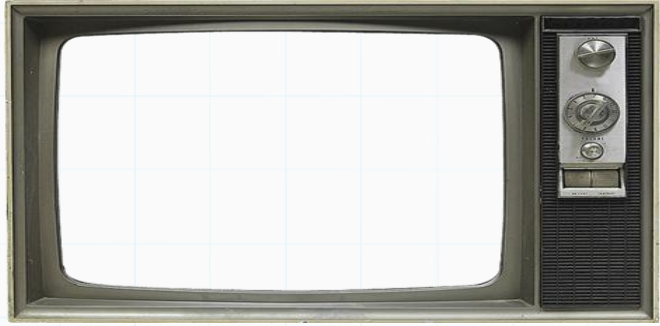
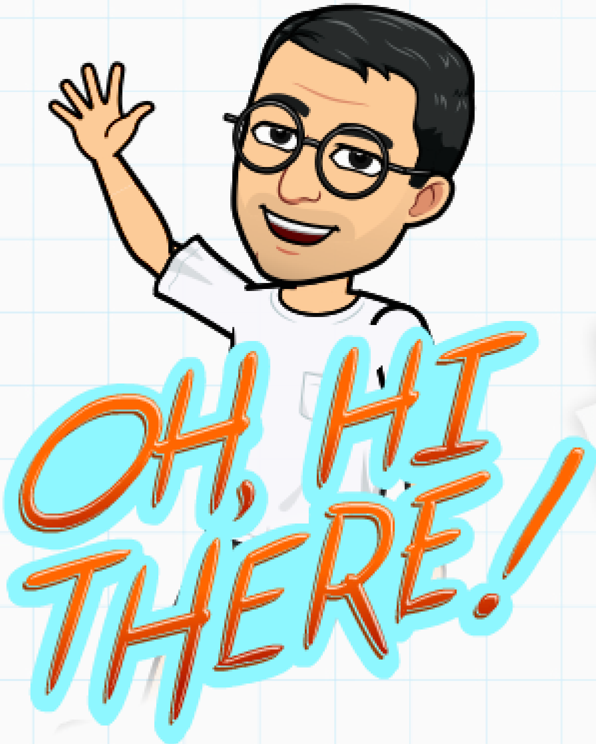
Pesquisa Operacional



Professor : Yuri Frota

yuri@ic.uff.br



Exercício

<u>Metalúrgica:</u> Um metalúrgica produz 2 tipos de ligas metálicas. Cada liga é composta por Cobre, Zinco e Chumbo (em proporções diferentes). Essas quantidades de metais estão em estoque numa quantidade limitada. Queremos determinar o quanto produzir de cada liga metálica, de modo que o lucro seja o máximo possível, satisfazendo as condições impostas pelos dados na tabela abaixo:

Modelo

Matéria Prima	Liga 1	Liga 2	Estoque
Cobre	50%	30%	3 ton
Zinco	10%	20%	1 ton
Chumbo	40%	50%	3 ton
Preço de Venda	3 milhões	2 milhões	(R$ por ton)

$$
\begin{array}{ll}
\text{max} & f(x_1, x_2) = 3x_1 + 2x_2 \\
\text{s.a} & 0{,}5x_1 + 0{,}3x_2 \leq 3 \\
& 0{,}1x_1 + 0{,}2x_2 \leq 1 \\
& 0{,}4x_1 + 0{,}5x_2 \leq 3 \\
& x_1 \geq 0, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

Usando o Python-MPI, qual é o valor das variáveis no ponto ótimo, sabendo que o valor no ponto ótimo é de 18.46.

Exercício

StartUp: Uma pequena StartUp de tecnologia está considerando 6 possíveis projetos de novos aplicativos para investir. A tabela a seguir apresenta as informações necessárias de cada projeto:

Projeto	Despesa inicial ($ 000)	Pessoal necessário (unid.)	Capital de giro médio anual ($ 000)	Valor presente ($ 000)
1	700	6	200	300
2	1080	16	300	440
3	120	2	20	60
4	300	4	70	160
5	680	10	150	380
6	420	6	90	200
Exig.	Máximo de 2000	Máximo de 24	Mínimo de 200	Máximo possível

Além disso, sabe-se de antemão que os projetos 3 e 4 são mutuamente exclusivos e que o projeto 1 só pode ser realizado se o projeto 6 for. Use o Python-MIP para identificar quais projetos que devem ser selecionados pela StartUp para se ter o máximo valor presente possível, sabendo que o valor da solução ótima é de 940.

Modelo a seguir

Exercício

$$\text{Max } Z = 300x_1 + 440x_2 + 60x_3 + 160x_4 + 380x_5 + 200x_6$$

sujeito a

$$700x_1 + 1080x_2 + 120x_3 + 300x_4 + 680x_5 + 420x_6 \leq 2000$$

$$6x_1 + 16x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 10x_5 + 6x_6 \leq 24$$

$$200x_1 + 300x_2 + 20x_3 + 70x_4 + 150x_5 + 90x_6 \geq 200$$

$$x_3 + x_4 \leq 1$$

$$x_6 - x_1 \geq 0$$

Projeto	Despesa inicial ($ 000)	Pessoal necessário (unid.)	Capital de giro médio anual ($ 000)	Valor presente ($ 000)
1	700	6	200	300
2	1080	16	300	440
3	120	2	20	60
4	300	4	70	160
5	680	10	150	380
6	420	6	90	200
Exig.	Máximo de 2000	Máximo de 24	Mínimo de 200	Máximo possível

Exercício

FBI: O FBI possui 3 agentes disponíveis e 5 missões para serem realizadas com os seguintes parâmetros: matriz C contém os custos de designar o agente i a tarefa j; e, a matriz A contém quantidade de horas que o agente i precisa para a execução da tarefa j. A capacidade total de horas de cada agente está na matriz b.

Dado o modelo que 1) minimiza o custo de designação de missões a agentes, de forma que 2) as missões sejam executada por exatamente um agente e que 3) a capacidade de horas de cada agente não seja excedida.

$$C = [c_{ij}] = \begin{bmatrix} 15 & 61 & 3 & 94 & 86 \\ 21 & 28 & 76 & 48 & 54 \\ 21 & 21 & 46 & 43 & 21 \end{bmatrix}$$

$$A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} 31 & 69 & 14 & 87 & 51 \\ 23 & 20 & 71 & 86 & 91 \\ 20 & 55 & 39 & 60 & 83 \end{bmatrix}$$

ex: o agente 2 leva 71 horas para realizar a missão 3

$$b = [b_i] = \begin{bmatrix} 100 & 100 & 100 \end{bmatrix}$$

Use o Python-MIP para determinar que agentes realizam que missões, sabendo que o valor da solução ótima é 254 .

Modelo a seguir

Exercício

Modelo:

$$
\begin{aligned}
&\textit{Minimizar } z = 15x_{11} + 61x_{12} + 3x_{13} + 94x_{14} + 86x_{15} + \\
&21x_{21} + 28x_{22} + 76x_{23} + 48x_{24} + 54x_{25} + \\
&21x_{31} + 21x_{32} + 46x_{33} + 43x_{34} + 21x_{35}
\end{aligned}
$$

$$
\textit{sujeito a}: \left\{
\begin{array}{l}
x_{11} + x_{21} + x_{31} = 1 \\
x_{12} + x_{22} + x_{32} = 1 \\
x_{13} + x_{23} + x_{33} = 1 \\
x_{14} + x_{24} + x_{34} = 1 \\
x_{15} + x_{25} + x_{35} = 1 \\
31x_{11} + 69x_{12} + 14x_{13} + 87x_{14} + 51x_{15} \leq 100 \\
23x_{21} + 20x_{22} + 71x_{23} + 86x_{24} + 91x_{25} \leq 100 \\
20x_{31} + 55x_{32} + 39x_{33} + 60x_{34} + 83x_{35} \leq 100 \\
x_{ij} \in \{0, 1\}, \qquad i = 1, 2, 3; \; j = 1, 2, 3, 4, 5.
\end{array}
\right.
$$

Exercício

Caminhão: Considere o problema que você tem um conjunto de itens N com n itens, cada item $i \in N$ possui um valor financeiro p_i. Esses itens tem que ser armazenados em um caminhão para serem transportados e vendidos, porem o caminhão possui m restrições físicas (ex: altura, largura, comprimento, peso, etc...), e para cada restrições física $j=1...m$, o caminhão possui um limite b_j. Além disso, cada item $i \in N$ consome um valor c_{ji} para cada restrição $j=1...m$ do caminhão.

Dado o modelo do problema como um PPI Generalizado que determina quais itens devem ser colocados no caminhão de forma que 1) os limites físicos do caminhão sejam respeitados e 2) que tenham valor financeiro máximo.

A instancia do problema já está descrita no arquivo código base:

```
###################### Instancia ########################
n = 6
m = 10
pi = [100, 600, 1200, 2400, 500, 2000]
cji = [ [8, 12, 13, 64, 22, 41] ,
        [8, 12, 13, 75, 22, 41] ,
        [3, 6, 4, 18, 6, 4] ,
        [5, 10, 8, 32, 6, 12] ,
        [5, 13, 8, 42, 6, 20] ,
        [5, 13, 8, 48, 6, 20] ,
        [0, 0, 0, 0, 8, 0] ,
        [3, 0, 4, 0, 8, 0] ,
        [3, 2, 4, 0, 8, 4] ,
        [3, 2, 4, 8, 8, 4]  ]
bj = [80, 96, 20, 36, 44, 48, 10, 18, 22, 24]
##########################################################
```

Use o Python-MIP para determinar que itens devem ser armazenados no caminhão, sabendo que o valor da solução ótima é 3800 .

Modelo a seguir

Exercício

Modelo:

$$\max \sum_{i \in N} p_i x_i \tag{1}$$

$$\sum_{i \in N} c_{ij} x_i \leq b_j, \qquad \forall j = 1, ..., m \tag{2}$$

$$x_i \in \{0, 1\}, \qquad \forall i \in N \tag{3}$$

Até a próxima