- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = \sqrt{2}t + \sec t + \operatorname{tg} t \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} t \sec s \varphi(s) \mathrm{d}s$ .
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{\pi/3} \sin 3t \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{1} (2t + s^{2})\varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0=0.$   $\varphi(t)=1+2t+\int\limits_0^t(t-s)\varphi(s)\mathrm{d} s,$   $\varphi_3(t)-?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = \cos t + \frac{1}{8}\cos 2t \frac{1}{4}t^2 \frac{1}{8} + \int\limits_0^t (t-s)\varphi^2(s)\mathrm{d}s$  (покласти  $\varphi_0=1$ ).

### Варіант №2

- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = 2 + 2t + e^t \int_0^1 t s \varphi(s) ds$ .
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{1} t e^{s} \varphi(s) ds.$$

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{1} (3t + 2s^{2})\varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = \sin t + 0$ ,  $5\int\limits_0^t (t+s)\varphi(s)\mathrm{d}s$ ,  $\varphi_2(t) ?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = \sin t + \frac{1}{4} \sin^2 t \frac{1}{4} t^2 + \int\limits_0^t (t-s) \varphi^2(s) \mathrm{d}s$  (покласти  $\varphi_0 = 0$ ).

- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = e^t + 2te^{-1} \int_{-1}^{1} (t 10s^2)\varphi(s) ds$ .
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{\pi} \sin t \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^{1} (3t + 10s^2) \varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0=0.$   $\varphi(t)=\frac{1}{6}t^3-\int\limits_0^t(t-s)\varphi(s)\mathrm{d} s,$   $\varphi_3(t)-?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = \cos t \sin t \frac{1}{4} \sin 2t + \frac{1}{2}t \frac{1}{2}t^2 + \int\limits_0^t (t-s) \varphi^2(s) \mathrm{d}s$  (покласти  $\varphi_0 = 1$ ).

### Варіант №4

- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = 1 + \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)t + \sec^2 t \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} t\varphi(s)\mathrm{d}s.$
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{\pi} \sin^2 t \varphi(s) ds.$$

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{1} (ts + s^{2})\varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0=0.$   $\varphi(t)=1-2 \sinh t+\int\limits_0^t (t-s+2)\varphi(s)\mathrm{d}s,$   $\varphi_2(t)-?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t)=1+3t-\frac{1}{2}t^2-t^3-\frac{3}{4}t^4+\int\limits_0^t(t-s)\varphi^2(s)\mathrm{d}s$  (покласти  $\varphi_0=1$ ).

- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = t^2 \int_{-1}^{2} e^{t-s} \varphi(s) ds$ .
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{1} 8 \arccos t s \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{1} (3t^2 + 5s^2)\varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0=0.$   $\varphi(t)=1+t^2-\int\limits_0^t(t-s+1)^2\varphi(s)\mathrm{d} s,$   $\varphi_2(t)-?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = \sin t + \cos t + \frac{1}{4}\sin 2t \frac{1}{2}t \frac{1}{2}t^2 + \int\limits_0^t (t-s)\varphi^2(s)\mathrm{d}s$  (покласти  $\varphi_0=1$ ).

### Варіант №6

- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = \frac{\pi^3}{24} \sin t \int_0^{\frac{\pi}{2}} (t 10s^2) \varphi(s) ds$ .
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{1} 2e^{t+s} \varphi(s) ds.$$

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^{1} (-12t^2 + 24ts + 18s^2) \varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0=0.$   $\varphi(t)=e^t+\int\limits_0^t e^{t+2s}\varphi(s)\mathrm{d} s,\ \varphi_2(t)-?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = e^t + \frac{1}{4}e^{2t} + \frac{3}{4} + \frac{7}{2}t \frac{1}{2}t^2 + \int\limits_0^t (t-s-1)\varphi^2(s)\mathrm{d}s$  (покласти  $\varphi_0=2$ ).

- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = (\pi+2)t\sin t \cos t \int\limits_0^\pi t(1+\varphi(s))\mathrm{d}s$ .
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{\pi/4}^{\pi/2} \operatorname{ctg} t \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^{1} (2 - 3t - 3s)\varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0=0.$   $\varphi(t)=1-t\sin t+\int\limits_0^t s\varphi(s)\mathrm{d} s,$   $\varphi_2(t)-?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t)=3\cos t+\frac{1}{4}\cos^2 t-\frac{5}{4}-\frac{3}{4}t^2+\int\limits_0^t(t-s)\varphi^2(s)\mathrm{d}s$  (покласти  $\varphi_0=2$ ).

### Варіант №8

- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = 1 + \int_{0}^{\pi} \sin(t+s)\varphi(s) ds$ .
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{\pi/3} \operatorname{tg} t \sec s \varphi(s) ds.$$

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^{1} (t - 10s^2) \varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0=0.$   $\varphi(t)=t+\int\limits_1^t(t-3s+1)\varphi(s)\mathrm{d} s,$   $\varphi_2(t)-?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t)=1+2t-\frac{7}{2}t^2-4t^3-\frac{3}{4}t^4+\int\limits_0^t(t-s+1)\varphi^2(s)\mathrm{d} s$  (покласти  $\varphi_0=1$ ).

- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = \left(\frac{\pi^3}{3} + 3\right)t \cos t \int\limits_0^\pi ts \varphi(s)\mathrm{d}s.$
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{2} ts \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^{1} (t^2 + 3s) \varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0=0.$   $\varphi(t)=t\operatorname{ch} t-\int\limits_0^t s\varphi(s)\mathrm{d} s,$   $\varphi_2(t)-?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t)=\sinh t-\frac{1}{4}\cosh^2t+\frac{5}{4}-2t-\frac{1}{4}t^2+\int\limits_0^t (t-s)\varphi^2(s)\mathrm{d}s$  (покласти  $\varphi_0=1$ ).

### Варіант №10

- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = \left(\frac{\pi}{2} 1\right)t + \cos t \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} ts\varphi(s)\mathrm{d}s.$
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{\pi} \cos^2 t \varphi(s) ds.$$

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{1} (3 - 6t + 9s)\varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0=0.$   $\varphi(t)=\frac{1}{2}t^2-\int\limits_0^t(t-s)\varphi(s)\mathrm{d}s,$   $\varphi_2(t)-?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = e^t \frac{1}{9}e^{3t} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3}t + \int\limits_0^t (t-s)\varphi^3(s)\mathrm{d}s$  (покласти  $\varphi_0 = 1$ ).

- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = \frac{3}{2}t + \sec t \operatorname{tg} t \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} t \sec s \varphi(s) \mathrm{d}s.$
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{2} e^{t+2s} \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^{1} (4t^2s + s^2)\varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0=0.$   $\varphi(t)=1+3\int\limits_0^t \varphi(s)\mathrm{d}s,$   $\varphi_4(t)-?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = \sin t + \frac{1}{4} \sin^2 t \frac{1}{4} t^2 + \int\limits_0^t (t-s) \varphi^2(s) \mathrm{d}s$  (покласти  $\varphi_0 = 0$ ).

#### Варіант №12

- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t)=2t+\sec^2t-\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}t\varphi(s)\mathrm{d}s.$
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{\pi/4} \cos 2t \varphi(s) ds.$$

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^{1} (ts^2 - st^2) \varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0=0.$   $\varphi(t)=3+t^2-\int\limits_0^t(t-s)\varphi(s)\mathrm{d} s,$   $\varphi_2(t)-?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t)=1+2t+t^2+\frac{1}{2}t^3-\frac{1}{20}t^5+\int\limits_0^t(t-s-1)\varphi^3(s)\mathrm{d} s$  (покласти  $\varphi_0=1$ ).

- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = t + \sin t \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} ts \varphi(s) ds$ .
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{1} 8 \arcsin t s \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{\pi} \frac{1}{\pi} \cos(t - s) \varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = 1 \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{6}\int\limits_0^t (t-s)^3 \varphi(s) \mathrm{d}s, \ \varphi_2(t) ?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t)=1+\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{6}t^4-\frac{1}{30}t^6+\int\limits_0^t(t-s)\varphi^2(s)\mathrm{d}s$  (покласти  $\varphi_0=1$ ).

# Варіант №14

- 1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = \left(1 + \frac{\pi}{3}\right)t + \sec t \operatorname{tg} t \int_0^{\frac{\pi}{3}} t(1 + \varphi(s))\mathrm{d}s.$
- 2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{0}^{\pi/4} 10 \sec^2 t \varphi(s) ds.$$

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^{1} (t+s)\varphi(s) ds.$$

- 4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = \frac{1}{6}t^3 + \int\limits_0^t (t-s)\varphi(s)\mathrm{d}s, \ \varphi_2(t) ?$
- 5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = e^t \frac{1}{4}e^{2t} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}t + \int\limits_0^t (t-s)\varphi^2(s)\mathrm{d}s$  (покласти  $\varphi_0 = 1$ ).