

Подготовительный билет №7 вступительных испытаний по программе «Науки о данных»

Тест состоит из 24 вопросов: 14 вопросов по математике и 10 вопросов по программированию.

Чтобы преодолеть минимальный порог, вам нужно набрать 2 балла по математике и 10 баллов за весь экзамен.

На прохождение теста отводится 3 часа.

На настоящем экзамене форматы вопросов могут отличаться, но тематика вопросов остается прежней. Если вы справляетесь с заданиями из подготовительного билета, вы точно справитесь с заданиями на экзамене.

Разбалловка:

№ вопроса	Кол-во баллов
Математика	
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	2
7	2
8	2
9	2
10	2
11	2

12	3
13	3
14	3
Программирование	
15	1
16	1
17	1
18	1
19	1
20	1
21	1
22	2
23	2
24	3
Итого	40

Математика

1. Каким числом способов можно упорядочить множество $1, 2, \dots, 2n$ так, чтобы четное число имело четный номер?
2. В студенческой группе 10 девушек и 15 юношей. На конференцию выбирают 5 делегатов. Найти вероятность того, что будут выбраны три девушки и двое юношей. Ответ округлите до тысячных.
3. В круге единичного радиуса с центром в начале координат наудачу выбрана точка. Какова вероятность того, что она окажется ниже графика $y = |x|$?

4. По отзывам покупателей Николай оценил надежность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,7. Вероятность того, что этот же товар доставят из магазина В, равна 0,8. Николай заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

5. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стекол, вторая – 30%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая – 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

6. Случайно встреченное лицо с вероятностью 0,1 может оказаться рыжим. Найдите вероятность того, что среди пяти случайно встреченных лиц есть хотя бы один рыжий. Ответ округлите до сотых.

7. Группа состоит из 5 отличников, 15 хорошо успевающих и 5 отстающих. Отличники на предстоящем экзамене могут получить только отличные отметки, хорошо успевающие студенты могут получить с равной вероятностью хорошие и отличные отметки. Отстающие студенты могут получить с равной вероятностью хорошие, удовлетворительные и неудовлетворительные отметки. Какова вероятность того, что наудачу выбранный студент получит хорошую отметку? Ответ округлите до тысячных.

8. Функция распределения случайной величины ξ имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{1}{6}(x^2 + x) & \text{при } x \in (0; 2], \\ 1 & \text{при } x \geq 2. \end{cases}$$

Найдите $P(\xi > 1)$ и математическое ожидание ξ . Ответы округлите до сотых.

9. Найдите ранг матрицы:

$$\text{rk} \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & -2 & 8 \\ 7 & 1 & -2 & -1 & 12 \\ 11 & 1 & -3 & 0 & 16 \\ 2 & 2 & -1 & -5 & 12 \end{pmatrix}$$

10. Найдите все решения системы уравнений:

$$\begin{cases} x + 3y + 5z = 2 \\ 3x + 5y + 7z = 2 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

11. Найти, при каких (x_1, x_2, x_3) достигается наименьшее среднеквадратичное отклонение от столбца свободных членов, и найти это отклонение

$$x_1 - x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 2$$

12. Исследовать на экстремум функцию нескольких переменных

$$u(x, y) = x^2 - xy + y^2 + y$$

13. Найти плотность вероятности суммы двух независимых случайных величин $Z = X + Y$, где X равномерно распределена в интервале $(0, 1)$, а Y имеет плотность вероятности:

$$f_Y(y) = \begin{cases} y, & 0 \leq y \leq 1 \\ 2 - y, & 1 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{при остальных значениях } y \end{cases}$$

14. Найти ортонормированный базис из собственных векторов и матрицу в этом базисе линейного оператора, заданного матрицей A :

$$A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

15. Какой тип данных вернет функция `type([1, 2, 3])`?

- a) list
- b) tuple
- c) set
- d) dictionary

**16. Какой будет результат выполнения следующего кода:
`print("МИПТ" + "10")`?**

- a) 14
- b) "МИПТ10"
- c) "МИПТ10"
- d) "10МИПТ"

**17. Какой результат выведется на экран после выполнения
следующего кода?**

```
num = 15
if num < 10:
    print("Число менее 10")
else:
    print("Число больше или равно 10")
```

- a) Число менее 10
- b) Число больше или равно 10
- c) Ничего не выведется
- d) Синтаксическая ошибка

18. Что выведется в консоль после выполнения кода?

```
list1 = [1, 2, 3, 4, 5]
list1.append(6)
print(list1)
```

- a) [6, 1, 2, 3, 4, 5]
- b) [1, 2, 3, 4, 5, 6]

c) [2, 3, 4, 5, 6]

d) [1, 3, 5]

19. Какой код будет выводить в результате своего выполнения в консоль числа от 1 до 10 включительно?

a) `for i in range(10):
 print(i)`

b) `for i in range(1,9):
 print(i)`

c) `a = 0
while a < 9:
 a = a + 1
 print(a)`

d) `a = 0
while a < 10:
 a = a + 1
 print(a)`

20. Дан код:

```
1 def my_function(x):  
2     return x**2  
3 print(my_function(5))
```

Выберите верное суждение:

a) Вызвана функция **my_function**, которая принимает один аргумент "x". Внутри функции **my_function** "x" возведен во вторую степень оператором **"**"** и возвращается как результат функции. Затем, определяется функция **my_function** с аргументом "5" и ее результат выводится на экран с помощью функции **print**.

b) Определена функция **my_function**, которая принимает один аргумент "x". Внутри функции **my_function** "x" возведен во вторую степень оператором **"**"** и возвращается как результат функции. Затем, вызывается функция **my_function** с аргументом "5" и ее результат выводится на экран с помощью функции **print**.

c) Определена функция **my_function**, которая принимает один аргумент **"x"**. Внутри функции **my_function "x"** умножен на 2 с помощью оператора **"**"** и возвращается как результат функции. Затем, вызывается функция **my_function** с аргументом **"5"** и ее результат выводится на экран с помощью функции **print**.

21. Какой вариант из предложенных наиболее соответствует описанию:

Данный код запрашивает у пользователя целое число с помощью функции **input()**, и затем проверяет его значение на соответствие двум условиям: если значение меньше 10 и больше 8, то программа выводит на экран введенное число; в противном случае программа выводит сообщение "Второе условие не выполняется". Если значение переменной **"a"** не удовлетворяет первому условию, т.е. оно больше или равно 10, то программа выводит сообщение "Первое условие не выполняется".

a)

```
a = int(input())
if a < 10:
    if a > 8:
        print(a)
    else:
        print("Второе условие не выполняется")
```

b)

```
a = int(input())
if a < 10:
    if a > 8:
        print(a)
    else:
        print("Второе условие не выполняется")
else:
    print("Первое условие не выполняется")
```

```
a = int(input())
if a < 10:
    if a > 8:
        print(a)
else:
    print("Первое условие не выполняется")
```

с)

22. Чтобы получить количество элементов в списке **"my_list"**, нужно использовать команду _____(my_list).

Введите только команду, без дополнительных символов.

23. Дан недописанный код, который будет считать сумму чисел от 1 до 100 включительно:

```
sum = 0
for i ____ range(____):
    sum = sum + i
print(sum)
```

Через точку с запятой и пробел впишите недостающие фрагменты кода в пропусках.

24. Напишите код который будет запрашивать у пользователя числа до тех пор, пока он не введет число, кратное 4 или кратное 5.

Ключи к билету №7:

1. (n!)²
2. 0,237
3. 0,75
4. 0,06

5. 0,024

6. 0,41

7. 0,367

8. 0,67 и 1,22

9. 2

10. Правильный ответ:

$$x = -1 + t,$$

$$y = 1 - 2t$$

$$z = t$$

11. $\min = \sqrt{\frac{1}{2}}$ достигается при любых (x_1, x_2, x_3) , являющихся решением уравнения $x_1 - x_2 + x_3 = \frac{3}{2}$

12. $u_{\min} = -1$ при $x = 1$ и $y = 0$

13.

$$f_Z(z) = \begin{cases} 0, & z < 0 \text{ или } z > 3 \\ \frac{z^2}{2}, & 0 \leq z \leq 1 \\ -z^2 + 3z - \frac{3}{2}, & 1 \leq z \leq 2 \\ \frac{1}{2}(z^2 - 6z + 9), & 2 \leq z \leq 3 \end{cases}$$

14.

$$f_1 = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}, f_3 = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & -9 & 0 \\ 0 & 0 & 18 \end{pmatrix}$$

15. a

16. c

17. b

18. b

19. d

20. b

21. b

22. len

23. in; 1,101

24. Возможный ответ:

```
while True:
    num = int(input("Введите число: "))
    if num % 4 == 0 or num % 5 == 0:
        print("Вы ввели число, кратное 4 или 5.")
        break
    else:
        print("Введите число, кратное 4 или 5.")
```