

Подготовительный билет №3 вступительных испытаний по программе «Науки о данных»

Тест состоит из 24 вопросов: 14 вопросов по математике и 10 вопросов по программированию.

Чтобы преодолеть минимальный порог, вам нужно набрать 2 балла по математике и 10 баллов за весь экзамен.

На прохождение теста отводится 3 часа.

На настоящем экзамене форматы вопросов могут отличаться, но тематика вопросов остается прежней. Если вы справляетесь с заданиями из подготовительного билета, вы точно справитесь с заданиями на экзамене.

Разбалловка:

№ вопроса	Кол-во баллов
Математика	
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	2
7	2
8	2
9	2
10	2
11	2

12	3
13	3
14	3
Программирование	
15	1
16	1
17	1
18	1
19	1
20	1
21	1
22	2
23	2
24	3
Итого	40

Математика

1. Исследовать на дифференцируемость функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(x-1)(x+1)^2, & |x| \leq 1 \\ |x| - 1, & |x| > 1 \end{cases}$$

Сколько раз $f(x)$ дифференцируема в точке $x = -1$.

2. Найти собственные значения линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Чему равна их сумма (с учетом кратностей)?

3. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 47 & -67 & 35 & 201 & 155 \\ 26 & 98 & 23 & -294 & 86 \\ 16 & -428 & 1 & 1284 & 52 \end{pmatrix}$$

4. Определить вероятность того, что среди 1000 лампочек нет ни одной неисправной, если из взятых наудачу 100 лампочек все оказались исправными. Предполагается, что число неисправных лампочек из 1000 равномерно от 0 до 5.

5. Функция распределения случайной величины ξ имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ a + b \arcsin x, & -1 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 \leq x \end{cases}$$

Определить постоянные a и b . Найти $E\xi$ и $D\xi$.

6. Найти неопределенный интеграл

$$\int \frac{x^3 dx}{(1-x^2)^3}$$

7. Найти градиент функции $u(x, y, z)$

$$u(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

8. Вычислить интеграл:

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 25} \frac{dx dy}{\sqrt{24+x^2+y^2}}$$

9. Найти ортогональную проекцию вектора x на подпространство L ; $x = (4, -1, -3, 4)$, L , натянуто на векторы $a_1 = (1, 1, 1, 1)$, $a_2 = (1, 2, 2, -1)$, $a_3 = (1, 0, 0, 3)$.

10. Линейное преобразование A в базисе e_1, e_2, e_3, e_4 имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Найти матрицу этого же преобразования в базисе e_1, e_2, e_3, e_4

11. Линейное преобразование A в базисе e_1, e_2, e_3, e_4 имеет матрицу:

Найти матрицу оператора в базисе: $1, x - 2, x^2 + 3x, x^3 - x - 1$ и его собственные значения. Чему равна сумма всех собственных значений с учетом кратностей?

12. Найти плотность вероятности случайной величины $Y = \sqrt{\frac{1}{2} (X_1^2 + X_2^2)}$, где X_i — нормальная центрированная случайная величина и $DX_i = \sigma^2$.

13. Студент делает в среднем 1 ошибку на 10 страниц конспекта. Пусть ξ — число ошибок, которое студент сделает в 24-листовой тетради. Найти закон распределения ξ и вероятности следующих событий: в конспекте будет 5 ошибок; не меньше 3 ошибок; от 3 до 6 ошибок включительно.

14. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ , характеристическая функция $f(t) = Ee^{it\xi}$, которой равна

$$\frac{4}{(2-it)^2} e^{3it-1} \cos^2 5t.$$

Программирование

15. Какой из перечисленных типов данных не относится к числам в Python?

- a) int
- b) float
- c) str
- d) complex

16. Какой будет результат выполнения следующей операции: `print("5" * 3 * 2 % 1)`?

- a) 55
- b) 5555555555
- c) 555555
- d) Операция невозможна

17. Какой результат выдаст выполнение следующего кода:

```
if 5 < 3 and 10 < 12:  
    print("True")  
else:  
    print("False")
```

- a) True
- b) False
- c) Ничего не выведется
- d) Синтаксическая ошибка

18. Что будет напечатано в консоле после выполнения следующего кода?

```
a = [1, 2, 3]
b = a
a.append(4)
print(b)
```

- a) [4, 1, 2, 3]
- b) [1, 2, 3, 4]
- c) [2, 3, 4]
- d) [4]

19. Что необходимо добавить в код, чтобы в результате его выполнения в консоль выводилось число 15?

```
1 x = 0
2 for i in range():
3     x = x
4 print(x)
```

- a) Дополнить функцию range() 2 аргументами: 1, 6. В третьей строке кода дополнить операцию, добавить к x "+ i" (будет выглядеть так: $x = x + i$)
- b) Дополнить функцию range 2 аргументами: 1, 6
- c) Дополнить функцию range 2 аргументами: 1, 5. В 3 строке кода дополнить операцию, добавить к переменной x "+ i" (будет выглядеть так: $x = x + i$)
- d) Ничего не нужно добавлять

20. Дан код:

```
1 def add_numbers(x, y):
2     return x + y
3
4 result = add_numbers(3, 5)
5 print(result)
```

Выберите верное суждение:

a) Определена функция **add_numbers**, которая принимает 2 аргумента **“x”** и **“y”**, складывает и возвращает их сумму. Затем создается переменная **result**, в которую записывается результат вызова функции **add_numbers** с аргументами 3 и 5. В результате переменная **result** будет содержать значение 8.

b) Определена функция **def**, которая принимает 1 аргумент на выбор **“x”**, **“y”**. Затем создается переменная **add_numbers**, в которую записывается результат вызова функции **def** с аргументами 3 и 5. В результате переменная **result** будет содержать значение 8.

c) Определена функция **add_numbers**, которая принимает 2 аргумента **“x”** и **“y”**, складывает их. Затем создается переменная **result** и сохраняются 2 числа 3 и 5. В результате переменная **result** будет содержать 2 числа 3 и 5.

21. Какой вариант из предложенных наиболее соответствует описанию:

Код задает две переменные: **“x”** со значением 5 и **“y”** со значением 10. Затем он проверяет, является ли **“x”** больше 2 или **“y”** меньше 5. Поскольку **первое условие истинно** (x = 5 больше 2), то код выполнит инструкцию **в блоке if** и выведет сообщение "по крайней мере одно условие верно".

a)

```
x = 5
y = 10
if x > 2 or y < 5:
    print("По крайней мере одно условие верно")
else:
    print("Оба условия не выполняются")
```

b)

```
x = 5
y = 10
if x < 2 or y < 5:
    print("По крайней мере одно условие верно")
else:
    print("Оба условия не выполняются")
```

```
x = 5
y = 10
if x > 2 and y < 5:
    print("По крайней мере одно условие верно")
else:
    print("Оба условия не выполняются")
```

c)

22. Дан список чисел: numbers = [1, 2, 3, 4, 5]. Чтобы получить последний элемент списка, используйте команду _____. Введите только команду, без дополнительных функций.

23. Дан недописанный скрипт:

```
for i in ____(_):
    print(i)
```

Через точку с запятой и пробела впишите недостающие фрагменты кода в пропусках, чтобы вывод(output) соответствовал указанному:

Вывод (output):

1
3
5
7
9

Пример формата ответа: название функции/команды; аргумент 1, аргумент 2 и т. д.

24. Напишите программу, которая будет запрашивать у пользователя 3 числа и в результате выводит их среднее арифметическое. Реализуйте решение через создание функции.

Пример ввода (input):

1
2
3

Пример вывода (output)

2.0

Ключи к билету №3:

1. 0

2. 5

3. 2

4. 0.214

5. $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{\pi}, E\xi = 0, D\xi = \frac{1}{2}$

6. $\frac{2x^2-1}{4(x^2-1)^2} + C$

7. $-\frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\langle x, y, z \rangle$

8. $2\pi(7 - \sqrt{24})$

9. (1, -1, -1, 5)

10. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

11. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 7 & 17 \\ 0 & 0 & 2 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \lambda_i = 0, 1 \leq i \leq 4; \sum \lambda_i = 0$

12. $f_Y(y) = \frac{2}{\sigma^2} y e^{-\frac{y^2}{\sigma^2}}$

13. ξ имеет распределение Пуассона; 5 ошибок – 0.175; не менее 3 ошибок – 0.86; от 3 до 6 ошибок – 0.65

14. $E\xi = \frac{4}{3}, D\xi = \frac{66.5e-16}{e^2}$

15. с

16. d

17. b

18. b

19. a

20. a

21. a

22. numbers[-1]

23. range; 1,10,2

24. Возможный ответ:

```
n1 = float(input("x"))
n2 = float(input("y"))
n3 = float(input("x"))

def average(x,y,z):
    return (x + y + z) / 3
print(average(n1,n2,n2))
```