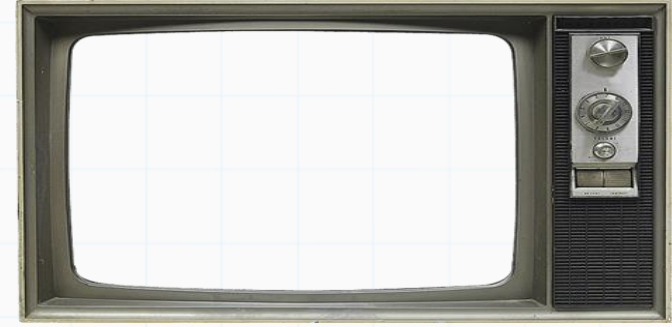


Programação Estruturada

Professor : Yuri Frota

yuri@ic.uff.br

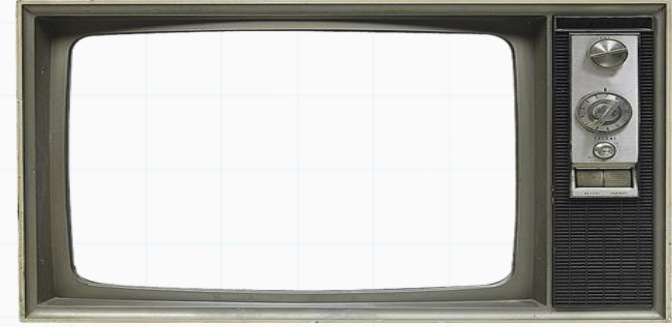


Ordenação

Ordenação: Em Programação 1, vimos 2 métodos simples de ordenação:

- Método da Bolha
- Método da Seleção

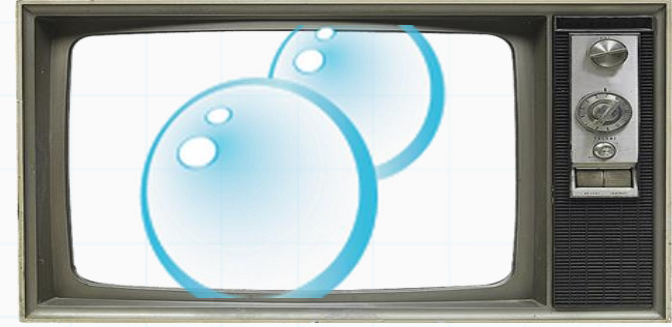
- Esses métodos realizavam processos de **varreduras** nos vetores, que alteravam sua composição, deixando um passo mais perto de estar ordenados.
- Essas varreduras tinham que ser repetidas **n vezes (número de elementos do vetor)** para garantir a ordenação.



Ordenação

Ordenação da Bolha: seja o seguinte vetor a ser ordenado de forma crescente

4	3	5	1
---	---	---	---



```
for (j=0; j<n-1; j++)  
    if (v[j] > v[j+1])  
    {  
        temp           = v[j];  
        v[j]           = v[j+1];  
        v[j+1]         = temp;  
    }
```

Ordenação

Ordenação da Bolha: seja o seguinte vetor a ser ordenado de forma crescente

Vamos iterativamente olhar para as posições adjacentes e toda vez que o par de elementos não estiverem ordenados vamos troca-los

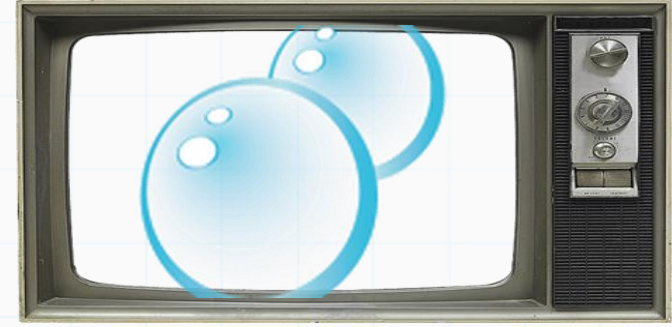
4	3	5	1
---	---	---	---

4	3	5	1
---	---	---	---

i

i+1

VARREDURA

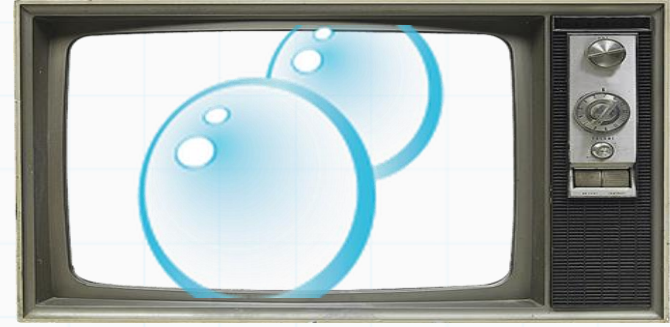


```
for (j=0; j<n-1; j++)  
    if (v[j] > v[j+1])  
    {  
        temp           = v[j];  
        v[j]           = v[j+1];  
        v[j+1]         = temp;  
    }
```

Ordenação

Ordenação da Bolha: seja o seguinte vetor a ser ordenado de forma crescente

Vamos iterativamente olhar para as posições adjacentes e toda vez que o par de elementos não estiverem ordenados vamos troca-los



4	3	5	1
---	---	---	---

VARREDURA

4	3	5	1
---	---	---	---

i *i+1*

3	4	5	1
---	---	---	---

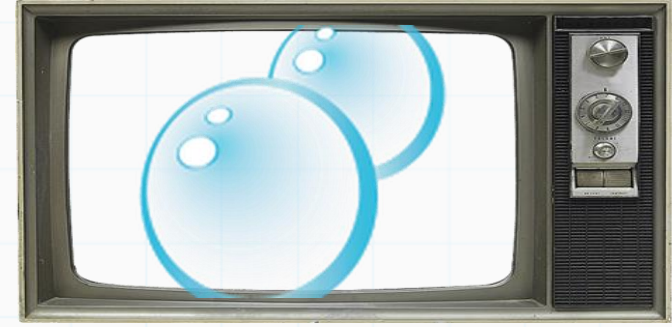
i *i+1*

```
for (j=0; j<n-1; j++)  
    if (v[j] > v[j+1])  
    {  
        temp           = v[j];  
        v[j]           = v[j+1];  
        v[j+1]         = temp;  
    }
```

Ordenação

Ordenação da Bolha: seja o seguinte vetor a ser ordenado de forma crescente

Vamos iterativamente olhar para as posições adjacentes e toda vez que o par de elementos não estiverem ordenados vamos troca-los



4	3	5	1
---	---	---	---

VARREDURA

4	3	5	1
---	---	---	---

i *i+1*

3	4	5	1
---	---	---	---

i *i+1*

3	4	5	1
---	---	---	---

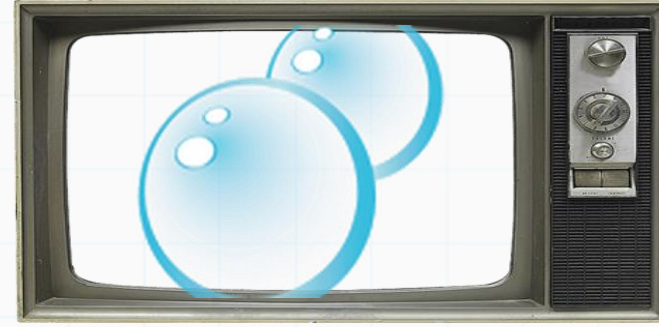
i *i+1*

```
for (j=0; j<n-1; j++)  
    if (v[j] > v[j+1])  
    {  
        temp      = v[j];  
        v[j]      = v[j+1];  
        v[j+1]    = temp;  
    }
```

Ordenação

Ordenação da Bolha: seja o seguinte vetor a ser ordenado de forma crescente

Vamos iterativamente varrer as posições adjacentes e toda vez que o par de elementos não estiverem ordenados vamos troca-los



4	3	5	1
---	---	---	---

VARREDURA

4	3	5	1
---	---	---	---

i *i+1*

3	4	5	1
---	---	---	---

i *i+1*

3	4	5	1
---	---	---	---

i *i+1*

3	4	1	5
---	---	---	---

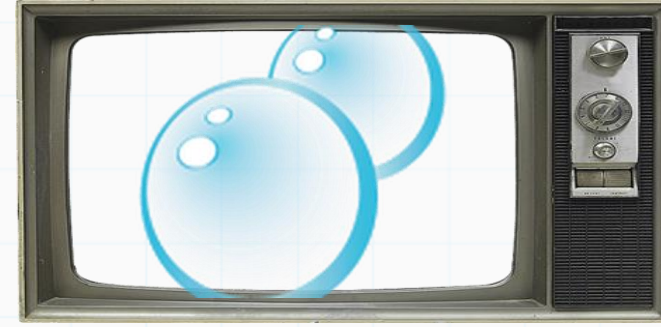
o vetor está ordenado ?
o vetor está mais ordenado ?

```
for (j=0; j<n-1; j++)  
    if (v[j] > v[j+1])  
    {  
        temp      = v[j];  
        v[j]      = v[j+1];  
        v[j+1]    = temp;  
    }
```

Ordenação

Ordenação da Bolha: seja o seguinte vetor a ser ordenado de forma crescente

Vamos iterativamente varrer as posições adjacentes e toda vez que o par de elementos não estiverem ordenados vamos troca-los



4	3	5	1
---	---	---	---

3	4	1	5
---	---	---	---

VARREDURA

4	3	5	1
---	---	---	---

i $i+1$

3	4	1	5
---	---	---	---

i $i+1$

3	4	5	1
---	---	---	---

i $i+1$

3	4	1	5
---	---	---	---

i $i+1$

3	4	5	1
---	---	---	---

i $i+1$

3	1	4	5
---	---	---	---

i $i+1$

3	4	1	5
---	---	---	---

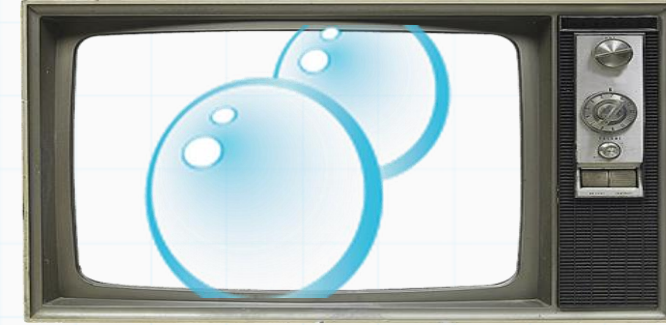
3	1	4	5
---	---	---	---

```
for (i=0; i<n; i++)  
    for (j=0; j<n-1; j++)  
        if (v[j] > v[j+1])  
        {  
            temp = v[j];  
            v[j] = v[j+1];  
            v[j+1] = temp;  
        }
```


Ordenação

Ordenação da Bolha: seja o seguinte vetor a ser ordenado de forma crescente

Vamos iterativamente varrer as posições adjacentes e toda vez que o par de elementos não estiverem ordenados vamos troca-los



4	3	5	1
---	---	---	---

3	4	1	5
---	---	---	---

3	1	4	5
---	---	---	---

VARREDURA

4	3	5	1
---	---	---	---

i $i+1$

3	4	1	5
---	---	---	---

i $i+1$

3	1	4	5
---	---	---	---

i $i+1$

3	4	5	1
---	---	---	---

i $i+1$

3	4	1	5
---	---	---	---

i $i+1$

1	3	4	5
---	---	---	---

i $i+1$

3	4	5	1
---	---	---	---

i $i+1$

3	1	4	5
---	---	---	---

i $i+1$

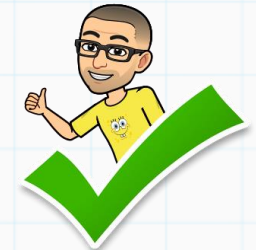
1	3	4	5
---	---	---	---

i $i+1$

3	4	1	5
---	---	---	---

3	1	4	5
---	---	---	---

1	3	4	5
---	---	---	---



```
for (i=0; i<n; i++)  
    for (j=0; j<n-1; j++)  
        if (v[j] > v[j+1])  
        {  
            temp = v[j];  
            v[j] = v[j+1];  
            v[j+1] = temp;  
        }
```

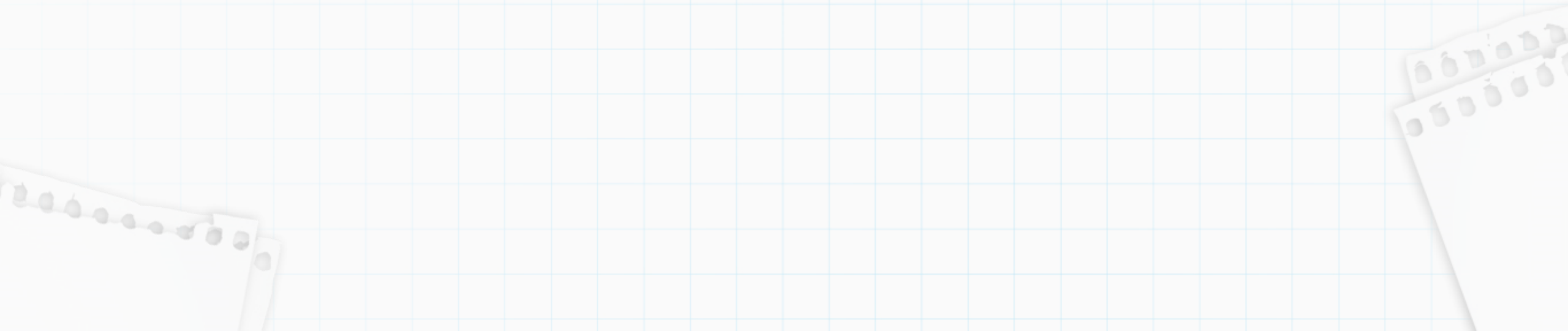
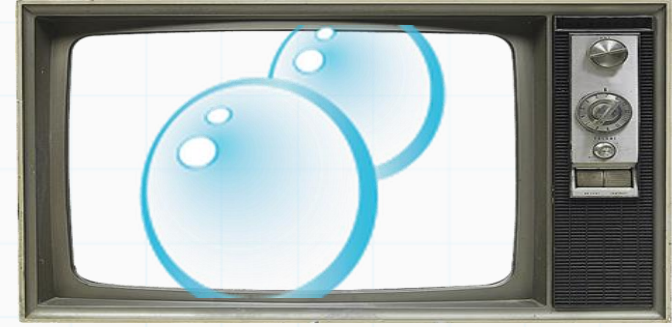
Ordenação

Ordenação da Bolha: Eficiência:

```
for (i=0; i<n; i++)  
    for (j=0; j<n-1; j++)  
        if (v[j] > v[j+1])  
        {  
            temp          = v[j];  
            v[j]           = v[j+1];  
            v[j+1]         = temp;  
        }
```

Número de Comparações realizadas:

$n \cdot (n-1) = n^2 - n \Rightarrow$ dizemos que é n^2 pois é o fator que domina



Ordenação

Ordenação da Bolha: Eficiência:

```
for (i=0; i<n; i++)  
    for (j=0; j<n-1; j++)  
        if (v[j] > v[j+1])  
        {  
            temp          = v[j];  
            v[j]          = v[j+1];  
            v[j+1]        = temp;  
        }
```

Número de Comparações realizadas:

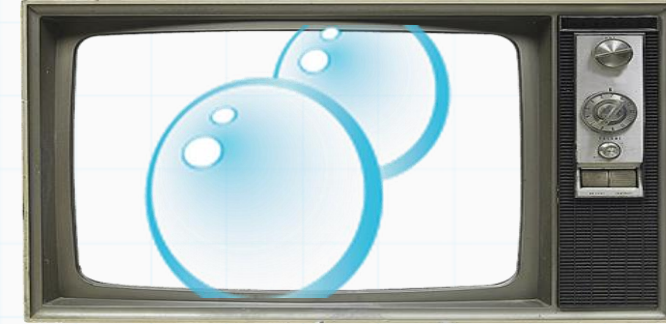
$n \cdot (n-1) = n^2 - n \Rightarrow$ dizemos que é n^2 pois é o fator que domina

Da para melhorar ? Sabendo que a cada varredura:

Varredura 1 -> Maior elemento deslocado para a ultima posição

Varredura 2 -> Maior elemento deslocado para a penúltima posição

...



Ordenação

Ordenação da Bolha: Eficiência:

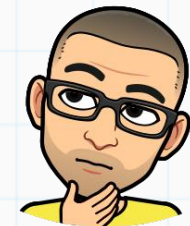
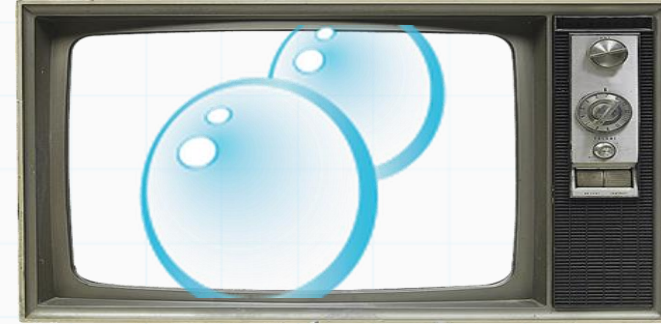
```
for (i=0; i<n; i++)  
    for (j=0; j<n-1; j++)  
        if (v[j] > v[j+1])  
        {  
            temp          = v[j];  
            v[j]           = v[j+1];  
            v[j+1]         = temp;  
        }
```

```
for (i=0; i<n; i++)  
    for (j=0; j<n-1-i; j++)  
        if (v[j] > v[j+1])  
        {  
            temp          = v[j];  
            v[j]           = v[j+1];  
            v[j+1]         = temp;  
        }
```

Número de Comparações realizadas:

$n \cdot (n-1) = n^2 - n \Rightarrow$ dizemos que é n^2 pois é o fator que domina

$$(n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 2 = (n^2 - n)/2 \Rightarrow n^2$$



Ordenação

Ordenação da Bolha: Eficiência:

```
for (i=0; i<n; i++)  
    for (j=0; j<n-1; j++)  
        if (v[j] > v[j+1])  
        {  
            temp      = v[j];  
            v[j]      = v[j+1];  
            v[j+1]    = temp;  
        }
```

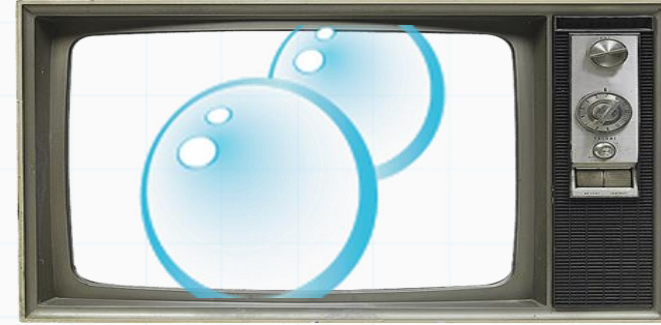
```
for (i=0; i<n; i++)  
    for (j=0; j<n-1-i; j++)  
        if (v[j] > v[j+1])  
        {  
            temp      = v[j];  
            v[j]      = v[j+1];  
            v[j+1]    = temp;  
        }
```

Da para melhorar ? Podemos evitar varreduras desnecessárias, pois se numa varredura não ocorre troca, então as próximas também não trocarão.

Número de Comparações realizadas:

$n \cdot (n-1) = n^2 - n \Rightarrow$ dizemos que é n^2 pois é o fator que domina

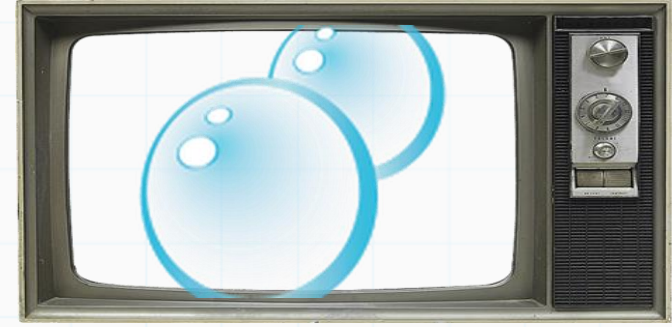
$$(n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 2 = (n^2 - n)/2 \Rightarrow n^2$$



Ordenação

Ordenação da Bolha: Eficiência:

```
for (i=0; i<n; i++)  
{  
    trocou = 0;  
    for (j=0; j<n-1-i; j++)  
        if (v[j] > v[j+1])  
        {  
            temp          = v[j];  
            v[j]          = v[j+1];  
            v[j+1]        = temp;  
  
            trocou = 1;  
        }  
    if (troca == 0)  
        break;  
}
```



Ordenação

Ordenação da Bolha: Eficiência:

```
for (i=0; i<n; i++)  
{  
    trocou = 0;  
    for (j=0; j<n-1-i; j++)  
        if (v[j] > v[j+1])  
        {  
            temp = v[j];  
            v[j] = v[j+1];  
            v[j+1] = temp;  
            trocou = 1;  
        }  
    if (troca == 0)  
        break;  
}
```

Melhor versão

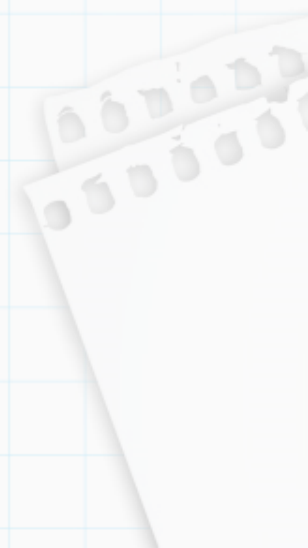
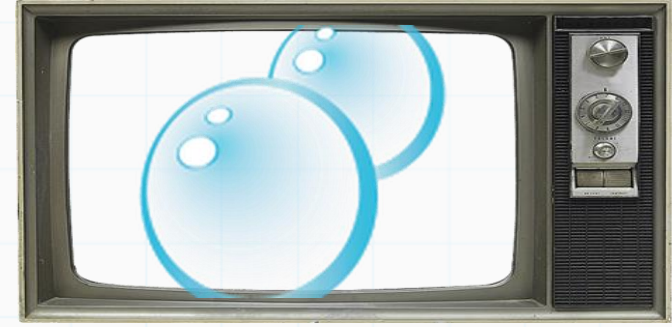
Número de Comparações realizadas:

No pior caso:

$$(n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 2 = (n^2 - n)/2 \Rightarrow n^2$$

No melhor caso:

$$(n-1) \Rightarrow n$$



Ordenação

Ordenação por seleção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos o menor elemento da parte não ordenada para colocar na ordenada.



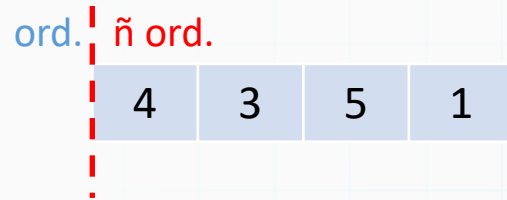
ord. | ã ord.

4	3	5	1
---	---	---	---

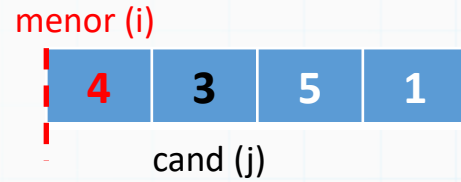
```
for (i=0; i<n-1; i++)
  for (j=i+1; j<n; j++)
    if (v[i] > v[j])
    {
        temp      = v[i];
        v[i]      = v[j];
        v[j]      = temp;
    }
```


Ordenação

Ordenação por seleção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos o menor elemento da parte não ordenada para colocar na ordenada.



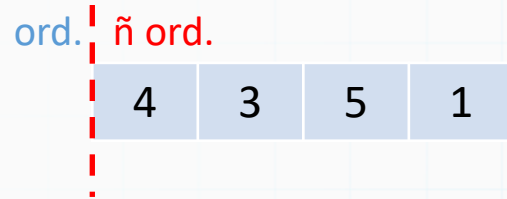
VARREDURA i=0



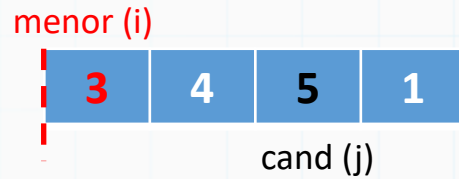
```
for (i=0; i<n-1; i++)
  for (j=i+1; j<n; j++)
    if (v[i] > v[j])
    {
        temp      = v[i];
        v[i]      = v[j];
        v[j]      = temp;
    }
```

Ordenação

Ordenação por seleção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos o menor elemento da parte não ordenada para colocar na ordenada.



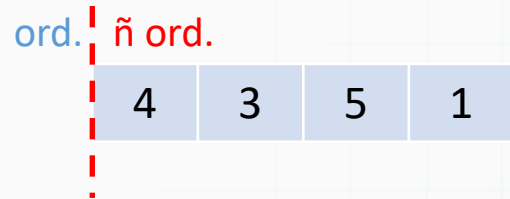
VARREDURA i=0



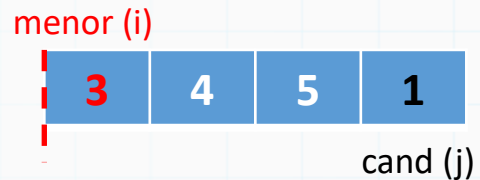
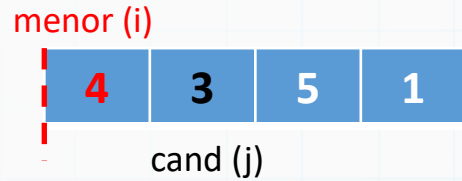
```
for (i=0; i<n-1; i++)  
  for (j=i+1; j<n; j++)  
    if (v[i] > v[j])  
    {  
        temp      = v[i];  
        v[i]      = v[j];  
        v[j]      = temp;  
    }
```

Ordenação

Ordenação por seleção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos o menor elemento da parte não ordenada para colocar na ordenada.



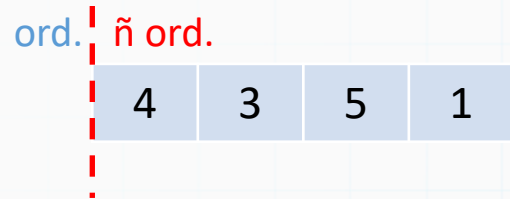
VARREDURA i=0



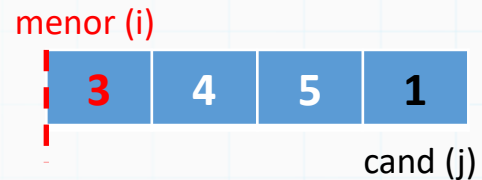
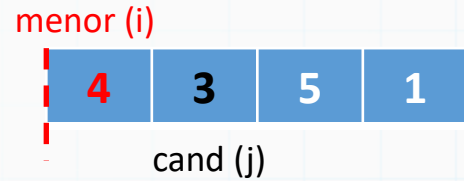
```
for (i=0; i<n-1; i++)  
    for (j=i+1; j<n; j++)  
        if (v[i] > v[j])  
        {  
            temp = v[i];  
            v[i] = v[j];  
            v[j] = temp;  
        }
```

Ordenação

Ordenação por seleção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos o menor elemento da parte não ordenada para colocar na ordenada.



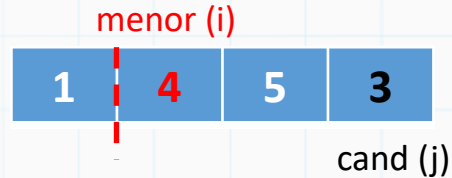
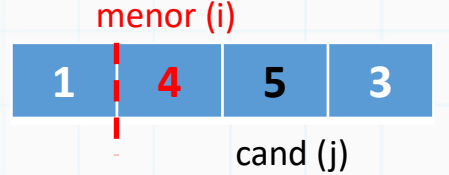
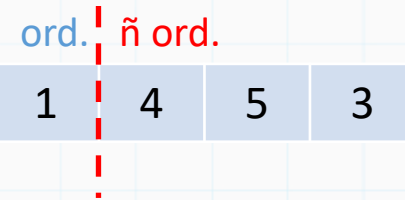
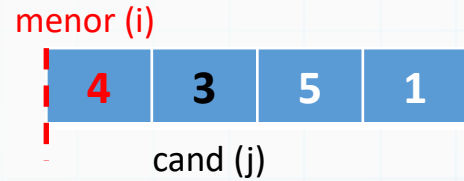
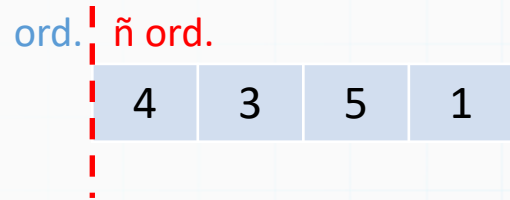
VARREDURA i=0



```
for (i=0; i<n-1; i++)
  for (j=i+1; j<n; j++)
    if (v[i] > v[j])
    {
      temp      = v[i];
      v[i]      = v[j];
      v[j]      = temp;
    }
```

Ordenação

Ordenação por seleção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos o menor elemento da parte não ordenada para colocar na ordenada.

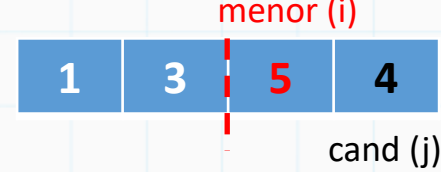
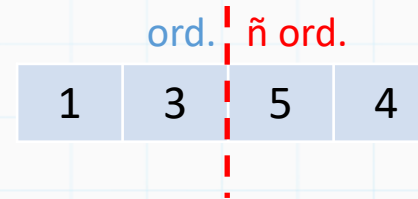
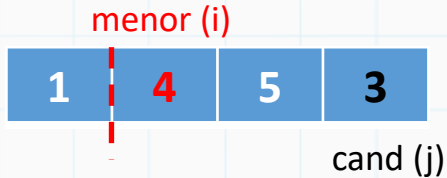
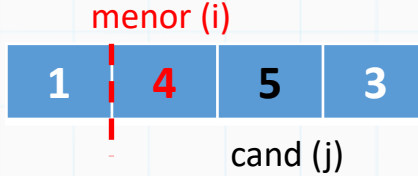
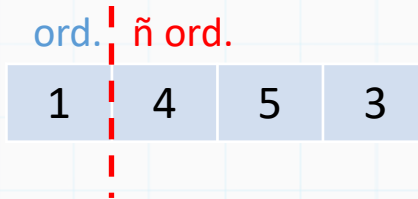
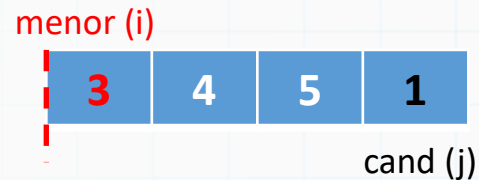
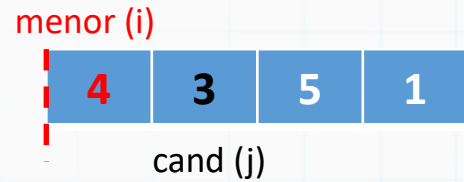
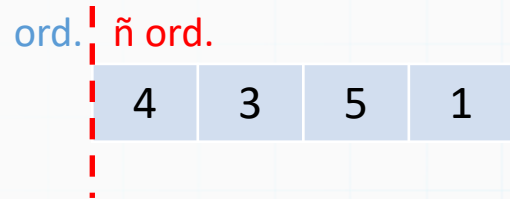


VARREDURA i=1

```
for (i=0; i<n-1; i++)  
    for (j=i+1; j<n; j++)  
        if (v[i] > v[j])  
        {  
            temp = v[i];  
            v[i] = v[j];  
            v[j] = temp;  
        }
```

Ordenação

Ordenação por seleção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos o menor elemento da parte não ordenada para colocar na ordenada.



VARREDURA i=2

- Percorremos o vetor (n-1) vezes, procurando sempre o i-ésimo menor elemento

```
for (i=0; i<n-1; i++)  
    for (j=i+1; j<n; j++)  
        if (v[i] > v[j])  
        {  
            temp = v[i];  
            v[i] = v[j];  
            v[j] = temp;  
        }
```

Ordenação

Ordenação por Seleção: Eficiência:

```
for (i=0; i<n-1; i++)  
    for (j=i+1; j<n; j++)  
        if (v[i] > v[j])  
        {  
            temp      = v[i];  
            v[i]       = v[j];  
            v[j]       = temp;  
        }
```

Número de Comparações realizadas:

$$(n-1) + (n-2) + (n-3) \dots = (n^2 - n)/2 \Rightarrow n^2$$

Mesma que o Bolha mas não tem como interromper as varreduras,
então pior caso = melhor caso = n^2



Buscas

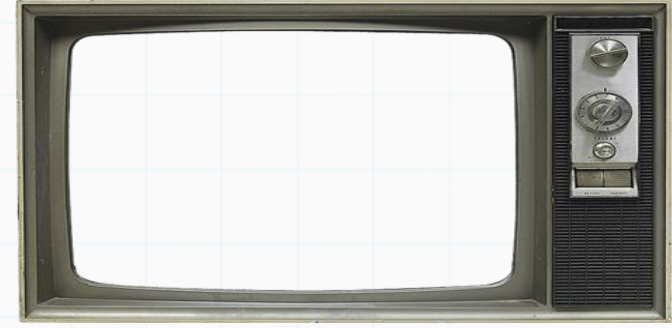
Busca Linear com vetor ordenado: Eficiência

```
void busca_vetor_ordenado(int* v, int tam, int el)
{
    for (int i=0; i<tam; i++)
    {
        if (v[i] == el)
        {
            printf("elemento %d na posicao %d\n\n", el, i);
            return;
        }

        if (el < v[i])
            break;
    }

    return;
}
```

Vamos falar de buscas agora, veja o algoritmo de busca linear ao lado



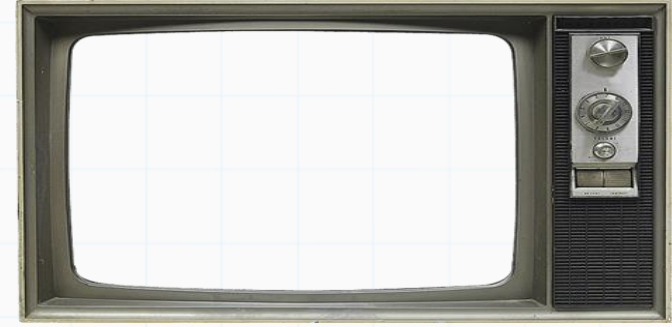
Buscas

Busca Linear com vetor ordenado: Eficiência

```
void busca_vetor_ordenado(int* v, int tam, int el)
{
    for (int i=0; i<tam; i++)
    {
        if (v[i] == el)
        {
            printf("elemento %d na posicao %d\n\n", el, i);
            return;
        }

        if (el < v[i])
            break;
    }

    return;
}
```



Número de Comparações realizadas:

pior caso =>

melhor caso =>



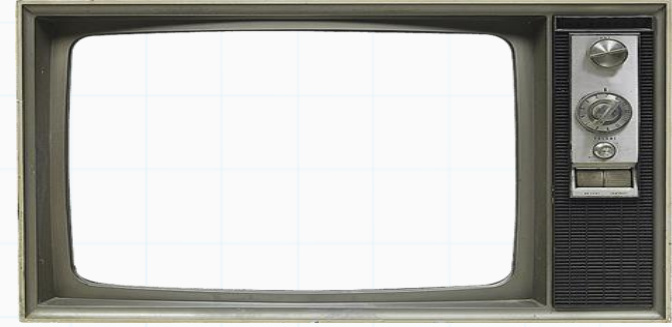
Buscas

Busca Linear com vetor ordenado: Eficiência

```
void busca_vetor_ordenado(int* v, int tam, int el)
{
    for (int i=0; i<tam; i++)
    {
        if (v[i] == el)
        {
            printf("elemento %d na posicao %d\n\n", el, i);
            return;
        }

        if (el < v[i])
            break;
    }

    return;
}
```



Número de Comparações realizadas:

pior caso => n

melhor caso => 1



Podemos fazer melhor que isso ?

Buscas

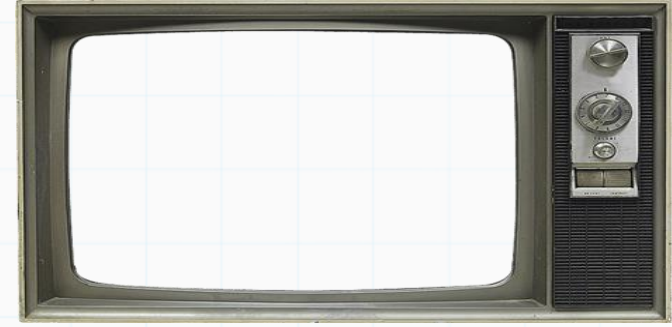
- Busca Binária: da para fazer melhor ainda ?

A ideia do algoritmo é a seguinte (assuma que o vetor está ordenado):

- Verifique se a chave de busca é igual ao valor da posição do meio do vetor.



0	1	2	4	5	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	----

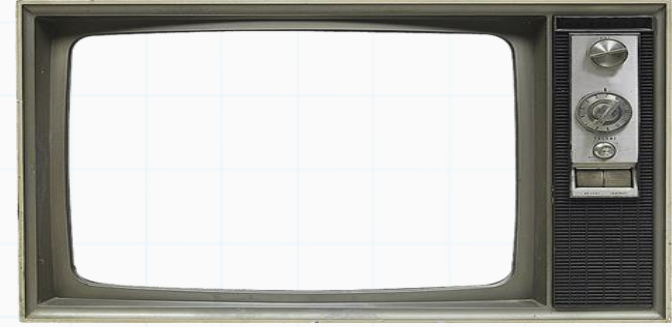
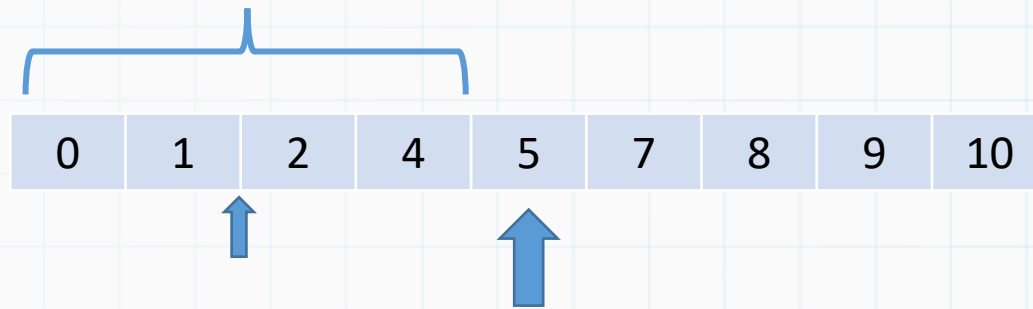


Buscas

- Busca Binária: da para fazer melhor ainda ?

A ideia do algoritmo é a seguinte (assuma que o vetor está ordenado):

- Verifique se a chave de busca é igual ao valor da posição do meio do vetor.
- Caso o valor desta posição seja maior, então repita o processo mas considere que o vetor tem metade do tamanho, indo até posição anterior a do meio.

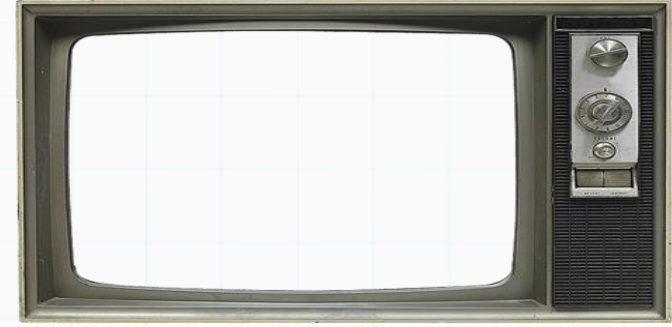
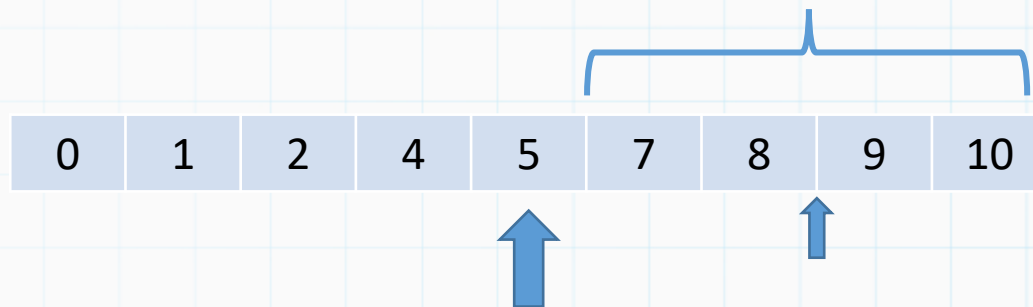


Buscas

- Busca Binária: da para fazer melhor ainda ?

A ideia do algoritmo é a seguinte (assuma que o vetor está ordenado):

- Verifique se a chave de busca é igual ao valor da posição do meio do vetor.
- Caso o valor desta posição seja maior, então repita o processo mas considere que o vetor tem metade do tamanho, indo até posição anterior a do meio.
- Caso o valor desta posição seja menor, então repita o processo mas considere que o vetor tem metade do tamanho e inicia na posição seguinte a do meio



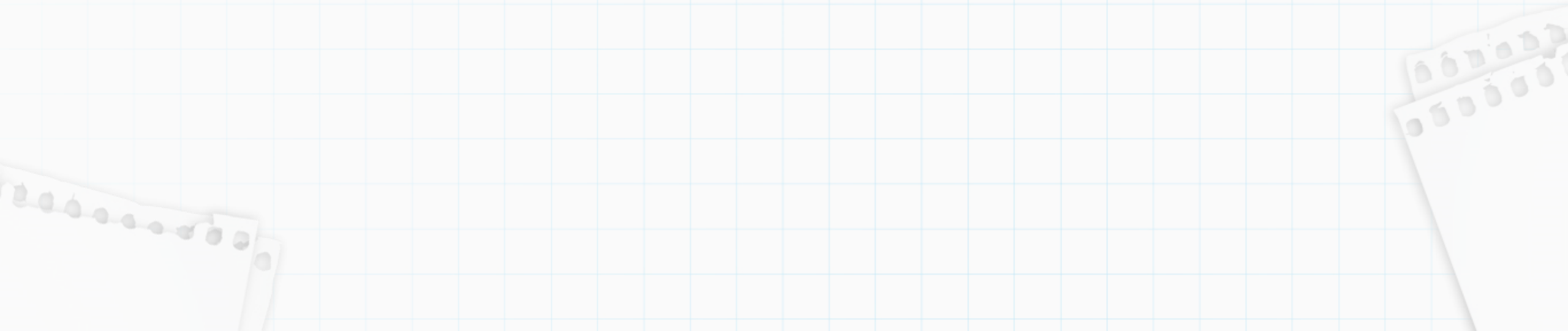
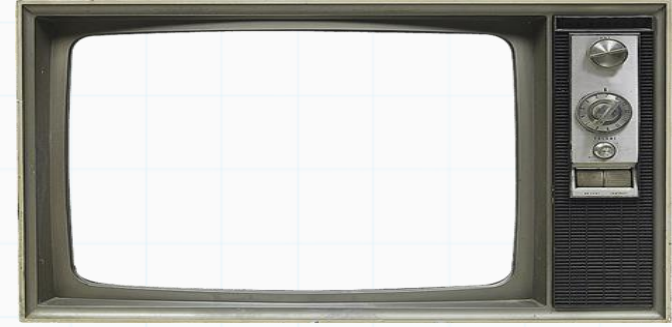
Buscas

- Busca Binária: Exemplo com vetor de tamanho N=7

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----

$$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$$

ini =
fim =
meio =



Buscas

- Busca Binária: Exemplo com vetor de tamanho N=7

100?

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----

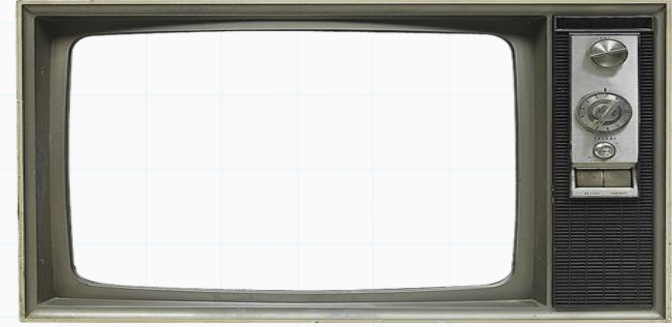


$$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$$

ini = 0

fim = 7

meio = $(0+7)/2 = 3$



Buscas

- Busca Binária: Exemplo com vetor de tamanho N=7

100?

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



$$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$$

ini = 0

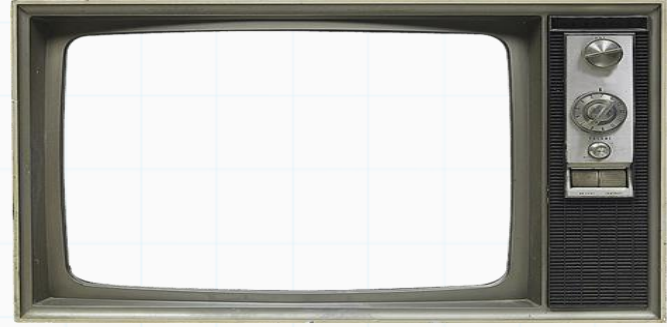
fim = 7

$$\text{meio} = (0+7)/2 = 3$$

ini = 4

fim = 7

$$\text{meio} = (4+7)/2 = 5$$



$$\text{ini} = \text{meio} + 1$$



Buscas

- Busca Binária: Exemplo com vetor de tamanho N=7

100?

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



$$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$$

$$\text{ini} = 0$$

$$\text{fim} = 7$$

$$\text{meio} = (0+7)/2 = 3$$

$$\text{ini} = 4$$

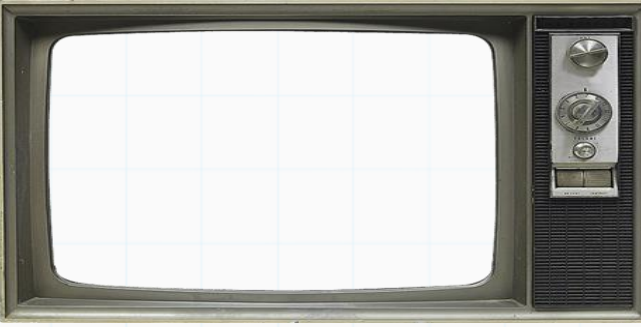
$$\text{fim} = 7$$

$$\text{meio} = (4+7)/2 = 5$$

$$\text{ini} = 6$$

$$\text{fim} = 7$$

$$\text{meio} = (6+7)/2 = 6$$



$$\text{ini} = \text{meio} + 1$$

3 movimentos



Buscas

- Busca Binária: Exemplo com vetor de tamanho N=7

11?

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----

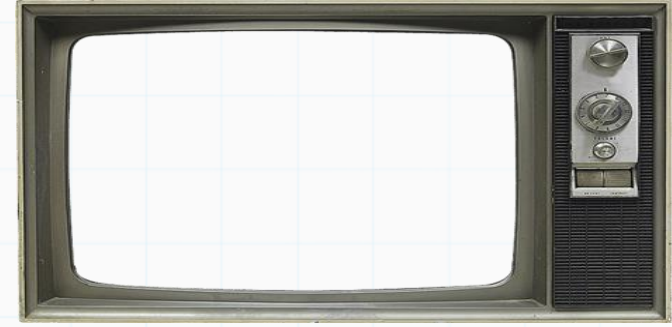


$$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$$

ini = 0

fim = 7

meio = $(0+7)/2 = 3$



Buscas

- Busca Binária: Exemplo com vetor de tamanho N=7

11?

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



$$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$$

ini = 0

fim = 7

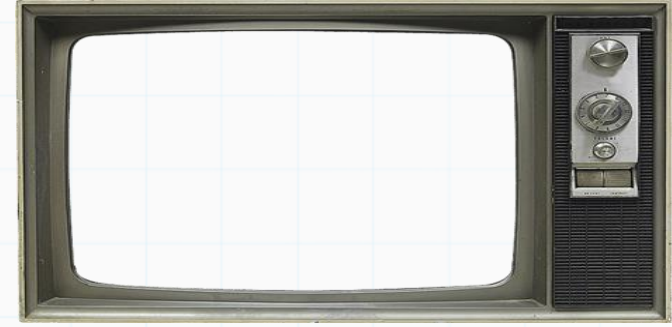
$$\text{meio} = (0+7)/2 = 3$$

ini = 0

fim = 2

$$\text{meio} = (0+2)/2 = 1$$

$$\text{fim} = \text{meio} - 1$$



Buscas

- Busca Binária: Exemplo com vetor de tamanho N=7

11?

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



menor

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



$$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$$

ini = 0

fim = 7

$$\text{meio} = (0+7)/2 = 3$$

ini = 0

fim = 2

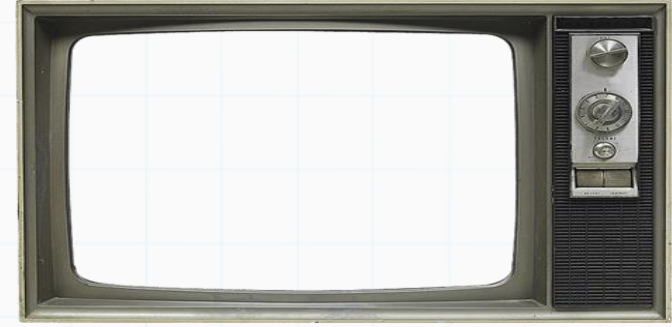
$$\text{meio} = (0+2)/2 = 1$$

ini = 2

fim = 2

$$\text{meio} = (2+2)/2 = 2$$

$$\text{fim} = \text{meio} - 1$$



Buscas

- Busca Binária: Exemplo com vetor de tamanho N=7

11?

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



maior

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



menor

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



maior

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



$$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$$

ini = 0

fim = 7

$$\text{meio} = (0+7)/2 = 3$$

ini = 0

fim = 2

$$\text{meio} = (0+2)/2 = 1$$

ini = 2

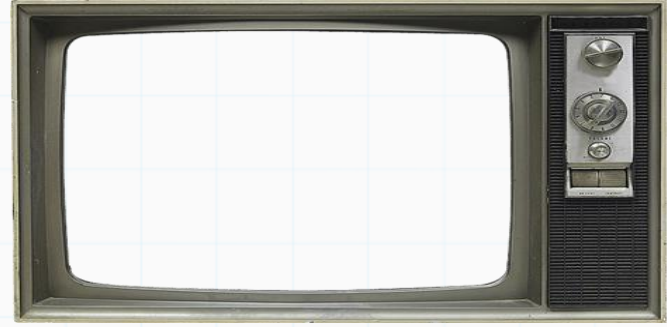
fim = 2

$$\text{meio} = (2+2)/2 = 2$$

ini = 2

fim = 1

$$\text{meio} = -1$$



$$\text{fim} = \text{meio} - 1$$

condição de parada
início passou do fim
Não achou, retorne -1

4 movimentos

Buscas

- Busca Binária: Exemplo com vetor de tamanho N=7

105?

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----

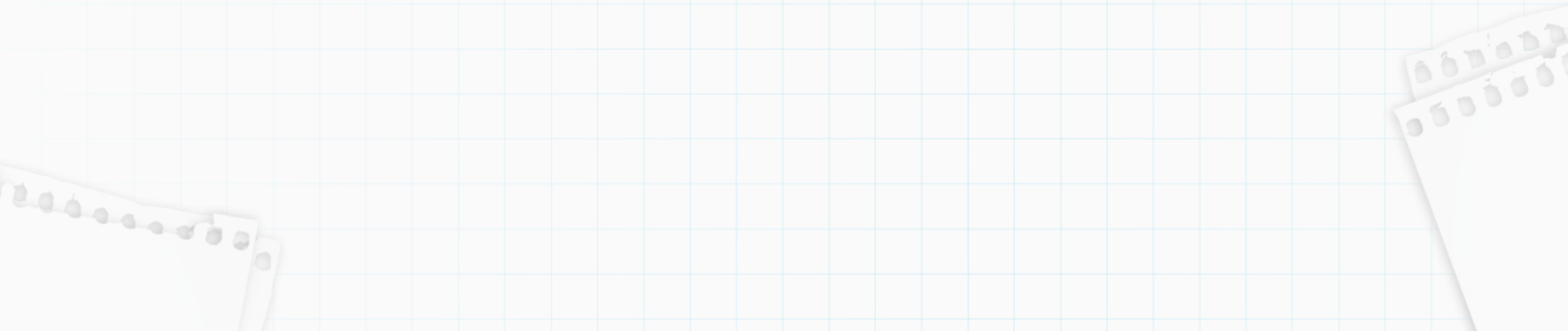
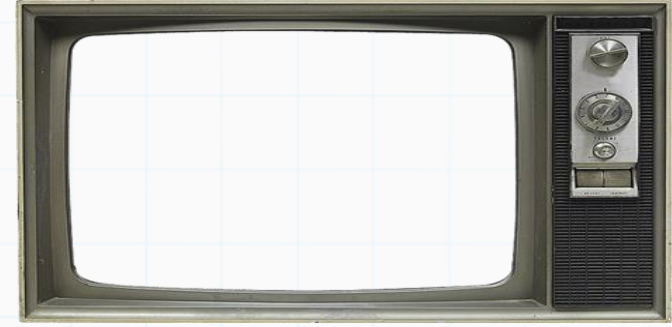


$$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$$

ini = 0

fim = 7

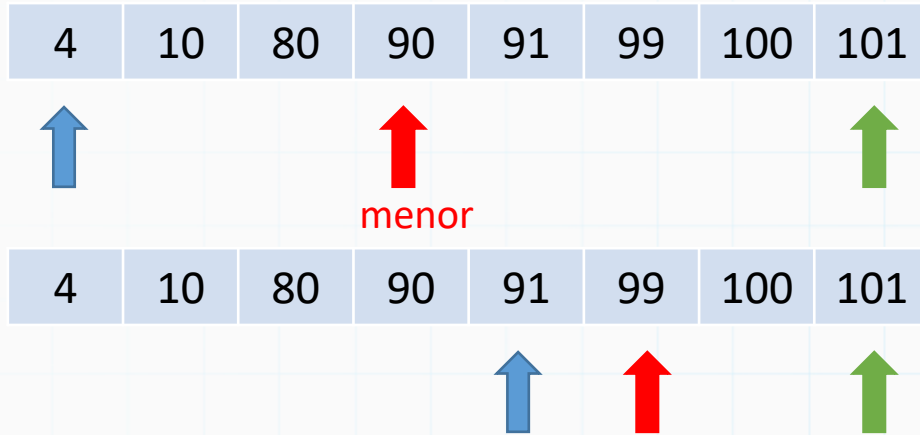
meio = $(0+7)/2 = 3$



Buscas

- Busca Binária: Exemplo com vetor de tamanho N=7

105?



$$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$$

ini = 0

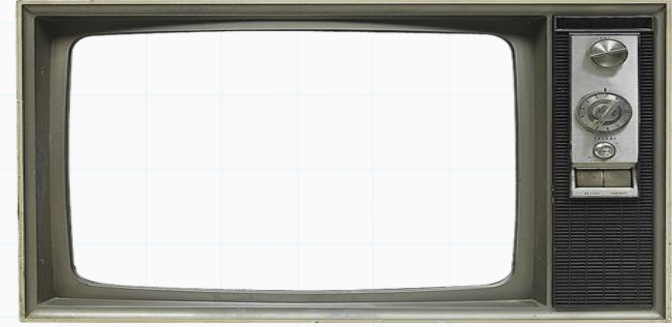
fim = 7

$$\text{meio} = (0+7)/2 = 3$$

ini = 4

fim = 7

$$\text{meio} = (4+7)/2 = 5$$



Buscas

- Busca Binária: Exemplo com vetor de tamanho N=7

105?

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



menor

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



menor

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



$$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$$

ini = 0

fim = 7

$$\text{meio} = (0+7)/2 = 3$$

ini = 4

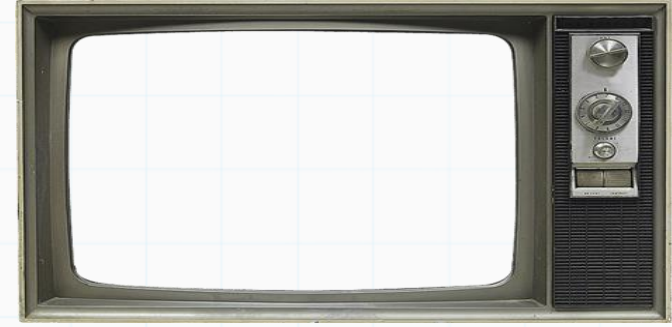
fim = 7

$$\text{meio} = (4+7)/2 = 5$$

ini = 6

fim = 7

$$\text{meio} = (6+7)/2 = 6$$



Buscas

- Busca Binária: Exemplo com vetor de tamanho N=7

105?

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



menor

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



menor

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



menor

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



menor

$$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$$

ini = 0

fim = 7

$$\text{meio} = (0+7)/2 = 3$$

ini = 4

fim = 7

$$\text{meio} = (4+7)/2 = 5$$

ini = 6

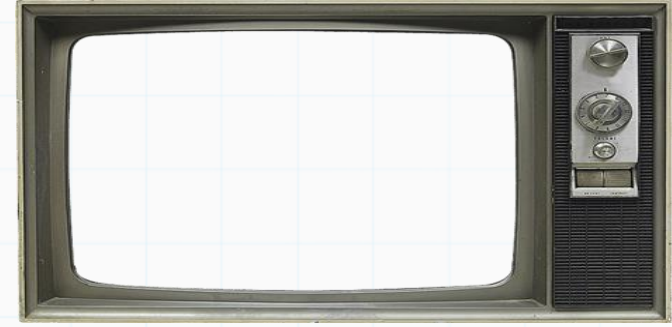
fim = 7

$$\text{meio} = (6+7)/2 = 6$$

ini = 7

fim = 7

$$\text{meio} = (7+7)/2 = 7$$



Buscas

- Busca Binária: Exemplo com vetor de tamanho N=7

105?

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



menor

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



menor

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



menor

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----



menor

$$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$$

ini = 0

fim = 7

$$\text{meio} = (0+7)/2 = 3$$

ini = 4

fim = 7

$$\text{meio} = (4+7)/2 = 5$$

ini = 6

fim = 7

$$\text{meio} = (6+7)/2 = 6$$

ini = 7

fim = 7

$$\text{meio} = (7+7)/2 = 7$$

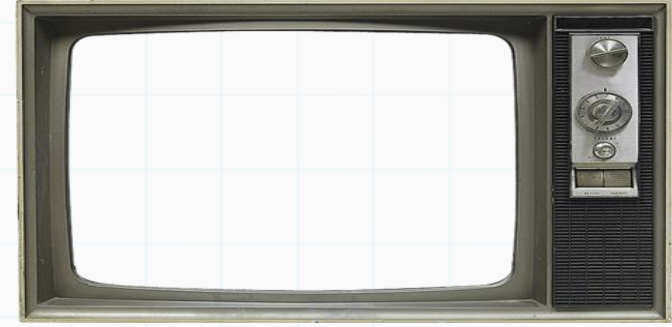
ini = 8

fim = 7

meio = -1

condição de parada
início passou do fim
Não achou, retorne -1

5 movimentos



Buscas

Exercício 1): Faça uma função que receba uma lista de inteiros de tamanho N (ordenada) e um valor a ser buscado e retorne o índice da posição deste valor ou -1 (se o elemento não estiver na lista). A busca deve ser feita por busca binária.

```
void busca_binaria(int* v, int tam, int el)
```

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----

Procurando 11

$\text{meio} = (\text{ini} + \text{fim}) / 2$

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----

↑ maior

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----

ini = 0

fim = 2

meio = $(0+2)/2 = 1$

fim = meio-1

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----

↑ menor

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----

ini = 2

fim = 2

meio = $(2+2)/2 = 2$

fim = meio-1

4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----

↑ maior

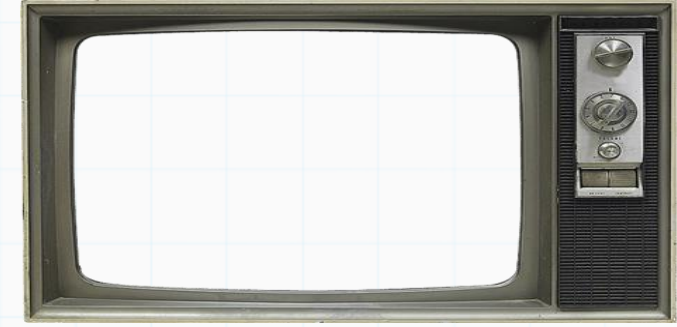
4	10	80	90	91	99	100	101
---	----	----	----	----	----	-----	-----

ini = 2

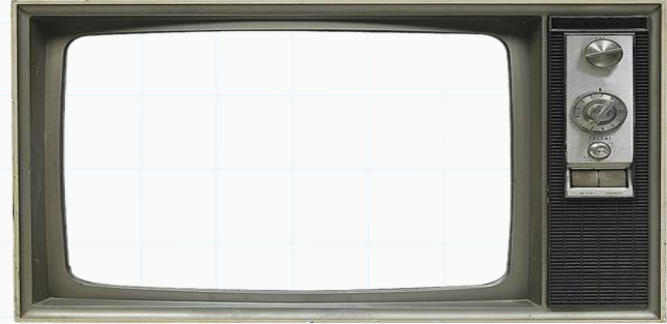
fim = 1

meio = -1

condição de parada
início passou do fim
Não achou, retorne -1



Buscas



```
void busca_binaria(int* v, int tam, int el)
{
    int ini, fim;

    ini = 0; fim = tam-1;
    while (ini <= fim)
    {
        int meio = ini + (fim - ini) / 2;

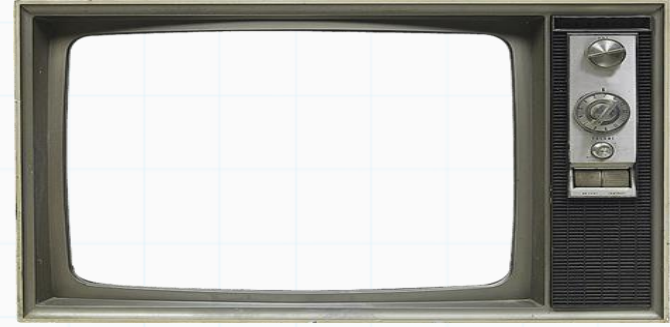
        if (v[meio] == el)
        {
            printf("achou %d na posicao %d\n", el, meio);
            return;
        }

        if (v[meio] < el)
            ini = meio + 1;

        else
            fim = meio - 1;
    }

    printf("Nao achou\n");
    return;
}
```

Buscas



```
void busca_binaria(int* v, int tam, int el)
```

```
{
```

```
    int ini, fim;
```

```
    ini = 0; fim = tam-1;
```

```
    while (ini <= fim)
```

```
    {
```

```
        int meio = ini + (fim - ini) / 2;
```

```
        if (v[meio] == el)
```

```
        {
```

```
            printf("achou %d na posicao %d\n", el, meio);
```

```
            return;
```

```
        }
```

```
        if (v[meio] < el)
```

```
            ini = meio + 1;
```

```
        else
```

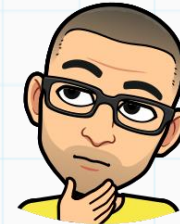
```
            fim = meio - 1;
```

```
    }
```

```
    printf("Nao achou\n");
```

```
    return;
```

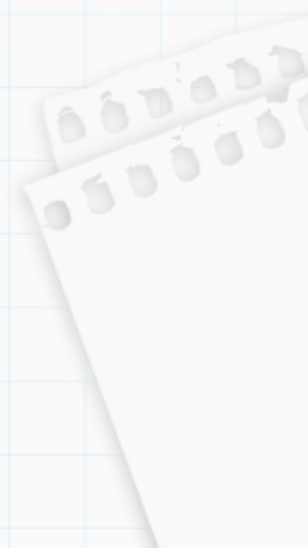
```
}
```



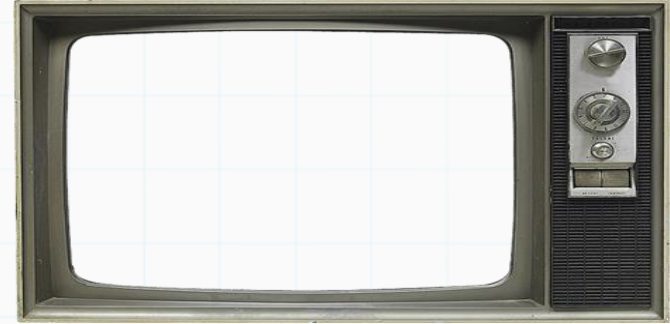
Número de Comparações realizadas:

melhor caso =>

pior caso =>



Buscas



```
void busca_binaria(int* v, int tam, int el)
{
    int ini, fim;

    ini = 0; fim = tam-1;
    while (ini <= fim)
    {
        int meio = ini + (fim - ini) / 2;

        if (v[meio] == el)
        {
            printf("achou %d na posicao %d\n", el, meio);
            return;
        }

        if (v[meio] < el)
            ini = meio + 1;

        else
            fim = meio - 1;
    }

    printf("Nao achou\n");
    return;
}
```



Número de Comparações realizadas:

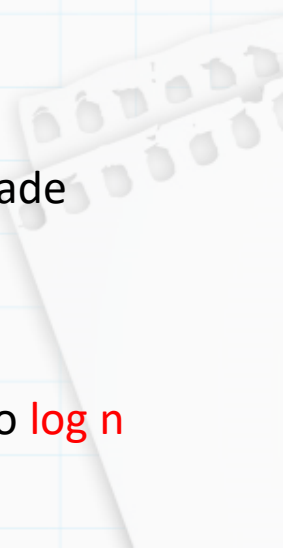
melhor caso => 1

pior caso =>

- A cada teste o tamanho do vetor testado cai pela metade

$n \rightarrow n/2 \rightarrow n/4 \rightarrow \dots 1$

Em $\log n$ partições chegamos em 1, logo pior caso $\log n$



Ordenação

Quicksort: Método muito eficiente e usado por diversas linguagens.



Ordenação

Quicksort: Método muito eficiente e usado por diversas linguagens.



10	5	13	21	45	32	41	78
0	1	2	3	4	5	6	7
menores							

Ideia: O elemento 21 está na posição 3, mas veja que todos os 3 elementos menores que 21 (5, 10 e 13) estão antes dele. Então 21 está na sua posição correta na ordenação. Quem mais você pode ver que esta na posição correta ?

Ordenação

Quicksort: Método muito eficiente e usado por diversas linguagens.



10	5	13	21	45	32	41	78
0	1	2	3	4	5	6	7

menores

Ideia: O elemento 21 está na posição 3, mas veja que todos os 3 elementos menores que 21 (5, 10 e 13) estão antes dele. Então 21 está na sua posição correta na ordenação. Quem mais você pode ver que esta na posição correta ?

8	7	6	5	4	3	2	1
0	1	2	3	4	5	6	7

5	4	3	2	1	6	8	7
0	1	2	3	4	5	6	7

menores

PARTIÇÃO: Para descobrir a posição correta do elemento 6, basta percorrermos o vetor e colocarmos quem é menor a esquerda de 6 e quem é maior a direita de 6.

Ordenação

Quicksort: Método muito eficiente e usado por diversas linguagens.



10	5	13	21	45	32	41	78
0	1	2	3	4	5	6	7

menores

Ideia: O elemento 21 está na posição 3, mas veja que todos os 3 elementos menores que 21 (5, 10 e 13) estão antes dele. Então 21 está na sua posição correta na ordenação. Quem mais você pode ver que esta na posição correta ?

8	7	6	5	4	3	2	1
0	1	2	3	4	5	6	7

5	4	3	2	1	6	8	7
0	1	2	3	4	5	6	7

menores

PARTIÇÃO: Para descobrir a posição correta do elemento 6, basta percorrermos o vetor e colocarmos quem é menor a esquerda de 6 e quem é maior a direita de 6.

Vamos ver agora um exemplo desse processo

Ordenação

Quicksort: Método da partição.

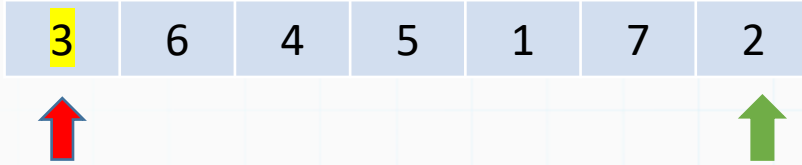
3	6	4	5	1	7	2
---	---	---	---	---	---	---



- 1) Escolher elemento central (pivo) para descobrir sua posição na ordenação. Vamos pegar sempre o primeiro.

Ordenação

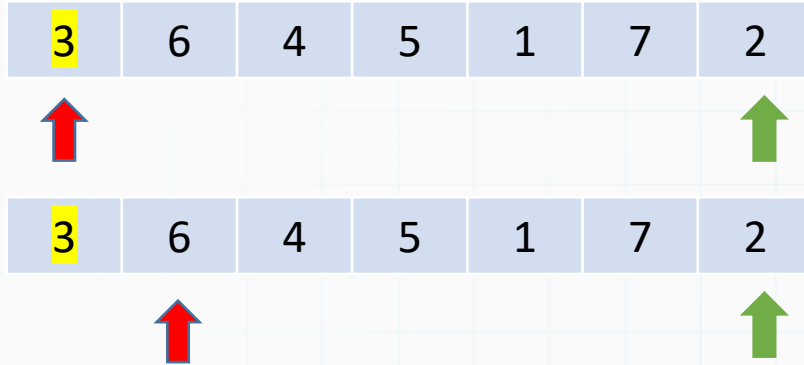
Quicksort: Método da partição.



- 1) Escolher elemento central (pivo) para descobrir sua posição na ordenação. Vamos pegar sempre o primeiro.
- 2) Andar o vetor com 2 índices, **ini** e **fim**.

Ordenação

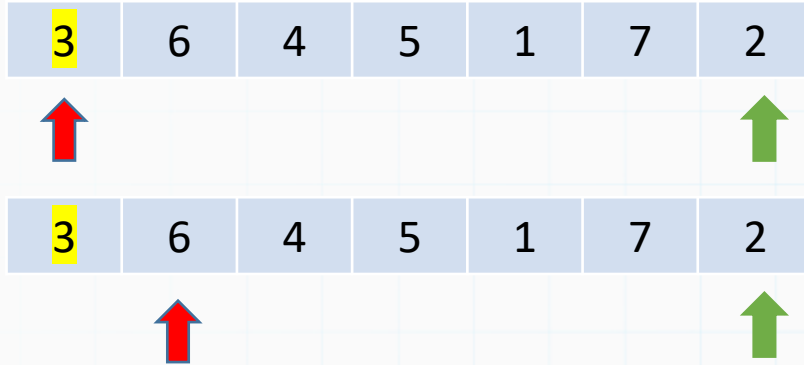
Quicksort: Método da partição.



- 1) Escolher elemento central (pivo) para descobrir sua posição na ordenação. Vamos pegar sempre o primeiro.
- 2) Andar o vetor com 2 índices, **ini** e **fim**.
- 3) Percorra o vetor com ini para frente até que $\text{vet}[\text{ini}] \geq \text{pivo}$.

Ordenação

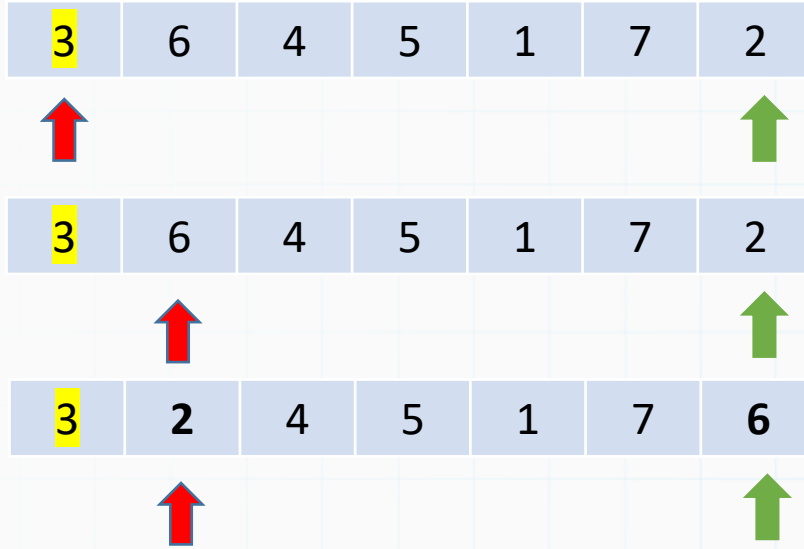
Quicksort: Método da partição.



- 1) Escolher elemento central (pivo) para descobrir sua posição na ordenação. Vamos pegar sempre o primeiro.
- 2) Andar o vetor com 2 índices, **ini** e **fim**.
- 3) Percorra o vetor com ini para frente até que $\text{vet}[\text{ini}] \geq \text{pivo}$.
- 4) Percorra o vetor com fim para trás até que $\text{vet}[\text{j}] \leq \text{pivo}$.

Ordenação

Quicksort: Método da partição.



- 1) Escolher elemento central (pivo) para descobrir sua posição na ordenação. Vamos pegar sempre o primeiro.
- 2) Andar o vetor com 2 índices, **ini** e **fim**.
- 3) Percorra o vetor com ini para frente até que $\text{vet}[\text{ini}] \geq \text{pivo}$.
- 4) Percorra o vetor com fim para trás até que $\text{vet}[\text{j}] \leq \text{pivo}$.
- 5) Troca $\text{vet}[\text{i}]$ e $\text{vet}[\text{j}]$

Ordenação

Quicksort: Método da partição.



- 1) Escolher elemento central (pivo) para descobrir sua posição na ordenação. Vamos pegar sempre o primeiro.
- 2) Andar o vetor com 2 índices, **ini** e **fim**.
- 3) Percorra o vetor com ini para frente até que $\text{vet}[\text{ini}] \geq \text{pivo}$.
- 4) Percorra o vetor com fim para trás até que $\text{vet}[\text{fim}] \leq \text{pivo}$.
- 5) Troca $\text{vet}[\text{ini}]$ e $\text{vet}[\text{fim}]$
- 6) Repete até ini e fim se cruzarem

Ordenação

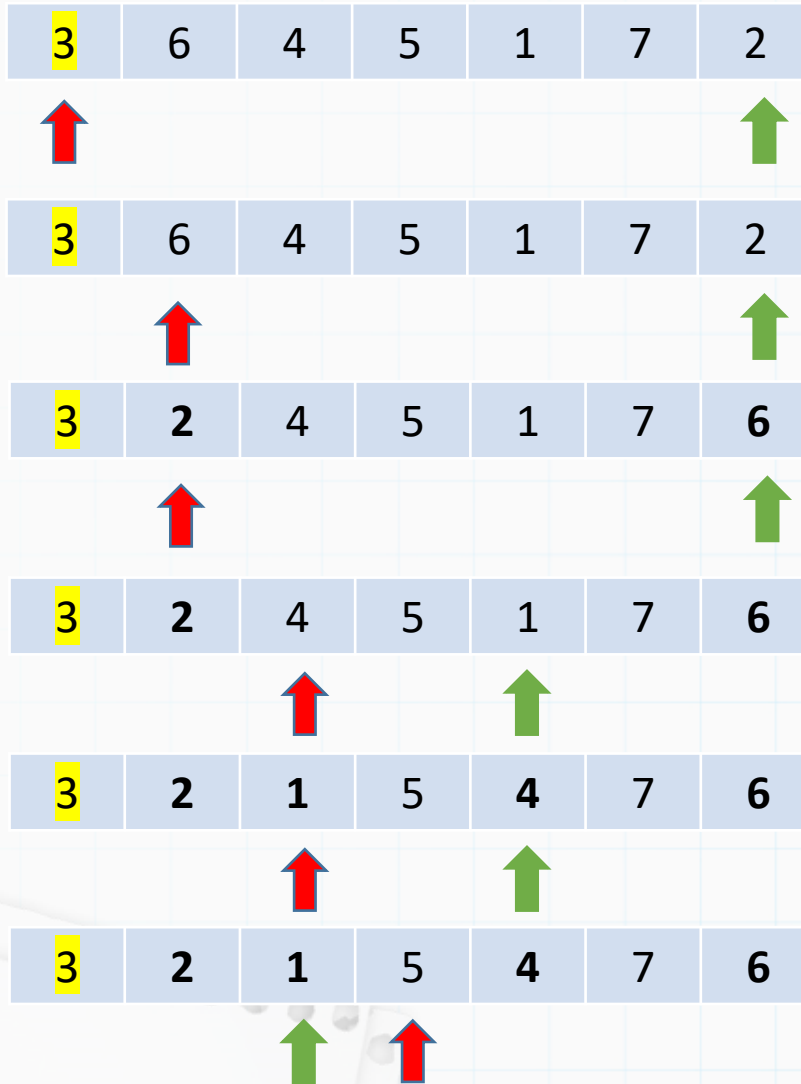
Quicksort: Método da partição.



- 1) Escolher elemento central (pivo) para descobrir sua posição na ordenação. Vamos pegar sempre o primeiro.
- 2) Andar o vetor com 2 índices, **ini** e **fim**.
- 3) Percorra o vetor com ini para frente até que $\text{vet}[\text{ini}] \geq \text{pivo}$.
- 4) Percorra o vetor com fim para trás até que $\text{vet}[\text{fim}] \leq \text{pivo}$.
- 5) Troca $\text{vet}[\text{ini}]$ e $\text{vet}[\text{fim}]$
- 6) Repete até ini e fim se cruzarem

Ordenação

Quicksort: Método da partição.

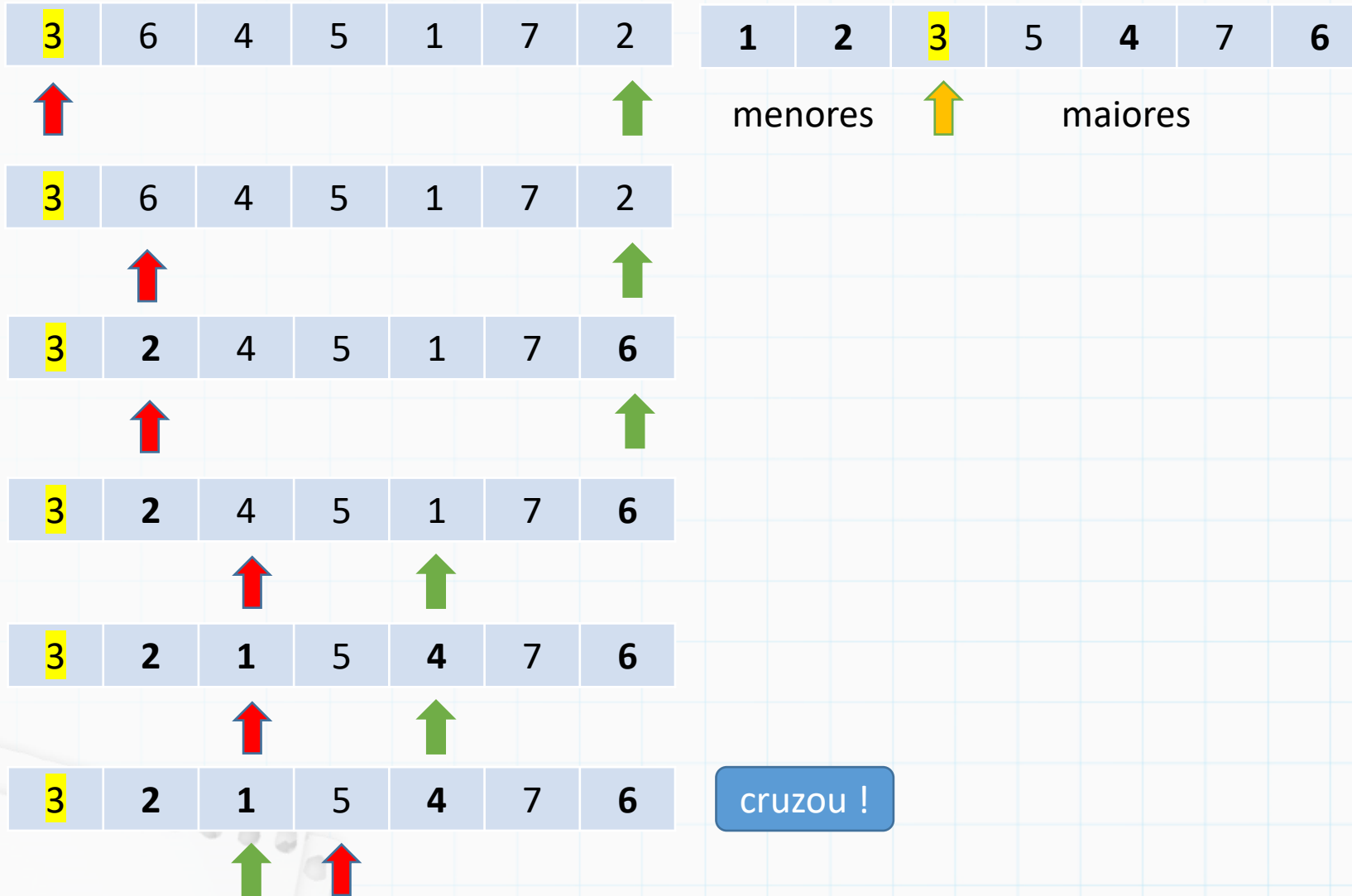


cruzou !

- 1) Escolher elemento central (pivo) para descobrir sua posição na ordenação. Vamos pegar sempre o primeiro.
- 2) Andar o vetor com 2 índices, **ini** e **fim**.
- 3) Percorra o vetor com ini para frente até que $\text{vet}[\text{ini}] \geq \text{pivo}$.
- 4) Percorra o vetor com fim para trás até que $\text{vet}[\text{fim}] \leq \text{pivo}$.
- 5) Troca $\text{vet}[\text{ini}]$ e $\text{vet}[\text{fim}]$
- 6) Repete até ini e fim se cruzarem
- 7) **Cruzou, troca o pivô com o elemento fim, e retorna a nova posição do pivô.**

Ordenação

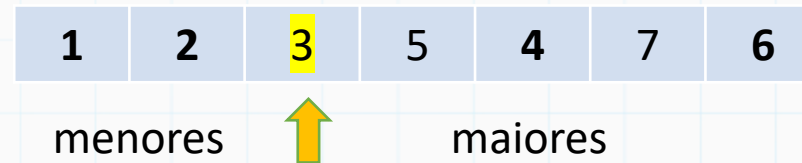
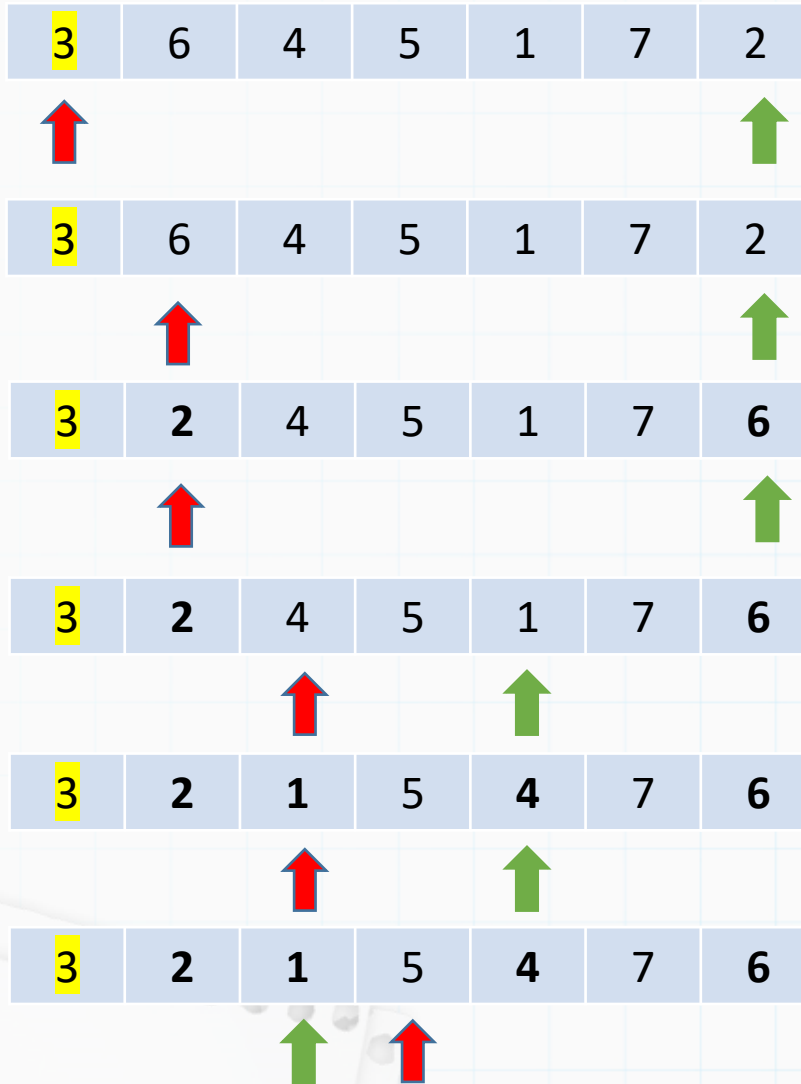
Quicksort: Método da partição.



- 1) Escolher elemento central (pivo) para descobrir sua posição na ordenação. Vamos pegar sempre o primeiro.
- 2) Andar o vetor com 2 índices, **ini** e **fim**.
- 3) Percorra o vetor com ini para frente até que $\text{vet}[\text{ini}] \geq \text{pivo}$.
- 4) Percorra o vetor com fim para trás até que $\text{vet}[\text{fim}] \leq \text{pivo}$.
- 5) Troca $\text{vet}[\text{ini}]$ e $\text{vet}[\text{fim}]$
- 6) Repete até ini e fim se cruzarem
- 7) **Cruzou, troca o pivô com o elemento fim, e retorna a nova posição do pivô.**

Ordenação

Quicksort: Método da partição.



2) Exercício: Faça uma função que implemente a varredura do Quicksort.

`int partição(int* v, int ini, int fim)`

cruzou !

- 1) Escolher elemento central (pivo) para descobrir sua posição na ordenação. Vamos pegar sempre o primeiro.
- 2) Andar o vetor com 2 índices, **ini** e **fim**.
- 3) Percorra o vetor com ini para frente até que $\text{vet}[\text{ini}] \geq \text{pivo}$.
- 4) Percorra o vetor com fim para trás até que $\text{vet}[\text{fim}] \leq \text{pivo}$.
- 5) Troca $\text{vet}[\text{ini}]$ e $\text{vet}[\text{fim}]$
- 6) Repete até ini e fim se cruzarem
- 7) Cruzou, troca o pivô com o elemento fim, e retorna a nova posição do pivô.

Ordenação

```
int particao(int* v, int ini, int fim)
{
    int pivo = v[ini];
    int i     = ini;
    int j     = fim;

    while (i < j)
    {
        while (v[i] <= pivo && i <= fim - 1)
            i++;

        while (v[j] > pivo && j >= ini + 1)
            j--;

        if (i < j)
        {
            int temp = v[i];
            v[i]     = v[j];
            v[j]     = temp;
        }
    }
    int temp = v[ini];
    v[ini]   = v[j];
    v[j]     = temp;
    return j;
}
```

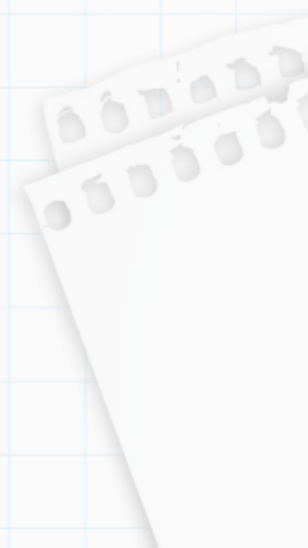
Quicksort: Método da partição.



Número de Comparações realizadas:

melhor caso =>

pior caso =>



Ordenação

```
int particao(int* v, int ini, int fim)
{
    int pivo = v[ini];
    int i     = ini;
    int j     = fim;

    while (i < j)
    {
        while (v[i] <= pivo && i <= fim - 1)
            i++;

        while (v[j] > pivo && j >= ini + 1)
            j--;

        if (i < j)
        {
            int temp = v[i];
            v[i]     = v[j];
            v[j]     = temp;
        }
    }
    int temp = v[ini];
    v[ini]   = v[j];
    v[j]     = temp;
    return j;
}
```

Quicksort: Método da partição.



Número de Comparações realizadas:

melhor caso => n

pior caso => n

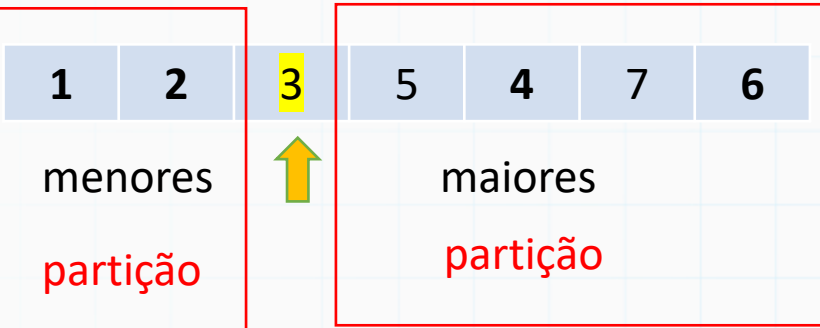
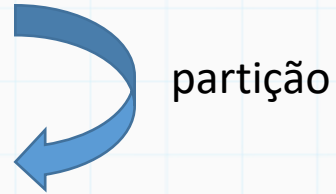
Ordenação

Quicksort: Depois da partição apenas um elemento está ordenado, precisamos repetir o processo de partição agora para os segmentos de vetores menores e maiores



Ordenação

Quicksort: Depois da partição apenas um elemento está ordenado, precisamos repetir o processo de partição agora para os segmentos de vetores menores e maiores



Vamos chamar recursivamente

Exercício 3) Escreva uma função de ordenação do quicksort que receba vetor de tamanho n. Lembre-se de usar a função de partição `int partição(int* v, int ini, int fim)`.

A função de partição retorna o índice do pivo

Ordenação

```
void quickSort(int* v, int ini, int fim)
{
    if (ini < fim)
    {
        int pivo_ind = particao(v, ini, fim);

        quickSort(v, ini, pivo_ind - 1);
        quickSort(v, pivo_ind + 1, fim);
    }
}
```

Quicksort:



Ordenação

```
void quickSort(int* v, int ini, int fim)
{
    if (ini < fim)
    {
        int pivo_ind = particao(v, ini, fim);

        quickSort(v, ini, pivo_ind - 1);
        quickSort(v, pivo_ind + 1, fim);
    }
}
```

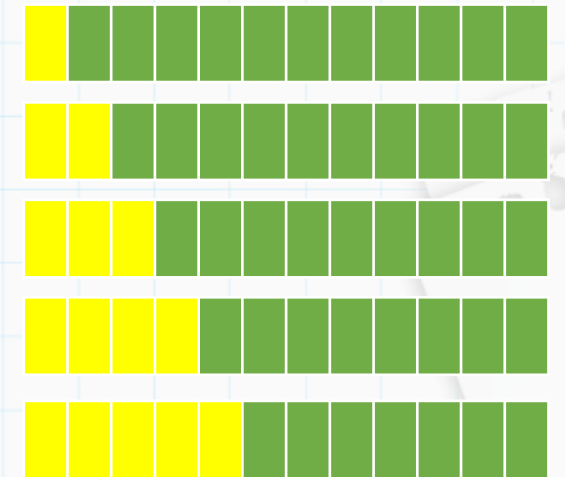
Quicksort:



partição desbalanceada

Número de Comparações realizadas:

pior caso \Rightarrow partição desbalanceada $\Rightarrow (n-1) + (n-2) + \dots \Rightarrow n^2$



Ordenação

```
void quickSort(int* v, int ini, int fim)
{
    if (ini < fim)
    {
        int pivo_ind = particao(v, ini, fim);

        quickSort(v, ini, pivo_ind - 1);
        quickSort(v, pivo_ind + 1, fim);
    }
}
```

Quicksort:

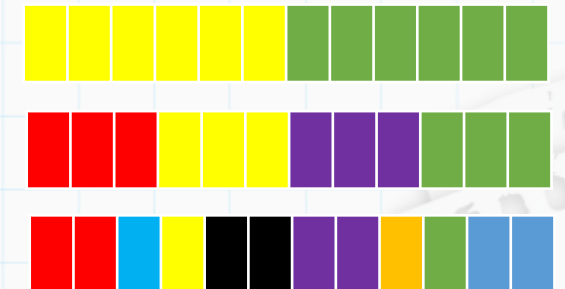


partição desbalanceada

Número de Comparações realizadas:

pior caso \Rightarrow partição desbalanceada $\Rightarrow (n-1) + (n-2) + \dots \Rightarrow n^2$

melhor caso \Rightarrow partição balanceada $\Rightarrow n \log n$



Ordenação

```
void quickSort(int* v, int ini, int fim)
{
    if (ini < fim)
    {
        int pivo_ind = particao(v, ini, fim);

        quickSort(v, ini, pivo_ind - 1);
        quickSort(v, pivo_ind + 1, fim);
    }
}
```

Quicksort:



partição desbalanceada



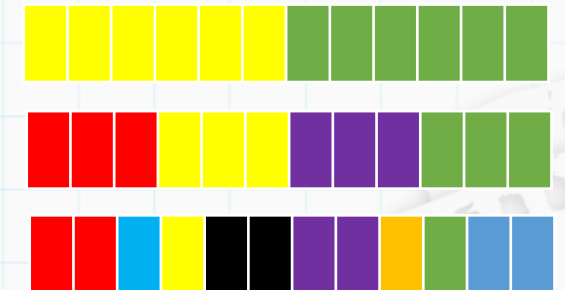
Número de Comparações realizadas:

pior caso \Rightarrow partição desbalanceada $\Rightarrow (n-1) + (n-2) + \dots \Rightarrow n^2$

melhor caso \Rightarrow partição balanceada $\Rightarrow n \log n$

caso médio $\Rightarrow n(\log n)$

calculado do caso médio foge do escopo
da disciplina

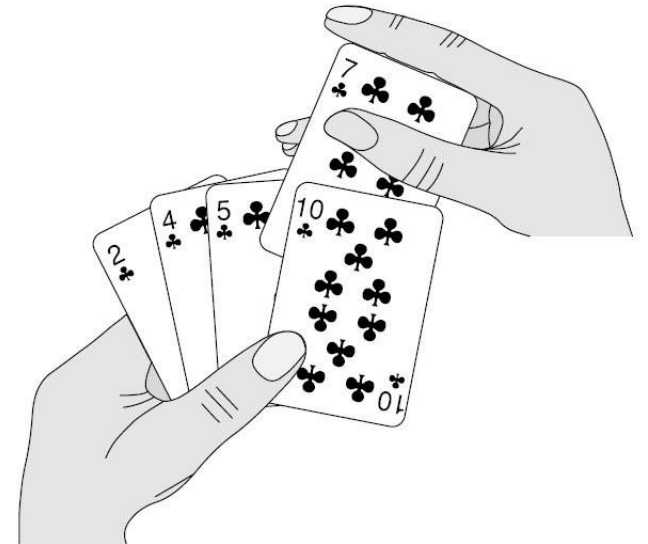


Ordenação

Ordenação por inserção:.

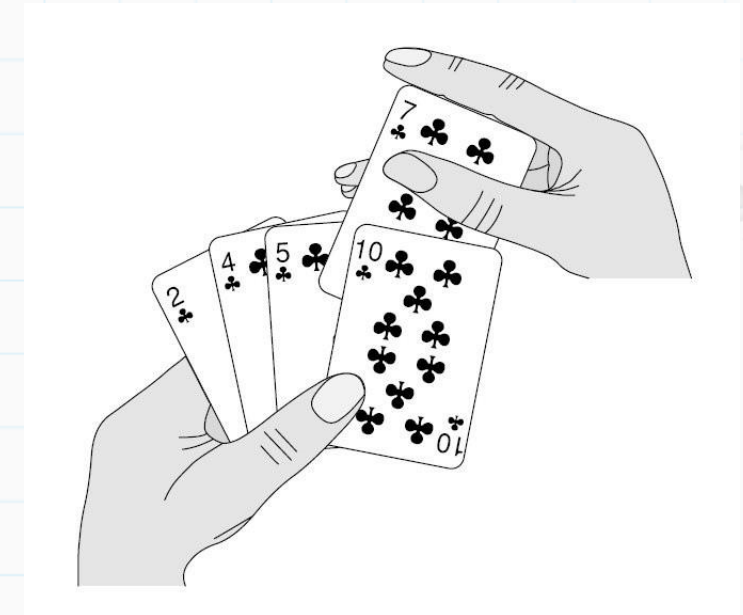
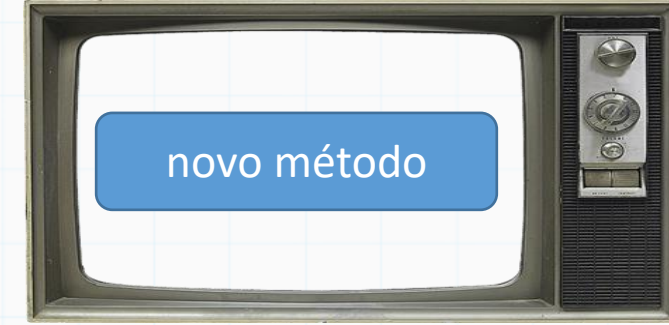
Semelhante ao método da seleção

novο método



Ordenação

Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada.

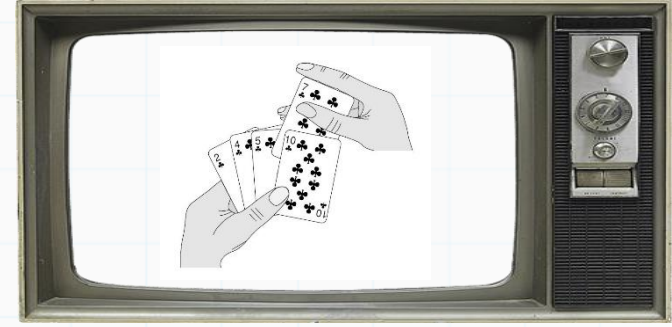


Ordenação

Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada.

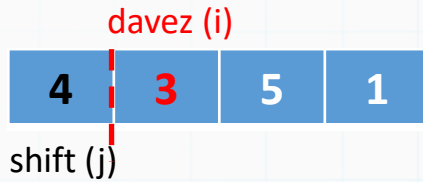
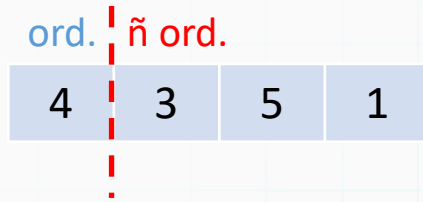
ord. | ã ord.

4	3	5	1
---	---	---	---



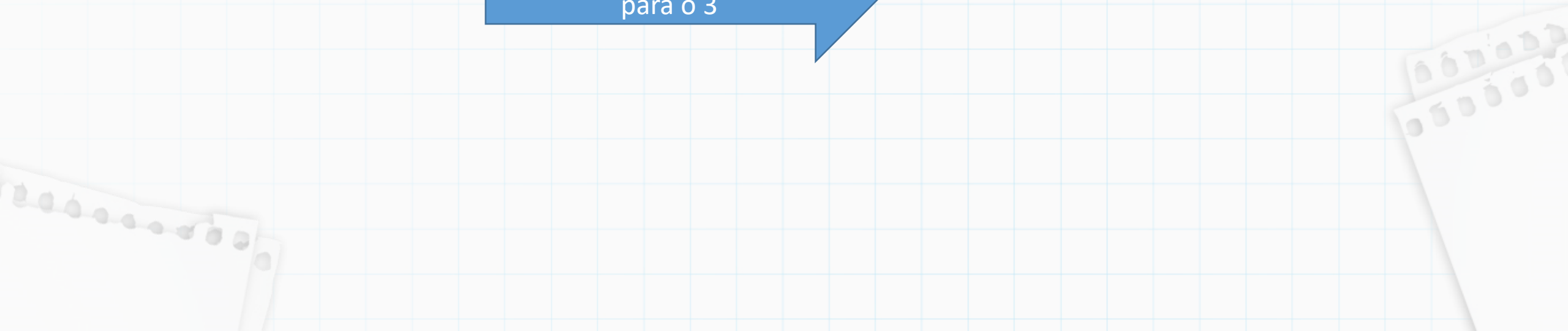
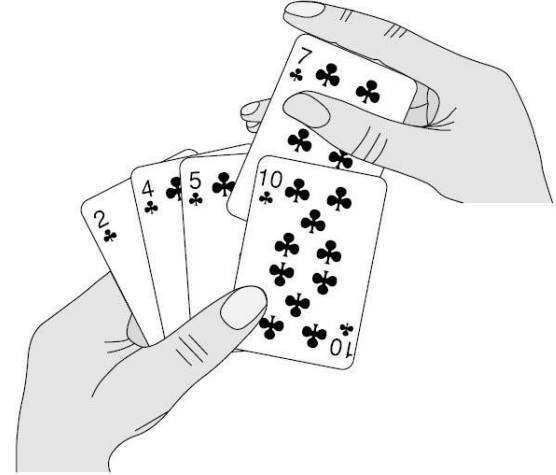
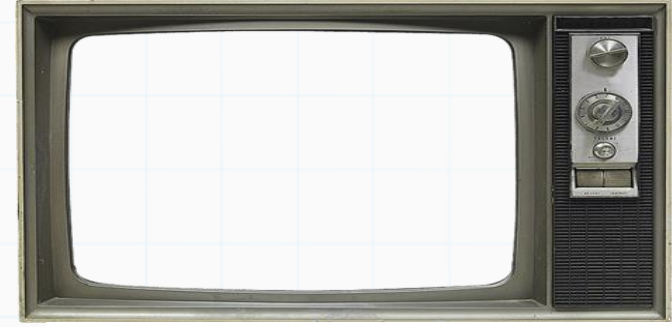
Ordenação

Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada.



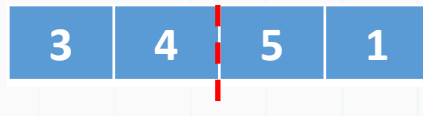
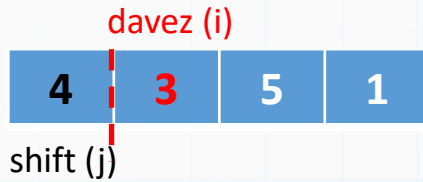
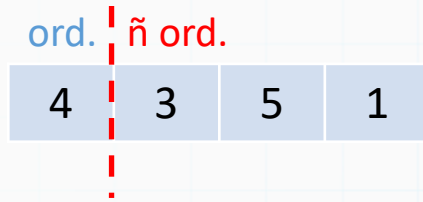
percorre a parte ordenada de traz para frente dando **shift** nos elementos até achar a posição do 3

empurra 4 para dar espaço para o 3



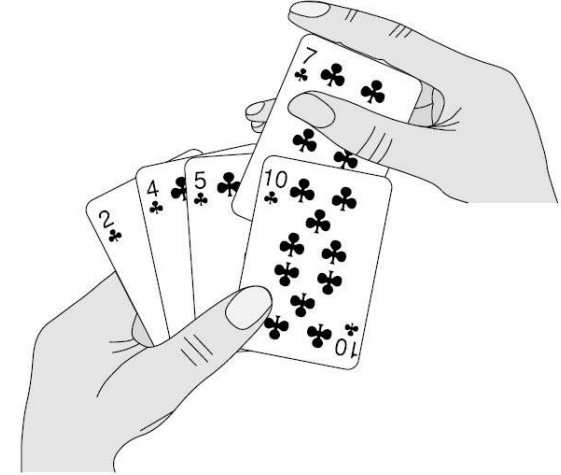
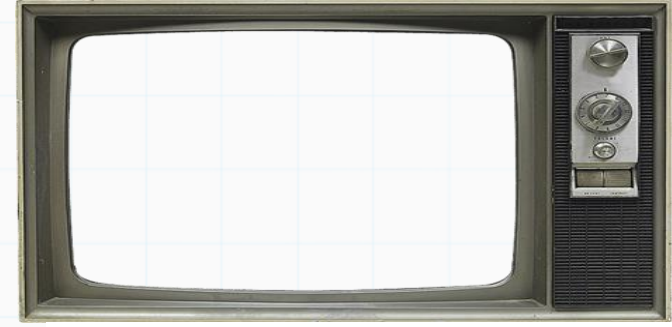
Ordenação

Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada.



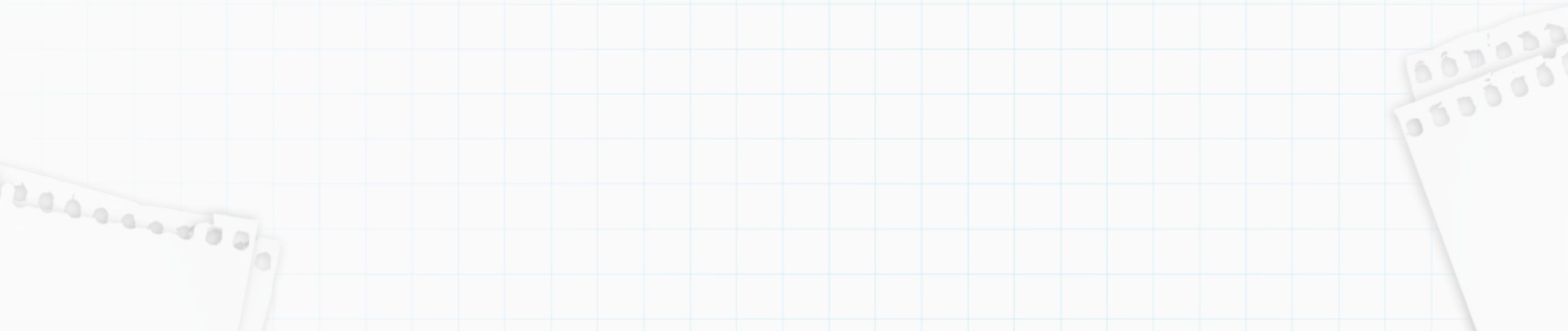
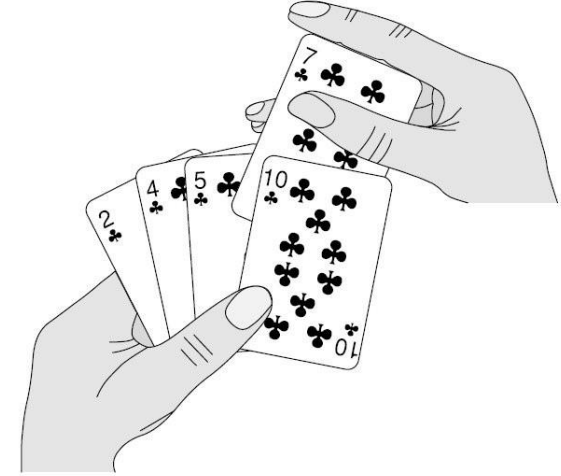
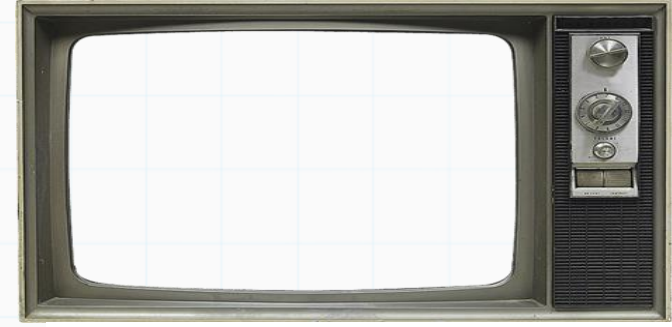
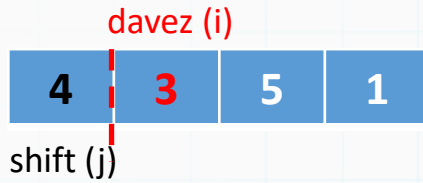
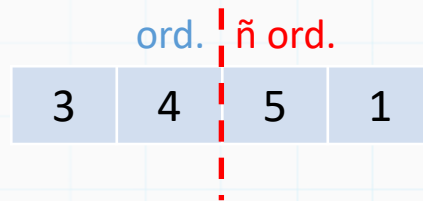
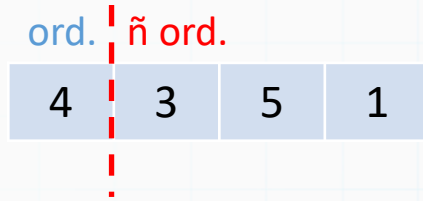
percorre a parte ordenada de traz para frente dando **shift** nos elementos até achar a posição do 3

empurra 4 para dar espaço para o 3



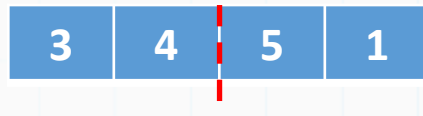
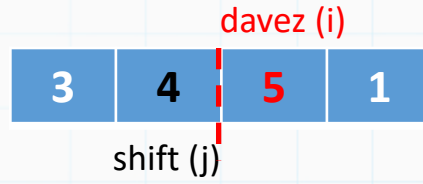
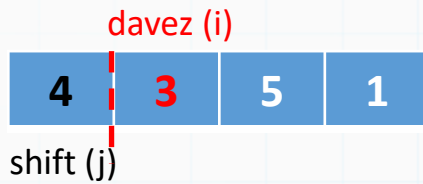
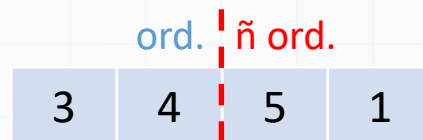
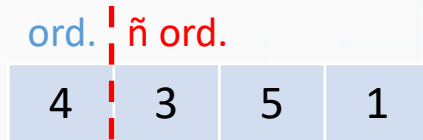
Ordenação

Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada.



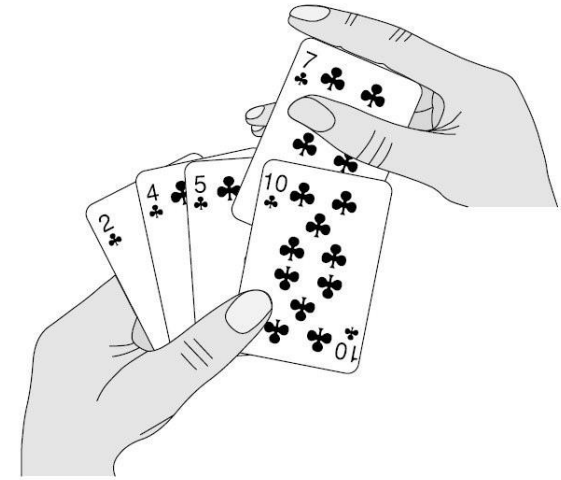
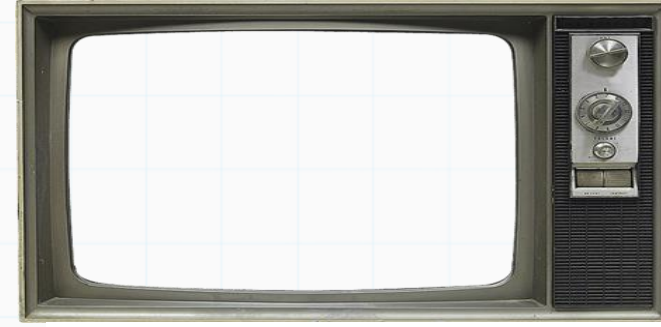
Ordenação

Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada.



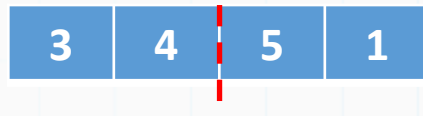
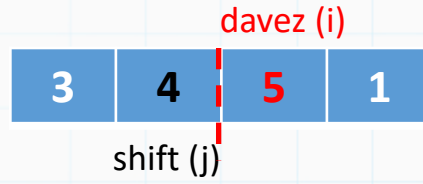
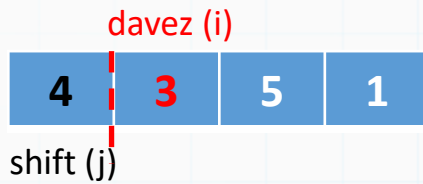
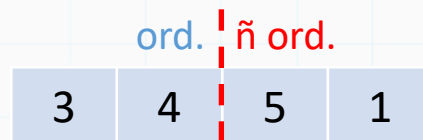
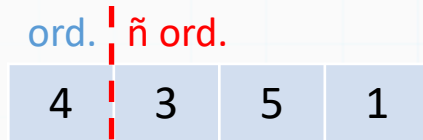
percorre a parte ordenada de traz para frente dando **shift** nos elementos até achar a posição do 5

5 já é maior que 4, pode parar



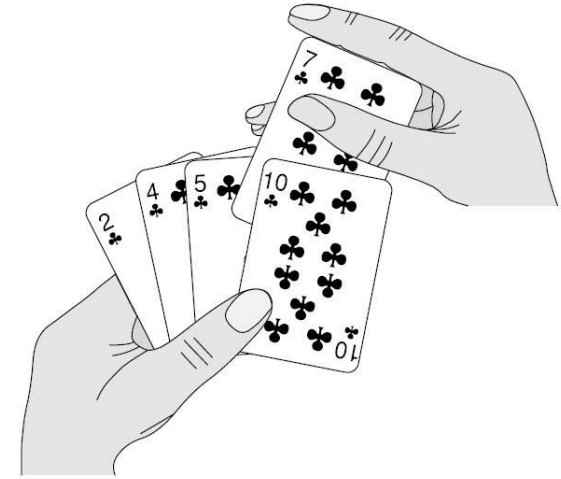
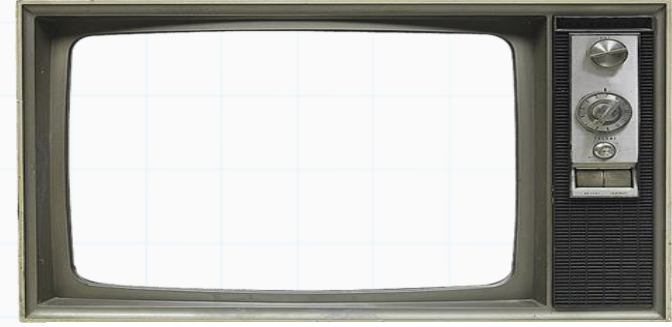
Ordenação

Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada.



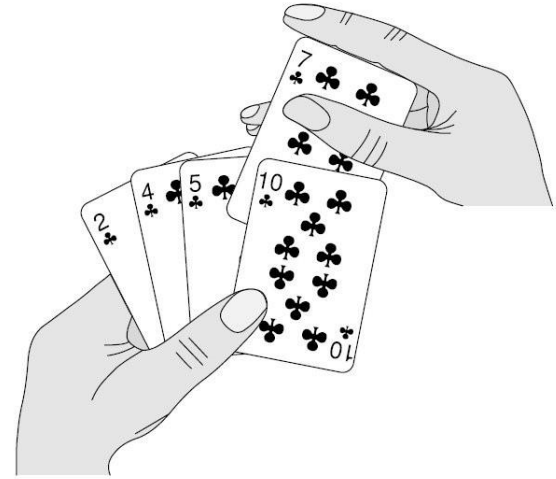
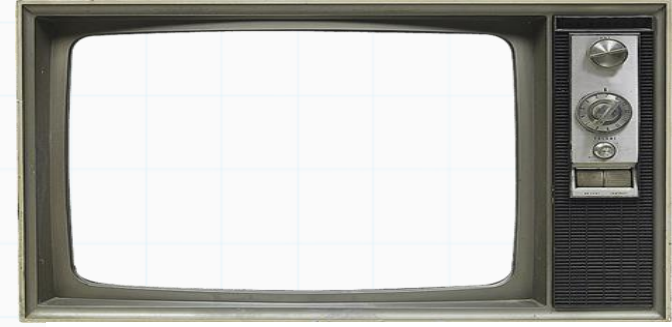
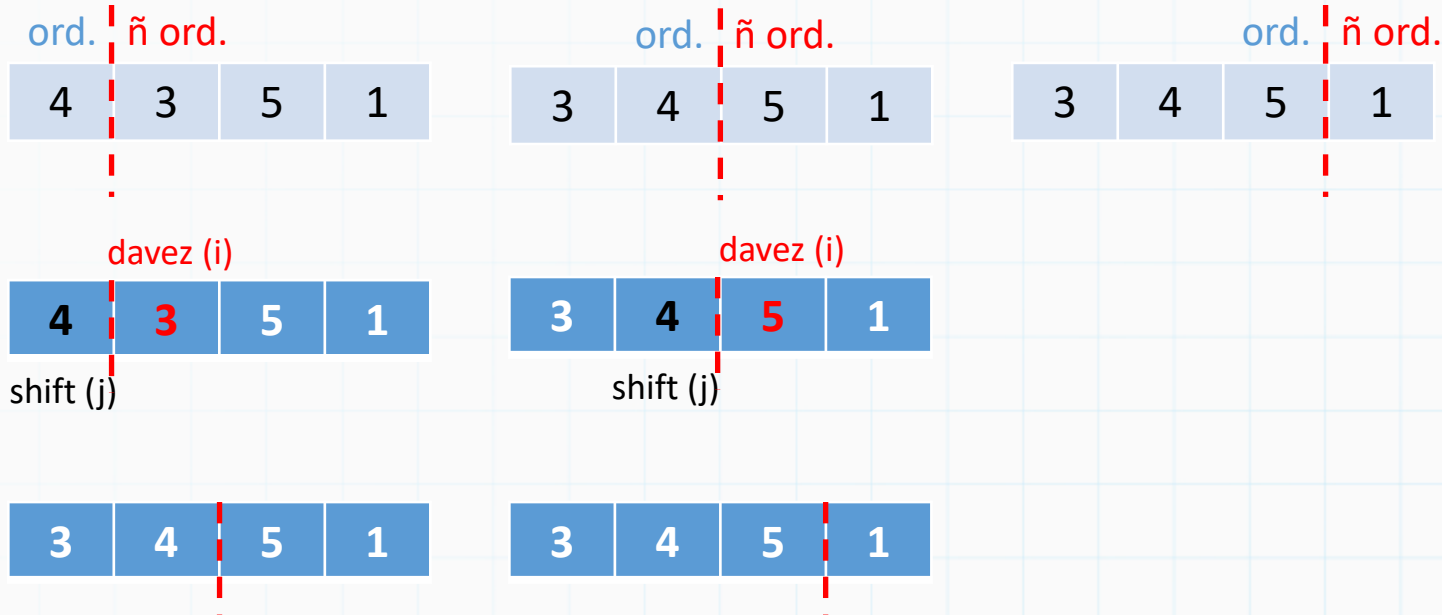
percorre a parte ordenada de traz para frente dando **shift** nos elementos até achar a posição do 5

5 já é maior que 4, pode parar



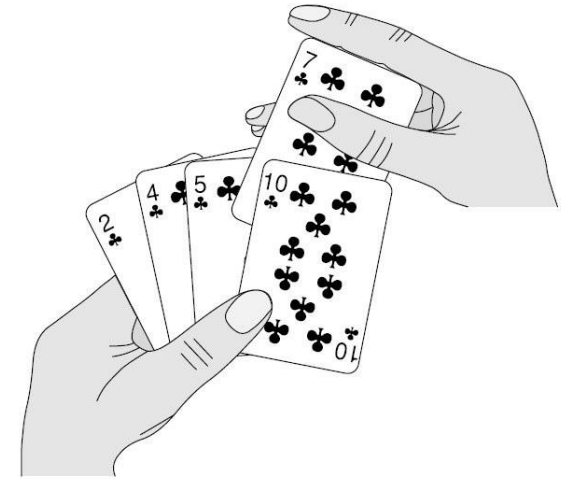
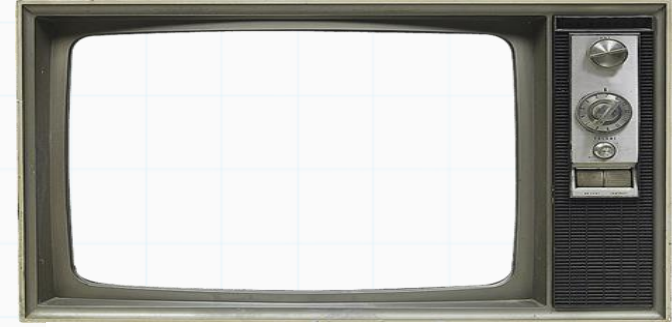
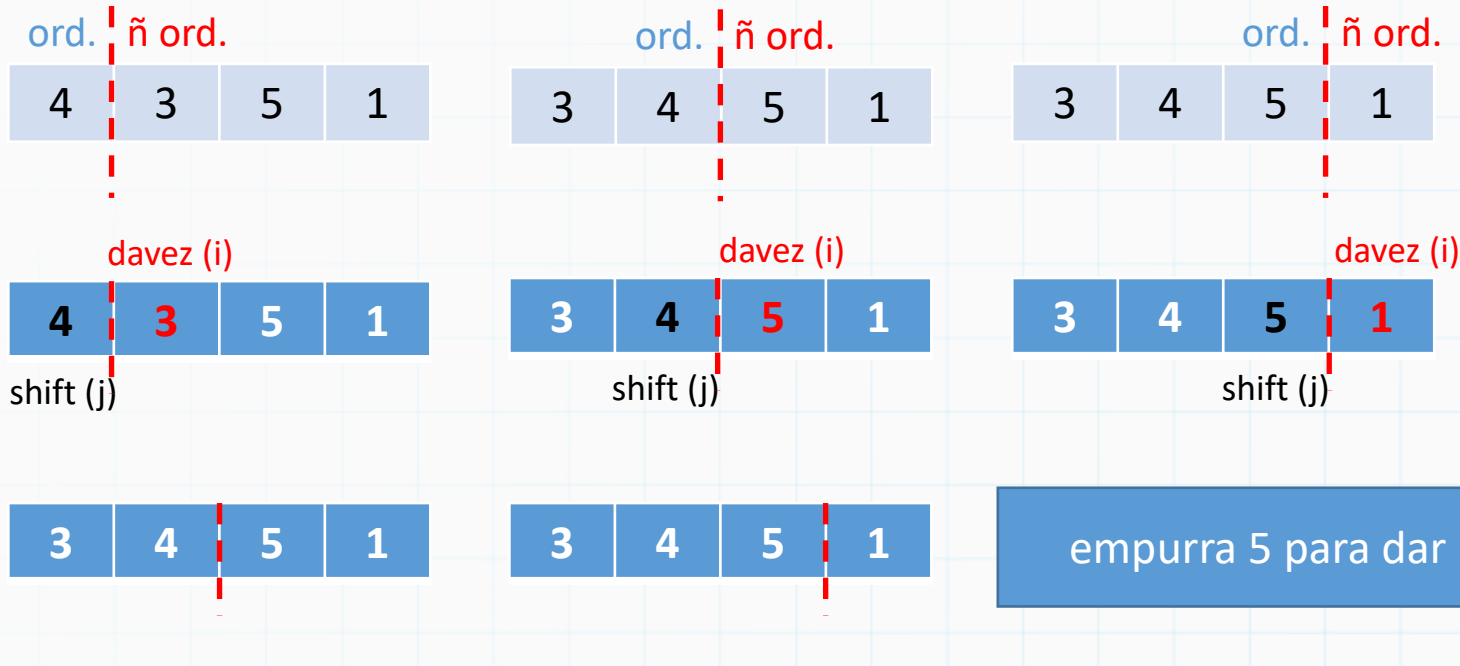
Ordenação

Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada.



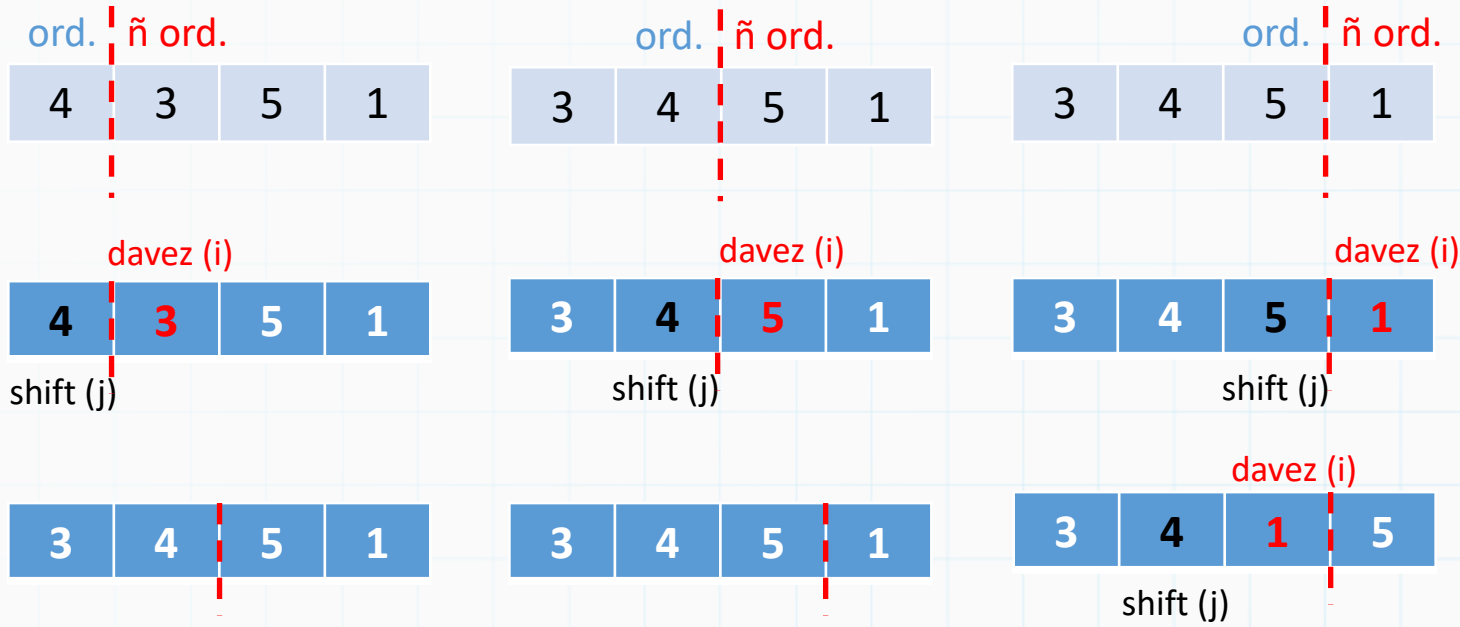
Ordenação

Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada.

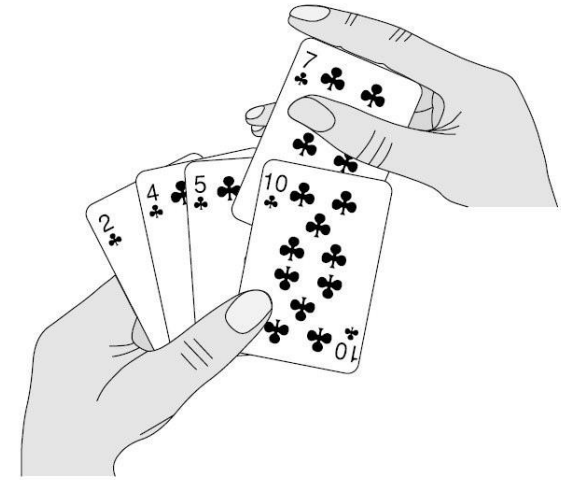
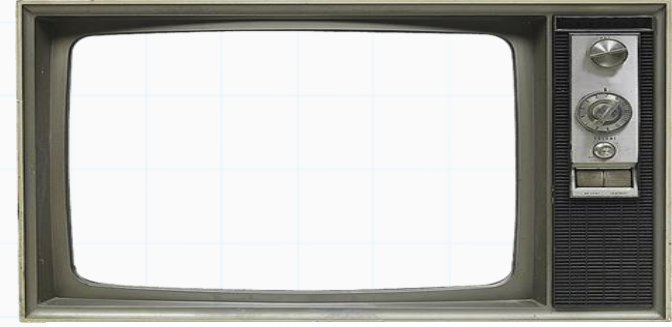


Ordenação

Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada.

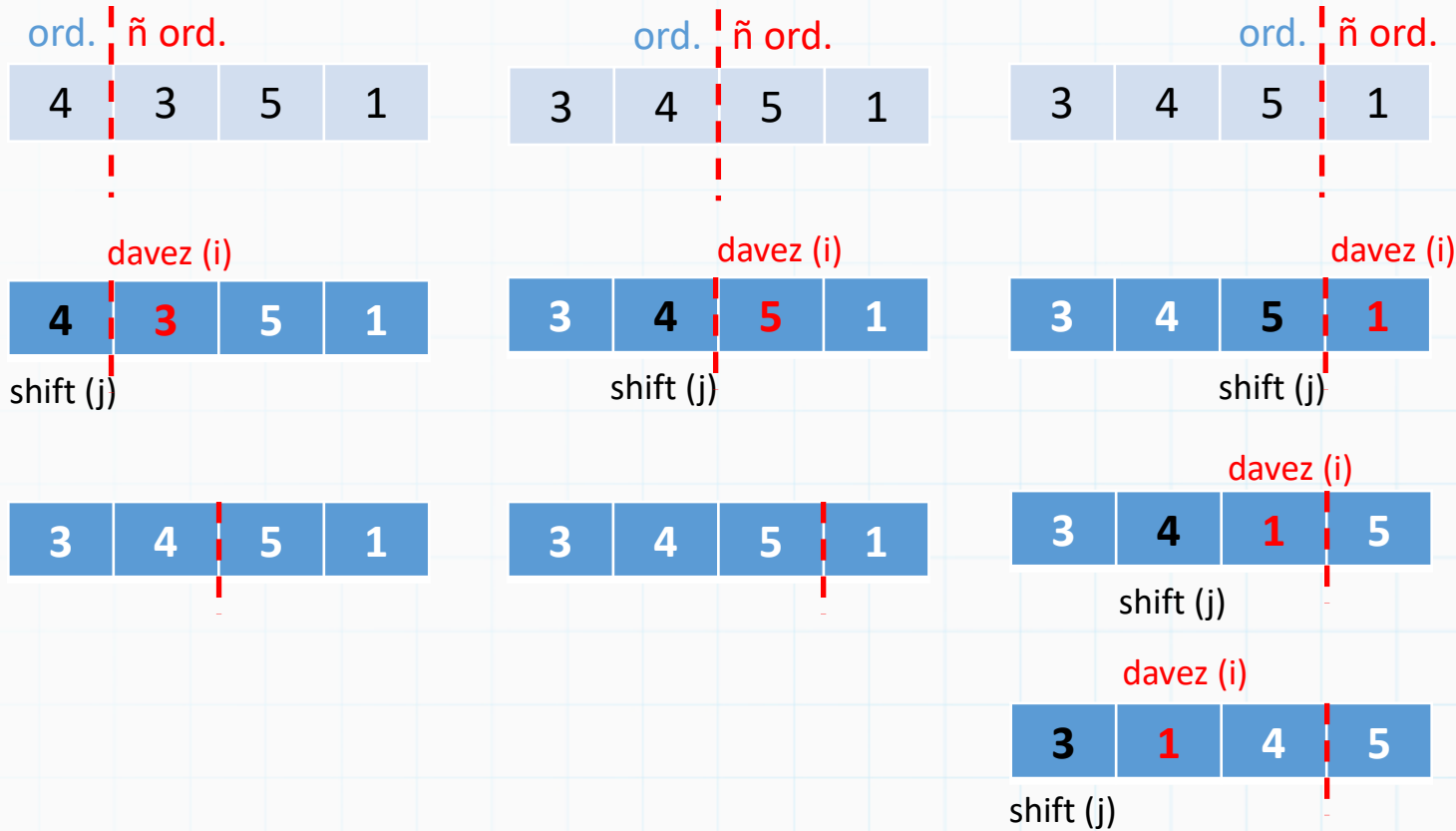


empurra 4 para dar lugar ao 1

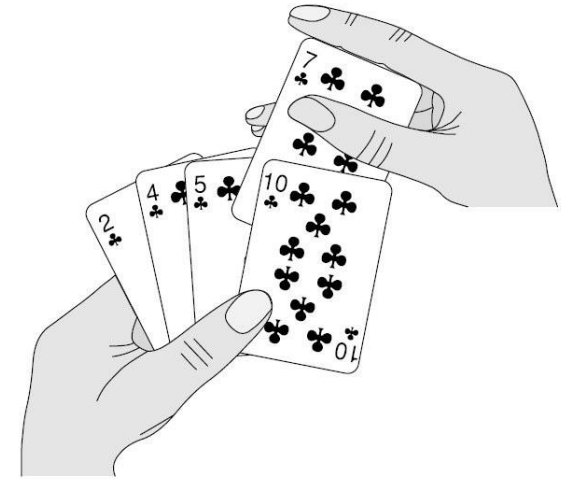
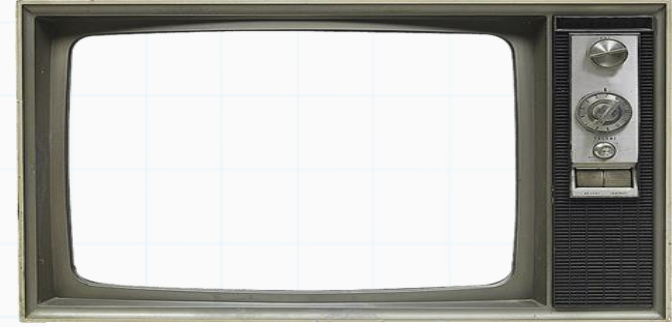


Ordenação

Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada.

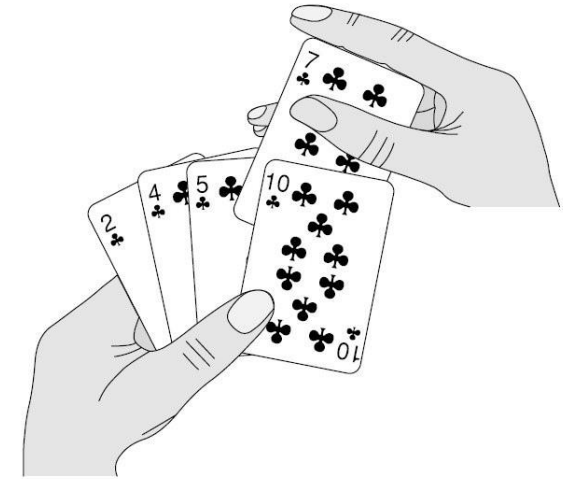
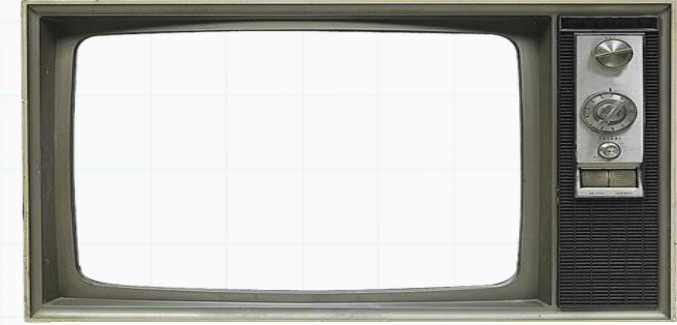
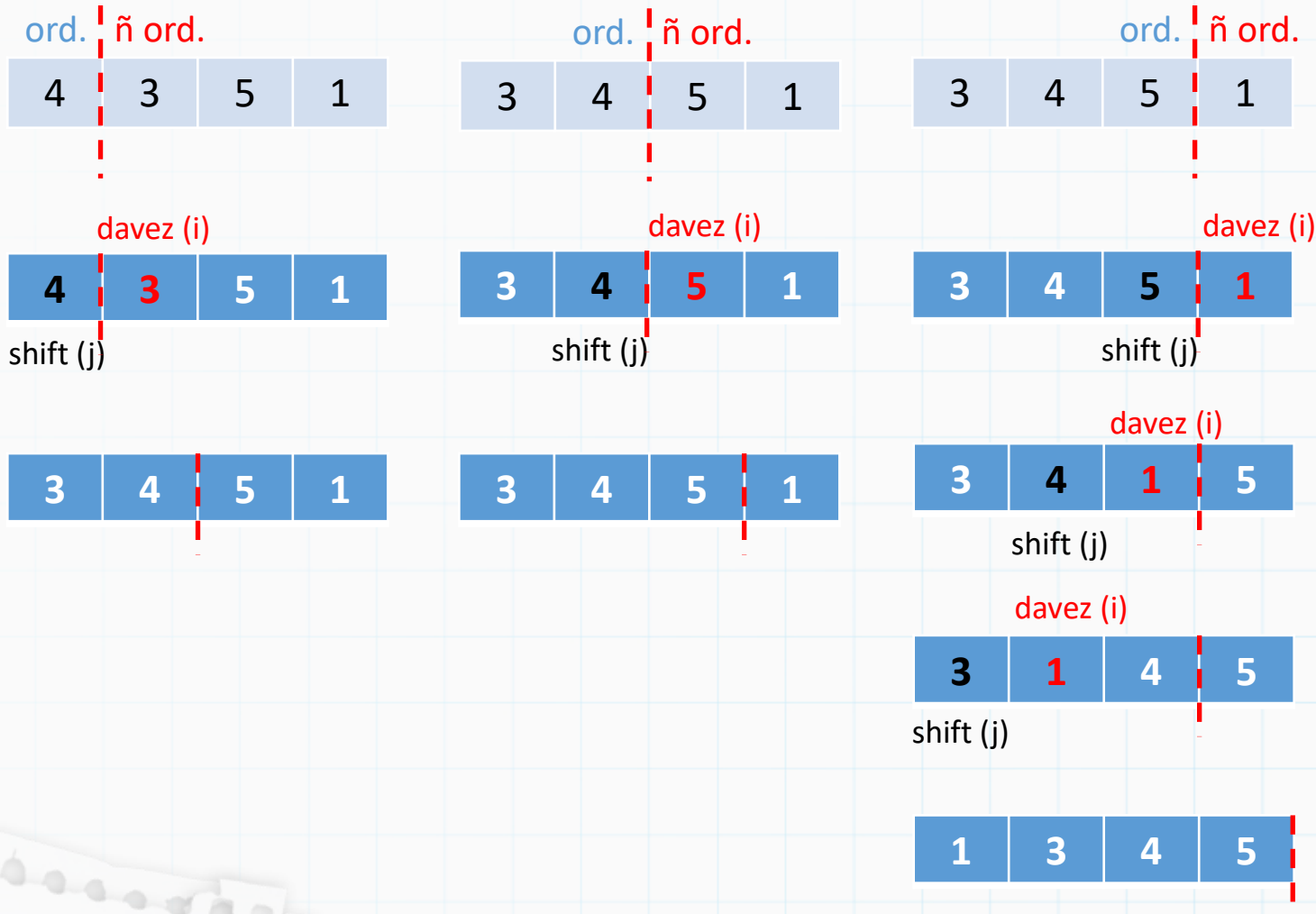


empurra 3 para dar lugar ao 1



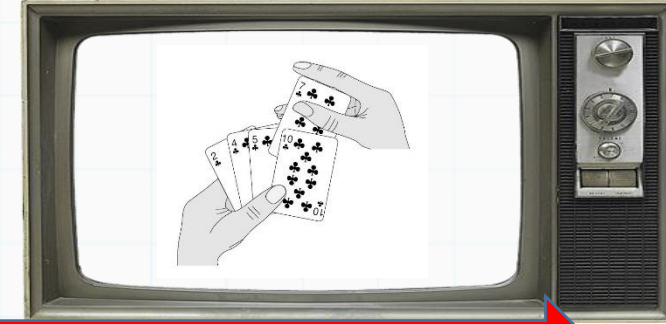
Ordenação

Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada.



Ordenação

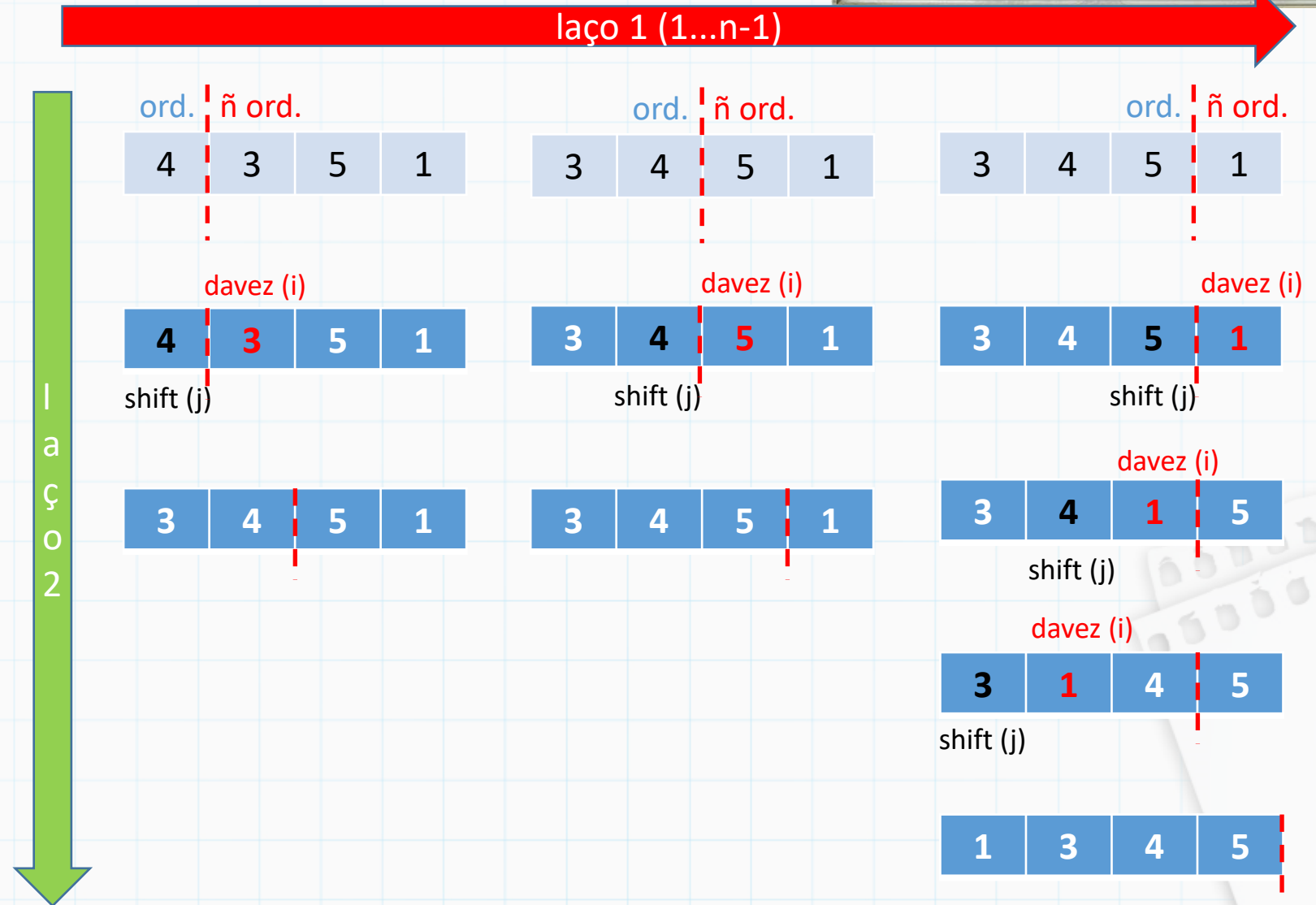
Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada.



laço 2 (condicional)
com 2 condições de parada:

- 1) chegou no início
- 2) davez é maior

Exercício 4) Faça uma função que receba um vetor v de tamanho n e ordene por inserção:



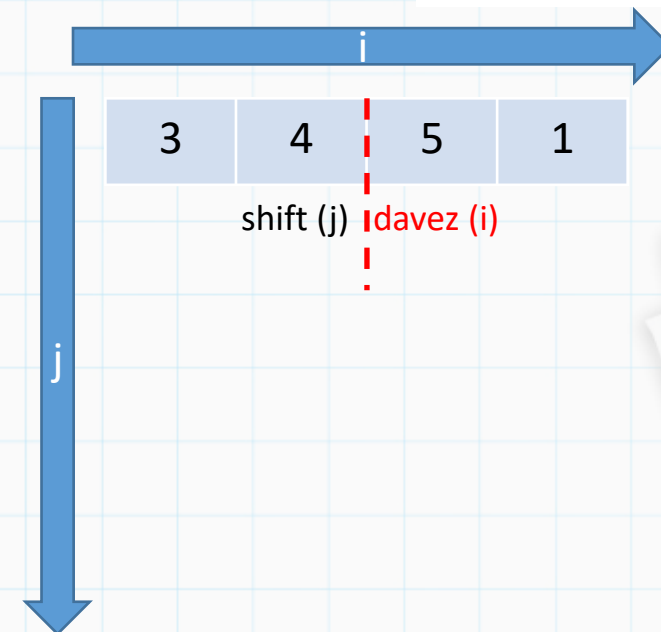
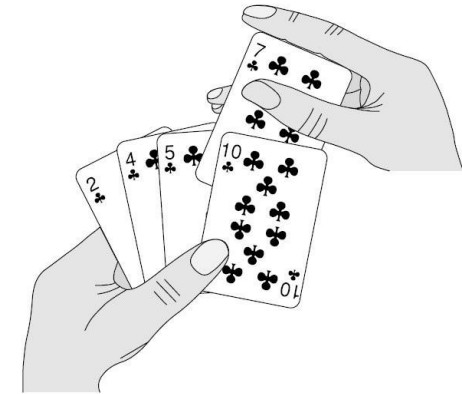
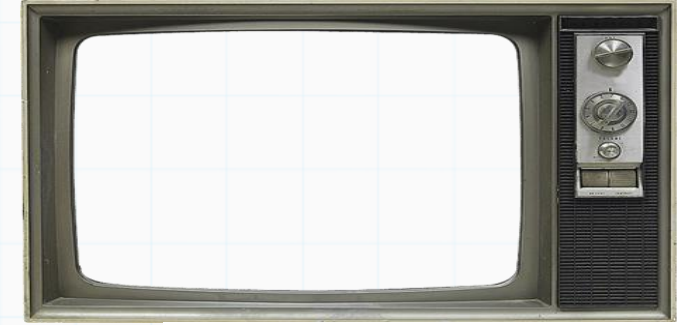
Ordenação

Ordenação por inserção: a lista está dividida em parte ordenada e não ordenada, a cada iteração, encontramos a posição do próximo elemento não ordenado na parte ordenada. Vamos fazer ?

```
void ordena_insercao(int* v, int tam)
{
    int i, j, davez;

    for (i=1; i<tam; i++)
    {
        davez = v[i];
        j      = i-1;

        while(j>=0 && davez < v[j])
        {
            v[j+1] = v[j];
            j--;
        }
        v[j+1] = davez;
    }
    return;
}
```



Ordenação

Ordenação por inserção: Eficiência

```
void ordena_insercao(int* v, int tam)
{
    int i, j, davez;

    for (i=1; i<tam; i++)
    {
        davez = v[i];
        j      = i-1;

        while(j>=0 && davez < v[j])
        {
            v[j+1] = v[j];
            j--;
        }
        v[j+1] = davez;
    }
    return;
}
```

Número de Comparações realizadas:



Ordenação

Ordenação por inserção: Eficiência

```
void ordena_insercao(int* v, int tam)
{
    int i, j, davez;

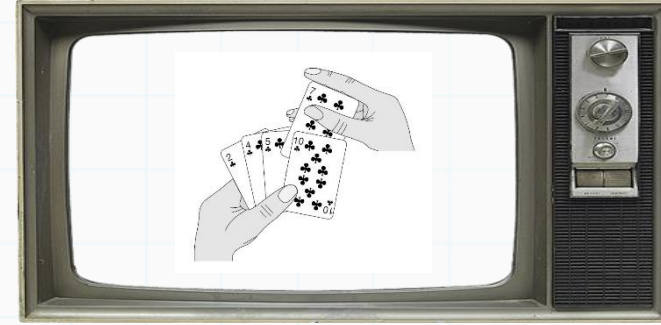
    for (i=1; i<tam; i++)
    {
        davez = v[i];
        j      = i-1;

        while(j>=0 && davez < v[j])
        {
            v[j+1] = v[j];
            j--;
        }
        v[j+1] = davez;
    }
    return;
}
```

Número de Comparações realizadas:

$$1 + 2 + 3 \dots = (n^2 - n)/2 \Rightarrow n^2$$

Mesma que Bolha e Inserção

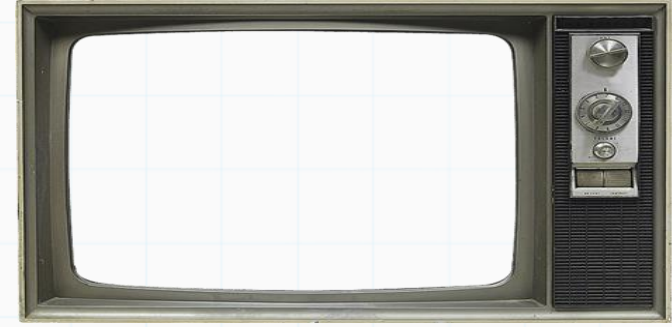


Buscas

Busca Linear: Eficiência

```
void busca_vetor(int* v, int tam, int el)
{
    for (int i=0; i<tam; i++)
    {
        if (v[i] == el)
        {
            printf("elemento %d na posicao %d\n\n", el, i);
            return;
        }
    }

    return;
}
```



Número de Comparações realizadas:

pior caso =>

melhor caso =>



Buscas

Busca Linear: Eficiência

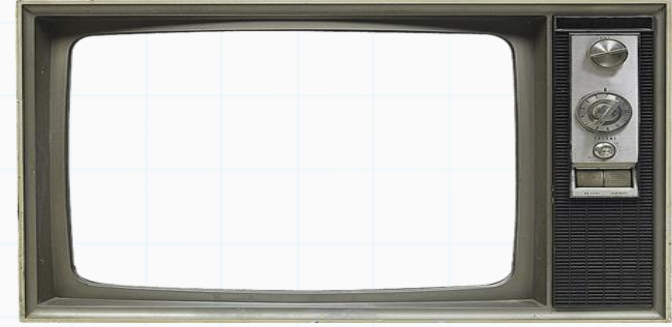
```
void busca_vetor(int* v, int tam, int el)
{
    for (int i=0; i<tam; i++)
    {
        if (v[i] == el)
        {
            printf("elemento %d na posicao %d\n\n", el, i);
            return;
        }
    }

    return;
}
```

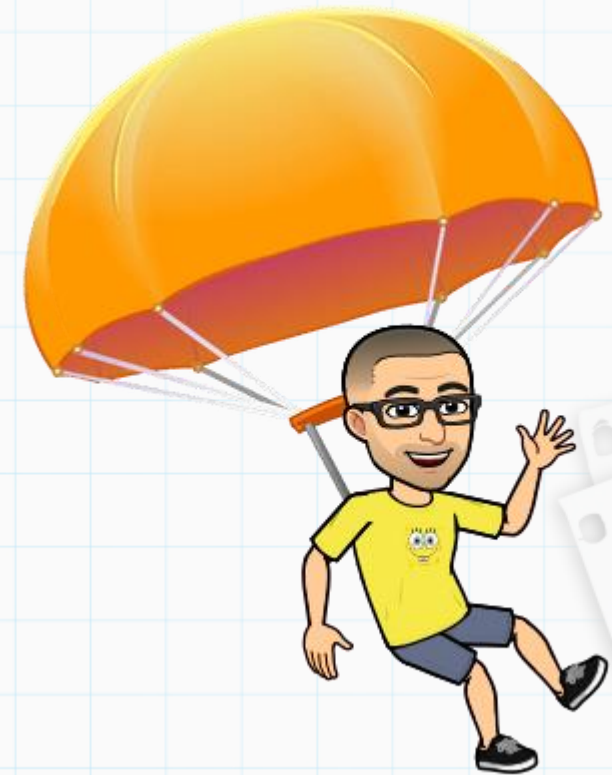
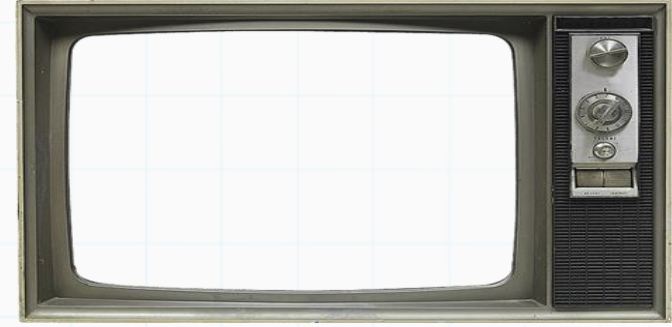
Número de Comparações realizadas:

pior caso => n

melhor caso => 1



Até a próxima



Slides baseados no curso de Aline Nascimento