Solucionario de Álgebra

Te compartimos las respuestas del simulacro del área de álgebra.

1. La respuesta es la "**c**"

   I. $$3x-12=3$$ $$x=5$$

   II. $$\frac{(18+2y)}{8}-4=0$$ $$18+2y=32$$ $$y=7$$

   III. $$75-z=2(24+z)$$ $$75-48=3z$$ $$z=9$$

   Suma de soluciones: 5+7+9=21

2. La respuesta es la "**b**".

$$\begin{cases}\frac{x}{5}+2y=3\\ x+\frac{11y}{2}=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5\left(\frac{x}{5}+2y=3\right)\\ 2\left(x+\frac{11y}{2}=6\right)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+10y=15\\ 2x+11y=12\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-2x-20y=-30\\ 2x+11y=12\end{cases}$$

$$-9y=-18$$
$$y=2$$

Como :

$$x+10y=15\Rightarrow x+10(2)=15\Rightarrow x=-5$$

Luego:

$$x=a=-5, y=b=2$$
$$\frac{a}{b}=\frac{-5}{2}=-2{,}5$$

3. La respuesta es la "**c**".

   Como -3 es una raíz de la ecuación cuadrática, entonces se cumple que:

   $4(-3)^2 + (m+2)(-3) + 6 = 0$

   m= 12

   $4m^2 = 576$

4. La respuesta es la "**d**"

   $ax^2 + bx + c = 0$;   a = 1

   Suma de raíces:

   $\Delta-1, \Delta+1 = -b$; $2\Delta = -b$

   Producto de raíces:

   $(\Delta-1)(\Delta+1) = c$; $\Delta^2-1 = c$

   Pero:

   $\Delta = b^2 - 4ac$

   $\Delta = (-2\Delta)^2 - 4(1)(\Delta^2-1)$

   $\Delta = 4\Delta^2 - 4\Delta^2 + 4$

   $\Delta = 4$

   Luego:

   CS = {Δ-1 ; Δ+1}={3;5]

   Suma de raíces: 3+5=8

5. La respuesta es la “**a**”
Sea x el número de kilogramos de arroz que compró el comerciante. $(x \in \mathbb{Z}^{+})$.
A partir del enunciado, se cumple:

	Vendió	Queda
1.° día	38	$x-38 > \frac{x}{2}$
2.° día	15	x - 38 - 15 < 25

1er día: $x > 76$
2do día: $x < 78$
Entonces: $76 < x < 78$; $x = 77$

6. La respuesta es la “**a**”.
$a^2x^2 + (a^2 - b^2)x - b^2$

$a^2x \qquad -b^2 \rightarrow -b^2x$
$x \qquad\quad 1 \rightarrow \underline{a^2x}$
$\qquad\qquad\quad (a^2 - b^2)x$

Luego:
$a^2x^2 + (a^2 - b^2)x - b^2 = (a^2x - b^2)(x+1)$

7. La respuesta es la “**c**”.
$P(x)\cdot[Q(x)-1] \equiv (x-3)q(x)$
$(9-x^2)[(ax^3-2x+3)-1] \equiv (x-3)\cdot q(x)$
$(3-x)(3+x)(ax^3-2x+2) \equiv (x-3)\cdot q(x)$
$-(3+x)(ax^3-2x+2) \equiv q(x)$
Como la suma de coeficientes de los términos del cociente q(x) es 12, es decir q(1)=12
$q(1) = -(3+1)(a(1)^3 - 2(1) + 2) = 12$
$-4(a) = 12$
$a = 3$

8. La respuesta es la “**a**”.
De la condición: log(N) = log(4) + Tlog(5)
log(N)=log(4×5^{T})
N=4×5^{T}
Por condición del problema, para T=6
N=4×5^{6}
N=4×15 625
N=62 500

9. La respuesta es la “**a**”.
$\frac{a+1}{a^2-1} - \frac{a^2-2a+1}{a^3-1}$
Factorizando
$\frac{a+1}{(a+1)(a-1)} - \frac{(a-1)^2}{(a-1)(a^2+a+1)}$
$\frac{1}{a-1} - \frac{a-1}{a^2+a+1}$
$\frac{a^2+a+1-(a-1)^2}{(a-1)(a^2+a+1)}$
$\frac{a^2+a+1-a^2+2a-1}{a^3-1}$
$\frac{3a}{a^3-1}$
Luego $a^3 + 3a - 1$

10. La respuesta es la "**b**"

$$E=\left\{\frac{\sqrt[a]{x^{a+1}\sqrt[a]{x^{a^2+2}\sqrt[a]{x^{a^3+3}}}}}{\sqrt[a]{x\sqrt[a]{x^2\sqrt[a]{x^3}}}}\right\}^a=\left\{\frac{\sqrt[a]{x^{a+1}}\cdot\sqrt[a^2]{x^{a^2+2}}\cdot\sqrt[a^3]{x^{a^3+3}}}{\sqrt[a]{x}\cdot\sqrt[a^2]{x^2}\cdot\sqrt[a^3]{x^3}}\right\}^a=\left\{\frac{x^{\frac{a+1}{a}+\frac{a^2+2}{a^2}+\frac{a^3+3}{a^3}}}{x^{\frac{1}{a}+\frac{2}{a_2}+\frac{3}{a^3}}}\right\}^a$$

$$E=\left\{\frac{x^{\frac{a^3+a^2+a^3+2a+a^3+3}{a^3}}}{x^{\frac{a^2+2a+3}{a^3}}}\right\}^a=\left\{x^{\frac{a^3+a^2+a^3+2a+a^3+3}{a^3}-\frac{a^2+2a+3}{a^3}}\right\}^a=\left\{x^{\frac{a^3+a^2+a^3+2a+a^3+3-a^2-2a-3}{a^3}}\right\}^a=\left\{x^{\frac{3a^3}{a^3}}\right\}^a=x^{3a}$$

$3a=15\Rightarrow a=5$

11. La respuesta es la "**d**".

$$\frac{x+1}{x-1}=-\frac{1}{y}\Rightarrow xy+y=-x+1\Rightarrow x+xy+y=1\Rightarrow x+y=1-xy$$

Elevando al cuadrado:

$$(x+xy+y)^2=1^2\Rightarrow x^2+x^2y^2+y^2+2x^2y+2xy^2+2xy=1$$
$$\Rightarrow x^2+x^2y^2+y^2+2xy(x+y+1)=1$$

pero $x+y=1\text{-}xy$

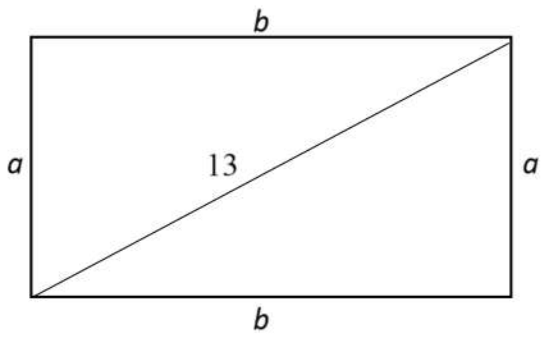
$$\Rightarrow x^2+x^2y^2+y^2+2xy(2-xy)=1$$
$$\Rightarrow x^2+x^2y^2+y^2+1=2-2\text{xy}(2-\text{xy})$$
$$\Rightarrow (1+x^2)(1+y^2)=2(1-2xy+x^2y^2)$$
$$\Rightarrow (1+x^2)(1+y^2)=2(1-xy)^2$$
$$\Rightarrow (1+x^2)(1+y^2)=2(x+y)^2$$

Reemplazando en la expresión pedida

$$\frac{(1+y^2)(1+x^2)}{(x+y)^2}+\frac{(x+y)^2}{(1+y^2)(1+x^2)}=\frac{2(x+y)^2}{(x+y)^2}+\frac{(x+y)^2}{2(x+y)^2}=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$$

12. La respuesta es la "**d**".

Graficamos el parque



$a^2+b^2=13^2\ldots(1)\ \wedge\ a+b=17\ldots(2)$

De (2):

$(a+b)^2=17^2$

$a^2+b^2+2ab=17^2$

Sustituyendo (1)

$13^2+2ab=17^2$

$2ab=17^2-13^2$

$ab=60\Rightarrow a=5;\ b=12$

Luego: $b^2-a^2=12^2-5^2=119$

13. La respuesta es la "**d**"

Sea la función de la forma: $f(x) = y = ax^2 + bx + c$

$f(15) = 450 = a(15)^2 + b(15) + c$

$450 = 225a + 15b + c \ldots (1)$

$f(10) = 400 = a(10)^2 + b(10) + c$

$400 = 100a + 10b + c \ldots (2)$

$f(5) = 250 = a(5)^2 + b(5) + c$

$250 = 25a + 5b + c \ldots (3)$

Resolvemos el sistema:

$$\begin{cases} 450 = 225a + 15b + c \ldots (1) \\ 400 = 100a + 10b + c \ldots (2) \\ 250 = 25a + 5b + c \ldots (3) \end{cases}$$

$(1) - (2) : 50 = 125a + 5b \Rightarrow b = 10 - 25a \ldots (4)$

$2(3) - (2) : 100 = -50a + c \Rightarrow c = 50a + 100 \ldots (5)$

Sustituyendo (4) y (5) en (3)

$250 = 25a + 5(10 - 25a) + 50a + 100 \Rightarrow 250 - 100 - 50 = -50a \Rightarrow a = -2 \ldots (6)$

Sustituyendo (6) en (4):

$b = 10 - 25a \Rightarrow b = 60$

Sustituyendo (6) en (5):

$c = 50a + 100 \Rightarrow c = 0$

Luego la expresión será: $y = -2x^2 + 60x$

14. La respuesta es la "**c**".

Sea la función lineal: f(x) = ax + b

$f(-4) = 4 = a(-4) + b \Rightarrow -4a + b = 4 \ldots (1)$

$f(2) = 1 = a(2) + b \Rightarrow 2a + b = 1 \ldots (2)$

$(1) - (2) : -6a = 3 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$

En(2):

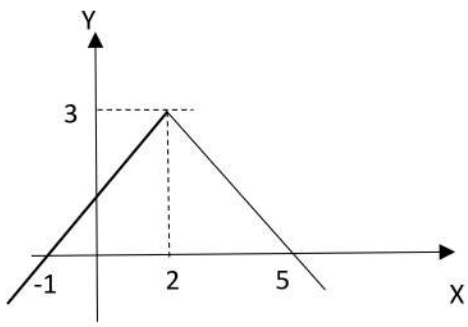
$2\left(-\frac{1}{2}\right) + b = 1 \Rightarrow b = 2$

Luego:

$f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow f(6) = -\frac{1}{2}(6) + 2 = -1$

15. La respuesta es la "**d**"

$$f(x) = 3 - |x - 2| \rightarrow f(x) = \begin{cases} 5 - x : x \geq 2 \\ x + 1; x < 2 \end{cases}$$



Para $x \in \langle -\infty ; 2 \rangle$, *f es creciente*

Para $x \in \langle 2 ; +\infty \rangle$, *f es decreciente*

Para $x = 2$, *No hay monotonía*

16. La respuesta es la "**e**".

$$T(r) = 75 + A\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{r}{3}}$$

$$T(0) = 75 + A\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{0}{3}} = 450 \Rightarrow A = 375$$

$$T(x) = 75 + 375\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{x}{3}} = 156 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{x}{3}} = \frac{81}{375}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{x}{3}} = \frac{27}{125}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{x}{3}} = \left(\frac{3}{5}\right)^{3} \Rightarrow \frac{x}{3} = 3 \Rightarrow x = 9$$

17. La respuesta es "b".

Se tiene que: Q(15) = 2500 e^{15k} = 5000
Q(15) = 5e^{15k} = 10
Q(15) = e^{15k} = 2

Por tanto: Q(90) = 2500 e^{90k}
Q(90) = 2500 $(e^{15k})^6$
Q(90) = 2500 2^6
Q(90) = 160 000

18. La respuesta es "c". Se tienen los siguientes datos:

Ica -> x días

Chincha -> x + 3 días

Paracas -> 2 días

Con el paquete plata tiene lo siguiente:

X + X + 3 + 2 = 9

X =2 -> Chincha: 2+3 = 5

Con el paquete oro tiene lo siguiente:

X + X + 3 + 2 = 11

X =3 -> Chincha: 3+3 = 6

Por tanto, se pasará en Chincha, con el paquete Plata y paquete Oro, 5 y 6 días, respectivamente.

19. La respuesta "d". Se tiene la siguiente función en miles de soles:

U(x) = $-x^2 + 10x - 16$

Se deriva la función:

$U'(x) = -2x + 10 = 0$

$2x = 10$

$x = 5$

Por tanto:

$U(5) = -5^2 + 10(5) - 16$

$U(5) = -25 + 50 - 16$

$U(5) = 9$

20. La respuesta es "c".
Se tienen las siguientes ecuaciones:

2m + 3n + 4p = 76 ... (a)
3m + 2n + 3p = 66 ... (b)
3m + 6n + 2p = 108 ... (c)

De b y c:

$m = \frac{66-2n-2p}{3}$; $m = \frac{108-6n-2p}{3}$

Por tanto:

p = 4n - 42

Si (a) x 3:

6m + 9n + 12p = 228 ...(d)

Si (b) x 2:

6m + 4n + 6p = 132 ...(e)

(d)-(e)

6m + 9n +12p =228
-6m – 4n – 6p = -132
= 5n +6p = 96

Por tanto:

5n + 6 (4n-42) = 96

5n - 252 + 24n = 96

29n = 348

n = 12

p = 6

m = 8

m + n + p = 26