данной случайной величины.

**Ответ:**  $\frac{1}{2}$ .

## Задание 7

Найдите частные производные  $\frac{\partial f}{\partial x}$  и  $\frac{\partial f}{\partial y}$ , где  $f(x, y) = x^y$ .

**Ответ:**  $\frac{\partial f}{\partial x} = yx^{y-1}, \frac{\partial f}{\partial y} = x^y \ln x$

## Задание 8

Вычислите интеграл:

$$\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}} dx.$$

**Ответ:**  $\frac{\pi}{2}$ .

## Задание 9

Найдите расстояние от точки  $P = (\frac{1}{2}, 3)$  до кривой, заданной уравнением:

$$4x^2 + 4x + y^2 - 6y = -9.$$

**Ответ:**  $\frac{1}{2}$ .

## Задание 10

Найдите обратную к  $A$  матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

**Ответ:**  $-\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 4 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$

## Задание 11

Найдите какой-либо базис, в котором матрица  $A$  диагональна:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$$

**Ответ:** один из вариантов —  $v_1 = (0, 1), v_2 = (12, 7)$ .

## Задание 12

Случайная величина  $X$  (число появлений события  $A$ ) подчинена закону распределения Пуассона с неизвестным параметром  $\lambda$ . В результате  $n$  независимых испытаний была получена выборка  $x_1, \dots, x_n$ .

При каком значении параметра  $\lambda$  вероятность получить такую выборку максимальна?

**Ответ:**  $\lambda = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ .

## Задание 13

В ящике лежат  $2m$  шаров:  $m$  белых и  $m$  черных. Из ящика по очереди и без возвращения достают  $m$  шаров.

При каких  $k$  вероятность  $p_k$  достать  $k$  белых шаров отлична от нуля? Найдите вероятность  $p_k$ .

Явно проверьте, что  $\sum_k p_k = 1$ .

Подсказка: чему равно  $\sum_{k=0}^n (C_n^k)^2$ ?

**Ответ:**  $0 \leq k \leq m$ ,  $p_k = \frac{C_m^k C_m^{m-k}}{C_{2m}^m}$ .

## Задание 14

Исследуйте на экстремум функцию:  $f(x, y) = (x - y + 1)^2$ .

**Ответ:** нестрогий минимум при  $x - y + 1 = 0$ .

# Раздел «Алгоритмизация на языке Python»

## Задание 1

При какой операции в консоль выведется целое число 3?

- **print(10//3)**
- print(10/3)
- print(3/3)
- print(1//3)

## Задание 2

Какая операция невозможна?

- print(10 + 12)
- print(53 \* 2)
- print("5" \* 3)
- **print("5" \* "3")**

## Задание 3

Вам нужно проверить выполнение нескольких условий. Какую конструкцию из предложенных будете использовать?

- if-else
- for
- while
- **if-elif-else**

## Задание 4

Дан список `a = [1,2,3,4,5,6,8]`. С ним провели операцию и на выходе получили `[1,3,4,5,6,8]`. Какую операцию провели?

- **`a.pop(1)`**
- `a.remove(0)`
- `a.pop(2)`
- `a.remove(5)`

## Задание 5

Какой цикл используется в Python для выполнения повторяющихся операций, пока выполняется (истинно) определенное условие?

- **`while`**
- `for`
- `repeat`
- `do-while`

## Задание 6

В каком варианте верно объявлена функция?

- **`def func_name(par):`**
- `fun func_name(par):`
- `func_name(par):`
- `def(par) func_name:`

## Задание 7

В окно ответа впишите результат выполнения кода.

```
a = 10
b = 15
if a > 15:
    if b < 20:
        a = 15
        print(a + b)
elif a < 15:
    if b > 10:
        a = 5
        print(a - b)
```

**Ответ:** -10.

## Задание 8

Что нужно добавить в код, чтобы он выводил на экран числа от 0 до 2 включительно? В окно ответа впишите только недостающий фрагмент.

```
for i in range(____):
    print(i)
```

**Ответ:** 3.

## Задание 9

Какую операцию нужно использовать вместо пропуска, чтобы добавить элемент apple в конец списка fruits? Введите только команду, без дополнительных символов.

```
fruits = ["banana", "orange"]
fruits.____("apple")
```

**Ответ:** append.

## Задание 10

Напишите программу, которая запрашивает у пользователя список чисел и меняет местами его минимальный и максимальный элемент.

Для ответа используйте визуальный редактор.

Пример ввода (input):

6 7 8 9 7 6 4 0 8

Пример вывода (output):

6 7 8 0 7 6 4 9 8

### Ответ:

```
a = [int(s) for s in input().split()]
index_of_min = 0
index_of_max = 0
for i in range(1, len(a)):
    if a[i] > a[index_of_max]:
        index_of_max = i
    if a[i] < a[index_of_min]:
        index_of_min = i
a[index_of_min], a[index_of_max] = a[index_of_max], a[index_of_min]
print(' '.join([str(i) for i in a]))
```

## Задание 11

Напишите программу, которая запрашивает у пользователя строку, содержащую символ BACKSPACE (удаление последнего символа). Пусть символом BACKSPACE будет \$. Необходимо очистить текст от неудаленных символов и символа BACKSPACE. Для ответа используйте визуальный редактор.

Пример ввода (input):

Hello worldddd\$\$! Pythonmnj\$\$\$!

Пример вывода (output):

Hello world! Python!



**Ответ:**

```
def cleaned_str(st):
    clean_lst = []
    for symbol in st:
        if symbol == '$' and clean_lst:
            clean_lst.pop()
        elif symbol != '$':
            clean_lst.append(symbol)
    return ''.join(clean_lst)
```

```
num = input()
print(cleaned_str(num))
```

## Задание 12

Напишите программу, которая запрашивает у пользователя число  $n$  и через рекурсию выводит первые  $n$  чисел Фибоначчи.

Числа Фибоначчи — элементы числовой последовательности, в которой первые два числа равны 0 и 1, а каждое последующее число равно сумме двух предыдущих чисел.

Пример ввода (input):

6

Пример вывода (output):

[0, 1, 1, 2, 3, 5]

Для ответа используйте визуальный редактор.

**Ответ:**

```
def fibonacci(length):
    lst = [0, 1]
    return calculate_next(lst, length)

def calculate_next(lst, length):
    if len(lst) < length:
        lst.append(lst[-2] + lst[-1])
    return calculate_next(lst, length)
```

```
    else:  
        return lst
```

```
num = int(input())  
print(fibonacci(num))
```