



Bioestatística

Parâmetros da Distribuição de
Frequências
PARTE_01

Prof. Me. Yuri Albuquerque



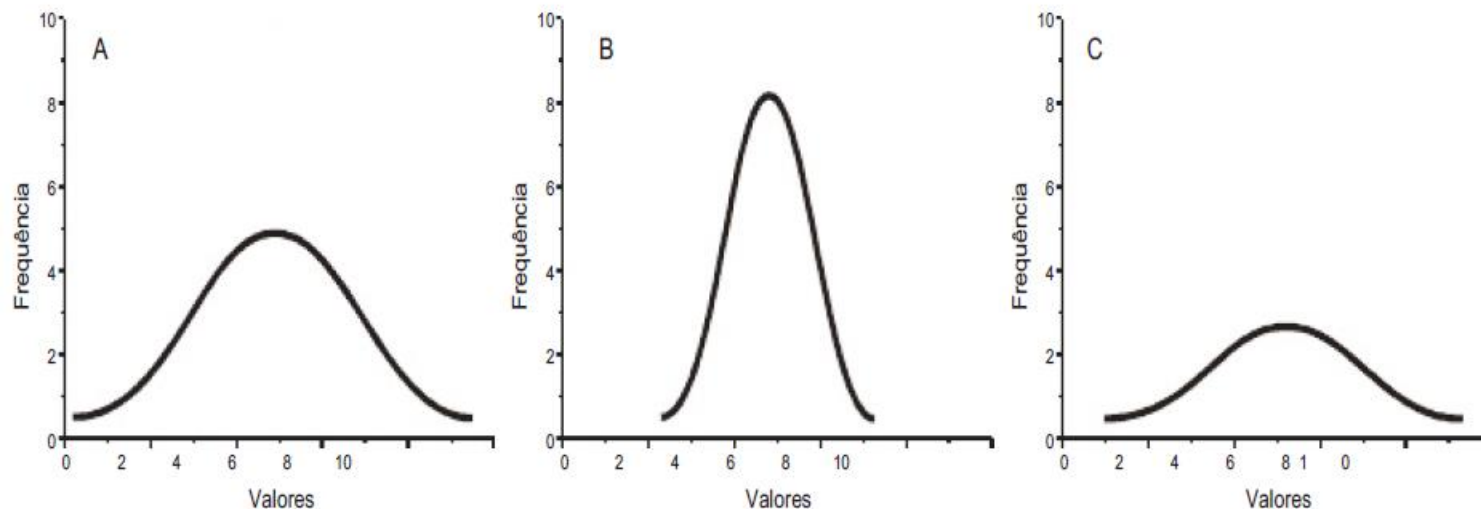
Parâmetros da distribuição de frequências

O objetivo é comparar duas ou mais amostras, as quais foram retiradas de diferentes populações ou tomadas em diferentes condições de medição, o investigador deve sempre se utilizar de métodos confiáveis de comparação, de tal modo que suas inferências possam ser mensuradas de maneira fidedigna.



Parâmetros da distribuição de frequências

A figura representa os gráficos da distribuição de frequência de três amostras de mesmo tamanho. Em que aspecto elas diferem entre si?

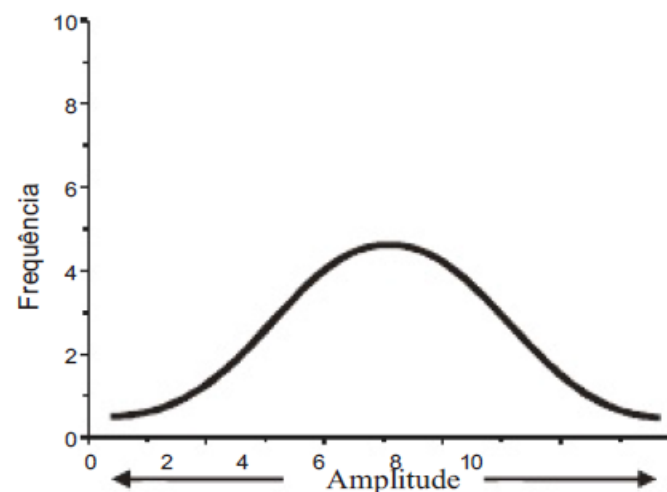
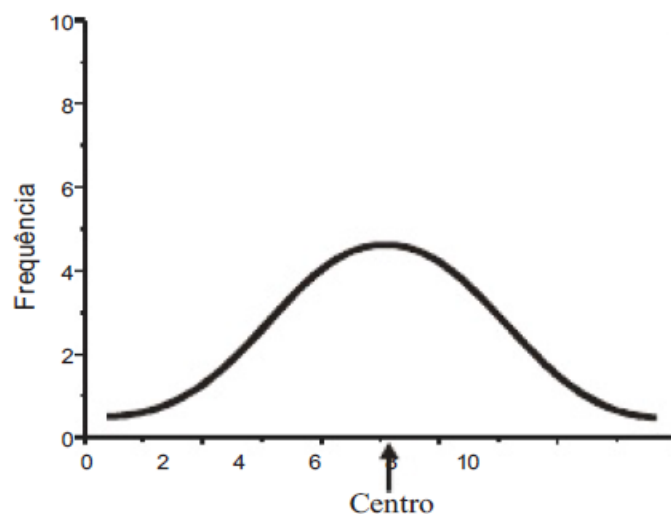


Gráficos da distribuição de frequência de três amostras de mesmo tamanho



Parâmetros da distribuição de frequências

Verificamos que várias são as características que podem ser utilizadas para comparar duas ou mais distribuições, sendo as mais importantes as medidas que representam o centro da distribuição, e aquelas que mostram o tamanho da abertura (amplitude) da curva, as quais deverão ser calculadas mediante a aplicação de modelos matemáticos.



Gráficos da distribuição de frequência mostrando o valor central e a amplitude da curva



Parâmetros da distribuição de frequências

Medidas de tendência central	Medidas de dispersão	Medidas de posição
☞ Moda	☞ Amplitude de variação	☞ Decil
☞ Mediana	☞ Desvio da média	☞ Quartil
☞ Média aritmética	☞ Variância	☞ Percentil
☞ Média ponderada	☞ Desvio padrão	☞ Amplitude interquartílica
☞ Média geométrica	☞ Coeficiente de variação	



Medidas de tendência central

Quando se deseja representar os dados de uma distribuição de uma forma mais simples, por meio de um valor único, a melhor opção é a escolha de uma medida de tendência central. Essas medidas, que representam os parâmetros em torno dos quais ocorre a maior concentração dos valores observados no estudo, têm por objetivo mostrar o ponto central de equilíbrio de uma distribuição de dados.



Medidas de tendência central

Moda (M_o)

O termo moda foi utilizado pela primeira vez por Karl Pearson, em 1895, e corresponde ao valor que ocorre com maior frequência em um conjunto de dados, ou seja, é o valor em torno do qual se verifica a maior concentração das observações.

Quando um conjunto de dados apresenta apenas uma moda, ele é dito **unimodal**, porém quando tem mais de uma moda, dizemos que ele é plurimodal, sendo chamado de **bimodal**, **trimodal** ou **multimodal**, segundo tenha duas, três ou mais modas.



Medidas de tendência central

Moda (M_o)

Por outro lado, quando a variável apresentar todos os seus valores com a mesma frequência, a distribuição será **amodal**, sendo, portanto, inútil para efeito de comparação, o que a torna menos utilizada que a média e a mediana. De outro modo, a moda é uma medida de tendência central especialmente útil para descrever dados nominais e ordinais e tem a vantagem de não ser afetada por valores extremamente altos ou extremamente baixos.



Medidas de tendência central

Moda (M_o) - Exemplos

$X_1 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$

Distribuição amodal

$X_2 = \{2, 4, 4, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$

Distribuição unimodal $\rightarrow M_o = 4$

$X_3 = \{2, 4, 4, 4, 6, 8, 10, 10, 10, 12, 14\}$

Distribuição bimodal $\rightarrow M_{o1} = 4$ e $M_{o2} = 10$



Medidas de tendência central

Moda Bruta (Mo_b) – Para dados agrupados em tabelas de frequência

Peso (kg)	Frequência
1,5 – 2,0	8
2,0 – 2,5	32
2,5 – 3,0	62
3,0 – 3,5	70
3,5 – 4,0	44
4,0 – 4,5	24
4,5 – 5,0	10
Total	250

Peso ao nascer de 250 crianças nascidas vivas na maternidade A, em 2008.

Classe modal = ?

Ponto médio = ?

Mo = ?



Medidas de tendência central

Moda Bruta (Mo_b) - Para dados agrupados em tabelas de frequência

Peso (kg)	Frequência
1,5 - 2,0	8
2,0 - 2,5	32
2,5 - 3,0	62
3,0 - 3,5	70
3,5 - 4,0	44
4,0 - 4,5	24
4,5 - 5,0	10
Total	250

Peso ao nascer de 250 crianças nascidas vivas na maternidade A, em 2008.

Classe modal = 3,0 | - 3,5

Ponto médio = $(3,0 + 3,5)/2 = 3,25$

Mo = 3,25 kg



Medidas de tendência central

Moda de Czuber (Mo_c)

É o método mais preciso e consiste no valor do ponto que divide a classe modal em duas partes proporcionais às diferenças entre a frequência da classe modal e a frequência das respectivas classes adjacentes.



Medidas de tendência central

Moda de Czuber (Mo_c)

$$Mo_c = li + h \left(\frac{\Delta a}{\Delta a + \Delta p} \right)$$

Onde: li = Limiter inferior da classe modal.

h = Amplitude da classe modal.

Δa = Diferença entre a fi da classe modal e a fi da classe anterior (que precede à classe modal).

Δp = Diferença entre a fi da classe modal e a fi da classe posterior (que vem logo após a classe modal).



Medidas de tendência central

Moda de Czuber (Mo_c) - Exemplo

Determinar, pelo método de Czuber, o valor da moda para a distribuição de frequência da tabela

Peso (kg)	Frequência
1,5 – 2,0	8
2,0 – 2,5	32
2,5 – 3,0	62
3,0 – 3,5	70
3,5 – 4,0	44
4,0 – 4,5	24
4,5 – 5,0	10
Total	250

Passo 1 - Identificar a classe modal e determinar Δa e Δp .

→ **Classe anterior** → $\Delta a = 70 - 62 = 8$

→ **Classe modal**

→ **Classe posterior** → $\Delta p = 70 - 44 = 26$



Medidas de tendência central

Moda de Czuber (Mo_c) - Exemplo

Determinar, pelo método de Czuber, o valor da moda para a distribuição de frequência da tabela

Passo 2 - Substituir os valores na fórmula de Czuber.

$$Mo_c = li + h \left(\frac{\Delta a}{\Delta a + \Delta p} \right) \qquad Mo_c = 3,0 + 0,5 \left(\frac{8}{8 + 26} \right) = 3,11 \qquad \therefore Mo_c = 3,11 \text{ kg}$$



Medidas de tendência central

Moda de King (Mo_k)

O cálculo da moda leva em conta a influência das classes adjacentes à classe modal, de modo que o valor é deslocado em direção a elas.



Medidas de tendência central

Moda de King (Mo_k)

$$Mo_k = li + h \left(\frac{f_{post}}{f_{post} + f_{ant}} \right)$$

Onde: li = Limiter inferior da classe modal.

h = Amplitude da classe modal.

f_{ant} = f_i da classe anterior à classe modal.

f_{post} = f_i da classe posterior à classe modal.



Medidas de tendência central

Moda de King (Mo_k) - Exemplo

Determinar, pelo método de King, o valor da moda para a distribuição de frequência da tabela

Peso (kg)	Frequência
1,5 – 2,0	8
2,0 – 2,5	32
2,5 – 3,0	62
3,0 – 3,5	70
3,5 – 4,0	44
4,0 – 4,5	24
4,5 – 5,0	10
Total	250

Passo 1 - Identificar a classe modal e determinar f_{ant} e f_{post} .

→ **Classe anterior → $f_{ant} = 62$**

→ **Classe modal**

→ **Classe posterior → $f_{post} = 44$**



Medidas de tendência central

Moda de King (Mo_k) - Exemplo

Determinar, pelo método de King, o valor da moda para a distribuição de frequência da tabela

Passo 2 - Substituir os valores na **fórmula de King**.

$$Mo_k = li + h \left(\frac{f_{post}}{f_{post} + f_{ant}} \right) \quad Mo_k = 3,0 + 0,5 \left(\frac{44}{44 + 62} \right) = 3,20 \quad \therefore Mok = 3,20 \text{ kg}$$



Medidas de tendência central

Moda de Pearson (Mo_p)

Karl Pearson observou que existe uma relação empírica que permite que a moda possa ser calculada quando são conhecidas a média (Me) e a mediana (Md) de uma distribuição de frequência moderadamente assimétrica, unimodal, com grande número de observações e de pequena amplitude.

$$Mo_p = 3 \cdot Md - 2 \cdot Me$$

Onde: Md = É a mediana.

Me = É a média.



Medidas de tendência central

Mediana (M_d)

A mediana de um conjunto de dados corresponde ao valor que, no conjunto, separa-o em dois subconjuntos de mesmo número de elementos, quando estes estão ordenados segundo uma ordem de grandeza. É, portanto, o valor que ocupa a posição central quando todos os valores observados estão dispostos em ordem crescente ou decrescente de magnitude.



Medidas de tendência central

Mediana (M_d) - para dados não agrupados

Para determinação da mediana, o primeiro passo é ordenar os valores, de forma crescente ou decrescente, ou seja, é criado uma **série estatística** conhecida como **rol** (dados ordenados).



Medidas de tendência central

Mediana (Md) - para dados não agrupados

Para um conjunto de dados que tem um número **ímpar** de observações, a mediana é dada pela expressão:

$$Md = xp, \text{ onde: } p = \frac{n + 1}{2}$$

Exemplo:

Dados brutos $x_i = \{35, 38, 40, 24, 32, 40, 28, 24, 40\}$



Medidas de tendência central

Mediana (Md) – para dados não agrupados

Para um conjunto de dados que tem um número **ímpar** de observações, a mediana é dada pela expressão:

$$Md = xp, \text{ onde: } p = \frac{n + 1}{2}$$

Exemplo:

Dados brutos	$x_i = \{35, 38, 40, 24, 32, 40, 28, 24, 40\}$
Dados ordenados	$x_i = \{24, 24, 28, 32, 35, 38, 40, 40, 40\}$
Mediana	$Md = 35$



Medidas de tendência central

Mediana (Md) - para dados não agrupados

Para um conjunto de dados que tem um número **par** de observações, a mediana é dada pela expressão:

$$Md = \frac{x_p + Xp_{+1}}{2}, \text{ onde: } p = \frac{n}{2}$$

Exemplo:

Dados brutos

$$x_i = \{22, 18, 40, 28, 32, 38, 25, 38\}$$



Medidas de tendência central

Mediana (Md) - para dados não agrupados

Para um conjunto de dados que tem um número **par** de observações, a mediana é dada pela expressão:

$$Md = \frac{x_p + x_{p+1}}{2}, \text{ onde: } p = \frac{n}{2}$$

Exemplo:

Dados brutos

$$x_i = \{22, 18, 40, 28, 32, 38, 25, 38\}$$

Dados ordenados

$$x_i = \{18, 22, 25, 28, \mathbf{32}, \mathbf{38}, 38, 40\}$$

Mediana

$$Md = \frac{28+32}{2} = 30$$



Medidas de tendência central

Mediana (Md) - para dados agrupados em tabela de frequência

Quando o conjunto de dados está distribuído em classes, em uma tabela de frequência, a mediana é dada pela expressão abaixo:

$$Md = li + h \frac{p - F_{ac-1}}{f_i}$$

Onde: i = Classe mediana, onde estará presente o valor de $p = n/2$

l_i = Limite inferior da classe mediana.

h = Amplitude da classe mediana.

p = Elemento mediano.

F_{ac-1} = Frequência absoluta acumulada da classe anterior.

f_i = Frequência absoluta simples da classe mediana.



Medidas de tendência central

Mediana (M_d) - para dados agrupados em tabela de frequência - Exemplo

Determinar o valor da mediana para a distribuição de frequência da tabela

Peso (kg)	Frequência
1,5 – 2,0	8
2,0 – 2,5	32
2,5 – 3,0	62
3,0 – 3,5	70
3,5 – 4,0	44
4,0 – 4,5	24
4,5 – 5,0	10
Total	250

Peso ao nascer de 250 crianças nascidas vivas na maternidade A, em 2008.



Medidas de tendência central

Mediana (M_d) - para dados agrupados em tabela de frequência - Exemplo

Determinar o valor da mediana para a distribuição de frequência da tabela

Peso (kg)	x_i	f	fr	F	Fr
1,5 – 2,0		8			
2,0 – 2,5		32			
2,5 – 3,0		62			
3,0 – 3,5		70			
3,5 – 4,0		44			
4,0 – 4,5		24			
4,5 – 5,0		10			
Total	–	250	–	–	

X_i = Ponto médio ou Valor médio da classe

fr = Frequência relativa simples

F = Frequência acumulada absoluta

Fr = Frequência acumulada relativa



Medidas de tendência central

Mediana (M_d) - para dados agrupados em tabela de frequência - Exemplo

Determinar o valor da mediana para a distribuição de frequência da tabela

Peso (kg)	x_i	f	fr	F	Fr
1,5 – 2,0	1,75	8	0,032	8	0,032
2,0 – 2,5	2,25	32	0,128	40	0,160
2,5 – 3,0	2,75	62	0,248	102	0,408
3,0 – 3,5	3,25	70	0,280	172	0,688
3,5 – 4,0	3,75	44	0,176	216	0,864
4,0 – 4,5	4,25	24	0,096	240	0,960
4,5 – 5,0	4,75	10	0,040	250	1,000
Total	–	250	–	–	



Medidas de tendência central

Mediana (M_d) - para dados agrupados em tabela de frequência - Exemplo

$$n = ?$$

$$i = ? \quad p = \frac{n}{2} = ?$$

$$h = ?$$

$$f_i = ?$$

$$f_{ac-1} = ?$$

$$l_i = ?$$



Medidas de tendência central

Mediana (M_d) - para dados agrupados em tabela de frequência - Exemplo

$$n = 250$$

$$i = 4 \quad p = \frac{n}{2} = 125 \text{ está na quarta linha}$$

$$h = 0,5$$

$$f_i = 70$$

$$f_{ac-1} = 102$$

$$l_i = 3,0$$



Medidas de tendência central

Mediana (Md) - para dados agrupados em tabela de frequência - Exemplo

$$n = 250$$

$$i = 4 \quad p = \frac{n}{2} = 125 \text{ está na quarta linha}$$

$$h = 0,5$$

$$f_i = 70$$

$$f_{ac-1} = 102$$

$$l_i = 3,0$$

$$Md = li + h \frac{p - F_{ac-1}}{f_i}$$



Medidas de tendência central

Mediana (Md) - para dados agrupados em tabela de frequência - Exemplo

$$n = 250$$

$$i = 4 \quad p = \frac{n}{2} = 125 \text{ está na quarta linha}$$

$$h = 0,5$$

$$f_i = 70$$

$$f_{ac-1} = 102$$

$$l_i = 3,0$$

$$Md = li + h \frac{p - F_{ac-1}}{f_i} \rightarrow Md = 3,0 + 0,5 \frac{125 - 102}{70}$$



Medidas de tendência central

Mediana (Md) - para dados agrupados em tabela de frequência - Exemplo

$$n = 250$$

$$i = 4 \quad p = \frac{n}{2} = 125 \text{ está na quarta linha}$$

$$h = 0,5$$

$$f_i = 70$$

$$f_{ac-1} = 102$$

$$l_i = 3,0$$

$$Md = li + h \frac{p - F_{ac-1}}{f_i} \rightarrow Md = 3,0 + 0,5 \frac{125 - 102}{70} \rightarrow \therefore Md = 3,16 \text{ kg}$$



Medidas de tendência central

Mediana (Md) - método gráfico alternativo

Um valor aproximado para a mediana também pode ser obtido pela utilização do polígono de frequência acumulada (**Ogiva de Galton**). Após a construção do polígono, localiza-se, no eixo vertical (das frequências), o valor de $p = \frac{n+1}{2}$.



Medidas de tendência central

Mediana (Md) - método gráfico alternativo

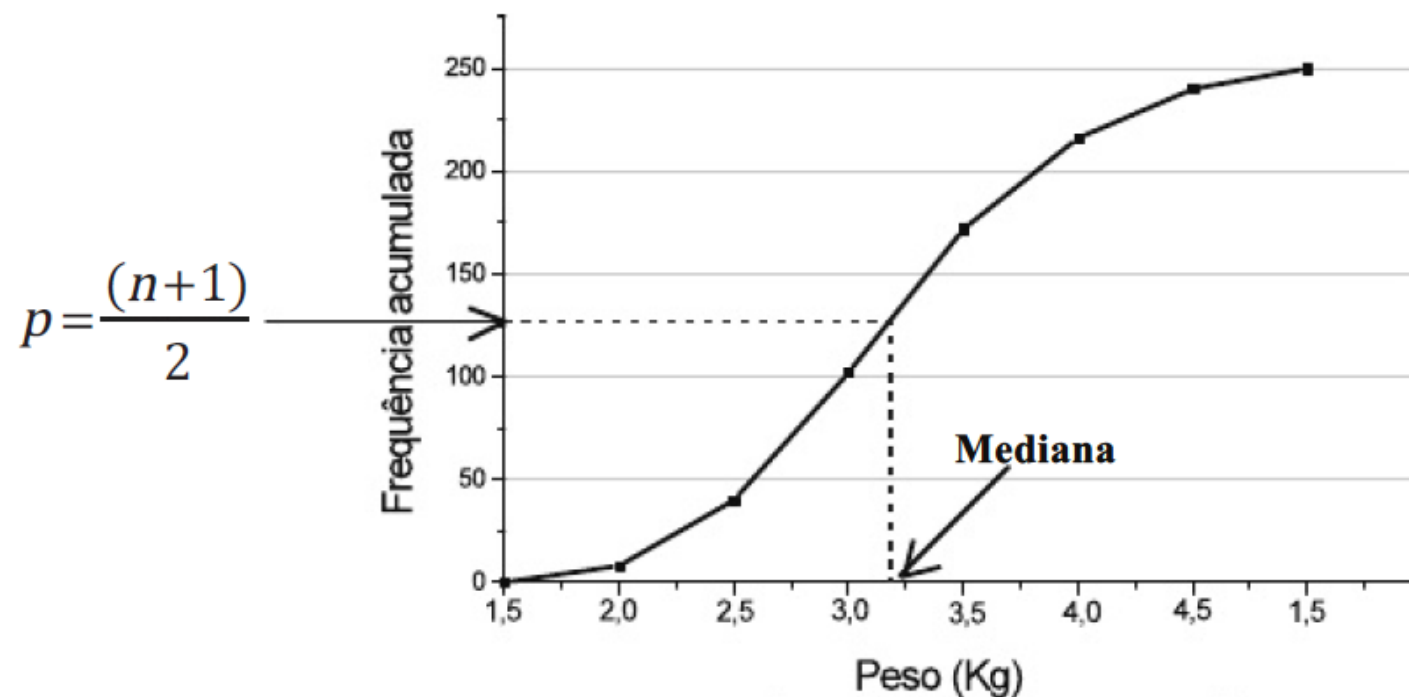


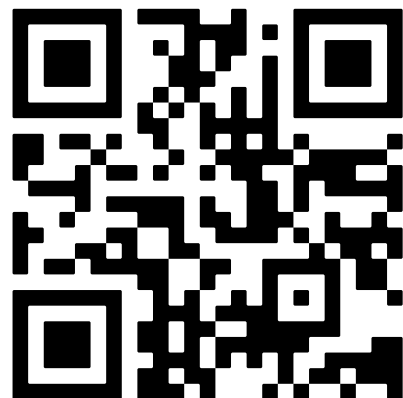
Fig. – Determinação da mediana pelo método gráfico

REFERÊNCIAS

- Fontelles, Mauro José. Bioestatística: aplicada à pesquisa experimental. São Paulo: Livraria da Física, vol 1, 2012.
- Vieira, Sonia. Introdução à Bioestatística. 6º Ed. Rio de Janeiro: GEN, 2021.

DOWNLOAD DO
CONTEÚDO DA AULA

<https://yurialb.github.io>



CONTATOS



E-mail: yuri.albuquerque@outlook.com

