

Programação De Computadores

Professor : Yuri Frota

www.ic.uff.br/~yuri/prog.html

yuri@ic.uff.br



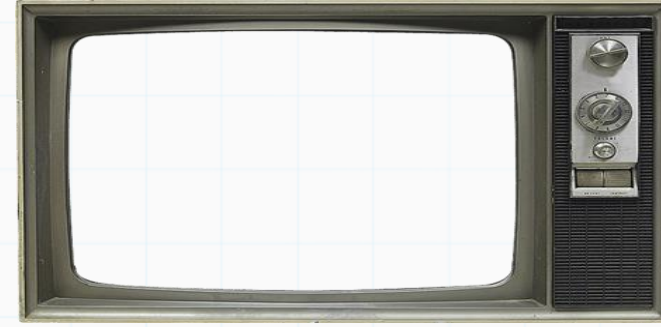
GOOD
DAY?



Matrizes Cont.

Multiplicação de Vetores: Produto escalar

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$



JESUS TINHA O PODER DE MULTIPLICAR PÃES



JÁ EU... TENHO O PODER DE MULTIPLICAR LOUÇA

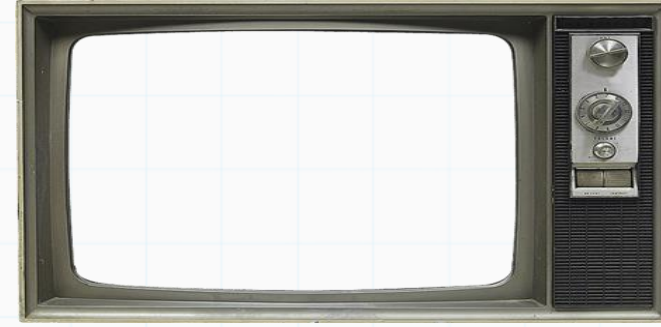


Matrizes Cont.

Multiplicação de Vetores: Produto escalar (tem que ter a mesma dimensão)

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 2 \end{bmatrix} = 3 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times 4 + 1 \times 2 = \underline{15}$$

É a soma dos produtos das posições equivalentes:



JESUS TINHA O PODER DE MULTIPLICAR PÃES



JÁ EU... TENHO O PODER DE MULTIPLICAR LOUÇA



Matrizes Cont.

Multiplicação de Vetores: Produto escalar (tem que ter a mesma dimensão)

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 2 \end{bmatrix} = 3 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times 4 + 1 \times 2 = \underline{15}$$

É a soma dos produtos das posições equivalentes:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_n \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n$$



JESUS TINHA O PODER DE MULTIPLICAR PÃES



JÁ EU... TENHO O PODER DE MULTIPLICAR LOUÇA



Matrizes Cont.

Multiplicação de Vetores: Produto escalar (tem que ter a mesma dimensão)

a1

a2

...

an

x

b1

b2

...

bn

= a1xb1 + a2xb2 + + an x bn

```
1 n=int(input("n?"))
2 a = [0]*n
3 b = [0]*n
4
5 for i in range(n):
6     a[i] = float(input())
7     b[i] = float(input())
8
9 pe = 0
10 for i in range(n):
11     pe = pe + a[i]*b[i]
12
13 print("pe=",pe)
```

[código](#)



JESUS TINHA O PODER DE MULTIPLICAR PÃES



JÁ EU... TENHO O PODER DE MULTIPLICAR LOUÇA



Matrizes Cont.

Multiplicação de Matrizes: $A \times B = C$

A

2	1
3	0
1	2

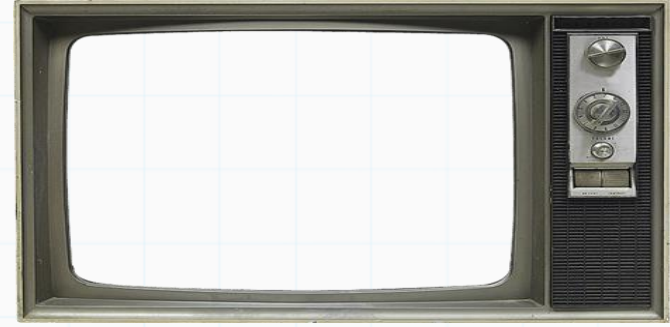
3x2

x

B

1	1	2
2	3	1

2x3



Matrizes Cont.

Multiplicação de Matrizes:

A

2	1
3	0
1	2

B

1	1	2
2	3	1

\times

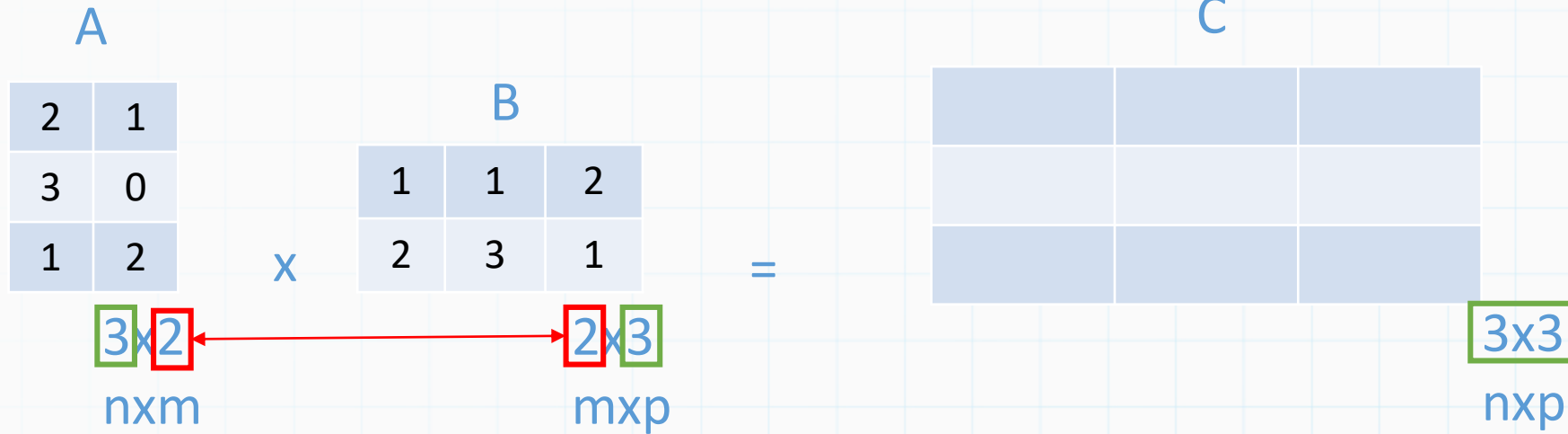
$=$

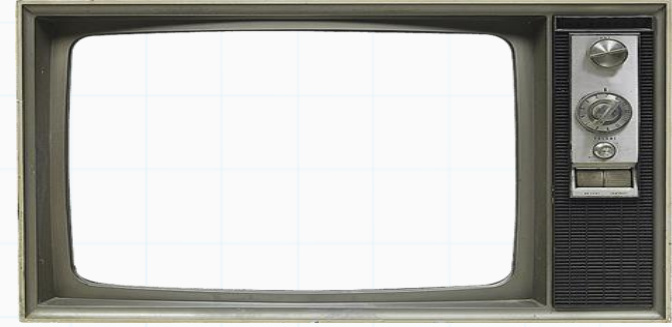
C

3×2
 $n \times m$

2×3
 $m \times p$

3×3
 $n \times p$





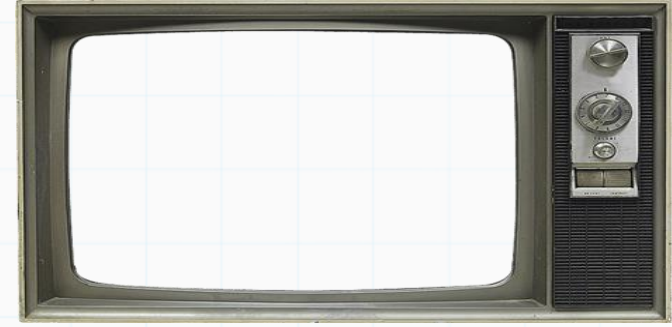
Matrizes Cont.

Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 2 \\ n \times m \end{array} \times \begin{array}{c} B \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 2 \times 3 \\ m \times p \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline c_{00} & c_{01} & c_{02} \\ \hline c_{10} & c_{11} & c_{12} \\ \hline c_{20} & c_{21} & c_{22} \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 3 \\ n \times p \end{array}$$

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)



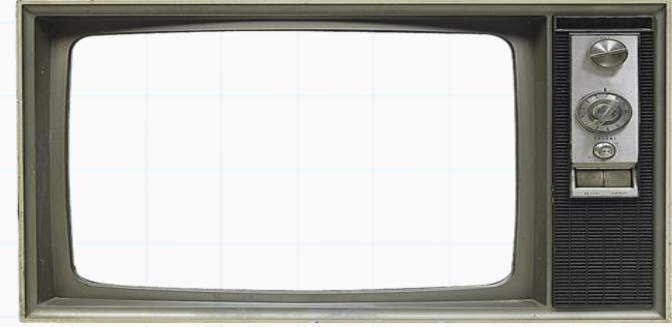
Matrizes Cont.

Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 2 \\ n \times m \end{array} \times \begin{array}{c} B \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 2 \times 3 \\ m \times p \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & c_{01} & c_{02} \\ \hline c_{10} & c_{11} & c_{12} \\ \hline c_{20} & c_{21} & c_{22} \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 3 \\ n \times p \end{array}$$

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)



Matrizes Cont.

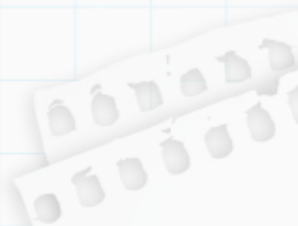
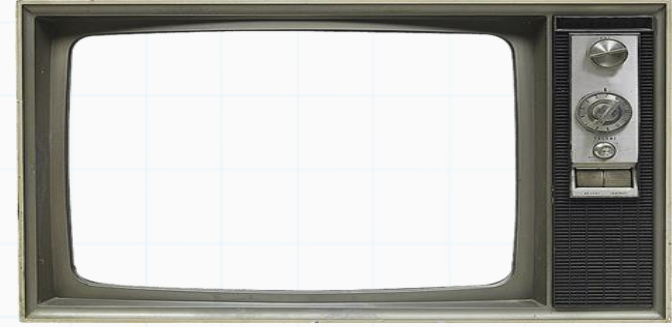
Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 2 \\ n \times m \end{array} \times \begin{array}{c} B \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 2 \times 3 \\ m \times p \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & c_{01} & c_{02} \\ \hline c_{10} & c_{11} & c_{12} \\ \hline c_{20} & c_{21} & c_{22} \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 3 \\ n \times p \end{array}$$

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)



Matrizes Cont.

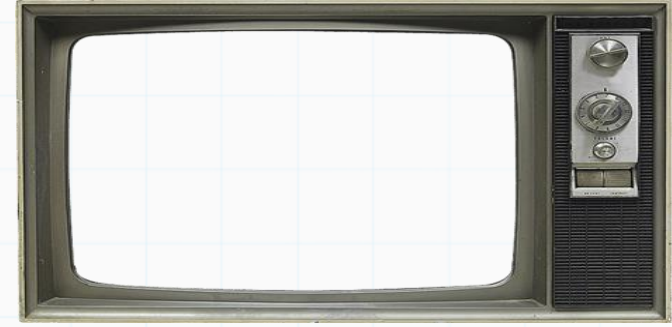
Multiplicação de Matrizes:

$$\begin{array}{c} A \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & 0 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 2 \\ n \times m \end{array} \times \begin{array}{c} B \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \\ \hline \end{array} \\ 2 \times 3 \\ m \times p \end{array} = \begin{array}{c} C \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 5 & c_{02} \\ \hline c_{10} & c_{11} & c_{12} \\ \hline c_{20} & c_{21} & c_{22} \\ \hline \end{array} \\ 3 \times 3 \\ n \times p \end{array}$$

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)



Matrizes Cont.

Multiplicação de Matrizes:

Diagram illustrating matrix multiplication:

Matrix A (3x2, nxm) is multiplied by Matrix B (2x3, mxp) to result in Matrix C (3x3, nxp).

Matrix A:

2	1
3	0
1	2

Matrix B:

1	1	2
2	3	1

Matrix C:

4	5	5
3	c_{11}	c_{12}
c_{20}	c_{21}	c_{22}

The diagram shows the calculation of the element c_{11} in Matrix C, which is the dot product of the second row of A and the second column of B.

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{11} = Produto Escalar(Linha 1 de A por Coluna 1 de B)

Matrizes Cont.

Multiplicação de Matrizes:

Diagram illustrating the multiplication of two matrices, A and B, resulting in matrix C.

Matrix A (3x2, nxm):

2	1
3	0
1	2

Matrix B (2x3, mxp):

1	1	2
2	3	1

Matrix C (3x3, nxp):

4	5	5
3	3	c_{12}
c_{20}	c_{21}	c_{22}

The multiplication is shown as $A \times B = C$.

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{11} = Produto Escalar(Linha 1 de A por Coluna 1 de B)

Matrizes Cont.

Multiplicação de Matrizes:

Diagram illustrating matrix multiplication:

Matrix A (3x2, nxm) is multiplied by Matrix B (2x3, mxp) to result in Matrix C (3x3, nxp).

Matrix A:

2	1
3	0
1	2

Matrix B:

1	1	2
2	3	1

Matrix C:

4	5	5
3	3	6
5	7	c_{22}

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{11} = Produto Escalar(Linha 1 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{22} = Produto Escalar(Linha 2 de A por Coluna 2 de B)

Matrizes Cont.

Multiplicação de Matrizes:

Diagram illustrating matrix multiplication:

Matrix A (3x2, nxm) is multiplied by Matrix B (2x3, mxp) to result in Matrix C (3x3, nxp).

Matrix A:

2	1
3	0
1	2

Matrix B:

1	1	2
2	3	1

Matrix C:

4	5	5
3	3	6
5	7	4

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{11} = Produto Escalar(Linha 1 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{22} = Produto Escalar(Linha 2 de A por Coluna 2 de B)

Matrizes Cont.

Multiplicação de Matrizes:

Diagram illustrating matrix multiplication:

Matrix A (3x2, nxm):

2	1
3	0
1	2

Matrix B (2x3, mxp):

1	1	2
2	3	1

Matrix C (3x3, nxp):

4	5	5
3	3	6
5	7	4

The multiplication is shown as $A \times B = C$.

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{11} = Produto Escalar(Linha 1 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{22} = Produto Escalar(Linha 2 de A por Coluna 2 de B)

O produto escalar é definido pela posição a ser calculada

Matrizes Cont.

Multiplicação de Matrizes:

Diagram illustrating matrix multiplication:

Matrix A (3x2, nxm) is multiplied by Matrix B (2x3, mxp) to result in Matrix C (3x3, nxp).

Matrix A:

2	1
3	0
1	2

Matrix B:

1	1	2
2	3	1

Matrix C:

4	5	5
3	3	6
5	7	4

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{11} = Produto Escalar(Linha 1 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{22} = Produto Escalar(Linha 2 de A por Coluna 2 de B)

O produto escalar é definido pela posição a ser calculada

Faremos a multiplicação com 3 níveis de laço:

- Os primeiros dois para percorrer a matriz C (nxp)
- O terceiro nível de laço para realizar o produto escalar (m)

Matrizes Cont.

Exercício 1) Dado dimensões n, m, p e matrizes A $n \times m$ e B $m \times p$ (informadas pelo usuário), calcule e imprima a matriz $C = A \cdot B$

A

2	1
3	0
1	2

3×2
 $n \times m$

\times

B

1	1	2
2	3	1

2×3
 $m \times p$

$=$

C

4	5	5
3	3	6
5	7	4

3×3
 $n \times p$

- Sequencia de produtos escalares:

c_{00} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 0 de B)

c_{01} = Produto Escalar(Linha 0 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{11} = Produto Escalar(Linha 1 de A por Coluna 1 de B)

...

c_{22} = Produto Escalar(Linha 2 de A por Coluna 2 de B)

O produto escalar é definido pela posição a ser calculada

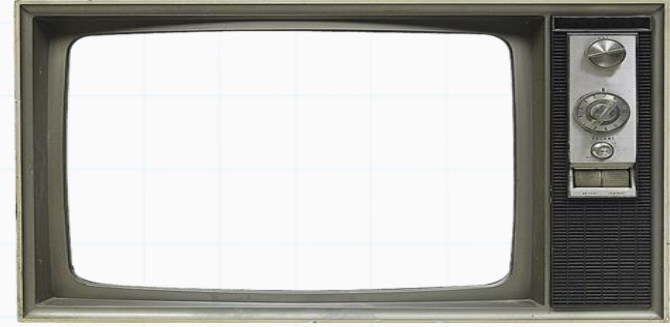
Faremos a multiplicação com 3 níveis de laço:

- Os primeiros dois para percorrer a matriz C ($n \times p$)
- O terceiro nível de laço para realizar o produto escalar (m)

Matrizes Cont.

Exercício 1) Dado dimensões n,m,p e matrizes A nxm e B mxp (informadas pelo usuário), calcule e imprima a matriz $C=A.B$ de dimensão nxp

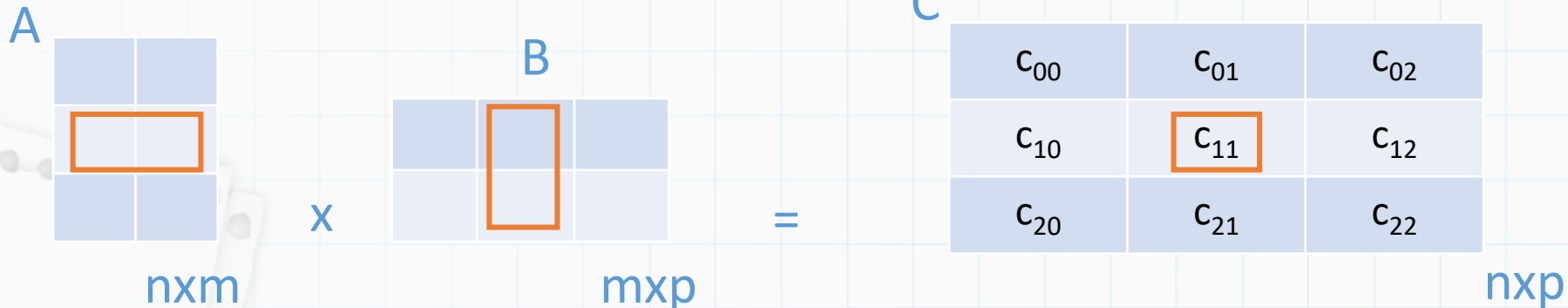
```
1 n=int(input("n?"))
2 m=int(input("m?"))
3 p=int(input("p?"))
4
5 A = []
6 for i in range(n):
7     l = []
8     for j in range(m):
9         l.append(int(input('A['+str(i)+','+str(j)+']:')))
10    A.append(l)
11
12 B = []
13 for i in range(m):
14     l = []
15     for j in range(p):
16         l.append(int(input('B['+str(i)+','+str(j)+']:')))
17    B.append(l)
```



Matrizes Cont.

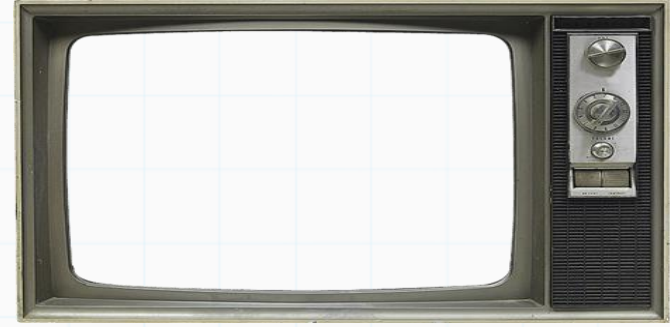
Exercício 1) Dado dimensões n, m, p e matrizes A $n \times m$ e B $m \times p$ (informadas pelo usuário), calcule e imprima a matriz $C = A \cdot B$ de dimensão $n \times p$

```
19 C = []
20 for i in range(n):
21     C.append([0]*p)
22
23 for i in range(n):           # percorre linhas
24     for j in range(p):       # colunas da matriz C
25         pe = 0               # produto escalar da linha i de A
26         for k in range(m):   # pela coluna j de B
27             pe = pe + A[i][k]*B[k][j]
28         C[i][j] = pe
29
30 for i in range(n):
31     print(C[i])
```

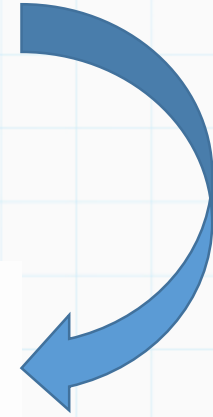


Matrizes Cont.

Exercício 1) Dado dimensões n, m, p e matrizes A $n \times m$ e B $m \times p$ (informadas pelo usuário), calcule e imprima a matriz $C = A \cdot B$ de dimensão $n \times p$



Simplificando



```
19 C = []
20 for i in range(n):
21     C.append([0]*p)
22
23 for i in range(n):          # percorre linhas
24     for j in range(p):      # colunas da matriz C
25         pe = 0              # produto escalar da linha i de A
26         for k in range(m):  # pela coluna j de B
27             pe = pe + A[i][k]*B[k][j]
28         C[i][j] = pe
29
30 for i in range(n):
31     print(C[i])
```

```
19 C = []
20 for i in range(n):
21     C.append([0]*p)
22
23 for i in range(n):          # percorre linhas
24     for j in range(p):      # colunas da matriz C
25         for k in range(m):  # produto escalar da linha i de A pela coluna j de B
26             C[i][j] = C[i][j] + (A[i][k] * B[k][j])
27
28 for i in range(n):
29     print(C[i])
```

Até a próxima



Slides baseados no curso de Vanessa Braganholo

