

## Варіант №1

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = t + \sin t - \int_0^{\frac{\pi}{2}} ts\varphi(s)ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^{\pi} \sin^2 t \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^1 (-12t^2 + 24ts) \varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = 1 - 2 \operatorname{sh} t + \int_0^t (t-s+2) \varphi(s) ds$ ,  $\varphi_2(t)$ —?
5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = 1 + \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{6}t^4 - \frac{1}{30}t^6 + \int_0^t (t-s) \varphi^2(s) ds$  (покласти  $\varphi_0 = 1$ ).

---

## Варіант №2

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)t + \cos t - \int_0^{\frac{\pi}{2}} ts\varphi(s)ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^{\pi} \sin t \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^1 (t - 10s^2) \varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = e^t + \int_0^t e^{t+2s} \varphi(s) ds$ ,  $\varphi_2(t)$ —?
  5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = 3 \cos t + \frac{1}{4} \cos^2 t - \frac{5}{4} - \frac{3}{4}t^2 + \int_0^t (t-s) \varphi^2(s) ds$  (покласти  $\varphi_0 = 2$ ).
-

### Варіант №3

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = t^2 - \int_{-1}^2 e^{t-s} \varphi(s) ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^1 t e^s \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^1 (3t + 2s^2) \varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = \frac{1}{2}t^2 - \int_0^t (t-s) \varphi(s) ds$ ,  $\varphi_2(t) - ?$
  5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = \sin t + \cos t + \frac{1}{4} \sin 2t - \frac{1}{2}t - \frac{1}{2}t^2 + \int_0^t (t-s) \varphi^2(s) ds$  (покласти  $\varphi_0 = 1$ ).
- 

### Варіант №4

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = \frac{\pi^3}{24} - \sin t - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (t - 10s^2) \varphi(s) ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^1 2e^{t+s} \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^1 (2t + s^2) \varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = \frac{1}{6}t^3 - \int_0^t (t-s) \varphi(s) ds$ ,  $\varphi_3(t) - ?$
  5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = \operatorname{sh} t - \frac{1}{4} \operatorname{ch}^2 t + \frac{5}{4} - 2t - \frac{1}{4}t^2 + \int_0^t (t-s) \varphi^2(s) ds$  (покласти  $\varphi_0 = 1$ ).
-

## Варіант №5

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = 1 + \int_0^\pi \sin(t+s)\varphi(s)ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^\pi \cos^2 t \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^1 (2 - 3t - 3s)\varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = \sin t + 0,5 \int_0^t (t+s)\varphi(s)ds$ ,  $\varphi_2(t) - ?$
5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = 1 + 3t - \frac{1}{2}t^2 - t^3 - \frac{3}{4}t^4 + \int_0^t (t-s)\varphi^2(s)ds$  (покласти  $\varphi_0 = 1$ ).

---

## Варіант №6

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = \left(1 + \frac{\pi}{3}\right)t + \sec t \operatorname{tg} t - \int_0^{\pi/3} t(1 + \varphi(s))ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^{\pi/3} \sin 3t \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^1 (t+s)\varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = 1 - t \sin t + \int_0^t s \varphi(s)ds$ ,  $\varphi_2(t) - ?$
  5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = 1 + 2t + t^2 + \frac{1}{2}t^3 - \frac{1}{20}t^5 + \int_0^t (t-s-1)\varphi^3(s)ds$  (покласти  $\varphi_0 = 1$ ).
-

## Варіант №7

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = \frac{3}{2}t + \sec t \operatorname{tg} t - \int_0^{\frac{\pi}{3}} t \sec s \varphi(s) ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^{\pi/3} \operatorname{tg} t \sec s \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^1 (ts^2 - st^2) \varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = 1 - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{6} \int_0^t (t-s)^3 \varphi(s) ds$ ,  $\varphi_2(t) - ?$
5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = \cos t + \frac{1}{8} \cos 2t - \frac{1}{4}t^2 - \frac{1}{8} + \int_0^t (t-s) \varphi^2(s) ds$  (покласти  $\varphi_0 = 1$ ).

---

## Варіант №8

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = 1 + \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)t + \sec^2 t - \int_0^{\frac{\pi}{4}} t \varphi(s) ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{\pi/4}^{\pi/2} \operatorname{ctg} t \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^1 (3t^2 + 5s^2) \varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = \frac{1}{6}t^3 + \int_0^t (t-s) \varphi(s) ds$ ,  $\varphi_2(t) - ?$
  5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = 1 + 2t - \frac{7}{2}t^2 - 4t^3 - \frac{3}{4}t^4 + \int_0^t (t-s+1) \varphi^2(s) ds$  (покласти  $\varphi_0 = 1$ ).
-

## Варіант №9

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = 2t + \sec^2 t - \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} t\varphi(s)ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^1 8 \arccos ts \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^1 (3 - 6t + 9s) \varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = 1 + 2t + \int_0^t (t-s)\varphi(s)ds$ ,  $\varphi_3(t) - ?$
5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = e^t - \frac{1}{9}e^{3t} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3}t + \int_0^t (t-s)\varphi^3(s)ds$  (покласти  $\varphi_0 = 1$ ).

---

## Варіант №10

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = e^t + 2te^{-1} - \int_{-1}^1 (t - 10s^2)\varphi(s)ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^2 e^{t+2s} \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^1 (t^2 + 3s) \varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = 3 + t^2 - \int_0^t (t-s)\varphi(s)ds$ ,  $\varphi_2(t) - ?$
  5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = e^t - \frac{1}{4}e^{2t} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}t + \int_0^t (t-s)\varphi^2(s)ds$  (покласти  $\varphi_0 = 1$ ).
-

## Варіант №11

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = \left(\frac{\pi^3}{3} + 3\right)t - \cos t - \int_0^\pi ts\varphi(s)ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^{\pi/4} 10 \sec^2 t \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^\pi \frac{1}{\pi} \cos(t-s) \varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = t \operatorname{ch} t - \int_0^t s \varphi(s) ds$ ,  $\varphi_2(t) = ?$
5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = \sin t + \frac{1}{4} \sin^2 t - \frac{1}{4} t^2 + \int_0^t (t-s) \varphi^2(s) ds$  (покласти  $\varphi_0 = 0$ ).

---

## Варіант №12

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = (\pi + 2)t \sin t - \cos t - \int_0^\pi t(1 + \varphi(s)) ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^1 8 \arcsin ts \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^1 (3t + 10s^2) \varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = 1 + 3 \int_0^t \varphi(s) ds$ ,  $\varphi_4(t) = ?$
  5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = \cos t - \sin t - \frac{1}{4} \sin 2t + \frac{1}{2}t - \frac{1}{2}t^2 + \int_0^t (t-s) \varphi^2(s) ds$  (покласти  $\varphi_0 = 1$ ).
-

## Варіант №13

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = \sqrt{2}t + \sec t + \operatorname{tg} t - \int_0^{\frac{\pi}{4}} t \sec s \varphi(s) ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^2 ts \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^1 (ts + s^2) \varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = 1 + t^2 - \int_0^t (t-s+1)^2 \varphi(s) ds$ ,  $\varphi_2(t) - ?$
  5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = \sin t + \frac{1}{4} \sin^2 t - \frac{1}{4} t^2 + \int_0^t (t-s) \varphi^2(s) ds$  (покласти  $\varphi_0 = 0$ ).
- 

## Варіант №14

1. Розв'язати рівняння Фредгольма з виродженим ядром  $\varphi(t) = 2 + 2t + e^t - \int_0^1 ts \varphi(s) ds$ .
2. Знайти характеристичне число та відповідну йому власну функцію ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_0^{\pi/4} \cos 2t \varphi(s) ds.$$

3. Знайти характеристичні числа та відповідні їм власні функції ядра рівняння

$$\varphi(t) = \lambda \int_{-1}^1 (4t^2 s + s^2) \varphi(s) ds.$$

4. За допомогою методу стислих відображень знайти вказане наближення розв'язку інтегрального рівняння Вольтерра. Покласти  $\varphi_0 = 0$ .  $\varphi(t) = t + \int_1^t (t-3s+1) \varphi(s) ds$ ,  $\varphi_2(t) - ?$
  5. За допомогою методу стислих відображень знайти члени розкладу у степеневий ряд Маклорена аж до  $t^3$  включно для розв'язку інтегрального рівняння  $\varphi(t) = e^t + \frac{1}{4} e^{2t} + \frac{3}{4} + \frac{7}{2} t - \frac{1}{2} t^2 + \int_0^t (t-s-1) \varphi^2(s) ds$  (покласти  $\varphi_0 = 2$ ).
-