Th 1.3

n = 1 时，|An| = a11 显然成立.

n 2 时，

n = k 时，假设|An| = a11M11 - a21M21 + ... + (-1)n-1an1Mn1 成立.

n = k + 1 时，

|An| =

= + 

= + 

= + 

=

由数学归纳法，|An| = a11M11 - a21M21 + ... + (-1)n-1an1Mn1 成立.

Th 1.4

An =  AnT  = 

An+1 = 

An+1T = 

n = 1 时，|A1| = |A1T| 显然成立.

n 2 时，

n = k 时，假设 |Ak| = |AkT| 成立.

n = k + 1 时，

|Ak+1| =

|Ak+1T| =

下证 Mk+1,i = M’i,k+1

i = k+1 时，Mk+1,i  = |An| , M’i,k+1 = |AnT|

1 k n 时同理. 由数学归纳法，知|An| = |AnT|.

下证行列式的性质（1）：

设A’n是An交换了i,j行所得到的矩阵.（其中n 2）

n = k 时，假设|A’k| = -|Ak| 成立.

n = k+1 时，

|Ak+1| = a11M11 - a21M21 + ... + (-1)n-1ak+1,1Mk+1,1

|A’k+1| = a11M’11 - a21M’21 + ... + (-1)n-1ak+1,1M’k+1,1

i,j 1 时 ，由|A’k| = -|Ak|都有Ml1 = -M’l1.

i = 1 或j = 1 时同理，则|Ak+1| = -|A’k+1|.

由数学归纳法，行列式的性质（1）为真.

下证行列式的性质（2）：

不妨设在矩阵An第i行乘上常数k后得到A’n.

|A’n| =

又 = k 则 |A’n| = k|An|.

下证行列式的性质（3）：

不妨设将矩阵An的第i行乘上一个常数k后加到第j行得到A’n.

则|A’n| =

= +

= + k

= |An| + k|Bk|

其中，Bk的第i,j行相同，交换i,j行得到B’k，则|B’k| = -|Bk|

又|B’k| = |Bk| 则|Bk| = 0.

综上，|A’n| = |An|.则行列式性质（3）为真.