# ProgramaçãoEstruturada

Professor: Yuri Frota

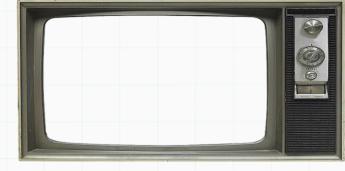
yuri@ic.uff.br



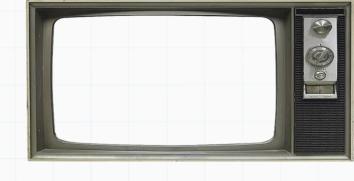


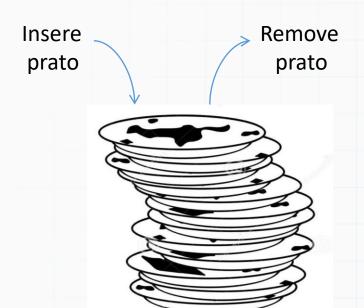


- Pilhas são listas com acessos com operações especiais (acessos simplificados e restritos)
- São estruturas do tipo LIFO (last in first out)



- Pilhas são listas com acessos com operações especiais (acessos simplificados e restritos)
- São estruturas do tipo LIFO (last in first out)





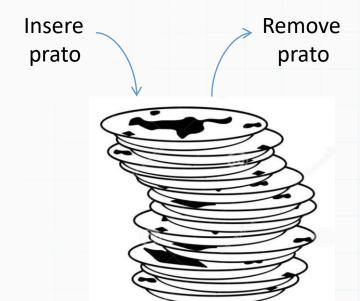
20000000

se tirar ou colocar no meio vai cair tudo



- Pilhas são listas com acessos com operações especiais (acessos simplificados e restritos)
- São estruturas do tipo LIFO (last in first out)





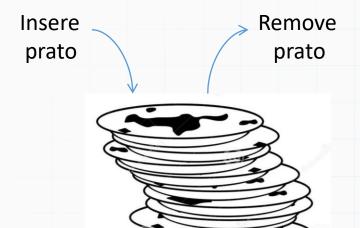
se tirar ou colocar no meio vai cair tudo



- Funções Recursivas são implementadas com pilhas:
  - A cada nova chamada da função recursiva, uma instancia da função é empilhada.
  - Ao retornar, as instancias são desempilhadas iterativamente.

- Pilhas são listas com acessos com operações especiais (acessos simplificados e restritos)
- São estruturas do tipo LIFO (last in first out)



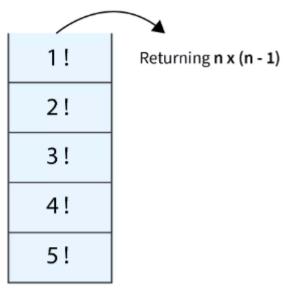


se tirar ou colocar no meio vai cair tudo



- Funções Recursivas são implementadas com pilhas:
  - A cada nova chamada da função recursiva, uma instancia da função é empilhada.
  - Ao retornar, as instancias são desempilhadas iterativamente.

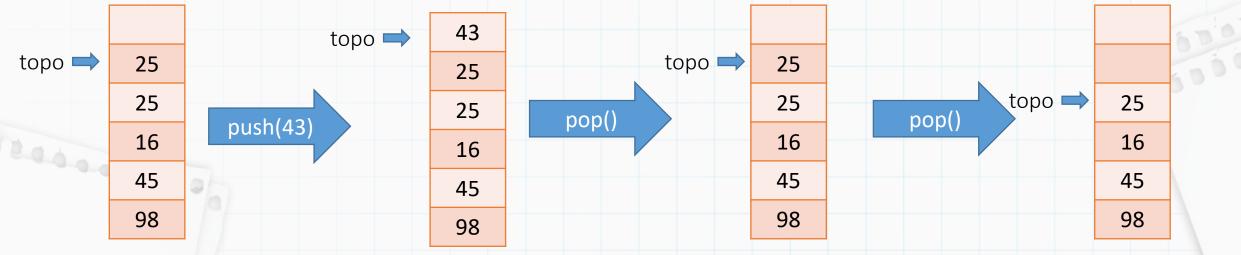
Exemplo do fatorial



**Recursion Stack** 

#### - TAD de Pilhas :

- Dados:
  - Elementos (são os dados)
  - Ponteiro para o topo da pilha
- Operações:
  - PUSH(P, x): insere um elemento x no topo da pilha P (empilha).
  - POP(P): retira o elemento do topo da pilha P (desempilha).

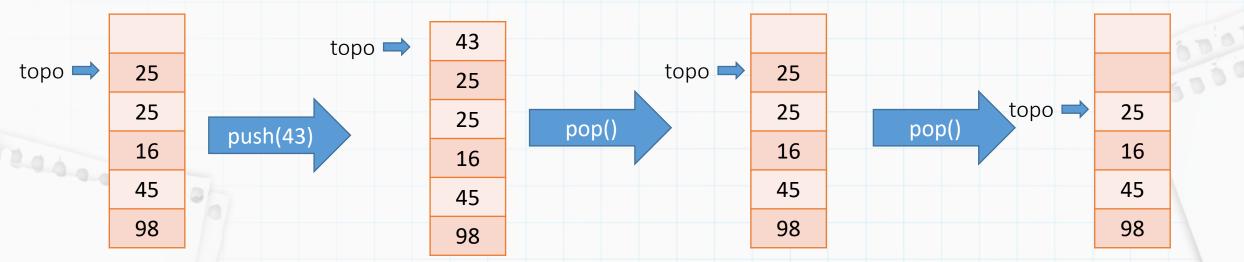


#### - TAD de Pilhas :

Pilhas

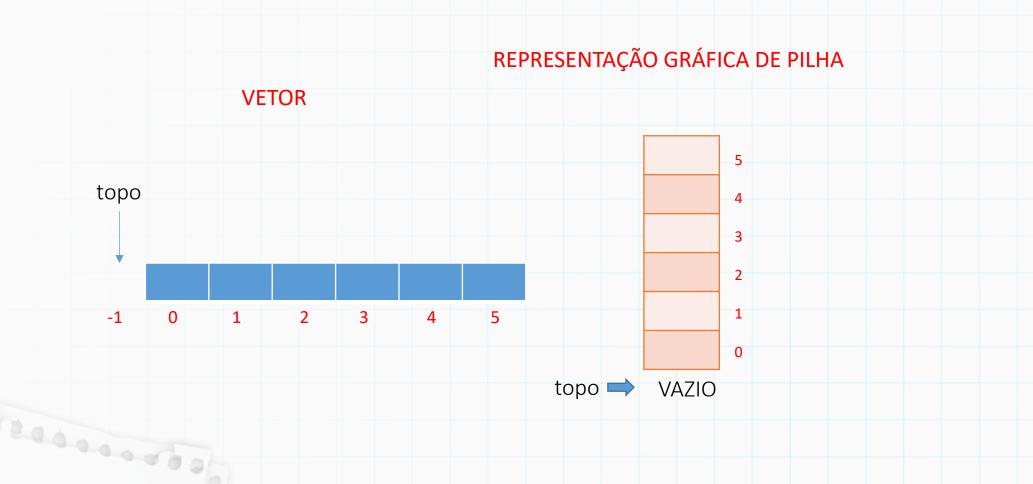
- Dados:
  - Elementos (são os dados)
  - Ponteiro para o topo da pilha
- Operações:
  - PUSH(P, x): insere um elemento x no topo da pilha P (empilha).
  - POP(P): retira o elemento do topo da pilha P (desempilha).
  - Top(P): Checa o valor do elemento no topo (sem retirar)
  - Vazia(P): Checa se pilha vazia.
  - Cheia(P): Checa se pilha cheia.

outras operações



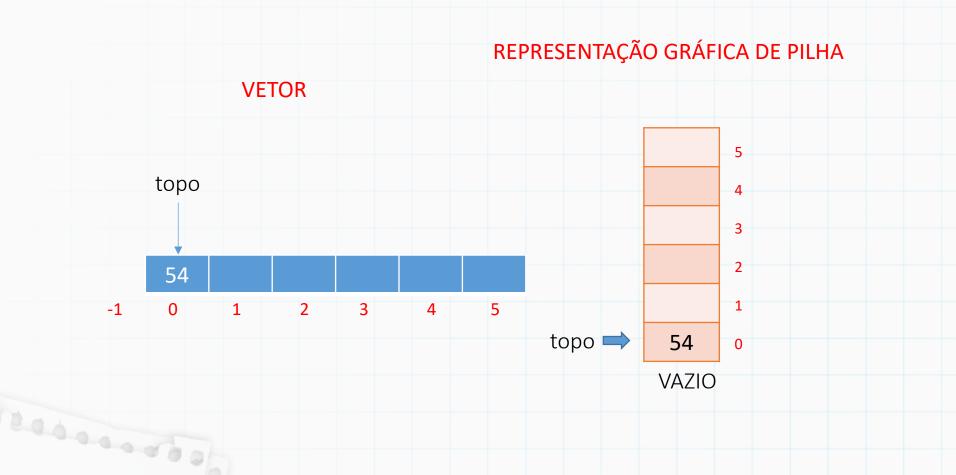
- Pilhas em vetores:
  - Usaremos vetor com o tamanho máximo da pilha (ex: 6) e um índice para apontar para o topo



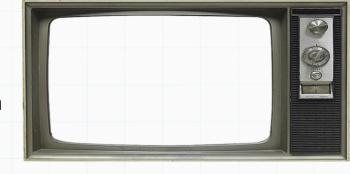


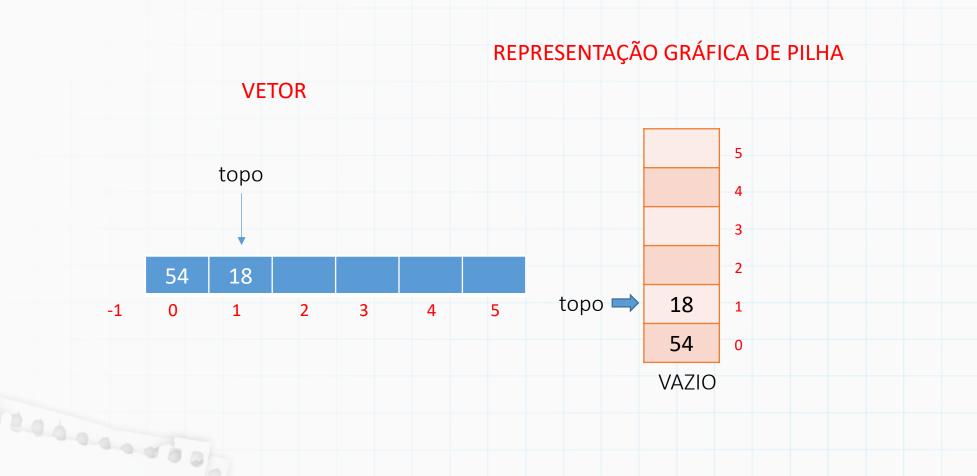
- Pilhas em vetores:
  - Usaremos vetor com o tamanho máximo da pilha (ex: 6) e um índice para apontar para o topo
  - Vamos empilhar elemento 54-> PUSH(P,54)



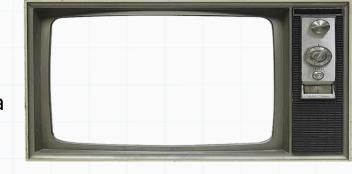


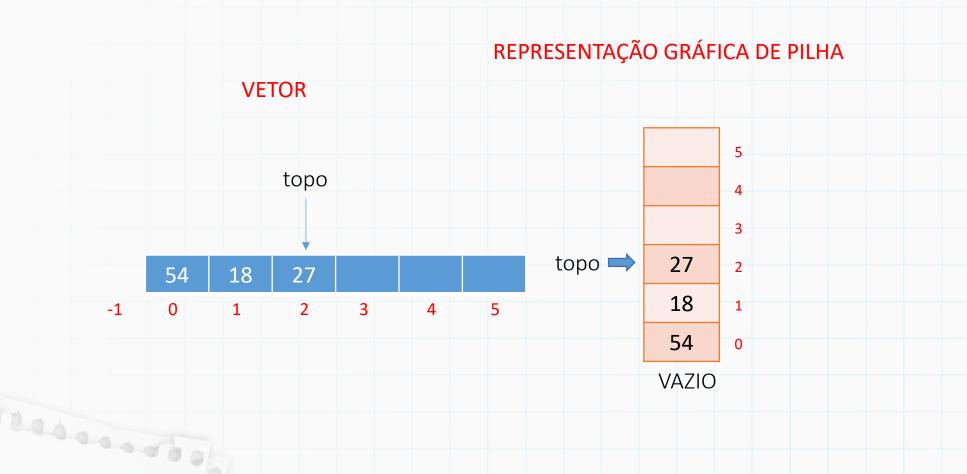
- Pilhas em vetores:
  - Usaremos vetor com o tamanho máximo da pilha (ex: 6) e um índice para apontar para o topo
  - Vamos empilhar elemento 54, 18 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18)





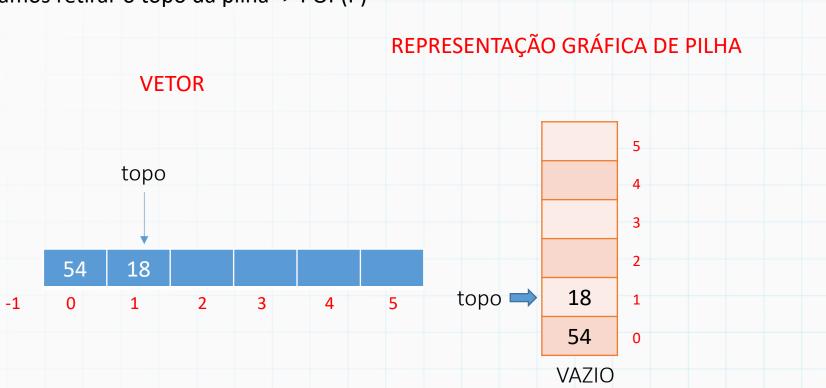
- Pilhas em vetores:
  - Usaremos vetor com o tamanho máximo da pilha (ex: 6) e um índice para apontar para o topo
  - Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)

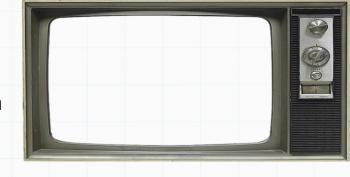




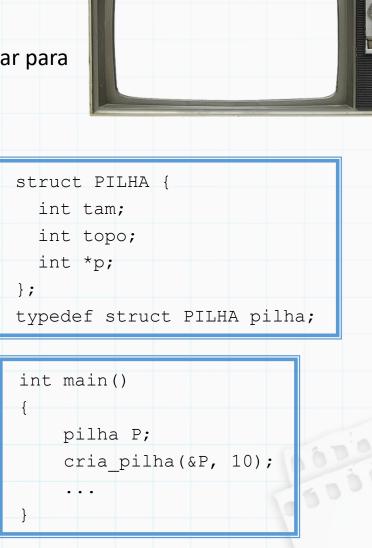
Pilhas em vetores:

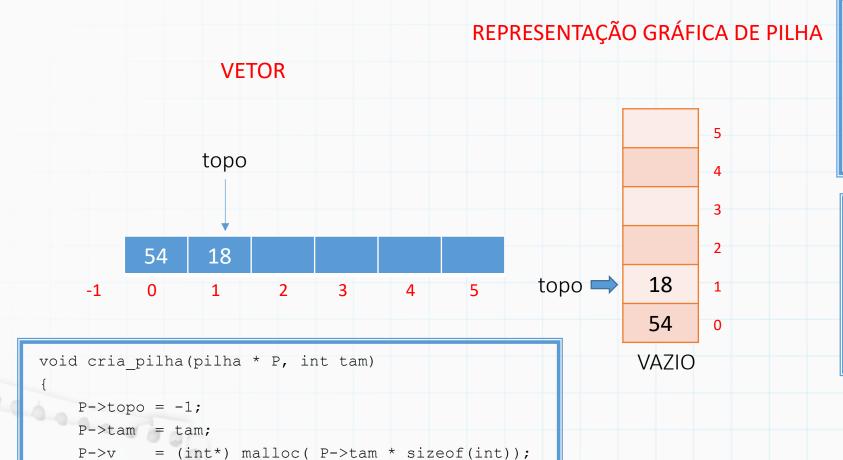
- Usaremos vetor com o tamanho máximo da pilha (ex: 6) e um índice para apontar para o topo
- Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)
- Vamos retirar o topo da pilha -> POP(P)





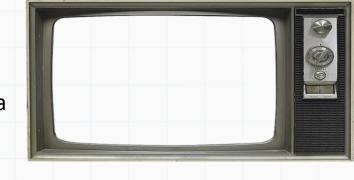
- Pilhas em vetores:
  - Usaremos vetor com o tamanho máximo da pilha (ex: 6) e um índice para apontar para o topo
  - Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)
  - Vamos retirar o topo da pilha -> POP(P)

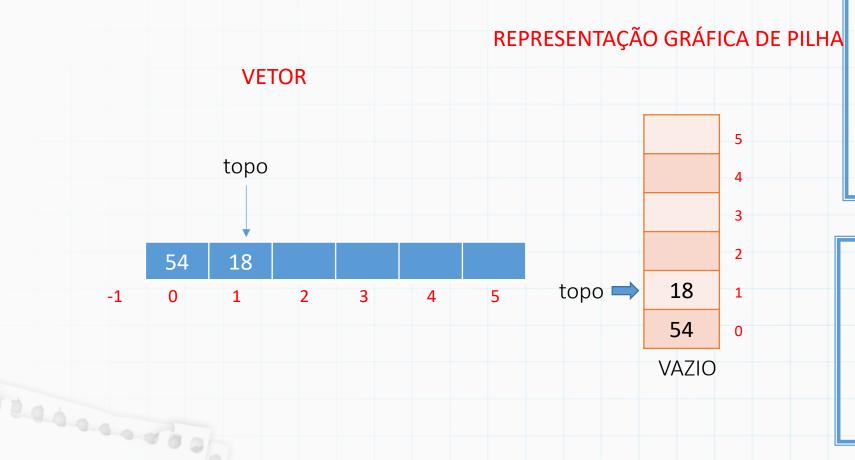




- Pilhas em vetores:
  - Usaremos vetor com o tamanho máximo da pilha (ex: 6) e um índice para apontar para o topo
  - Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)

Vamos retirar o topo da pilha -> POP(P)

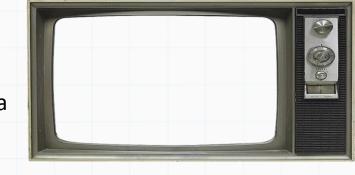




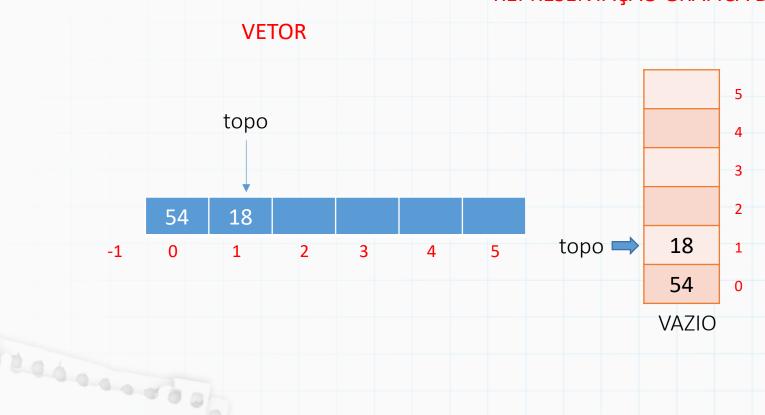
```
int vazia_pilha(pilha * P)
{
   if (P->topo == -1)
     return 1;
   else
     return 0;
}
```

```
int cheia_pilha(pilha * P)
{
    if (P->topo == P->tam-1)
        return 1;
    else
        return 0;
}
```

- Pilhas em vetores:
  - Usaremos vetor com o tamanho máximo da pilha (ex: 6) e um índice para apontar para o topo
  - Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)
  - Vamos retirar o topo da pilha -> POP(P)

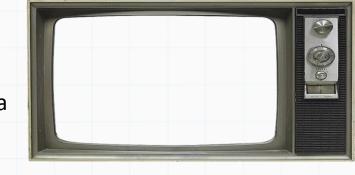


#### REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE PILHA

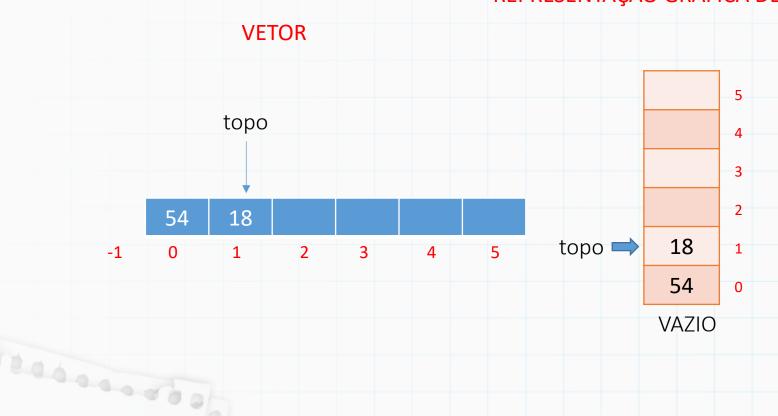


```
void push_pilha(pilha * P, int el)
{
    if (P->topo < P->tam-1)
    {
        P->topo++;
        P->v[P->topo] = el;
    }
    else
        printf("pilha cheia\n");
}
```

- Pilhas em vetores:
  - Usaremos vetor com o tamanho máximo da pilha (ex: 6) e um índice para apontar para o topo
  - Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)
  - Vamos retirar o topo da pilha -> POP(P)

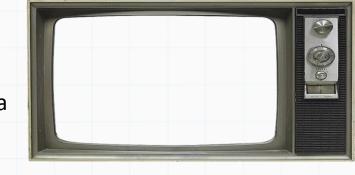


#### REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE PILHA

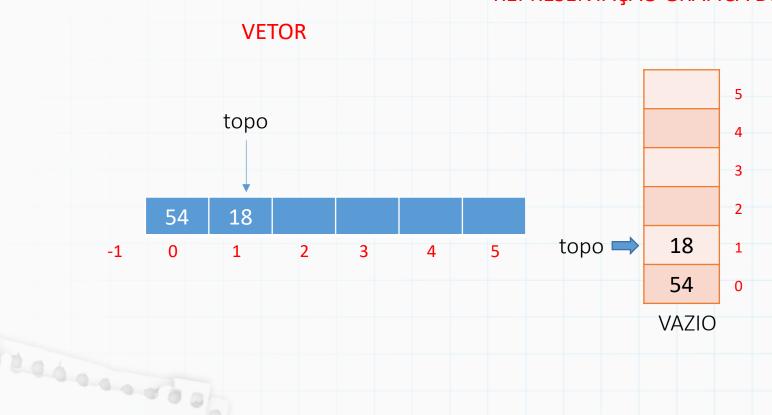


```
int pop pilha(pilha * P)
   int el;
   if (P->topo >= 0)
       el = P->v[P->topo];
        P->topo--;
                             15000
   else
       printf("pilha vazia\n");
   return el;
```

- Pilhas em vetores:
  - Usaremos vetor com o tamanho máximo da pilha (ex: 6) e um índice para apontar para o topo
  - Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)
  - Vamos retirar o topo da pilha -> POP(P)



#### REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE PILHA

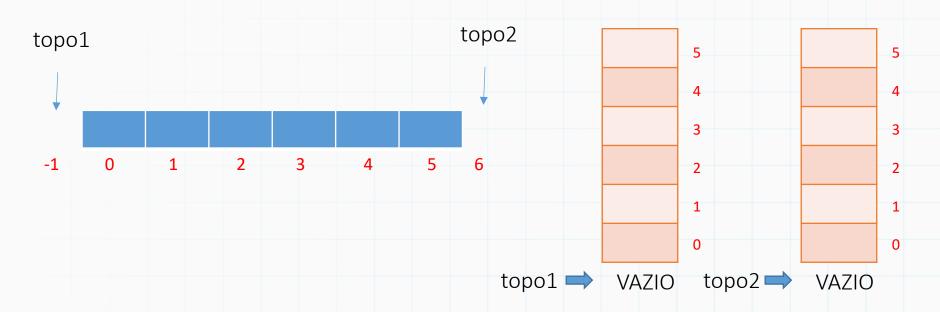


```
int top_pilha(pilha * P)
{
  int el;

  if (P->topo >= 0)
    el = P->v[P->topo];
  else
      printf("pilha vazia\n");

  return el;
}
```

Pilhas duplas em vetores: Vamos agora implementar duas pilhas com apenas um vetor



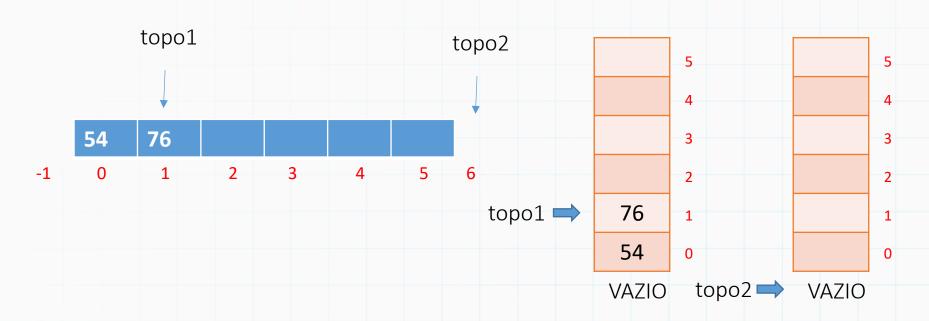


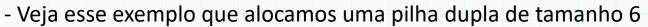
```
struct PILHAS
{
  int tam;
  int topo1;
  int topo2;
  int *v;
};
typedef struct PILHAS pilhas;
```

```
void cria_pilhas(pilhas * P, int tam)
{
    P->topo1 = -1;
    P->topo2 = tam;
    P->tam = tam;
    P->v = (int*) malloc( P->tam * sizeof(int));
}
```

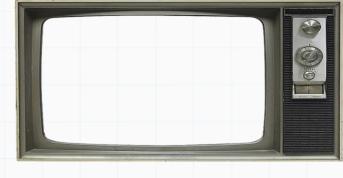


Pilhas duplas em vetores: Vamos agora implementar duas pilhas com apenas um vetor

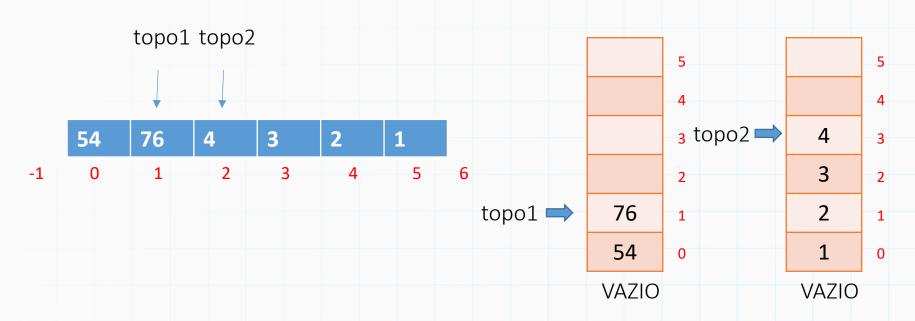


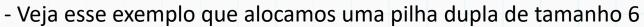


<sup>-</sup> vamos 54 e 76 na pilha 1 -> PUSH(P, 1, 54) e PUSH(P, 1, 76)



Pilhas duplas em vetores: Vamos agora implementar duas pilhas com apenas um vetor





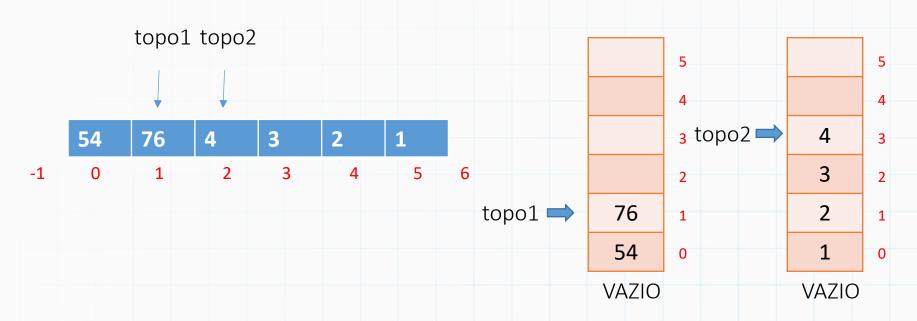
- vamos 54 e 76 na pilha 1 -> PUSH(P, 1, 54) e PUSH(P, 1, 76)

20000000

- vamos 1, 2, 3 e 4 na pilha 2 -> PUSH(P, 2, 1), PUSH(P, 2, 2), PUSH(P, 2, 3) e PUSH(P, 2, 4)



Pilhas duplas em vetores: Vamos agora implementar duas pilhas com apenas um vetor

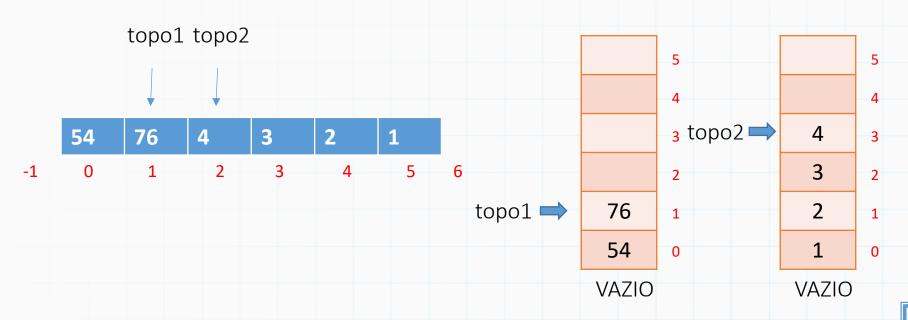




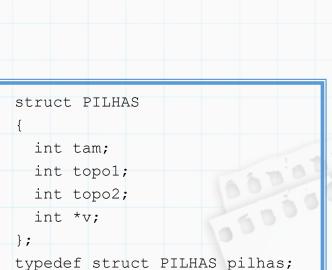
- vamos 54 e 76 na pilha 1 -> PUSH(P, 1, 54) e PUSH(P, 1, 76)
- vamos 1, 2, 3 e 4 na pilha 2 -> PUSH(P, 2, 1), PUSH(P, 2, 2), PUSH(P, 2, 3) e PUSH(P, 2, 4)
- vamos 130 na pilha 1 -> PUSH(P, 1, 130) -> Não dá, ta cheio



Pilhas duplas em vetores: Vamos agora implementar duas pilhas com apenas um vetor



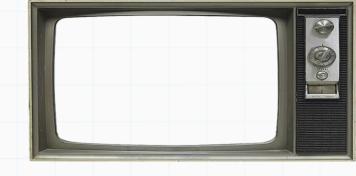
- Veja esse exemplo que alocamos uma pilha dupla de tamanho 6
- vamos 54 e 76 na pilha 1 -> PUSH(P, 1, 54) e PUSH(P, 1, 76)
- vamos 1, 2, 3 e 4 na pilha 2 -> PUSH(P, 2, 1), PUSH(P, 2, 2), PUSH(P, 2, 3) e PUSH(P, 2, 4)
- vamos 130 na pilha 1 -> PUSH(P, 1, 130) -> Não dá, ta cheio



Exercício 1) Codifique a função abaixo de push em pilhas duplas, onde num=1 -> push na pilha 1, num=2 -> push na pilha 2. Cuidado com a pilha cheia

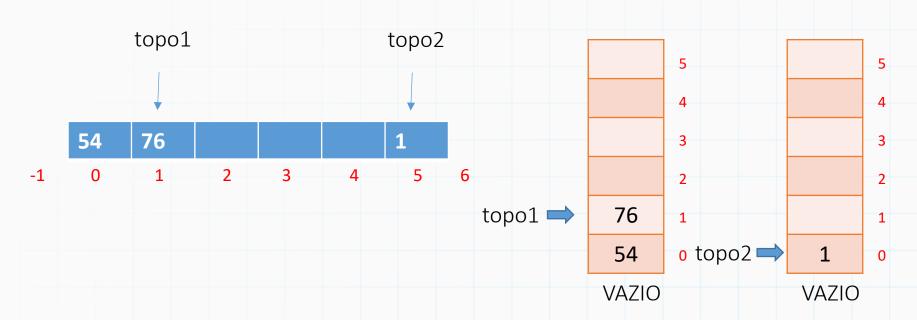
```
void push_pilhas(pilhas * P, int num, int el)
```

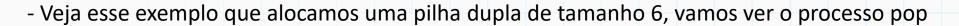
Exercício 1) Codifique a função abaixo de push em pilhas duplas, onde num=1 -> push na pilha 1, num=2 -> push na pilha 2.



```
void push_pilhas(pilhas * P, int num, int el)
    if (P->topo1 == P->topo2-1)
         printf("pilhas cheias\n");
    else
         if (num == 1)
              P->topo1++;
              P->v[P->topo1] = el;
         else
              P->topo2--;
              P \rightarrow v[P \rightarrow topo2] = el;
```

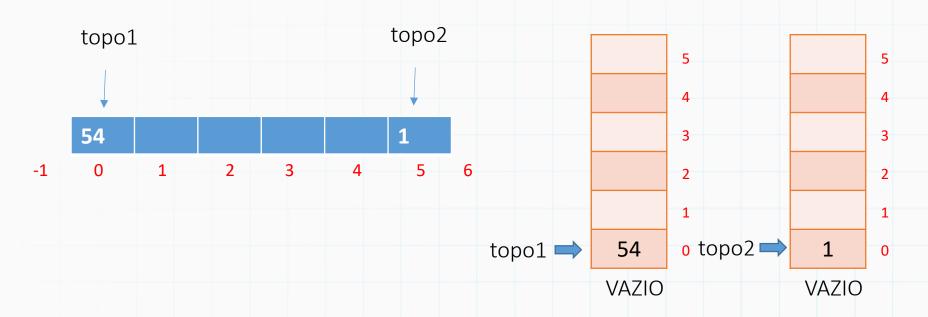
Pilhas duplas em vetores: Vamos agora implementar duas pilhas com apenas um vetor

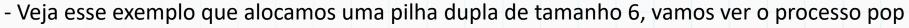






Pilhas duplas em vetores: Vamos agora implementar duas pilhas com apenas um vetor

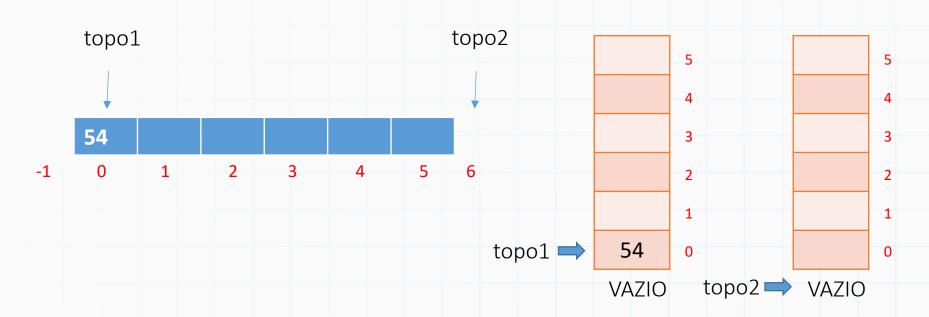


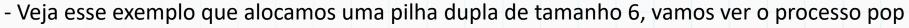


- vamos fazer pop na pilha 1 -> POP(P, 1)

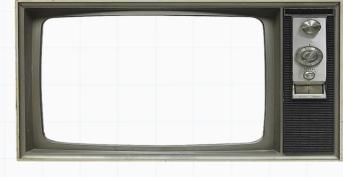


Pilhas duplas em vetores: Vamos agora implementar duas pilhas com apenas um vetor

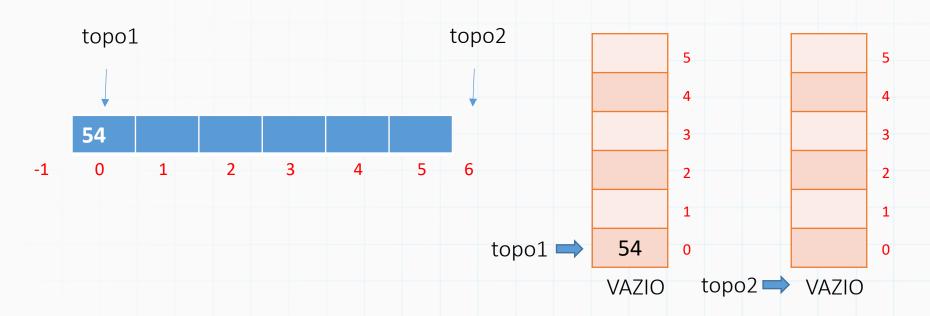


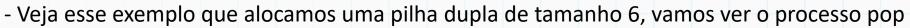


- vamos fazer pop na pilha 1 -> POP(P, 1)
- vamos fazer pop na pilha 2 -> POP(P, 2)



Pilhas duplas em vetores: Vamos agora implementar duas pilhas com apenas um vetor

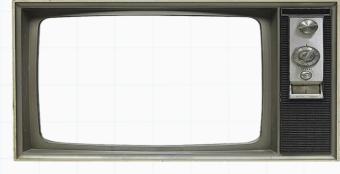




- vamos fazer pop na pilha 1 -> POP(P, 1)
- vamos fazer pop na pilha 2 -> POP(P, 2)

800000000

A função pop em pilhas duplas é descrita como :



```
int pop_pilhas(pilhas * P, int num)
    int el;
    if (num == 1)
        if (P->topo1 >= 0)
            el = P->v[P->topo1];
            P->topo1--;
        else
            printf("pilha 1 vazia\n");
    else
        if (P->topo2 < P->tam)
            el = P->v[P->topo2];
            P->topo2++;
        else
            printf("pilha 2 vazia\n");
    return el;
```

- Pilhas em listas encadeadas:

Bossosos

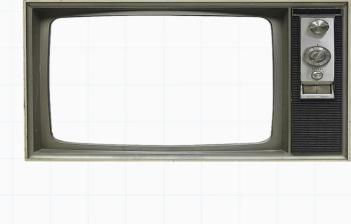
- Usaremos uma lista simplesmente encadeada

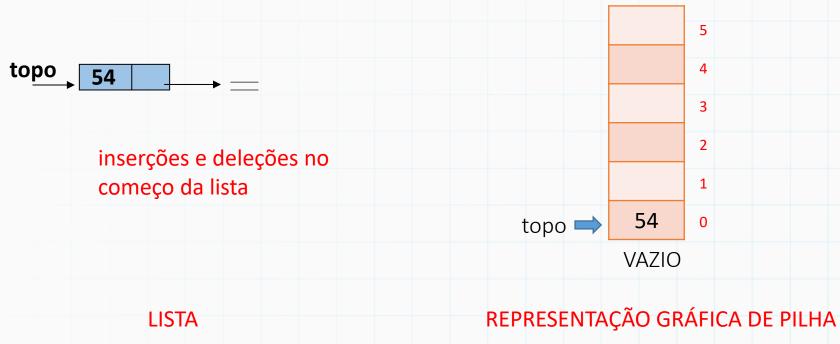




- Pilhas em listas encadeadas:

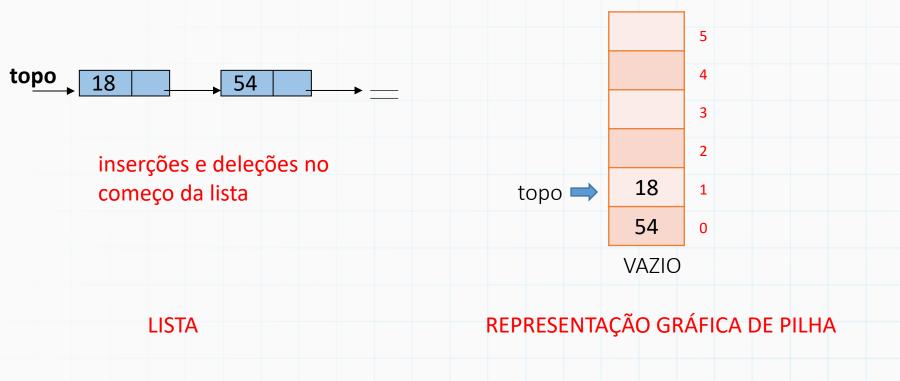
- Usaremos uma lista simplesmente encadeada
- Vamos empilhar elemento 54 -> PUSH(P,54)

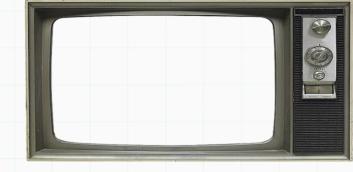




- Pilhas em listas encadeadas:

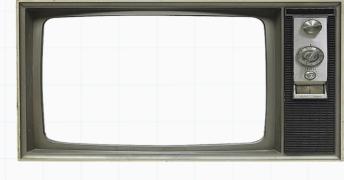
- Usaremos uma lista simplesmente encadeada
- Vamos empilhar elemento 54, 18 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18)

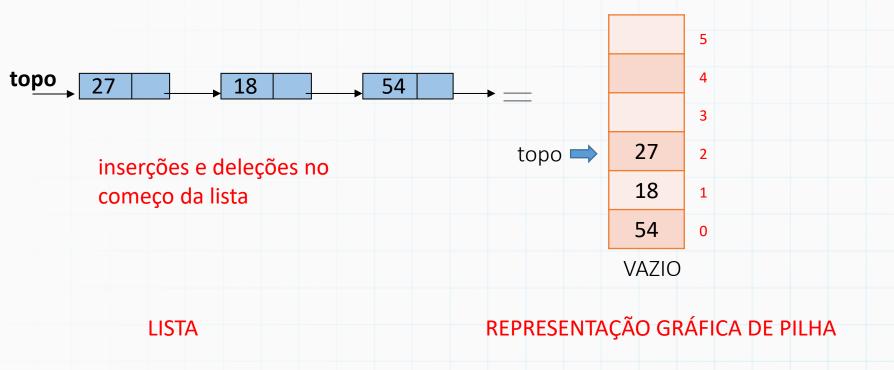




- Pilhas em listas encadeadas:

- Usaremos uma lista simplesmente encadeada
- Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)

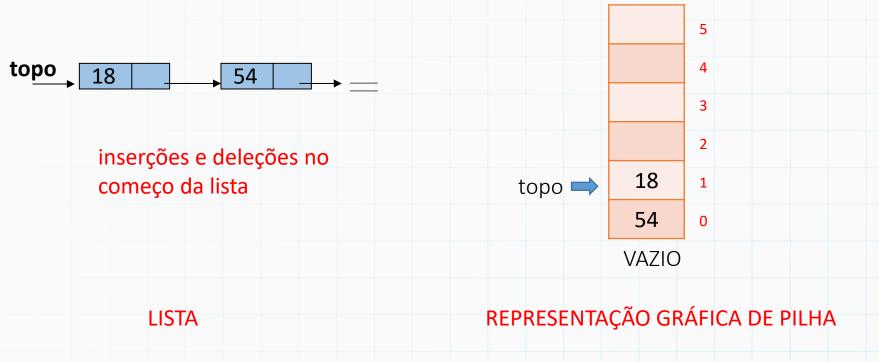


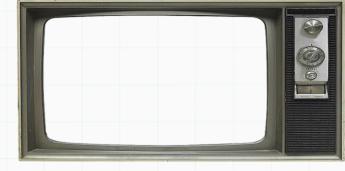


Pilhas em listas encadeadas:

Bopossoo

- Usaremos uma lista simplesmente encadeada
- Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)
- Vamos retirar o topo da pilha -> POP(P)



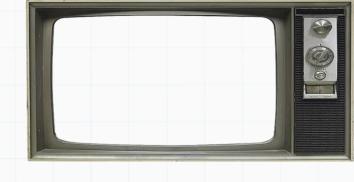


- Pilhas em listas encadeadas:
  - Usaremos uma lista simplesmente encadeada
  - Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)
  - Vamos retirar o topo da pilha -> POP(P)



```
pilha * aloca_no(void)
{
    pilha *aux;
    aux = (pilha *) malloc (sizeof(pilha));
    aux->prox = NULL;

    return aux;
}
```



```
struct NO
{
    int info;
    struct NO *prox;
};
typedef struct NO pilha;
```

```
int main()
{
   pilha *p = NULL;

   return 0;
}
```

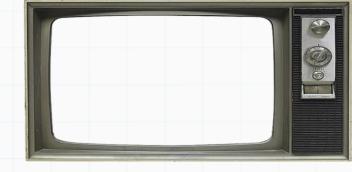
- Pilhas em listas encadeadas:

- Usaremos uma lista simplesmente encadeada
- Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)
- Vamos retirar o topo da pilha -> POP(P)



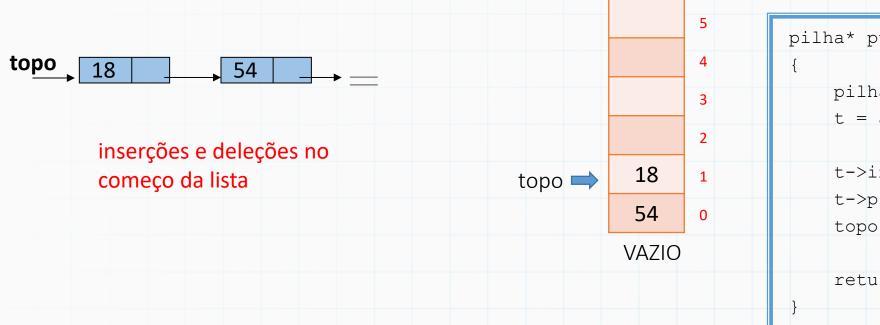
```
int vazia_pilha(pilha* p)
{
    if (p == NULL)
        return 1;
    else
        return 0;
}
```

```
int cheia_pilha(pilha* p)
{
    printf("tu eh maneh, pilha encadeada não fica cheia\n");
}
```



- Pilhas em listas encadeadas:
  - Usaremos uma lista simplesmente encadeada
  - Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)
  - Vamos retirar o topo da pilha -> POP(P)



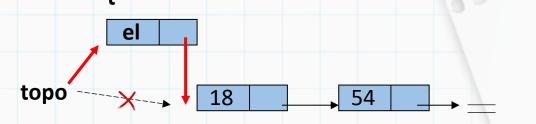


```
pilha* push_pilha(pilha* topo, int el)
{
    pilha *t;
    t = aloca_no();

    t->info = el;
    t->prox = topo;
    topo = t;

    return topo;
}
```

```
int main()
{
    pilha *topo = NULL;
    topo = push_pilha(topo, 28);
    ...
```

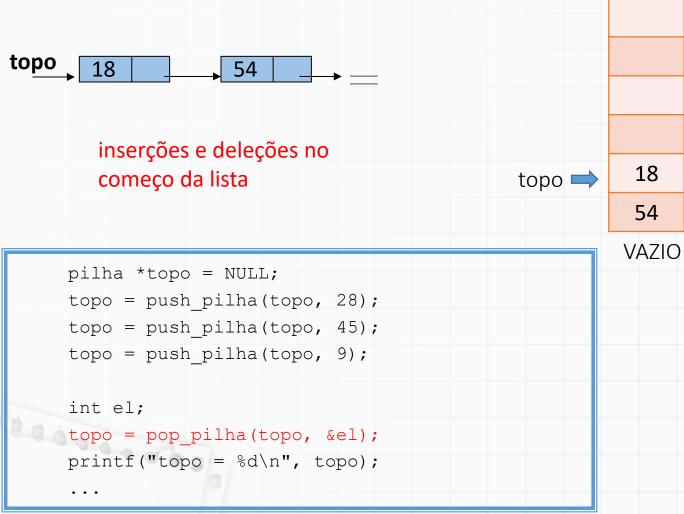


3

0

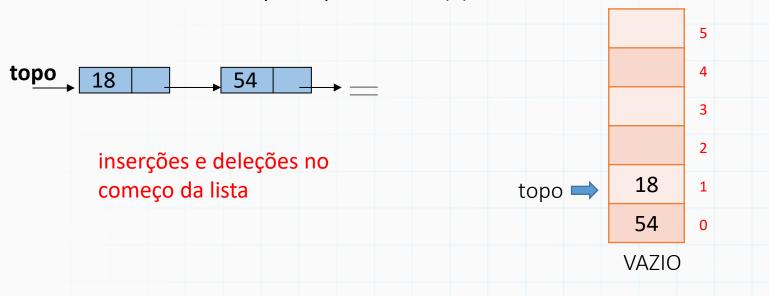
topo

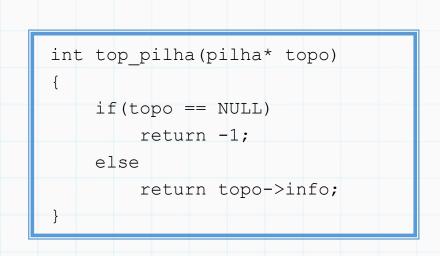
- Pilhas em listas encadeadas:
  - Usaremos uma lista simplesmente encadeada
  - Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)
  - Vamos retirar o topo da pilha -> POP(P)



```
pilha* pop pilha(pilha* topo, int *el)
    pilha *t;
    if(topo == NULL)
        printf("pilha vazia\n");
    else
             = topo;
        *el = topo->info;
        topo = topo->prox;
        free(t);
    return topo;
```

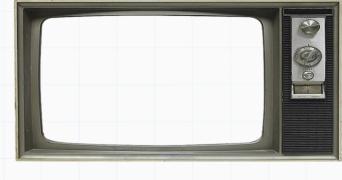
- Pilhas em listas encadeadas:
  - Usaremos uma lista simplesmente encadeada
  - Vamos empilhar elemento 54, 18 e 27 -> PUSH(P,54), PUSH(P,18) e PUSH(P,27)
  - Vamos retirar o topo da pilha -> POP(P)





```
pilha *topo = NULL;
topo = push_pilha(topo, 28);
topo = push_pilha(topo, 45);
topo = push_pilha(topo, 9);
printf("topo = %d\n", top_pilha(topo));
...
```

- Exercício 3) Um usuário inseriu numa pilha os números 1, 2, 3, 4 e 5 nessa ordem usando a operação push, porem ele pode (ou não) ter realizado operações pop enquanto estava empilhando os números (sempre que uma operação pop é realizada, o número é impresso):



Ex: push(1), push(2), push(3), pop(), push(4), push(5), pop() pop()

Nessa caso seria impresso 3, 5 e 4

Quais das seguintes impressões podem ter sido geradas com a sequencia de push 1, 2, 3, 4 e 5 (alternando ou não com pop), e quais seriam as sequencias de push e pop:

- a) 3, 4, 5, 1, e 2
- b) 3, 4, 5, 2, e 1
- c) 1, 5, 2, 3 e 4
- d) 5, 4, 3, 1 e 2
- e) 5, 4, 3, 2 e 1



Exercício 4) Dado uma pilha p, escreva uma função recursiva chamada push\_bottom que empilha um determinado elemento el e empurra ele direto para o fundo da pilha.

```
void push_bottom_pilha(pilha * P, int el)
```

A função deve apenas interagir com a pilha com as funções de pilha (push, pop e top)

```
void push_pilha(pilha * P, int el)
int pop_pilha(pilha * P)
int top_pilha(pilha * P)
int vazia_pilha(pilha * P)
```

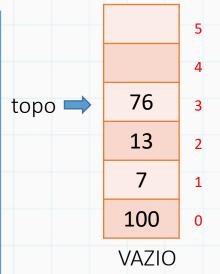
Não podemos acessar/alterar elementos que não seja através dessas funções

<u>Dica: a cada chamada recursiva, a pilha retira um elemento e entra na recursão, mas não esqueça de recolocar o elemento quando voltar da recursão.</u>

```
struct PILHA
{
  int tam;
  int topo;
  int *v;
};
typedef struct PILHA pilha;
```

```
int main()
{
   pilha P;
   cria_pilha(&P, 10);

   push_pilha(&P, 7);
   push_pilha(&P, 13);
   push_pilha(&P, 76);
   push_bottom_pilha(&P, 100);
   imprime_pilha(&P);
```



Exercício 4) Dado uma pilha p, escreva uma função recursiva chamada push\_bottom que empilha um determinado elemento el e empurra ele direto para o fundo da pilha.



```
void push bottom pilha(pilha * P, int el)
         if (vazia pilha(P) == 1)
             push pilha(P, el);
         else
             int temp = pop pilha(P);
             push bottom pilha(P, el);
             push_pilha(P, temp);
                                                                       76
                                                              topo ⇒
                                                                       13
                                                                           2
200000000
                                                                      100
                                                                      VAZIO
```

Exercício 5) Dado uma pilha p, escreva uma função recursiva chamada inverte\_pilha que inverte os elementos de uma pilha.

void inverte pilha(pilha\* P)



A função deve apenas interagir com a pilha com as funções de pilha (push, pop e top) e a função nova push bottom

void push\_pilha(pilha \* P, int el)
int pop\_pilha(pilha \* P)
int top\_pilha(pilha \* P)
int vazia\_pilha(pilha \* P)
void push\_bottom\_pilha(pilha \* P, int el)

Não podemos acessar/alterar elementos que não seja através dessas funções

Vamos usar

<u>Dica: 1) Retira, 2) Recursão, 3) Recoloca no Fundo.</u>

```
struct PILHA
{
  int tam;
  int topo;
  int *v;
};
typedef struct PILHA pilha;
```

```
int main()
    pilha P;
                                                       4
    cria pilha(&P, 10);
                                                                          100
                                                76
                                   topo ⇒
                                                              topo ⇒
                                                       3
    push pilha(&P, 7);
                                                                           7
                                                13
                                                       2
    push pilha(&P, 13);
    push pilha(&P, 76);
                                                                          13
    push bottom pilha(&P, 100);
    imprime pilha(&P);
                                                                          76
                                               100
                                                       0
                                               VAZIO
                                                                         VAZIO
    inverte pilha(&P);
    imprime pilha(&P);
```

Exercício 5) Dado uma pilha p, escreva uma função recursiva chamada inverte\_pilha que inverte os elementos de uma pilha.



```
void inverte pilha(pilha* P)
∃{
     int temp;
     if (vazia pilha(P) == 1)
         return;
     else
         int temp = pop_pilha(P);
                                                                  4
          inverte_pilha(P);
                                                                               100
                                                     topo ⇒
                                                             76
                                                                       topo ⇒
                                                                  3
                                                             13
                                                                                7
                                                                  2
         push bottom pilha(P, temp);
                                                                                13
                                                             100
                                                                                76
                                                                  0
                                                             VAZIO
                                                                               VAZIO
```

Exercício 6) Dado uma pilha p, escreva uma função remove\_el\_pilha que dado um elemento el, remove da pilha esse elemento.

void remove\_el\_pilha(pilha\* P, int el)



A função deve apenas interagir com a pilha com as funções de pilha (push, pop e top)

void push\_pilha(pilha \* P, int el)
int pop\_pilha(pilha \* P)
int top\_pilha(pilha \* P)
int vazia pilha(pilha \* P)

MAS PODEMOS CRIAR E USAR UMA <u>PILHA</u> <u>AUXILIAR</u> DE DENTRO DA FUNÇÃO.

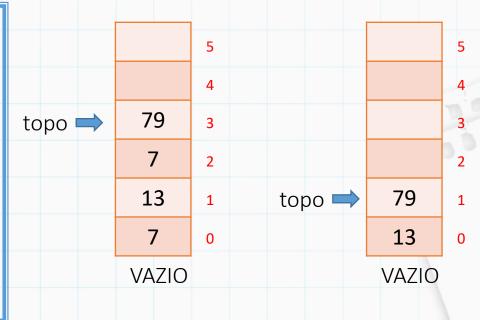
<u>DICA</u>: Jogue elementos para a pilha auxiliar, depois jogue de volta.

```
struct PILHA
{
  int tam;
  int topo;
  int *v;
};
typedef struct PILHA pilha;
```

```
int main()
{
    pilha P;
    cria_pilha(&P, 10);

    push_pilha(&P, 7);
    push_pilha(&P, 13);
    push_pilha(&P, 7);
    push_pilha(&P, 7);
    imprime_pilha(&P);

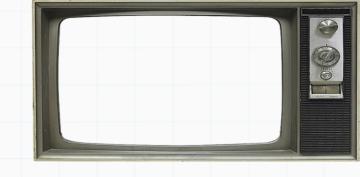
remove_el_pilha(&P);
```



Exercício 6) Dado uma pilha p, escreva uma função remove\_el\_pilha que dado um elemento el, remove da pilha esse elemento

```
void remove el pilha(pilha* P, int el)
    pilha P aux;
    cria pilha(&P aux, P->topo+1);
    while (vazia_pilha(P) == 0)
        int item = pop_pilha(P);
        if (item != el)
            push pilha(&P aux, item);
                                                                    5
                                                                    4
    while (vazia_pilha(&P_aux) == 0)
                                                               79
                                                      topo ⇒
                                                                    3
        int item = pop_pilha(&P_aux);
                                                                    2
        push pilha(P, item);
                                                                                 79
                                                               13
                                                                         topo ⇒
                                                                    1
                                                                                 13
                                                              VAZIO
                                                                                 VAZIO
```

## Até a próxima





Slides baseados no curso de Aline Nascimento