

1. Задача 1

Сколько имеется четырёхзначных чисел, у которых каждая следующая цифра больше предыдущей?

Начнём с подхода. Назовём R четырёхзначное число, которое удовлетворяет условию - т.е. каждая следующая цифра R больше предыдущей. Когда мы думаем об R , мы фактически представляем последовательности из 4 элементов, которые могут состоять из чисел от 0 до 9. Назовём такие числа, из которых состоит R , соответственно r_1, r_2, r_3, r_4

Число r_1 не может быть нулём, иначе R станет нечетырёхзначным. При этом r_2, r_3, r_4 тоже не могут быть нулями - ведь в таком случае r_1 будет больше любого из них, что противоречит условию.

Для одного выбранного числа R его составные числа r_1, r_2, r_3, r_4 не могут совпадать. В противном случае как минимум одна следующая цифра в числе R не сможет быть больше предыдущей - и мы нарушим условие числа R .

Набор составных чисел r_1, r_2, r_3, r_4 , из которых мы можем сформировать число R , позволяет сформировать только одно число R . Каждая следующая цифра среди набора r_1, r_2, r_3, r_4 отличается от остальных, и они по определению встанут в единственно возможное неравенство вида: $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$.

По итогу мы ищем, сколько неповторяющихся пар мы можем составить из чисел от 1 до 9. Мы ищем **сочетания**:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

В нашем случае мы ищем сочетания по 4 пары из 9 элементов, от 1 до 9:

$$\binom{9}{4} = \frac{9!}{4! (9 - 4)!} = \frac{9!}{4! \times 5!} = \frac{9 * 8 * 7 * 6}{4 * 3 * 2} = 84 \quad (1)$$

Выходит, всего 84 числа