## Roy Aguilera Jinesta Ana Gabriela Bejarano Salazar

## Fundamentos de programación

Algoritmos, diagramas de flujo y pseudocódigo

Versión preliminar





Productora académica

Kay Guillén Díaz

### Encargados de cátedra

Ana Gabriela Bejarano Salazar

Carlos Andrés Morales Granados

### Especialista en contenidos

Suhany Chavarría Artavia

### Corrección de estilo

Vanessa Villalobos Rodríguez

### **Figuras**

Todas la imágenes e íconos utilizados en esta obra son de uso libre o de dominio público. Fueron tomadas de Canva con licencia Canva Pro y de Icon-Icons.com.

Esta unidad didáctica se confeccionó en la UNED, en el 2021, para utilizarse en las asignaturas Introducción a la Lógica, código 2109, del Bachillerato en Informática Educativa de la Escuela de Ciencias de la Educación; y Lógica para Computación, código 3071, del Diplomado en Informática de la Escuela de Ciencias Exactas y Naturales.

Universidad Estatal a Distancia Vicerrectoría Académica Escuela de Ciencias de la Educación Escuela de Ciencias Exactas y Naturales



### Presentación

### Estimada persona estudiante:

Este material educativo expone una temática que es la base del conocimiento para los primeros pasos en la programación. La lógica que se emplee para programar, o crear aplicaciones informáticas, trasciende niveles educativos, ya que muchos planes de estudio incluyen en su perfil alguna asignatura que involucre la aplicación de los conceptos lógico matemáticos para la resolución de problemas.

Dicho estudio de la lógica se lleva a cabo no solo a nivel universitario, sino también en educación primaria y secundaria. Inclusive, en carreras sin tendencia tecnológica, se dedica una pequeña parte del estudio al aprendizaje de los contenidos detallados en este material, pues la lógica fomenta el análisis de los problemas, ayuda a identificar relaciones de causa y efecto, potencia el pensamiento abstracto y facilita la visualización de soluciones. Todas esas acciones se pueden orientar a cualquier ámbito de trabajo, ya que, en todas las ciencias, se debe resolver algún problema.

Así pues, esas capacidades de pensamiento para analizar y resolver problemas de manera lógica se tornan trascendentales en carreras cuyo énfasis es la tecnología informática, por ejemplo: Ingeniería Informática o Informática Educativa.

Sin importar el programa, el lenguaje o el paradigma de programación que se utilice, los fundamentos de la lógica de programación son los mismos y forman la piedra angular donde se soporta la creación de programas que debemos tener claros, ya sea para aplicarlos en una organización o para explicarlos a otras personas.

Así que, si su interés es construir aplicaciones web o de escritorio para empresas o personales, hacer videojuegos, crear programas educativos, programar robots, generar animaciones, enseñar a programar, estimular el pensamiento lógico o simplemente conocer acerca del maravilloso mundo de la programación, este material educativo es ideal para dar los primeros pasos en firme hacia su nuevo reto de aprendizaje.

Esta unidad didáctica se compone de cinco capítulos. Cada uno de ellos brinda información acerca de un tema específico y se complementan con explicaciones y ejemplos claros fortalecidos con ejercicios de autoevaluación y sus respectivas respuestas.

El primer capítulo, llamado "Historia de la computación y la informática", se enfoca en la historia y el desarrollo estas ciencias, en las cuales se describen los principales avances tecnológicos y se brinda información complementaria de las mujeres y de los hombres que han contribuido a su desarrollo y que sentaron las bases de la tecnología que disfrutamos hoy, así como las innovaciones que surgen cada día.

El segundo capítulo se orienta al ámbito matemático y se denomina "Sistemas numéricos, operadores y precedencia". En él, se explican cuatro sistemas numéricos: decimal, binario, octal y hexadecimal, y los métodos de conversión entre ellos. Luego, se destacan diversos tipos de operadores tanto matemáticos como relacionales y lógicos, detallando, de manera clara, su representación, funcionamiento y su orden jerárquico al momento de resolver expresiones.

El tercer capítulo, titulado "Resolución de algoritmos con diagramas de flujo y pseudocódigo", es el más extenso y se adentra en los fundamentos de la lógica para programación. Se inicia con la conceptualización de algoritmo, sus características, estructura y formas de representarlo. Después, se explican detalladamente las variables y las constantes, considerando los tipos de datos, la forma en que se deben nombrar y su manipulación en los programas informáticos. Una vez que se estudian las variables y las constantes, se abordan las diversas estructuras de decisión y de repetición que se emplean al programar.

Las primeras —las estructuras de decisión— sirven para tomar decisiones, es decir, si el programa hace una u otra acción, y se conocen como los SI (Si, Si-Sino, Si anidado, Según); mientras que las segundas, se denominan ciclos (Mientras, Repetir y Para), y se emplean para repetir un grupo de instrucciones dependiendo del valor de una expresión.

El cuarto capítulo, identificado como "Arreglos unidimensionales y multidimensionales", aborda el concepto de arreglos, los cuales son estructuras en la memoria de la computadora para almacenar datos temporalmente. En esta sección, se define qué es un arreglo, se caracterizan dos tipos (vectores y matrices), se explica su manejo en la programación y su relación con las estructuras de repetición.

El quinto y último capítulo se llama "Subprocesos" y trata acerca de los subprocesos o subprogramas. Este concepto es muy utilizado en la programación y propone que un problema es más sencillo de resolver si se divide en partes más pequeñas y menos complejas. Esto se aplica a los programas informáticos al construirlos en secciones simples, que se enfocan en realizar una sola tarea, pero que se vinculan entre sí para formar un todo. En el capítulo, se definen y se caracterizan los dos tipos de subprocesos que existen: los procedimientos y las funciones. También, se explica su manejo en la programación y los detalles fundamentales en cuanto al envío de datos entre subprocesos.

Antes de iniciar su aventura de estudio de este texto, es recomendable que domine algunos conceptos matemáticos básicos, por ejemplo:

- Operaciones aritméticas: suma, resta, multiplicación, división, potenciación.
- Operadores matemáticos y relacionales (>, <, =, >=, <=, < >), tanto su representación como su concepto.
- Cálculo de sumatorias, promedios, porcentajes, fracciones y regla de tres.

Esos y otros conceptos útiles se pueden estudiar en asignaturas que se ofertan en los primeros años de estudio de la carrera. Esto facilitará la comprensión del material con lo cual podrá obtener un mayor provecho de su proceso de aprendizaje. Sin embargo, el abordaje de los temas del presente

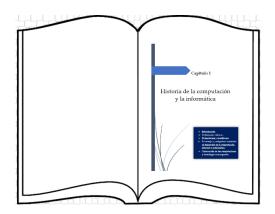
trabajo tiene explicaciones claras de los conceptos que serán fundamentales para la comprensión de todo el contenido.

Al finalizar el estudio de este material educativo, usted deberá ser capaz de construir algoritmos secuenciales en forma de pseudocódigos o de diagramas de flujo. También, se espera que pueda definir e identificar, con total claridad, la estructura de un algoritmo y posibles errores lógicos; para luego, proponer soluciones eficientes basadas en la lógica de programación. Además, deberá implementar, de manera eficiente, estructuras de decisión y de repetición en la construcción de algoritmos con una arquitectura que involucre subprocesos.

### ¿Cómo utilizar este libro?

Con el fin de facilitar el proceso de autoaprendizaje de los temas presentados, se hace uso de una serie de componentes didácticos que le permiten al estudiante identificar algunos elementos importantes.

En la ventana de cada capítulo (la primera página), se presenta el título y el número del capítulo, además de un sumario en un recuadro. Este último consiste en los títulos principales que conforman el capítulo.



En el reverso, se encuentran los objetivos de aprendizaje que el estudiante debe alcanzar al finalizar el estudio del capítulo y se dividen en objetivo general y en objetivos específicos. También, se presenta una lista de conceptos clave.



Cada capítulo inicia con una pequeña introducción, así como una breve guía de lectura sobre su ordenamiento y que se encuentra señalado por el siguiente icono.

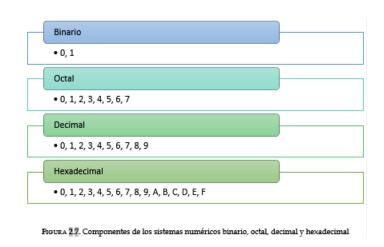


Tanto las figuras como los cuadros que se utilizan en el libro contienen una leyenda con un número y la descripción. El número está compuesto por dos números: el primero identifica el capítulo en el que se encuentra y el segundo es un consecutivo. La leyenda está al pie, en las figuras y en los cuadros en la parte superior.

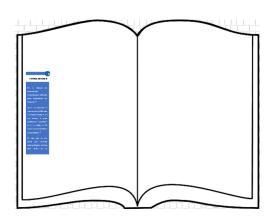
Cuadro 2.1.

Operadores aritméticos, su símbolo y forma de uso

Nombre	Símbolo	Sintaxis
Exponenciación	۸	3 ^ 2
Multiplicación	×	3 × 2
División	/	3/2
Módulo	%	3 % 2
	o también	0
	MOD	3 MOD 2
Suma	+	3 + 2
Resta	-	3 - 2



Otro recurso que el lector encontrará es el cuadro al margen, en el cual encontrará la definición de un concepto importante que se utiliza en el texto y que está resaltado en negrita.



Como parte del proceso de enseñanza-aprendizaje guiado, se presentan a lo largo del texto algunos recuadros, titulados "Para saber más", en los que se les motiva a investigar y a profundizar sobre algunos temas. Asimismo, proporciona lugares en internet donde podrá encontrar más información con sus respectivos enlaces y el código QR del sitio.



Los códigos QR (Quick Response Code o "código de respuesta rápida"), son un "atajo" para acceder a las direcciones en la red sugeridas. Debe disponer de conexión a internet, una tableta o teléfono inteligente (*smartphon*e) y una *app* –o aplicación– para leer este tipo de imágenes. Por lo general, los sistemas operativos las incluyen, o bien, se pueden descargar gratuitamente de tiendas y de repositorios.

En ocasiones, es necesario resaltar algún dato o situación importante que no se debe obviar, y lo encontrará en un recuadro como este:



### Para tomar en cuenta

Debido a que este documento explica en su prosa el funcionamiento de los algoritmos, no se hará este comentario en el pseudocódigo ni en los diagramas de flujo. Tampoco se utilizarán en cada variable, ya que se prioriza la simplicidad visual de las imágenes para evitar posibles distractores. Los comentarios que se pondrán se emplearán solo en los pseudocódigos, ya que la herramienta empleada para los diagramas de flujo (FreeDFD) no admite el uso de estos elementos.

En los casos en que es necesario llamar la atención sobre un tema por considerar, se encuentra el siguiente icono:



#### Nota

Podemos observar que, con solo un operador (interruptor) OR esté activado (T), el bombillo se encenderá (T).

O bien, si se desea que se tome un momento para reflexionar en lo que se ha leído, se plantea de la siguiente forma:



### Para reflexionar...

- ¿Conocía el aporte de las mujeres a la historia de la computación y de la ciencia?
- ¿Qué opina del papel de la mujer actual en estas áreas?

Por último, se utilizan una serie de iconos en la columna auxiliar (columna que se deja libre en el margen externo de la hoja) para resaltar algunas secciones esenciales en el texto, que se muestran a continuación:

Icono	Descripción
?	Señala el inicio de los ejercicios de autoevaluación. Consiste en una serie de actividades que se le plantean con el fin de que medir su nivel de aprendizaje al finalizar la lectura del capítulo o del apartado.
	Aquí encontrará las respuestas de los ejercicios de autoevaluación. No haga trampa y no los revise hasta no haber intentado resolver- los usted mismo; solo así podrá saber qué puntos debe repasar an- tes de seguir con su estudio.
	Este ícono se encuentra en "Referencias" y contiene el nombre de los textos que se utilizan como respaldo teórico.
	Un apartado básico es el "Glosario", en el cual localiza la definición de palabras que debe dominar en el área de la programación.
	"Lecturas recomendadas", como su nombre lo indica, tiene una lista de texto, digitales o físicos, que se recomienda consultar.

Esperamos que esta obra le ayude a alcanzar sus objetivos de estudio.

Atentamente, el equipo de producción.



## ¿Sabe qué es Promade? ¿Quiere colaborar en la mejora de este material didáctico?

El libro que está en sus manos fue especialmente diseñado para usted. Un equipo multidisciplinario de profesionales veló por su calidad académica, gracias a un riguroso proceso de revisiones y a una mediación didáctica apropiada, de acuerdo con las necesidades propias de una persona que estudia en el sistema de educación a distancia.

En el Programa de Producción de Material Didáctico Escrito (Promade), se elaboran los materiales escritos que las asignaturas de la UNED requieren. Desde la fundación de la Universidad, en 1977, este departamento ha sido el eje de la producción de aquellos materiales que son el principal objeto de consumo didáctico de nuestros estudiantes, lo cual nos compromete a una producción intensa y permanente. Estas obras han llegado a constituir un acervo nacional e internacional: se utilizan con gran éxito en la UNED y, también, en diferentes instituciones educativas públicas y privadas de nivel superior y medio del país, así como fuera de Costa Rica.

Usted puede contribuir con el mejoramiento de los materiales que producimos, enviando sus observaciones y comentarios sobre la unidad didáctica al correo infopromade@uned.ac.cr. Recuerde incluir el nombre del material

y del autor o autores. Y si el libro le gustó, también cuéntenos... ¡Nos encantaría conocer su experiencia!



<a href="https://www.uned.ac.cr/dpmd/promade/">https://www.uned.ac.cr/dpmd/promade/>



## Contenido

2	SIST	TEMAS NUMERICOS, OPERADORES Y	
F	PRECED	DENCIA	47
	2.1 I	NTRODUCCIÓN	10
		DEFINICIÓN	
		Sistema numérico decimal	
		Sistema numérico binario	
		Sistema numérico octal	
		Sistema numérico hexadecimal	
		Conversión entre sistemas numéricos: Sistema N a Decin	
		Conversión de binario a decimal	
		Conversión octal a decimal	
		Conversión hexadecimal a decimal	

2.	4 C	ONVERSIÓN ENTRE SISTEMAS NUMÉRICOS: DEL SISTEMA DECIMAL	AL
SI	STEMA .	N	. 63
	2.4.1	Conversión decimal a binario	. 64
	2.4.2	Conversión decimal a octal	. 66
	2.4.3	Conversión decimal a hexadecimal	. 67
	2.4.4	Conversión de binario a octal	. 68
	2.4.5	Conversión de binario a hexadecimal	. 68
	2.4.6	Conversión de octal a binario	. 69
	2.4.7	Conversión de hexadecimal a binario	. 70
	2.4.8	Ejercicios de autoevaluación	. 71
	2.4.9	Respuesta a los ejercicios de autoevaluación	. 72
2.	5 O	PERADORES	. 73
	2.5.1	Operadores de asignación	. 73
	2.5.2	Operadores aritméticos	. 74
	2.5.3	Ejercicios de autoevaluación	. 76
	2.5.4	Respuesta a los ejercicios de autoevaluación	. 77
	2.5.5	Precedencia de operadores aritméticos	. 78
	2.5.6	Ejercicios de autoevaluación	. 81
	2.5.7	Respuesta a los ejercicios de autoevaluación	. 82
	2.5.8	Operadores relacionales o comparativos	. 86
	2.5.9	Ejercicios de autoevaluación	. 93
	2.5.10	Respuesta a los ejercicios de autoevaluación	. 94
	2.5.11	Precedencia de operadores relacionales o comparativos	. 97
	2.5.12	Operadores lógicos	. 97
	2.5.13	Negación (NOT o !)	. 98
	2.5.14	Ejercicios de autoevalución	100
	2.5.15	Respuesta a los ejercicios de autoevaluación	101

	2.5.16	Conjunción (AND o &&)	. 102
	2.5.17	Ejercicios de autoevaluación	. 106
	2.5.18	Respuesta a los ejercicios de autoevaluación	. 107
	2.5.19	Disyunción (OR o   )	. 109
	2.5.20	Ejercicios	. 113
	2.5.21	Respuesta a los ejercicios de autoevaluación	. 114
	2.5.22	Precedencia de los operadores lógicos	. 116
	2.5.23	Ejercicios de autoevaluación	. 118
	2.5.24	Respuesta a los ejercicios de autoevaluación	. 119
2	.6 O	TRAS PRECEDENCIAS	. 122
	2.6.1	Precedencia explícita	. 122
	2.6.2	Ejercicios de autoevaluación	. 128
	2.6.3	Respuesta a los ejercicios de autoevaluación	. 129
	2.6.4	Precedencia posicional	. 134
	2.6.5	Ejercicios de autoevaluación	. 136
	2.6.6	Respuesta a los ejercicios de autoevaluación	. 137
	2.6.7	Precedencia por categoría	. 141
	2.6.8	Ejemplos de precedencia	. 142
	2.6.9	Ejercicios de autoevaluación	. 152
	2610	Respuesta a los ejercicios de autoevaluación	154

## Índice de figuras

FIGURA 2.1. Representación de números en base 8, base 10 y base 2 51
FIGURA 2.2. Posición del elemento de cantidad y del elemento base en
número en base 851
FIGURA 2.3. Representación de un número decimal con indicación de su
base y un número decimal sin indicación de su base53
FIGURA 2.4. Representación de números en el sistema binario 55
FIGURA 2.5. Representación de números en el sistema octal
FIGURA 2.6.Representación de números en el sistema hexadecimal 57
FIGURA 2.7. Componentes de los sistemas numéricos binario, octal, decimal
y hexadecimal
FIGURA 2.8. Diagrama del proceso de conversión de sistema numérico
decimal
FIGURA 2.9. Proceso de conversión de un número decimal a binario 65
FIGURA 2.10. Proceso de conversión del número 10 en decimal a su
representación en binario
FIGURA 2.11. Proceso de conversión del número 80 en decimal a su
representación en octal

FIGURA 2.12. Proceso de conversión del número 250 en decimal a su
representación en octal
FIGURA 2.13. Proceso de conversión del número 500 en decimal a su
representación en hexadecimal67
FIGURA 2.14. Proceso de conversión del número 1980 en decimal a su
representación en hexadecimal
FIGURA 2.15. Proceso de conversión del número 1 011 101 0102 en binario a
su representación en octal
FIGURA 2.16. Proceso de conversión del número 11 1111 0110 00102 en
binario a su representación en hexadecimal
FIGURA 2.17. Proceso de conversión del número 258 en octal a su representación en binario
FIGURA 2.18. Proceso de conversión del número D2C8 <sub>16</sub> en hexadecimal a
su representación en binario
FIGURA 2.19. Formas de representar un valor a una variable
FIGURA 2.20. Operación matemática que explica el funcionamiento del
operador MOD. El resultado que devuelve este operador es el residuo de la
división; en este caso, 1

FIGURA 2.21. Operación matemática que explica el funcionamiento de
aplicar el operador MOD a 13 y 5. El resultado que devuelve este operador
es el residuo de la división; en este caso, 3
FIGURA 2.22. Resolución paso a paso de una expresión con operadores
aritméticos siguiendo su orden de precedencia
FIGURA 2.23. Resolución paso a paso de una expresión con operadores
aritméticos
FIGURA 2.24. Resolución paso a paso de una expresión con operadores aritméticos
FIGURA 2.25. Resolución paso a paso del uso del operador relaciona.  Diferente a
FIGURA 2.26. Resolución paso a paso del uso del operador relacional Mayor o igual que
Figura 2.27. Resolución paso a paso del uso del operador relacional Menor que
FIGURA 2.28. Resolución paso a paso del uso del operador relacional Menor que con valores alfabéticos
FIGURA 2.29. Resolución paso a paso del uso del operador relacional Igua con valores alfabéticos para la resolución de la expresión
FIGURA 2.30. Ejemplo 1 de resolución paso a paso del uso de operadores aritméticos y relacionales en expresiones.

Figura 2.31. Ejemplo 2 de esolución paso a paso del uso de operadores
aritméticos y relacionales en expresiones
FIGURA 2.32. La precedencia de los operadores relacionales se establece de
izquierda a derecha97
FIGURA 2.33. Ejemplo de aplicación del operador NOT a una variable A 98
FIGURA 2.34. Ejemplo de aplicación del operador NOT dos veces a una
variable A99
FIGURA 2.35. Diagrama de circuito eléctrico que representa la conjunción
FIGURA 2.36. Ejemplo paso a paso del funcionamiento del operador AND
FIGURA 2.37. Ejemplo paso a paso del funcionamiento del operador AND
FIGURA 2.38. Ejemplo paso a paso del funcionamiento del operador AND
FIGURA 2.39. Diagrama de circuito eléctrico que representa la disyunción
FIGURA 2.40. Ejemplo paso a paso del funcionamiento del operador OR111
FIGURA 2.41. Ejemplo paso a paso del funcionamiento del operador OR con
tres variables

FIGURA 2.42. Ejemplo paso a paso del funcionamiento del operador OR112
FIGURA 2.43. Precedencia de los operadores lógicos
FIGURA 2.44. Ejemplo paso a paso de la aplicación de la precedencia de los
operadores lógicos
FIGURA 2.45. Ejemplo paso a paso de la aplicación de la precedencia de los
operadores lógicos
Figura 2.46. Orden de aplicación de la precedencia explícita 123
FIGURA 2.47. Ejemplo de aplicación de la precedencia explícita con
operadores aritméticos
FIGURA 2.48. Ejemplo de aplicación de la precedencia explícita con
operadores aritméticos
FIGURA 2.49. Ejemplo de aplicación de la precedencia explícita con
operadores relacionales utilizando números y expresiones
FIGURA 2.50. Ejemplo de aplicación de la precedencia explícita con
operadores aritméticos
FIGURA 2.51. Ejemplo de aplicación de la precedencia explícita con
operadores lógicos
FIGURA 2.52. Ejemplo de aplicación de la precedencia posicional con
operadores aritméticos
FIGURA 2.53. Ejemplo de aplicación de la precedencia posicional con
operadores lógicos

FIGURA 2.54. Orden de aplicación de las precedencias por categoría 141
FIGURA 2.55. Orden de aplicación de las precedencias con operadores
aritméticos142
FIGURA 2.56. Orden de aplicación de las precedencias explicita y con
operadores aritméticos143
Figura 2.57. Orden de aplicación de las precedencias con operadores
aritméticos y relacionales143
Figura 2.58. Orden de aplicación de las precedencias explicita y con
operadores aritméticos y relacionales144
FIGURA. 2.59. Orden de aplicación de las precedencias con operadores
aritméticos, relacionales y lógicos
FIGURA 2.60. Orden de aplicación de las precedencias explícita y con
operadores aritméticos, relacionales y lógicos151

## Índice de cuadros

Cuadro 2.1. Operadores aritméticos, su símbolo y forma de uso
CUADRO 2.2. Precedencia de los operadores aritméticos
Cuadro 2.3. Elementos del código ASCII y su combinación numérica 87
Cuadro 2.4. Operadores relacionales o comparativos
Cuadro 2.5. Operadores lógicos, su representación y significado 97
Cuadro 2.6. Representación del operador lógico Negación
Cuadro 2.7. Tabla de verdad del operador AND aplicada al circuito del
bombillo del diagrama de la figura 2.35 103
Cuadro 2.8. Representación del operador AND
Cuadro 2.9. Tabla de verdad del operador OR aplicada al circuito del
bombillo del diagrama de la figura 2.38
Cuadro 2.10. Representación del operador OR

## Capítulo 2

# Sistemas numéricos, operadores y precedencia

- Introducción
- Definición
- Conversión entre sistemas numéricos: sistema N a decimal
- Conversión entre sistemas numéricos: sistema decimal a N
- Operadores
- Otras precedencias



## Objetivo general

Adquirir conocimientos sobre las características de los sistemas numéricos, los métodos de conversión entre sistemas y el orden de precedencia de resolución de expresiones matemáticas.



### Objetivos específicos

Al concluir el estudio de este capítulo, se espera que usted esté en capacidad de:

- 1. Conocer los elementos de los sistemas numéricos: decimal, binario, octal y hexadecimal.
- 2. Implementar los métodos de divisiones sucesivas y suma de productos para la conversión de valores entre sistemas numéricos.
- 3. Conocer las características de los operadores de asignación, aritméticos, relacionales y lógicos.
- 4. Aplicar las reglas de precedencia en la resolución



### Conceptos clave

Sistema numérico decimal, sistema numérico binario, sistema numérico octal, sistema numérico hexadecimal, conversión entre sistemas numéricos, operadores, precedencia de operadores aritméticos.

### 2.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se muestran las características de cuatro sistemas numéricos y los métodos de conversión entre ellos. Además, se explican las características y el funcionamiento de diversos operadores. Luego, se analizan las reglas de precedencia matemática en la resolución de expresiones.

La primera parte del capítulo se enfoca en los sistemas numéricos: decimal, binario, octal y hexadecimal; se abarca tanto los elementos que los componen como sus bases. La segunda se relaciona directamente con los sistemas numéricos, ya que explica los métodos de conversión: el de divisiones sucesivas para convertir un número decimal a su equivalente en cualquiera de los otros tres sistemas y el método de suma de productos para efectuar la conversión de un sistema numérico cualquiera al decimal.

En su tercera parte, el capítulo se enfoca en los operadores de asignación, aritméticos, relacionales (comparativos) y lógicos. Para cada uno de ellos, se exponen sus características y se profundiza su funcionamiento. La cuarta parte analiza las reglas de precedencia para resolver expresiones matemáticas tomando en cuenta los operadores y otros elementos; por ejemplo: signos de negatividad y paréntesis.

Por último, se brindan explicaciones de expresiones desarrolladas, así como ejercicios de autoevaluación con sus respectivas respuestas.



Este segundo capítulo se centra en el análisis de sistemas numéricos y de operadores, así como la implementación de reglas de precedencia en expresiones matemáticas.

Así pues, se inicia con una descripción de cuatro sistemas numéricos; se abarca desde su estructura hasta la conversión entre sistemas. Después, se sigue con los operadores. En este punto, se explica el funcionamiento y las características de operadores unarios, aritméticos, relacionales y lógicos.

Finalmente, se analizan las reglas de precedencia y se resuelven expresiones matemáticas utilizándolas. Se recomienda poner especial atención a los ejemplos desarrollados y, al final del capítulo, es ideal que realice los ejercicios de autoevaluación.

Para el estudio del capítulo, se recomienda seguir el orden de los temas como se presentan. De esta forma, el lector dispondrá los conocimientos básicos y consecutivos de los contenidos que irá estudiando.

### 2.2 DEFINICIÓN

Un sistema numérico es un conjunto de símbolos que representan diferentes valores y se emplean para realizar cálculos matemáticos y expresar cantidades. Los sistemas que se estudiarán emplean el método posicional para otorgar valor a un símbolo, es decir, dependiendo de la posición que ocupe el símbolo, tendrá mayor o menor valor.

Todo sistema numérico posee una base. Este dato se relaciona directamente con la cantidad de elementos que posea el sistema. Por ejemplo, si un sistema numérico tiene 2 elementos, su base será 2. Si posee 8, su base será 8; y si se compone de 10 elementos, su base será 10. La representación de la base se hace por medio de un número más pequeño (en formato subíndice) que el número que se desea representar. Veamos los siguientes casos, para representar los números 25 en base 8; 2, en base 10; y 11, en base 2. Lo hacemos como se muestra en la figura 2.1:

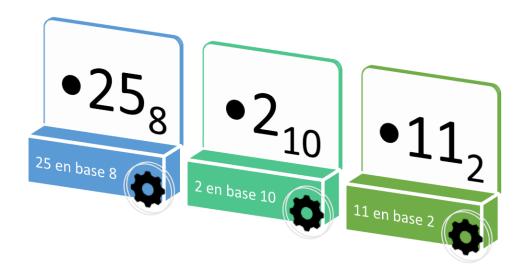


FIGURA 2.1. Representación de números en base 8, base 10 y base 2

Recordemos que una representación numérica contará con su indicador de cantidad y su indicador de base. Estos dos elementos se identificarán fácilmente por su diferencia de tamaño (figura 2.2).



FIGURA 2.2. Posición del elemento de cantidad y del elemento base en número en base 8

### Sistema decimal

Es el sistema de numeración comúnmente utilizado para representar los números.

En él, los números se representan utilizando los dígitos del 0 al 9, en ese orden; y para cantidades superiores al 9, se utiliza el 10 como base aritmética y sus potencias.

Se cree que su uso nació por razones antropológicas, al tener diez dedos en las manos el El sistema numérico con el que seguramente usted se familiariza más es el **decimal**, el cual nos enseñan desde los primeros pasos de nuestra vida. Sin embargo, hay muchos sistemas numéricos, verbigracia: el binario, el octal y el hexadecimal.

En general, un sistema numérico puede determinarse por el simple hecho de juntar símbolos y asignarle un valor a cada uno de ellos. Lo relevante es tener el conocimiento para comprender el valor que representa una cantidad expresada por los símbolos de ese sistema; y, para esto, se hace una comparación entre lo expresado en el sistema numérico "nuevo" y su valor equivalente en el sistema numérico decimal, ya que es el que conocemos mejor.

A continuación, se explican cuatro de los sistemas numéricos con los que se trabaja, principalmente, en informática, a saber:

- el sistema numérico decimal,
- el sistema numérico binario,
- el sistema numérico octal y
- el sistema numérico hexadecimal.

### 2.2.1 Sistema numérico decimal

Este sistema está compuesto de diez dígitos, por ende, su base es 10, y es fundamental en el aprendizaje de diversas ciencias. Desde los primeros años de vida, se tiene contacto con él. Los dígitos del sistema decimal son los siguientes: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; cada uno de ellos representa una cantidad específica y combinándolos se puede representar cualquier cantidad numérica que deseemos.

Para representar un número en el sistema decimal, se escribe con o sin su base. Por acuerdo, se establece que si un número no indica su base, se asume que está representado en el sistema decimal (figura 2.3):

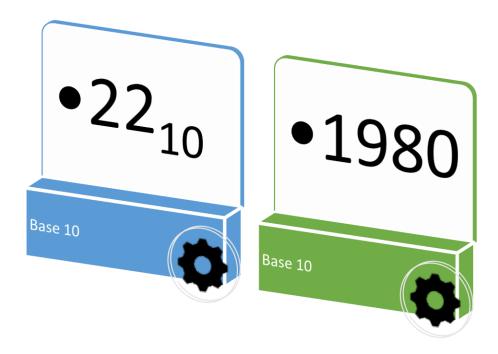


FIGURA 2.3. Representación de un número decimal con indicación de su base y un número decimal sin indicación de su base

La forma de interpretar un valor en el sistema decimal es analizando la posición de cada elemento de un número. Si se parte de derecha a izquierda, primero, se ubican las unidades, las cuales están determinadas por la exponenciación  $10^0$  (o sea, 1); luego, las decenas, las cuales emplean la potencia  $10^1$  (es decir, 10); un espacio más a la izquierda, están las centenas, que utilizan la potencia  $10^2$  (o sea, 100), y así sucesivamente. El resultado de cada una de estas potencias se multiplica por el valor ubicado en su misma posición. Finalmente, los productos obtenidos se suman para formar el número original. Este método se denomina **suma de productos**.

## Suma de productos

Método en el cual se multiplica cada uno de los valores numéricos de la posición de un dígito por el valor numérico de la potencia de la misma posición; y, luego, se suman para obtener el número completo que se

Por ejemplo, si tomamos el número 25 980, el análisis de su descomposición tendría los siguientes pasos:

1. Sobre cada elemento del número, y de derecha a izquierda, se colocan los nombres de los valores relativos a la posición.



Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades
2	5	9	8	0

2. Debajo de cada elemento del número, y de derecha a izquierda, se colocan las potencias y sus resultados.



10 <sup>4</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>1</sup>	10 <sup>0</sup>
10 000	1 000	100	10	1

3. Una vez que tenemos las potencias desarrolladas, se multiplica cada elemento del número por el resultado de la potencia.



Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades
2	5	9	8	0
10 <sup>4</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>1</sup>	10 <sup>0</sup>
10 000	1 000	100	10	1
20 000	5 000	900	80	0

4. El último paso es sumar los resultados obtenidos de las multiplicaciones. El número resultante es el mismo que teníamos al inicio (25 980).

Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades
2	5	9	8	0
10 <sup>4</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>1</sup>	10 <sup>0</sup>
10 000	1 000	100	10	1
20 000	5 000	900	80	0
20 000 + 5 000 + 900 + 80 + 0 = 25 980				

### 2.2.2 Sistema numérico binario

La base del sistema numérico binario es 2 y está compuesto de los dígitos 0 y 1. Un número expresado en el sistema binario se compone de una secuencia de unos y ceros y se emplea el número dos en el subíndice para indicar que se refiere a una cantidad en binario; y no, a un número en decimal.

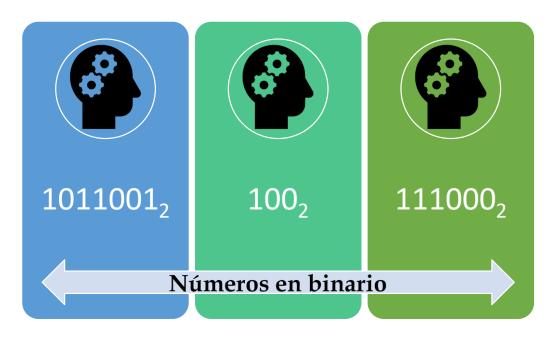


FIGURA 2.4. Representación de números en el sistema binario

Un ejemplo se muestra en la figura 2.4, en la cual el número representa una cantidad; pero para reconocerla de forma más sencilla, habría que convertirla a un sistema familiar, es decir, al sistema decimal. La conversión entre sistemas numéricos se estudiará en la sección 2.3.

### 2.2.3 Sistema numérico octal

La base del sistema numérico octal es 8 y está compuesto de los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Un número expresado en el sistema octal emplea el número ocho en subíndice para indicar que se refiere a una cantidad en dicho sistema. Tres ejemplos de estos números se presentan en la figura 2.5.



FIGURA 2.5. Representación de números en el sistema octal

De igual forma que con el sistema binario, para reconocer el número del ejemplo anterior de manera simple, se debería convertir al sistema decimal.

### 2.2.4 Sistema numérico hexadecimal

La base del sistema numérico hexadecimal es 16 y se compone de los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9; y de las letras A, B, C, D, E y F. Un número

expresado en el sistema hexadecimal emplea el número 16 en el subíndice para indicar que se refiere a una cantidad en dicho sistema (ver figura 2.6).

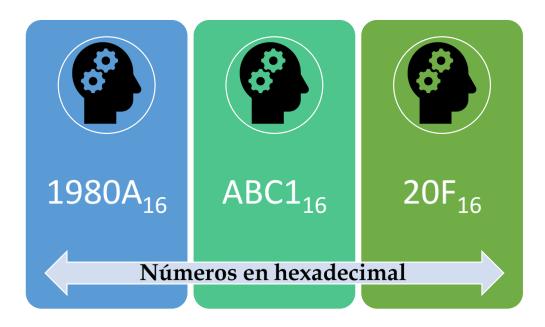


FIGURA 2.6. Representación de números en el sistema hexadecimal

De igual forma que con los sistemas binario y octal, para reconocer el número del ejemplo anterior de modo más sencillo, es necesario convertirlo al sistema decimal.

En la figura 2.7, se presenta un resumen de los sistemas numéricos y sus componentes estudiados hasta el momento.

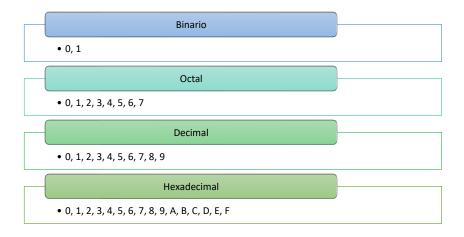


FIGURA 2.7. Componentes de los sistemas numéricos binario, octal, decimal y hexadecimal

## 2.3 CONVERSIÓN ENTRE SISTEMAS NUMÉRICOS: SISTEMA N A DECIMAL

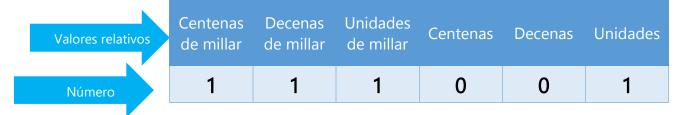
El método que se utilizó para descomponer un número en el sistema decimal es el mismo que se debe emplear para una cantidad expresada en los otros sistemas, con la diferencia de la base. Por ende, en el sistema binario la base es 2; en el octal, la base es 8; y en el hexadecimal, la base es 16. Este es el primer paso para convertir un número desde cualquier sistema numérico al sistema decimal y se denomina suma de productos.

### 2.3.1 Conversión de binario a decimal

Para conocer el equivalente de un número binario en el sistema decimal, se empleará el método de suma de productos, el cual se utilizó para descomponer un número en el sistema decimal y que se explicó al inicio de este capítulo, con la diferencia de que la base no es 10, sino 2.

En este ejemplo, se tomará el número binario 111 001<sub>2</sub> y se efectuarán los siguientes pasos:

1. Organizar el número (111 001<sub>2</sub>) de acuerdo con los pesos y la ubicación de sus elementos.



2. Debajo de cada elemento del número, y de derecha a izquierda, se colocan las potencias de base 2 y sus resultados respectivos.

2 <sup>5</sup>	2 <sup>4</sup>	<b>2</b> <sup>3</sup>	2 <sup>2</sup>	2 <sup>1</sup>	2 <sup>0</sup>	Potencias
32	16	8	4	2	1	Resultado

3. Una vez que se tienen las potencias desarrolladas, se multiplica cada elemento del número por el resultado de la potencia. Este paso es bastante sencillo, ya que la multiplicación solo puede ser por 0 o 1.

Centenas de milla		Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades		
1	1	1	0	0	1		
2 <sup>5</sup>	24	2 <sup>3</sup>	2 <sup>2</sup>	21	20		Se multiplican
32	16	8	4	2	1		
32	16	8	0	0	1	Re	sultados

4. Por último, se suman los resultados obtenidos de las multiplicaciones. El número resultante es el equivalente en el sistema decimal del número en binario (111 001<sub>2</sub>).

Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades	
1	1	1	0	0	1	
2 <sup>5</sup>	2 <sup>4</sup>	2 <sup>3</sup>	2 <sup>2</sup>	2 <sup>1</sup>	2 <sup>0</sup>	
32	16	8	4	2	1	
32	16	8	0	0	1	Se suman
	32 +	16 + 8 +	0+ 0+ 1	= 57		Resu

Es decir, el número en binario 111 001<sub>2</sub> es el 57 en decimal. Se recalca que este método se utiliza de forma muy similar para los otros sistemas numéricos (octal y hexadecimal), lo único que cambia es la base, pero la mecánica y la cantidad de pasos es la misma.

#### 2.3.2 Conversión octal a decimal

Para conocer el equivalente de un número octal en el sistema decimal, también se empleará el método de suma de productos. Este es el mismo que se usó para la conversión de binario a decimal; pero en este caso, se utilizará la base 8, en vez de la base 2.

Para el ejemplo, se tomará el número octal 253 710<sub>8</sub> y se seguirán los pasos presentados a continuación:

1. Organizar el número (253 710<sub>8</sub>) de acuerdo con los pesos y ubicación de sus elementos.



	Decenas de millar		Centenas	Decenas	Unidades
2	5	3	7	1	0

2. Debajo de cada elemento del número, y de derecha a izquierda, se colocan las potencias de base 8 y sus resultados respectivos.



<b>8</b> <sup>5</sup>	84	<b>8</b> <sup>3</sup>	8 <sup>2</sup>	8 <sup>1</sup>	80
32 768	4 096	512	64	8	1

3. Una vez que se tienen las potencias desarrolladas, se multiplica cada elemento del número por el resultado de la potencia.

Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades		
2	5	3	7	1	0	<b>—</b>	1
<b>8</b> <sup>5</sup>	84	8 <sup>3</sup>	8 <sup>2</sup>	8 <sup>1</sup>	80		Se multiplican
32 768	4 096	512	64	8	1		
65 536	20 480	1 536	448	8	0	R	esultados

4. Por último, se suman los resultados obtenidos de las multiplicaciones, el número resultante es el equivalente en el sistema decimal del número en octal (253 710<sub>8</sub>).

Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades	
2	5	3	7	1	0	
<b>8</b> <sup>5</sup>	84	<b>8</b> <sup>3</sup>	8 <sup>2</sup>	8 <sup>1</sup>	80	
32 768	4 096	512	64	8	1	
65 536	20 480	1 536	448	8	0	Se suman
65 536	5 + 20 48	0 + 1 536	5 + 448 + 8	3 + 0 = 8	8 008	Resultado

Es decir, el número en octal 25 3710<sub>8</sub> es el 88 008 en decimal.

#### 2.3.3 Conversión hexadecimal a decimal

Para conocer el equivalente de un número hexadecimal en el sistema decimal, se empleará el método de suma de productos, utilizado para las conversiones anteriores, con la diferencia de que se usará la base 16.

Para el ejemplo, se tomará el número hexadecimal A3 C71<sub>16</sub> y se seguirán los pasos presentados a continuación:

1. Organizar el número (A3 C71<sub>16</sub>) de acuerdo con los pesos y la ubicación de sus elementos.



Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades
Α	3	С	7	1

2. Debajo de cada elemento del número, y de derecha a izquierda, se colocan las potencias de base 16 y sus resultados respectivos.

Potencias	
Resultado	

16 <sup>4</sup>	16 <sup>3</sup>	16 <sup>2</sup>	16 <sup>1</sup>	16 <sup>0</sup>
65 536	4 096	256	16	1

3. Una vez que se tienen las potencias desarrolladas, se multiplica cada elemento del número por el resultado de la potencia.

Nótese que, para los elementos que son una letra, se utiliza el número equivalente en el sistema decimal de acuerdo con su posición en el sistema hexadecimal, de la siguiente forma:

✓ La A equivale a 10.

✓ La F equivale a 15.

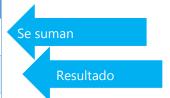
- ✓ La **B** equivale a **11**.
- ✓ La C equivale a 12.
- ✓ La D equivale a 13.
- ✓ La E equivale a 14.

Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades
Α	3	С	7	1
10	3	12	7	1
16 <sup>4</sup>	16 <sup>3</sup>	16 <sup>2</sup>	16 <sup>1</sup>	16 <sup>0</sup>
65 536	4 096	256	16	1
655 360	12 288	3 072	112	1



4. Por último, se suman los resultados obtenidos de las multiplicaciones. El número resultante es el equivalente en el sistema decimal del número en hexadecimal (A3 C71<sub>16</sub>).

Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades		
Α	3	С	7	1		
10	3	12	7	1		
16 <sup>4</sup>	16³	16 <sup>2</sup>	16 <sup>1</sup>	16 <sup>0</sup>		
65 536	4 096	256	16	1		
655 360	12 288	3 072	112	1		
655 360 + 12 288 + 3 072 + 112 + 1 = 670 833						

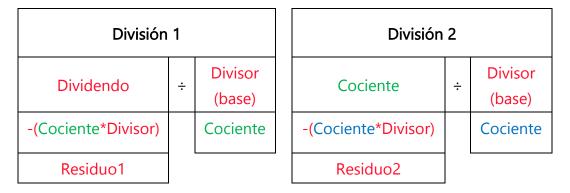


Es decir, el número en hexadecimal A3 C71<sub>16</sub> es el 670 833 en decimal.

### 2.4 CONVERSIÓN ENTRE SISTEMAS NUMÉRICOS: DEL SISTEMA DECIMAL AL SISTEMA N

Para convertir un número decimal a cualquier sistema numérico, se empleará el método de divisiones sucesivas. Este método consiste en tomar la cantidad en decimal y dividirla, de forma entera, entre la base del sistema al que se convertirá. El cociente resultante de esa operación se vuelve a dividir y, así sucesivamente, hasta que el cociente sea menor al divisor (base del sistema).

El orden del proceso se representa en el diagrama de la figura 2.8:



**FIGURA 2.8.** Diagrama del proceso de conversión de sistema numérico decimal a un sistema numérico *N* 

El nuevo número se vería de este modo: Cociente Residuo2 Residuo1, y se forma tomando el cociente de la última división y los residuos de las demás divisiones, es decir, de atrás hacia adelante. Por ende, el primer dígito del nuevo número será el último cociente; el segundo dígito, el último residuo; el tercer dígito, el penúltimo residuo, y así continúa.

#### 2.4.1 Conversión decimal a binario

Para convertir un número de decimal a binario, se divide ese número entre 2, hasta que el cociente sea menor a 2. Por ejemplo, el número 10 en decimal es el 1010<sub>2</sub> en binario. Cada 1 y 0 del número binario se formó de los residuos de dividir, de manera sucesiva, el 10 entre 2, como en la figura 2.9.

Nótese que, en la primera división, el residuo es 0; y el cociente, 5. Debido a que 5 es mayor al divisor (2), se hace otra división, como se muestra en División 2, en la cual el residuo es 1; y el cociente, 2. Ese nuevo cociente (2) es igual al divisor, por lo que se realiza una tercera división de 2 entre 2. En esta ocasión, el residuo es 0; y el cociente, 1.

Como el cociente obtenido en la última división (División 3) es menor al divisor (1 es menor a 2), se termina el proceso de divisiones y se forma el número en binario. Se toma el último cociente (1); luego, todos los residuos del último al primero (010). De esta forma, el número en binario es 1010<sub>2</sub>.

En la figura 2.10, se ve el proceso para el número 42, ahora representado de forma diferente, pero con el mismo método (divisiones sucesivas).

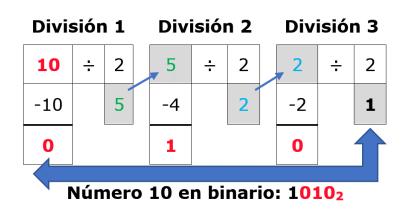


FIGURA 2.9. Proceso de conversión de un número decimal a binario

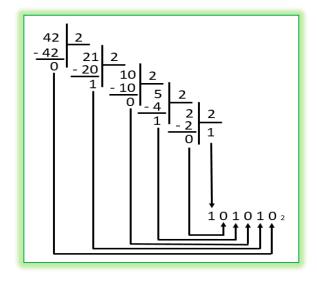
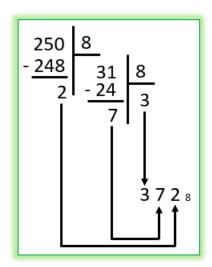


FIGURA 2.10. Proceso de conversión del número 10 en decimal a su representación en binario

#### 2.4.2 Conversión decimal a octal

# División 1 División 2 80 ÷ 8 10 ÷ 8 -80 10 -8 1 0 2 Número 80 en octal: 120₂

FIGURA 2.11. Proceso de conversión del número 80 en decimal a su representación en octal



**FIGURA 2.12.** Proceso de conversión del número 250 en decimal a su representación en octal

La conversión de un número en decimal a uno del sistema octal se hace empleando el mismo método que para la conversión a binario. La diferencia es que, en vez de dividir entre 2, se divide entre 8; por ejemplo, el número 80 en decimal es el 120<sub>8</sub> en el sistema octal, como se observa en el desarrollo de la figura 2.11.

Al analizar este caso, se puede observar que, en la División 1, el residuo es 0; y el cociente, 10. Como este es mayor al divisor (8), se hace la División 2; en esta, el residuo es 2; y el cociente, 1. Este último cociente es menor al divisor, por eso, no se hacen más divisiones y se forma el número en octal partiendo de este cociente, es decir, 120. Recordemos que siempre se debe indicar la base del nuevo número, por cuanto quedaría así: 1208.

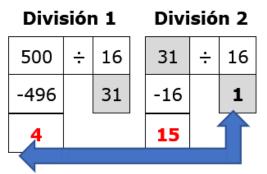
Véase otro ejemplo, pero con el número 250 en decimal (figura 2.12).

#### 2.4.3 Conversión decimal a hexadecimal

Al igual que en los dos casos anteriores, la conversión de un número en decimal a uno del sistema hexadecimal se hace empleando el método de divisiones sucesivas, pero dividiendo entre 16, ya que esta es la base de este sistema. Por ejemplo, el número 500 en decimal es el 1F4<sub>16</sub> en hexadecimal. Obsérvese el desarrollo en la figura 2.13.

En el análisis del ejemplo anterior, se aprecia que el primer residuo es 4; y el cociente, 31. Este se puede seguir dividiendo entre 16, por eso, se efectúa la División 2; en esta, se obtiene un residuo de 15 y un cociente de 1. En este punto, se termina el proceso, ya que 1 es menor a 16.El nuevo número inicia con el último cociente (1) y los dos residuos (15 y 4). Recordemos que, en el sistema hexadecimal, los números que van del 10 al 15 se representan con la letra respectiva (A, B, C, D, E, F), por ende, en el ejemplo, el residuo 15 pasa a ser la letra F. Así se logra el número 1F4<sub>16</sub>.

Véase otro ejemplo en la figura 2.14.



Número 500 en hexadecimal: 1<u>15</u>4<sub>16</sub> El 15 se sustituye por F y, por ende, queda así: 1F4<sub>16</sub>

FIGURA 2.13. Proceso de conversión del número 500 en decimal a su representación en hexadecimal

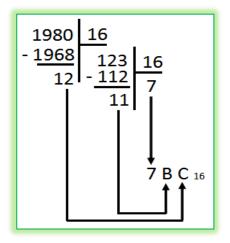


FIGURA 2.14. Proceso de conversión del número 1980 en decimal a su representación en hexadecimal

#### 2.4.4 Conversión de binario a octal

Para la conversión de un número en binario al sistema octal, se sigue un procedimiento muy sencillo de agrupamiento y de sustitución. El método consiste en tomar el número en binario de derecha a izquierda y hacer grupos de tres elementos. Si al final nos hacen falta elementos para completar el trío, se agregan ceros a la izquierda. Una vez agrupados los dígitos, cada trío se convierte a su equivalente en el sistema decimal. El número formado por cada grupo será el nuevo número en octal.

En la figura 2.15, se convierte el número 1 011 101 010<sub>2</sub> a octal:

Pasos	Números			
1. Agrupamiento en tríos (3)	001	011	101	010
2. Equivalente en el sistema decimal	1	3	5	2
3. Nuevo número en octal	13528			

FIGURA 2.15. Proceso de conversión del número 1 011 101 010<sub>2</sub> en binario a su representación en octal

#### 2.4.5 Conversión de binario a hexadecimal

Para la conversión de un número en binario al sistema hexadecimal, se continúa el mismo procedimiento que con el sistema octal, con la única diferencia de que los agrupamientos no son en tríos, sino en cuartetos. De igual forma, se toma el número en binario, de derecha a izquierda, y se hacen grupos de cuatro elementos; si al final hacen falta elementos para completar el cuarteto, se añaden ceros a la izquierda. Una vez agrupados los dígitos, cada uno se convierte3 a su equivalente en el sistema **decimal**, y el número formado por cada grupo será el nuevo número en hexadecimal.

Recordemos que, si el número formado por el cuarteto va del 10 al 15, se sustituirá por una letra al expresarlo en hexadecimal.

En esta oportunidad, el número 11 1111 0110 0010<sub>2</sub> se convertirá a hexadecimal:

Pasos	Números			
1. Agrupamiento en cuartetos (4)	0011	1111	0110	0010
2. Equivalente en el sistema decimal	3	15 (F)	6	2
3. Nuevo número en hexadecimal	3F62 <sub>16</sub>			

FIGURA 2.16. Proceso de conversión del número 11 1111 0110 0010<sub>2</sub> en binario a su representación en hexadecimal

#### 2.4.6 Conversión de octal a binario

Para convertir un número expresado en octal al sistema binario, también se usa la creación de grupos; en este caso, serán tríos. Primero, se toma el número en octal, de derecha a izquierda, y se expresa, en formato de tres elementos, su equivalente en el sistema binario. Por ejemplo, si el número en octal es el 25<sub>8</sub> el equivalente en binario sería los tríos del 5 (101) y del 2 (010); así, el número en binario será 010 101<sub>2</sub>.

Analicemos, en la figura 2.17, un ejemplo para el número 42158.

Pasos	Números			
1. Elementos del número en octal	4	2	1	5
2. Equivalente en el sistema binario en tríos	100	010	001	101
3. Nuevo número en binario	100 010 001 1012			012

FIGURA 2.17. Proceso de conversión del número 25<sub>8</sub> en octal a su representación en binario

#### 2.4.7 Conversión de hexadecimal a binario

Para convertir un número expresado en hexadecimal al sistema binario, se utiliza el mismo método que para la conversión a octal, pero con la diferencia de que los grupos creados son cuartetos. En primera instancia, se toma el número en hexadecimal, de derecha a izquierda, y se expresa en formato de cuatro elementos su equivalente en el sistema binario. Por ejemplo, si el número en hexadecimal es A67<sub>16</sub>, el equivalente en binario sería los cuartetos del 7 (0111); del 6 (0110); y del A, que es el equivalente a 10<sub>16</sub> (diez) y que, en binario, se representa como 1010. De esta forma, el número en binario será el 1010 0110 0111<sub>2</sub>.

Analicemos un ejemplo para el número D2C8<sub>16</sub> (figura 2.18):

Pasos			Números			
1.	Elementos del número en hexadecimal	D (13)	2	C (12)	8	
2.	Equivalente en el sistema binario en cuartetos	1101	0010	1100	1000	
3.	Nuevo número en binario	1101 0010 1100 10002			002	

FIGURA 2.18. Proceso de conversión del número D2C8<sub>16</sub> en hexadecimal a su representación en binario

## ?

#### 2.4.8 Ejercicios de autoevaluación

A continuación, se presentan una serie de ejercicios que le servirán para evaluar su aprendizaje de los temas vistos en este capítulo. Le recomendamos responderlos de acuerdo al conocimiento adquirido y, solo después, revisar el apartado "Respuesta a los ejercicios de autoevaluación" a fin de contrastar sus respuestas con las propuestas.

- 1. Convierta el número dado al sistema expresado entre paréntesis.
  - a) 9 (binario)
  - b) 12 (octal)
  - c) 1974 (hexadecimal)
  - d) 101 1001<sub>2</sub> (decimal)
  - e) 312<sub>8</sub> (decimal)
  - f) 3A<sub>16</sub> (decimal)
  - g) 101 010<sub>2</sub> (octal)
  - h) F10A<sub>16</sub> (binario)
  - i) 175<sub>8</sub> (binario)
  - j) 110 0100 1010<sub>2</sub> (hexadecimal)



#### 2.4.9 Respuesta a los ejercicios de autoevaluación

En este apartado, encontrará las respuestas de los ejercicios de autoevaluación. Recuerde que el propósito de estos ejercicios es que usted evalúe su aprendizaje; por lo tanto, se le recomienda no revisarla hasta no haber respondido los ejercicioes propuestos con el conocimiento adquirido en su estudio previo.

- 1. Convierta el número dado al sistema expresado entre paréntesis.
  - a)  $9 (binario) = 1001_2$
  - b)  $12 (octal) = 14_8$
  - c) 1974 (hexadecimal) =  $7B6_{16}$
  - d)  $101\ 1001_2\ (decimal) = 89$
  - e) 3128 (decimal) = 202
  - f)  $3A_{16}$  (decimal) = 58
  - g)  $101\ 010_2\ (octal) = 52_8$
  - h) *F10A<sub>16</sub> (binario)* = 1 111 000 100 001 010<sub>2</sub>
  - i) 175<sub>8</sub> (binario) = 001 111 101<sub>2</sub>
  - j)  $110\,0100\,1010_2$  (hexadecimal) =  $64A_{16}$

#### 2.5 OPERADORES

Los operadores son símbolos que representan acciones dentro de una expresión. Se clasifican de acuerdo con categorías y, dentro de estas últimas, existe una jerarquía que debe respetarse al momento de resolver una expresión, a saber:

- Operadores de asignación.
- Operadores aritméticos.
- Operadores relacionales o comparativos.
- Operadores lógicos.

#### 2.5.1 Operadores de asignación

La función de los operadores de asignación es brindar un valor. En programación, se emplea una estructura llamada variables para almacenar valores; esto se estudiará con detalle en el capítulo 3. El símbolo utilizado para los operadores de asignación son el igual (=) o la flecha hacia la izquierda (-).

Si se desea asignar un valor de 5 a una variable llamada Primer-Numero, se puede hacer de una de las formas que se muestran en la figuran 2.19, y se lee de la siguiente forma: a PrimerNumero asignar el valor de 5. Esto significa que la variable PrimerNumero

PrimerNumero = 5 PrimerNumero ← 5

FIGURA 2.19. Formas de representar un valor a una variable

tendrá un valor de 5 de esa instrucción en adelante y se mantendrá así hasta que se le asigne otro valor.

#### 2.5.2 Operadores aritméticos

Los operadores aritméticos permiten realizar alguna operación aritmética entre valores y esto da como resultado un nuevo valor. Los operadores aritméticos son los siguientes (cuadro 2.1):

Cuadro 2.1. Operadores aritméticos, su símbolo y forma de uso

Nombre	Símbolo	Sintaxis
Exponenciación	۸	3 ^ 2
Multiplicación	×	3 × 2
División	/	3 / 2
Módulo	%	3 % 2
	o también	0
	MOD	3 MOD 2
Suma	+	3 + 2
Resta	-	3 - 2

El operador MOD es poco conocido y funciona de forma similar a una división, pero con la diferencia de que el resultado que brinda no es el cociente, sino el **residuo**. Por ejemplo, al resolver la expresión 5 % 2, el resultado es 1, como se muestra en la figura 2.20.

Como podemos observar, al hacer la división (entera, sin decimales), el cociente es 2 y nuestro residuo es 1, es decir, 5 entre dos es igual a 2 y sobra 1; ese 1 es el resultado del MOD.

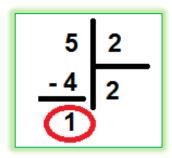


FIGURA 2.21. Operación matemática que explica el funcionamiento del operador MOD. El resultado que devuelve este operador es el residuo de la división; en este caso, 1

Otro ejemplo se halla en la figura 2.21, con la operación 13 MOD 5 = 3.

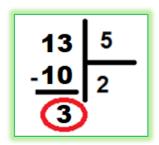


FIGURA 2.20. Operación matemática que explica el funcionamiento de aplicar el operador MOD a 13 y 5 . El resultado que devuelve este operador es el residuo de la división; en este caso, 3

Al analizar el ejemplo anterior, se ve que si se divide 13 entre 5, el cociente es 2, mientras que el residuo es 3.



#### 2.5.3 Ejercicios de autoevaluación

A continuación, se presentan una serie de ejercicios que le servirán para evaluar su aprendizaje de los temas vistos en este capítulo. Le recomendamos responderlos de acuerdo al conocimiento adquirido y, solo después, revisar el apartado "Respuesta a los ejercicios de autoevaluación" a fin de contrastar sus respuestas con las propuestas.

- 1. Resuelva las siguientes expresiones.
  - a) 42 MOD 5
  - b) 5<sup>2</sup>
  - c)  $101_2 + 10_2$
  - d) 5-8
  - e) -2 + 5
  - f)  $5 \times 3$
  - g) 150/3
  - h) 23 % 2
  - i) 9 -2
  - j) 2 + 1980



#### 2.5.4 Respuesta a los ejercicios de autoevaluación

En este apartado, encontrará las respuestas de los ejercicios de autoevaluación. Recuerde que el propósito de estos ejercicios es que usted evalúe su aprendizaje; por lo tanto, se le recomienda no revisarlo hasta no haber respondido los ejercicios propuestos con el conocimiento adquirido en su estudio previo.

- 1. Resuelva las siguientes expresiones.
  - a)  $42 \, MOD \, 5 = 2$
  - b)  $5^{\land}2 = 25$
  - c) 1012 + 102 = 111
  - d) 5 8 = -3
  - e) -2 + 5 = 3
  - f)  $5 \times 3 = 15$
  - g) 150/3 = 50
  - h) 23 % 2=1
  - i) 9 2 = 11
  - j) 2 + 1980 = 1982

#### 2.5.5 Precedencia de operadores aritméticos

La precedencia de los operadores aritméticos se muestra en el cuadro 2.2:

CUADRO 2.2. Precedencia de los operadores aritméticos

Operador	Símbolo
Exponenciación	٨
Negatividad	-
Multiplicación, división y módulo	× / %
Suma y resta	+ -



#### Nota

En algunos textos se utiliza \* en vez de × como signo de multiplicación. En este libro, se usa el ×.

Esto quiere decir que, en una expresión que tenga únicamente operadores aritméticos y no contenga paréntesis, se deben resolver, primero, los exponentes. Luego, se aplican los operadores de negatividad. Después, se resuelven las multiplicaciones y divisiones; y, por último, se realizan las sumas y restas. En la figura 2.22, se analiza un ejemplo:

Paso	Explicación
2×2^3+15/3- <sup>-</sup> 5	Primero, se resuelve la potenciación 2^3, esto es igual que multiplicar 2×2×2=8
2×8+15/3- <sup>-</sup> 5	Luego, se resuelve el signo menos (-). Por la ley de signos, se tiene que menos y menos es igual a más, por ende, - 5 pasa a +5.
2×8+15/3+5	En este paso, solo queda resolver las multi- plicaciones y divisiones. Esto se puede hacer a como se vaya encontrando de izquierda a derecha. En este caso, se resuelve primero la multiplicación.

16+15/3+5	Seguidamente, se resuelve la división que queda.
16+5+5	Finalmente, se resuelven las sumas que quedaron.
26	El resultado definitivo es 26.

FIGURA 2.22. Resolución paso a paso de una expresión con operadores aritméticos siguiendo su orden de precedencia

#### En la figura 2.23, se analiza otro ejemplo:

Paso	Explicación
7^0-10 % 4+-3×2+1	Primero, se resuelve la potenciación $7^{0}$ . Recordemos que todo número elevado a la cero (0) es igual a 1, por ende, $7^{0}=1$ .
1- <u>10 % 4</u> +-3×2+1	Luego, se resuelve el operador módulo (%). El resultado de 10%4 es 2. Recordemos que en el MOD lo que regresa es el <b>residuo</b> de una división entera.
1-2+ <u>-3×2</u> +1	Posteriormente, se procesa la multipli- cación, cuyo resultado es -6, debido a que se está multiplicando factores con signos diferentes.
<u>1-2</u> +-6+1	Después, se resuelven las sumas y las restas de izquierda a derecha. Esto se puede hacer en un solo paso, pero se desglosará, primero, la resta 1–2, la cual es igual a -1.
-1+ <sup>-</sup> 6+1	Luego, se ejecuta la suma, que en este caso es de dos números negativos, por lo que el resultado será negativo (-7)
<sup>-</sup> 7+1	Finalmente, se resuelve la última suma, la cual tiene un resultado negativo, ya

	que su elemento mayor es el número negativo.
-6	El resultado definitivo es -6.

FIGURA 2. 24. Resolución paso a paso de una expresión con operadores aritméticos siguiendo su orden de precedencia

Y un último ejemplo se aprecia en la figura 2.24:

Paso	Explicación
25/1 - 15/3 + -6×2 + 15×0 /-1×2	Primero, se resuelven las divisiones y multiplicaciones que se encuen- tran de izquierda a derecha.
25 - 5 + <sup>-</sup> 12 + 0 / -2	Aún queda una división, la cual se realiza antes de las sumas y las restas.
25 - 5 + ·12 + 0	Ahora, se resuelven las sumas y las restas de izquierda a derecha.
20 + -12	Finalmente, se resuelve la suma que queda.
8	El resultado definitivo es 8.

FIGURA 2.24. Resolución paso a paso de una expresión con operadores aritméticos



#### 2.5.6 Ejercicios de autoevaluación

A continuación, se presentan una serie de ejercicios que le servirán para evaluar su aprendizaje de los temas vistos en este capítulo. Le recomendamos responderlos de acuerdo al conocimiento adquirido y, solo después, revisar el apartado "Respuesta a los ejercicios de autoevaluación" a fin de contrastar sus respuestas con las propuestas.

- 1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos.
  - a)  $8+5\times1/5+1$
  - b)  $50/5-30+2^2$
  - c)  $3\times4/2-1\times3\times4+18/2-3\times8+5\times2^3$
  - d)  $5-15\times3+15-1\times23\times6+2-1$
  - e)  $2\times3\times5-10/2+30^2-155^0$
  - f)  $1+1+3-5+6+4\times4/2-2\times2+24\times3^3$
  - g)  $45 20 5 \times 2^2 + 35 45 / 5 \times 3 + 17 2$
  - h)  $10/2+10-14+5\times2^3/8-5+2\times2+11\times0-11$
  - i)  $3\times30/5+5+14-6/1+25\times2+11\times7-15-5/10$
  - i)  $6-4\times4/2+2\times2^4/2^3-10$



#### 2.5.7 Respuesta a los ejercicios de autoevaluación

En este apartado, encontrará las respuestas de los ejercicios de autoevaluación. Recuerde que el propósito de estos ejercicios es que usted evalúe su aprendizaje; por lo tanto, se le recomienda no revisarlo hasta no haber respondido los ejercicios propuestos con el conocimiento adquirido en su estudio previo.

1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos.

$$8+5\times1/5+1$$

$$8 + \frac{5}{5} + 1$$

$$50/5-30+2^2$$

$$10-30+4$$

-20+4

**R/**-16

c) 
$$3\times4/2-1\times3\times4+18/2-3\times8+5\times2^3$$
  
 $3\times4/2-1\times3\times4+18/2-3\times8+5\times2^3$   
 $3\times4/2-1\times3\times4+18/2-3\times8+5\times8$ 

**R/** 19

$$5-15\times3+15-1\times23\times6+2-1$$

$$5-15\times3+15+1\times23\times6+2-1$$

$$-25+138+2-1$$

**R/** 114

$$2 \times 3 \times 5 - 10/2 + 30^2 - 155^0$$

**R/** 924

$$3 \times 30/5 + 5 + 14 - 6/1 + -25 \times 2 + 11 \times 7 - 15 - 5/10$$

$$18+5+14-6+50+77-15-0.5$$

$$6-4\times4/2+2\times2^4/2^3-10$$

$$6-4\times4/2+2\times16/8-10$$

#### 2.5.8 Operadores relacionales o comparativos

Estos operadores evalúan valores (ya sea numéricos o alfabéticos) y expresiones, y dan como resultado un valor lógico; es decir, Verdadero (True o T) o Falso (False o F).

Cuando los operadores comparativos trabajan con números, simplemente se debe considerar el valor de dichos números en el sistema decimal; mientras que al evaluar valores alfabéticos (caracteres que pueden ser letras u otros símbolos), se debe conocer primero el valor numérico del carácter en el código ASCII, para luego, hacer la comparación respectiva utilizando dicho valor numérico.

El código ASCII (American Standard Code for Information Interchange) es un estándar para la representación numérica de caracteres. En total, se pueden expresar 127 (0-126) elementos, entre los cuales, se tienen: letras (mayúsculas y minúsculas); símbolos no imprimibles y caracteres especiales como espacio en blanco, la arroba ( @ ), la coma (,); entre otros.

Para obtener un elemento del código ASCII, se deben oprimir las teclas Alt y alguna combinación numérica válida; verbigracia: Alt y el número 65 generan la letra A.

A continuación, se presenta el cuadro 2.3 con los elementos imprimibles del código ASCII y su equivalencia numérica:

Cuadro 2.3. Elementos del código ASCII y su combinación numérica

Número	Símbolo								
33	!	55	7	77	М	99	С	121	У
34	**	56	8	78	N	100	d	122	Z
35	#	57	9	79	0	101	е	123	{
36	\$	58	:	80	Р	102	f	124	I
37	િ	59	;	81	Q	103	g	125	}
38	&	60	<	82	R	104	h	126	~
39	`	61	=	83	S	105	i		
40	(	62	>	84	Т	106	j		
41	)	63	?	85	Ū	107	k		
42	*	64	@	86	V	108	1		
43	+	65	А	87	M	109	m		
44	,	66	В	88	X	110	n		
45	_	67	С	89	Y	111	0		
46	•	68	D	90	Z	112	р		
47	/	69	E	91	[	113	q		
48	0	70	F	92	\	114	r		
49	1	71	G	93	]	115	s		
50	2	72	Н	94	^	116	t		
51	3	73	I	95	_	117	u		
52	4	74	J	96	`	118	V		
53	5	75	K	97	a	119	W		
54	6	76	L	98	b	120	Х		

Fuente: recopilación de Aguilera y Bejarano, 2021

Los operadores relacionales se representan así (cuadro 2.4):

Cuadro 2.4. Operadores relacionales o comparativos

Interpretación	Símbolo
Igual que	= o también ==
Mayor que	>
Mayor o igual que	>=
Menor que	<
Menor o igual que	<=
Diferente a	!= o también <>

Fuente: recopilación de Aguilera y Bejarano, 2021

En algunos lenguajes de programación, se emplea el doble igual (==) como operador comparativo y un solo igual (=) como operador de asignación. También, utilizan el operador (!=) como diferente. Para nuestros ejemplos y ejercicios de expresiones aritméticas, se aplicará el uso de cualquiera de los símbolos de la tabla anterior, mientras que para los algoritmos, se usará el igual (=) para asignación y comparación; y el Diferente a (también conocido como No igual) (!=) para expresar diferencia.

En la figura 2.25, se analiza un ejemplo de cómo funciona un operador relacional Diferente a:

Paso	Explicación
5!=5	Se evalúa si el 5 es diferente (no igual) a 5.
F (False, Falso)	El resultado es F (False), ya que no es cierto que 5 sea diferente a 5; son iguales, por ende, la expresión es falsa.

FIGURA 2.25. Resolución paso a paso del uso del operador relacional Diferente a

Véase otro ejemplo en la figura 2.26. Esta vez del operador Mayor o igual que.

Paso	Explicación
37>=25	Se evalúa si el 37 es mayor o igual a 25.
T (True, Verdadero)	El resultado es T (True), ya que el 37 es mayor a 25. Aunque no sea igual a 25, con solo cumplir alguna de las dos opciones (mayor o igual), el resultado será verdadero.

FIGURA 2.26. Resolución paso a paso del uso del operador relacional Mayor o igual que

#### Estudiemos un último ejemplo (figura 2.27):

Paso	Explicación
22 < 22	Se evalúa si 22 es menor a 22.
F(False, Falso)	El resultado es F (False), ya que 22 no es estrictamente menor a 22; son iguales, por ende, la expresión da como resultado un Falso.

Figura 2.27. Resolución paso a paso del uso del operador relacional Menor que

En los ejemplos anteriores, se evaluaron valores numéricos, pero también se pueden resolver expresiones con valores alfabéticos. Analicemos un par de ejemplos en las figuras 2.28 y 2.29.

Paso	Explicación
"A"<"B"	Lo primero que debemos hacer es asignar el valor del código ASCII para las letras $\mathbb{A}$ y $\mathbb{B}$ , los cuales son los siguientes: 65 para $\mathbb{A}$ y 66 para $\mathbb{B}$ .  Por ende, la expresión verdadera sería 65 < 66.
T (True, Verdadero)	El resultado es T (True), ya que 65 es menor a 66, o dicho de otra forma utilizando las letras: $\mathbb A$ es menor a $\mathbb B$ .

FIGURA 2.29. Resolución paso a paso del uso del operador relacional Menor que con valores alfabéticos

Paso	Explicación
"R"="r"	De nuevo, se asigna primero el valor del código ASCII para las letras R y r. Estos son los siguientes: 82 para R y 114 para r.  Por ende, la expresión verdadera sería 82=114.
F (False, Falso)	El resultado es F (False), ya que 82 no es igual a 114 o, también se puede decir, R no es igual a r.

FIGURA 2.28. Resolución paso a paso del uso del operador relacional Igual con valores alfabéticos para la resolución de la expresión



#### **Nota**

En los ejemplos y ejercicios con letras, se emplean las comillas dobles, pero esas comillas no se toman en cuenta

Si se tiene una expresión con operadores aritméticos y relacionales, primero, se resuelve la parte aritmética; y luego, la relacional. Revisemos un par de ejemplos en las figuras 2.30 y 2.31

Paso	Explicación
2- <u>1×3</u> <5	Primero, se resuelve las expresiones con los operadores aritméticos. Para esto, se debe considerar el orden de precedencia de dichos operadores.  Entonces, lo primero que se resuelve es la multiplicación.
<u>2–3</u> <5	Luego de la multiplicación, se efectúa la resta que queda.
<u>-1&lt;5</u>	Al final, se obtiene una expresión con valores nu- méricos. Solo queda resolver el operador com- parativo.
T (True, Verdadero)	El resultado es T (True), ya que -1 es menor a 5.

**FIGURA 2.30**. Ejemplo 1 de resolución paso a paso del uso de operadores aritméticos y relacionales en expresiones

Paso	Explicación
<u>2^3</u> -8×1>5+ <u>6/12</u> +-6	Al igual que en el ejemplo anterior, primero, se resuelven las expresiones con los operadores aritméticos; pero en este caso, hay expresiones a ambos lados del operador relacional. Se puede elegir entre resolver alguna de las dos expresiones por completo o hacer pequeñas resoluciones en ambas expresiones al mismo tiempo.
	Para el ejemplo, se siguen pequeños pasos en ambas expresiones al mismo tiempo.
	Por la ley de precedencia, se resuelve, primero, la potencia (en la expresión de la izquierda) y la división (en la expresión de a derecha).

	Posteriormente, se hace la multiplicación (expresión de la izquierda) y las sumas (expresión de la derecha).
<u>8-8</u> >-0.5	Luego, se resuelve la resta de la expresión del lado izquierdo. En el lado derecho, ya hay un solo valor numérico.
<u>0&gt;-0.5</u>	Por último, se resuelve la expresión con el operador comparativo.
T (True, Verdadero)	El resultado es T (True), ya que 0 es mayor a -0.5.

**FIGURA 2.30.** Ejemplo 2 de esolución paso a paso del uso de operadores aritméticos y relacionales en expresiones

## ?

#### 2.5.9 Ejercicios de autoevaluación

A continuación, se presentan una serie de ejercicios que le servirán para evaluar su aprendizaje de los temas vistos en este capítulo. Le recomendamos responderlos de acuerdo al conocimiento adquirido y, solo después, revisar el apartado "Respuesta a los ejercicios de autoevaluación" a fin de contrastar sus respuestas con las propuestas.

- 1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos.
  - a)  $8 > 5 \times 1$
  - b) 50/5 < 30
  - c)  $3 \times 4/2^{\circ} 0 = 6$
  - d) "A" >= "1"
  - e) 18/2×-1<-9+-1
  - f) 155<sup>1</sup>!=155
  - g) "X"!="x"
  - h)  $23 \times 2 + 2 1 <= 7 \times 7$
  - i) "3"<="@"
  - j)  $4 \times 4/2 = 2^3$



#### 2.5.10 Respuesta a los ejercicios de autoevaluación

En este apartado, encontrará las respuestas de los ejercicios de autoevaluación. Recuerde que el propósito de estos ejercicios es que usted evalúe su aprendizaje; por lo tanto, se le recomienda no revisarla hasta no haber respondido los ejercicios propuestos con el conocimiento adquirido en su estudio previo.

- 1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos.
- a) 8>5×1

 $8 > 5 \times 1$ 

8 > 5

**R/** T

b) 50/5 < 30

50/5 < 30

10 < 30

R/ T

c)  $3 \times 4/2^{\wedge} 0 = 6$ 

 $3 \times 4/2^{\circ}0 = 6$ 

 $3 \times 4/1 = 6$ 

12/1 = 6

12 = 6

**R/** F

$$65 >= 49$$

$$88! = 120$$

R/ 
$$\mathbb{T}$$

j) 
$$4 \times 4/2 = 2^{\Lambda}3$$

$$\underline{4\times4}/2 = \underline{2^3}$$

$$16/2 = 8$$

$$8 = 8$$

## 2.5.11 Precedencia de operadores relacionales o comparativos

Los operadores relacionales son todos de la misma jerarquía, por ende, se resuelven de **izquierda a derecha**.



## Operadores relacionales o comparativos

FIGURA 2.31. La precedencia de los operadores relacionales se establece de izquierda a derecha

## 2.5.12 Operadores lógicos

Los operadores lógicos evalúan dos valores lógicos (que pueden ser Verdadero o Falso) y retornan un valor del mismo tipo, Verdadero (True, T) o Falso (False, F). El cuadro 2.5 presenta un resumen de los operadores lógicos:

Cuadro 2.5. Operadores lógicos, su representación y significado

Nombre		Símbolos		Definición
NO	NOT	!	コ	Negación
Y	AND	&&	Λ	Conjunción
0	OR	П	V	Disyunción

Fuente: Recopilado por Aguilar y Bejarano, 2021

## 2.5.13 Negación (NOT o!)

El operador NOT recibe un valor y retorna el valor inverso. Es decir, si recibe un true, retorna un false; y si recibe un false, retorna un true.

El operador NOT se representa por medio de los siguientes símbolos, letras o palabras:

Cuadro 2.6. Representación del operador lógico Negación

Operador	Símbolo	Definición
NO, NOT	! ¬	Negación



#### Nota

Se recomienda utilizar el mismo símbolo durante todo el desarrollo de una expresión

Analicemos un ejemplo del funcionamiento del operador NOT. Supongamos que se tiene la variable A con un valor de True (A=T) y se le aplica un NOT (A); esto se resolvería de la siguiente forma:

Paso	Explicación		
<u>!A</u>	Primero, se sustituye la letra A por el valor dado en la descripción del ejemplo.		
<u>!T</u>	Luego de la sustitución, se aplica la negación al valor lógico true.		
F (False, Falso)	La negación o inverso de true es el false, por ende, el resultado de la expresión es F.		

FIGURA 2.32. Ejemplo de aplicación del operador NOT a una variable A

Veamos otros ejemplos. En este caso, se usará la misma variable (A) con el mismo valor inicial (T, True), pero se negará dos veces:

<u>!!A</u>	Primero, se sustituye la letra A por el valor dado en la descripción del ejemplo.
<u>!!T</u>	Luego de la sustitución, se aplica la negación más próxima al valor lógico True.
!F	El resultado es un False (F). El siguiente paso es aplicar la otra negación a dicho False.
T (True, Verdadero)	El resultado final es un True (T).

FIGURA 2.33. Ejemplo de aplicación del operador NOT dos veces a una variable A



## 2.5.14 Ejercicios de autoevalución

A continuación, se presentan una serie de ejercicios que le servirán para evaluar su aprendizaje de los temas vistos en este capítulo. Le recomendamos responderlos de acuerdo al conocimiento adquirido y, solo después, revisar el apartado "Respuesta a los ejercicios de autoevaluación" a fin de contrastar sus respuestas con las propuestas.

- 1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos. Tome en cuenta los siguientes valores iniciales: A = T (True), B = F (False), C = T (True).
  - a) !!A
  - b) !B
  - c) !!!C

## 2.5.15 Respuesta a los ejercicios de autoevaluación

En este apartado, encontrará las respuestas de los ejercicios de autoevaluación. Recuerde que el propósito de estos ejercicios es que usted evalúe su aprendizaje; por lo tanto, se le recomienda no revisarlo hasta no haber respondido los ejercicios propuestos con el conocimiento adquirido en su estudio previo.



- 1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas a continuación, elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos. Tome en cuenta los siguientes valores iniciales: A=T (True), B=F (False), C=T (True).
  - a) !!A

!!T

!F

R/T

b) !B

!F

R/ T

c) *!!!C* 

!!!T

!!F

!T

R/F

## 2.5.16 Conjunción (AND o &&)

La conjunción recibe dos o más valores lógicos y retorna un solo valor lógico. Para comprender su funcionamiento, se analizará un diagrama de circuito eléctrico en serie:

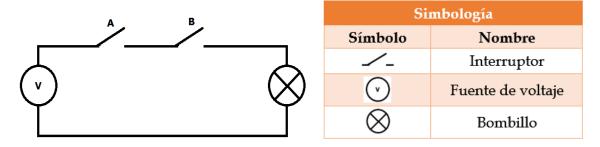


FIGURA 2.34. Diagrama de circuito eléctrico que representa la conjunción

Los interruptores (A y B) tendrán dos estados, los cuales se analizan como valores lógicos de este modo: activado (True, T) y desactivado (False, F). Asimismo, el bombillo tendrá la misma relación de estados, es decir, activado o prendido (True, T) y desactivado o apagado (False, F).

Ahora bien, se aclara que si un interruptor está activado, significa que permitiría el paso de electricidad proveniente de la fuente de voltaje; y si el bombillo se activa, es porque recibe la electricidad proveniente de la fuente de voltaje habilitada por la activación de los interruptores.

El cuadro 2.7 explica el funcionamiento del operador AND, mediante el análisis de la tabla de verdad y el circuito eléctrico en serie de la figura 2.35.

**Cuadro 2.7.** Tabla de verdad del operador AND aplicada al circuito del bombillo del diagrama de la figura 2.35

Entradas		Salida	
Interruptor A	Interruptor B	Estado del bombillo	Descripción
F	F	F	Si ambos interruptores tienen un valor de F, entonces el bombillo estaría en F, ya que la electricidad no pasaría por ninguno de los dos interruptores.
F	Т	F	Si se activa el interruptor B, pero se mantiene desactivado el A, la electricidad no pasaría; por ende, el bombillo no se activará.
Т	F	F	Si se hace lo opuesto al estado de entradas anterior, el bombillo seguiría sin activarse, ya que la electricidad pasa por el interruptor A, pero no por el B.
Т	Т	Т	Si se activan ambos interruptores, el bombillo se activaría. Únicamente si todos los interruptores tienen un valor de $\mathbb{T}$ , el bombillo tendrá un valor de $\mathbb{T}$ .



#### Nota

Podemos observar que con solo un operador (interruptor) AND esté desactivado (F) el bombillo tendrá un estado de apagado (F).

El operador AND se representa por medio de los siguientes símbolos, letras o palabras:

Cuadro 2.8. Representación del operador AND

Operador	Símbolos	Definición	
Y, AND	&&,Λ	Conjunción	



#### Nota

Se recomienda utilizar el mismo símbolo durante todo el desarrollo de una expresión.

Analicemos algunos ejemplos del funcionamiento del operador AND en las figuras de la 2.36 a la 2.38. Para ello, se toma en cuenta los siguientes valores: A = T, B = F, C = T.

Paso	Explicación
<u>ΑΛΒ</u>	Primero, sustituya las letras A y B por el valor dado en la descripción del ejemplo.
<u>TΛF</u>	Luego de la sustitución, aplique el operador AND a los valores lógicos. Si se resuelve usando el circuito eléctrico, se tiene que un interruptor está activado y el otro no; por lo tanto, el valor del bombillo será apagado, es decir F.
F	Este sería el resultado definitivo F.

FIGURA 2.35. Ejemplo paso a paso del funcionamiento del operador AND

## Veamos otro ejemplo.

Paso	Explicación
<u>C Λ B Λ A</u>	Primero, sustituya las letras por el valor dado en la descripción del ejemplo.
ΤΛΓΛΤ	Luego de la sustitución, resuelva la primera pareja de elementos. Se concluye que el resultado de esa expresión es F, ya que uno de los interruptores tiene un valor False (F), por lo que el bombillo estaría apagado (F).
<u> </u>	Ya con el resultado de la operación anterior (F), se resuelve este resultado con el otro valor lógico.
F	Si se analiza la expresión con el ejemplo del circuito eléctrico, se tiene que un interruptor está activado, mientras que el otro no; por ende, el bombillo y la expresión tendrán un valor de F.

FIGURA 2.36. Ejemplo paso a paso del funcionamiento del operador AND

Estudiemos un último ejemplo en la figura 2.38.

Paso	Explicación
<u>С Л А</u>	Primero, sustituya las letras por el valor dado en la descripción del ejemplo.
ΤΛΤ	Luego de la sustitución, aplique el operador AND.
Т	De acuerdo con el análisis del circuito eléctrico, ambos interruptores están activados; por lo tanto el valor del bombillo, y por ende, el de la expresión es T (true).

FIGURA 2.37. Ejemplo paso a paso del funcionamiento del operador AND



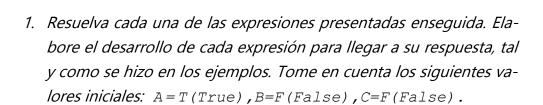
## 2.5.17 Ejercicios de autoevaluación

A continuación, se presentan una serie de ejercicios que le servirán para evaluar su aprendizaje de los temas vistos en este capítulo. Le recomendamos responderlos de acuerdo al conocimiento adquirido y, solo después, revisar apartado "Respuesta a los ejercicios de autoevaluación" a fin de contrastar sus respuestas con las propuestas.

- 1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos. Tome en cuenta los siguientes valores iniciales: A=T(True), B=F(False), C=F(False).
  - α) ΑΛΒΛΒΛΑΛΟ
  - b) B Λ B
  - c)  $C \Lambda C \Lambda A$
  - d)  $C \Lambda A \Lambda B \Lambda A$
  - e) ΑΛΑΛC

## 2.5.18 Respuesta a los ejercicios de autoevaluación

En este apartado, encontrará las respuestas de los ejercicios de autoevaluación. Recuerde que el propósito de estos ejercicios es que usted evalúe su aprendizaje; por lo tanto, se le recomienda no revisarlo hasta no haber respondido los ejercicioes propuestos con el conocimiento adquirido en su estudio previo.



#### a) <u>ΑΛΒΛΒΛΑΛ</u>Ο

<u>TΛF</u>ΛFΛTΛF

 $F \Lambda F \Lambda T \Lambda F$ 

FΛTΛF

 $F \Lambda F$ 

**R/** F

#### b) B∧B

FΛF

R/F



 $\underline{\text{F}\Lambda\,\text{F}}\Lambda\,\text{T}$ 

 $\underline{\text{F} \Lambda \text{T}}$ 

 $\text{R/}\,\mathbb{F}$ 

## d) $C\Lambda A\Lambda B\Lambda A$

 $\underline{\text{F}\Lambda\text{T}\Lambda\text{F}\Lambda\text{T}}$ 

 $\underline{\text{F}\Lambda\,\text{T}}\Lambda\,\text{F}\Lambda\,\text{T}$ 

 $\underline{\text{F}\Lambda\text{F}}\Lambda\text{T}$ 

 $\underline{\text{F} \Lambda \text{T}}$ 

R/F

e)  $\underline{A \Lambda A}$ 

 $\underline{\mathbb{T}\,\Lambda\,\mathbb{T}}$ 

R/T

## 2.5.19 Disyunción (OR o ||)

La disyunción recibe dos o más valores lógicos y retorna un solo valor lógico. Para comprender su funcionamiento, se analizará un diagrama de circuito eléctrico en paralelo:

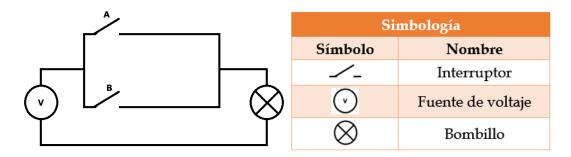


FIGURA 2.38. Diagrama de circuito eléctrico que representa la disyunción

Los interruptores (A y B) tendrán dos estados. Estos estados se tomarán como valores lógicos de la siguiente forma: activado (True, T) y desactivado (False, F). Asimismo, el bombillo tendrá la misma relación de estados, es decir, activado o prendido (True, T) y desactivado o apagado (False, F).

Si un interruptor está activado, significa que permitiría el paso de electricidad proveniente de la fuente de voltaje; y, si el bombillo se activa, es porque recibe la electricidad proveniente de la fuente de voltaje y habilitada por la activación de los interruptores.

A continuación, se explicará el funcionamiento del operador OR, mediante el análisis de la tabla de verdad y el circuito eléctrico en paralelo que se muestra en el cuadro 2.9:

**Cuadro 2.9.** Tabla de verdad del operador OR aplicada al circuito del bombillo del diagrama de la figura 2.38

Entradas		Salida	
Interruptor A	Interruptor B	Estado del bombillo	Descripción
F	F	F	Si ambos interruptores tienen un valor de F, entonces el bombillo estaría en F, ya que la electricidad no pasaría por ninguno de los dos interruptores.
F	Т	Т	Si se activa el interruptor B, pero se mantiene desactivado el A, la electricidad pasaría por el interruptor B, por ende, el bombillo se activará.
Т	F	Т	Si se hace lo opuesto al estado de entradas anterior, el bombillo se activaría, ya que la electricidad pasa el interruptor A, aunque no pase por el B.
Т	Т	Т	Si se activan ambos interruptores, el bombillo se activaría.



#### Nota

Podemos observar que con solo un operador (interruptor) OR esté activado (T) el bombillo se encenderá (T).

El operador OR se representa por medio de los siguientes símbolos, letras o palabras (cuadro 2.10):

Cuadro 2.10. Representación del operador OR

Operador	Símbolo	Definición
O, OR	, V	Disyunción



#### Nota

Se recomienda utilizar el mismo símbolo durante todo el desarrollo de una expresión.

Analicemos algunos ejemplos del funcionamiento del operador OR, tomando como base los siguientes valores: A=T, B=F, C=T. La figura 2.40 muestra la forma de aplicar el operador OR a estas variables:

Paso	Explicación
<u>A <b>V</b> B</u>	Primero, sustituya las letras $\mathbb{A}$ y $\mathbb{B}$ por el valor dado en la descripción del ejemplo.
TVF	Luego de la sustitución, aplique el operador OR a los valores lógicos.
Т	Según el análisis del operador OR y siguiendo el ejemplo del circuito eléctrico, se afirma que un interruptor está activado y otro desactivado; por lo tanto, el bombillo se activaría, es decir, tiene un valor de True (T). Este sería el resultado de la expresión.

FIGURA 2.39. Ejemplo paso a paso del funcionamiento del operador OR

## Estudiemos otro ejemplo.

Paso	Explicación
<u>CVBVA</u>	Primero, sustituya las letras por el valor dado en la descripción del ejemplo.
<u>T <b>V</b> F</u> <b>V</b> T	Luego de la sustitución, resuelva la primera pareja de elementos. Si se resuelve esta expresión con base en el circuito eléctrico, se tendrá un resultado de $\mathbb{T}$ , ya que uno de los interruptores está activado, por ende, el bombillo también ( $\mathbb{T}$ ).
<u>T <b>V</b> T</u>	El resultado de la operación anterior es T. Luego se resuelve este resultado con el otro valor lógico.
Т	Si se analiza la expresión del paso anterior con el ejemplo del circuito eléctrico, se nota que ambos interruptores tienen un valor de $\mathbb{T}$ , por ende, el bombillo también tendrá ese valor ( $\mathbb{T}$ ).

FIGURA 2.40. Ejemplo paso a paso del funcionamiento del operador OR con tres variables

## Véase un último ejemplo:

Paso	Explicación
<u>C V A</u>	Primero, sustituya las letras por el valor dado en la descripción del ejemplo.
<u>т V т</u>	Luego de la sustitución, resuelva la pareja de elementos. Si se resuelve esta expresión con base en el circuito eléctrico, se tendrá un resultado de $\mathbb{T}$ , ya que ambos interruptores están activados, por ende, el bombillo también ( $\mathbb{T}$ ).
Т	Este sería el resultado final de la expresión.

FIGURA 2.41. Ejemplo paso a paso del funcionamiento del operador OR

# ?

## 2.5.20 Ejercicios

A continuación, se presentan una serie de ejercicios que le servirán para evaluar su aprendizaje de los temas vistos en este capítulo. Le recomendamos responderlos de acuerdo al conocimiento adquirido y, solo después, revisar el apartado "Respuesta a los ejercicios de autoevaluación", a fin de contrastar sus respuestas con las propuestas.

- 1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos. Tome en cuenta los siguientes valores iniciales: A = T (True), B = F (False), C = F (False).
  - a) AVBVBVC
  - b) BVB
  - c) AVAVB
  - d) CVAVBVA
  - e) AVA

## 2.5.21 Respuesta a los ejercicios de autoevaluación

En este apartado, encontrará las respuestas de los ejercicios de autoevaluación. Recuerde que el propósito de estos ejercicios es que usted evalúe su aprendizaje; por lo tanto, se le recomienda no revisarla hasta no haber respondido los ejercicios propuestos con el conocimiento adquirido en su estudio previo.

1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos. Tome en cuenta los siguientes valores iniciales: A = T (True), B = F (False), C = F (False).

a) A VB VB VC

 $\underline{\mathtt{T}\ V\ \mathtt{F}}\ V\ \mathtt{F}\ V\ \mathtt{T}$ 

TVFVT

TVT

**R/** T

b) B VB

вVв

FVF

R/F

 $\underline{\mathtt{A}\;V\;\mathtt{A}\;V\;\mathtt{B}}$ 

 $\underline{\,\mathrm{T}\,V\,\mathrm{T}\,}\,V\,\mathrm{F}$ 

 $\underline{\text{T}\ V\ \text{F}}$ 

R/ T

### d) C VA VB VA

CVAVBVA

 $\underline{\text{T}\ V\ \text{T}}\ V\ \text{F}\ V\ \text{T}$ 

 $\underline{\text{T}\ V\ \text{F}}\ V\ \text{T}$ 

 $\underline{\, \mathbb{T} \, \, V \, \, \mathbb{T} \,}$ 

 $\text{R/}\ \mathbb{T}$ 

e) A VA

 $\underline{\mathtt{A}\ V\ \mathtt{A}}$ 

 $\underline{ {\tt T} \ V \ {\tt T} }$ 

 $\text{R/}\ \mathbb{T}$ 

## 2.5.22 Precedencia de los operadores lógicos

La precedencia de los operadores lógicos dicta que, primero, se resuelven las negaciones (NO/NOT); luego las conjunciones (Y/AND); y, por último, las disyunciones (O/OR).

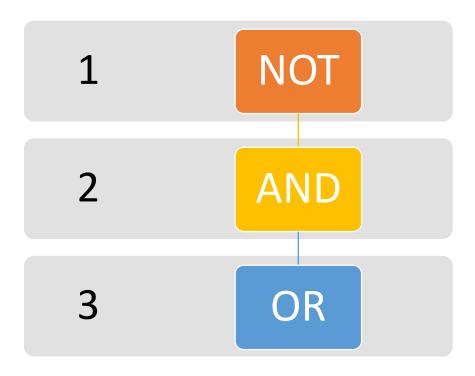


FIGURA 2.42. Precedencia de los operadores lógicos

Veamos un par de ejemplos, considerando los valores  $\mathbb{A}=\mathbb{T}$ ,  $\mathbb{B}=\mathbb{T}$ ,  $\mathbb{C}=\mathbb{F}$ , en las figuras 2.44 y 2.45:

Paso	Explicación
! A <b>V</b> B Λ !C	Primero, sustituya las letras por el valor dado en la descripción del ejemplo.
! T <b>V</b> T Λ ! F	Luego de la sustitución, aplique el operador NOT a los valores lógicos.

FVTΛT	Como se puede ver, los elementos a los que se les aplicó el NOT ya cambiaron su valor. Ahora se resuelve el operador AND.
FVТ	Por último, ejecutamos el operador OR.
Т	El resultado definitivo de la expresión es T (True)

FIGURA 2.43. Ejemplo paso a paso de la aplicación de la precedencia de los operadores lógicos

Analicemos un ejemplo más con los mismos valores lógicos para las letras A, B y C del ejemplo anterior.

Paso	Explicación
<u>!C V !!B Λ A Λ !B Λ C</u>	Primero, sustituya las letras por el valor dado en la descripción del ejemplo.
<u>!</u> Ε V ! <u>!</u> Τ Λ Τ Λ <u>!</u> Τ Λ F	Luego de la sustitución, aplique los operadores NOT a los valores lógicos. Nótese que hay un operador NOT doble (!!T). Por lo tanto, primero, se toma uno; y, en el siguiente paso, se resuelve el otro.
Τ V <u>! F</u> Λ Τ Λ F Λ F	Ahora se procede con el último operador NOT que tiene la expresión.
Τ V <u>Τ Λ Τ</u> Λ F Λ F	Ya no hay más operadores NOT, por ende, se sigue con los AND. Tome la primera pareja que contenga dicho operador.
Τ <b>V</b> <u>Τ Λ F</u> Λ F	El resultado de la expresión anterior es T. En este paso, se toma la siguiente pareja formada por el resultado de la anterior y por el siguiente valor lógico.
Τ V <u>F Λ F</u>	Después de haber procesado la expresión anterior, se abora el último AND que queda en la expresión.
<u>T <b>V</b> F</u>	Posterior a la resolución de los últimos elementos, resuelva el único OR.
Т	El resultado final de la expresión es T (True).

FIGURA 2.44. Ejemplo paso a paso de la aplicación de la precedencia de los operadores lógicos



## 2.5.23 Ejercicios de autoevaluación

A continuación, se presentan una serie de ejercicios que le servirán para evaluar su aprendizaje de los temas vistos en este capítulo. Le recomendamos responderlos de acuerdo al conocimiento adquirido y, solo después, revisar el apartado "Respuesta a los ejercicios de autoevaluación", a fin de contrastar sus respuestas con las propuestas.

- 1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos. Tome en cuenta los siguientes valores iniciales: A = F (False), B = F (False), C = T (True).
  - a) AVB $\Lambda$  !BVCV !!C
  - b) BVBAA
  - c)  $!AVA\Lambda CVB\Lambda !A\Lambda !B$
  - d)  $!CV!AV!!B\Lambda A$
  - e)  $A \Lambda B \Lambda C V!A$

## 2.5.24 Respuesta a los ejercicios de autoevaluación



En este apartado, encontrará las respuestas de los ejercicios de autoevaluación. Recuerde que el propósito de estos ejercicios es que usted evalúe su aprendizaje; por lo tanto, se le recomienda no revisarlo hasta no haber respondido los ejercicios propuestos con el conocimiento adquirido en su estudio previo.

- 1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos. Tome en cuenta los siguientes valores iniciales: A = F (False), B = F (False), C = T (True).
  - a)  $A VB \Lambda !B VC V !!C$

AVBA!BVCV!!C

 $\texttt{F}\,V\,\texttt{F}\,\Lambda\,\,!\texttt{F}\,V\,\texttt{T}\,V\,\,!!\texttt{T}$ 

 $FVF\Lambda TVTV !F$ 

 $\texttt{F} \, V \, \texttt{F} \, \Lambda \, \texttt{T} \, V \, \texttt{T} \, V \, \texttt{T}$ 

 $\texttt{F} \ V \ \texttt{F} \ V \ \texttt{T} \ V \ \texttt{T}$ 

 $\operatorname{\mathbb{F}} V\operatorname{\mathbb{T}} V\operatorname{\mathbb{T}}$ 

 $\mathbb{T}\;V\;\mathbb{T}$ 

R/T

b) *B VB Λ A* 

 ${\tt B}{\tt V}{\tt B}{\tt \Lambda}{\tt A}$ 

 $\mathtt{F}\,V\,\underline{\mathtt{F}\,\Lambda\,\mathtt{F}}$ 

 $\underline{\mathtt{F}\,V\,\mathtt{F}}$ 

**R/** F

c) !A VAΛC VBΛ!AΛ!B

<u>!</u>Α**V**ΑΛ**CV**ΒΛ !ΑΛ!Β

 $\mathord{!}\mathtt{F}\,V\,\mathtt{F}\,\Lambda\,\mathtt{T}\,V\,\mathtt{F}\,\Lambda\,\,\underline{\mathord{!}\mathtt{F}}\,\Lambda\,\,\underline{\mathord{!}\mathtt{F}}\,$ 

 $\mathop{\mathtt{T}} V \mathop{\underline{\mathtt{F}}} \Lambda \mathop{\mathtt{T}} V \mathop{\mathtt{F}} \Lambda \mathop{\mathtt{T}} \Lambda \mathop{\mathtt{T}}$ 

 ${\tt T}\,V\,{\tt F}\,V\,\underline{{\tt F}\,\Lambda\,{\tt T}}$ 

 $\underline{\,\mathrm{T}\,V\,\mathrm{F}\,}\,V\,\mathrm{F}$ 

 $\underline{\text{T} V \text{F}}$ 

R/T

d) !C V !A V !!Β Λ	A
--------------------	---

 $!CV!AV!!B\Lambda A$ 

 $\underline{\text{!T}}\,V\,\underline{\text{!F}}\,V\;\underline{\text{!F}}\,\Lambda\,\text{F}$ 

 $\texttt{F}\,V\,\texttt{T}\,V\,\underline{\texttt{!T}}\,\Lambda\,\texttt{F}$ 

 $\texttt{F}\,V\,\texttt{T}\,V\,\underline{\texttt{F}\,\Lambda\,\texttt{F}}$ 

 $\underline{\mathtt{F}\,V\,\mathtt{T}}\,V\,\mathtt{F}$ 

 $\underline{\text{T} V \text{F}}$ 

R/  $\mathbb{T}$ 

## e) ΑΛΒΛ C V!A

<u>ΑΛΒΛΟ**V**!</u>Α

 $\texttt{F} \, \Lambda \, \texttt{F} \, \Lambda \, \texttt{T} \, V \, \underline{\texttt{!F}}$ 

 $\underline{\text{F} \Lambda \text{F}} \Lambda \text{T} V \text{T}$ 

 $\underline{\text{F} \Lambda \text{T}} \, V \, \text{T}$ 

 $\underline{\mathtt{F}\,V\,\mathtt{T}}$ 

 $\text{R/}\,\mathbb{T}$ 

#### 2.6 OTRAS PRECEDENCIAS

Como ya se estudió, la precedencia es el orden en que se resolverá una expresión. Hay diferentes tipos de estas: la *explícita*, por *categoría* y la *posicional*, cada una debe evaluarse y aplicarse según lo que especifica.

Recordemos que, además de las tres precedencias anteriores, también están las de los diferentes tipos de operadores.

La precedencia explícita se debe resolver primero; es decir, se solucionan las expresiones entre paréntesis, corchetes y llaves, antes de las que se ubican fuera. Al resolver las expresiones entre paréntesis, se aplican también las otras precedencias que se encuentran dentro de estos.

Luego, se aplica la precedencia por categoría; paralelamente a esta, se debe considerar la precedencia por operador y la posicional.

## 2.6.1 Precedencia explícita

Este tipo de precedencia se brinda por medio de los paréntesis (), corchetes [] o llaves {}. Se resuelven las expresiones de adentro hacia afuera, como se muestra en la figura 2.46.



Figura 2.45. Orden de aplicación de la precedencia explícita

Se analizan algunos ejemplos utilizando diversos tipos de operadores. El primero será con los operadores aritméticos (figura 2.47).

Paso	Explicación
2( <u>2^3</u> +16)/35 2( <u>8+16</u> )/35	Primero, resuelva lo que está entre paréntesis. Al analizar esta expresión, se nota que se debe aplicar la precedencia de los operadores aritméticos. Es decir, primero, se resuelve la potencia; y, luego, la suma.
2(24)/35 2×24/3 <u>5</u>	Observe que entre el primer número de la expresión (el 2) y el paréntesis no hay ningún signo. En este caso, se asume que el signo es una multiplicación. Por ende, al retirar los paréntesis, se debe considerar ese signo, ya sin paréntesis en la expresión se pueden resolver los signos primero.
<u>2×24</u> /3+5	En este paso, solo queda resolver las multiplicaciones y divisiones. Esto se puede hacer a como las vayamos encontrando de izquierda a derecha. Para este caso, primero, se resolverá la multiplicación.

48/3+5	Seguidamente, se resuelve la división que queda.
16+5	Al final, se soluciona la suma que queda.
21	El resultado definitivo es 21.

FIGURA 2.46. Ejemplo de aplicación de la precedencia explícita con operadores aritméticos

Analicemos otro ejemplo con operadores aritméticos (figura 2.48):

Paso	Explicación
$5 + \{2 \left[ (\frac{7^0}{2} \times 2 + 3) - (10 \% 4 + 3) (2 + 1 - 3) \right] \}$	Primero, resuelva algunos términos de cada paréntesis. Esto se puede hacer de izquierda a derecha, ya que cada paréntesis tiene la misma jerarquía. En cada uno de los grupos, se aplican las precedencias de los operadores aritméticos.
$5 + \{2 \left[ \left( \frac{1 \times 2}{1} + 3 \right) - \left( \frac{2 + -3}{3} \right) \times 0 \right] \}$	En el primer paréntesis, se resolvió la potenciación. Ahora, se continúa con la multiplicación. En el segundo paréntesis, se resuelve la suma. En el tercero, se elimina el paréntesis y se coloca el operador de multiplicación.
$5 + \{2 \left[ (2+3) - (-1) \times 0 \right] \}$	Ahora, resuelva la suma del primer paréntesis y elimine los segundos paréntesis.
$5 + \{2 \left[ (5) - 1 \times 0 \right] \}$	En este paso, se eliminan los primeros paréntesis y se aplica la ley de signos.
5 + {2 [5 + <u>1 × 0</u> ]}	Ya se eliminaron todos los paréntesis. Entonces, queda resolver la expresión entre los corchetes.
5 + {2 [5 + 0]}	Después, se hace la suma entre corchetes y se agrega el operador entre el 2 y los corchetes.

5 + { <u>2</u> × <u>5</u> }	Luego, se realiza la multiplicación entre las llaves y estas se eliminan.
5 + 10	Por último, se hace la suma.
15	El resultado final es 15.

FIGURA 2.47. Ejemplo de aplicación de la precedencia explícita con operadores aritméticos

Estudiemos un par de ejemplos con operadores relacionales, empleando expresiones y números (figuras 2.49 y 2.50):

Paso	Explicación
(37-25)=(2+1-12/3)	Primero, resuelva las expresiones entre paréntesis. Nótese que en el segundo paréntesis se aplica la precedencia de los operadores aritméticos.
12=(2+1-4)	En el primer paréntesis, se resolvió la resta y, de una vez, se eliminó el paréntesis. Del segundo paréntesis, se hizo la división. Ahora, se ejecuta la suma y la resta.
12=-1	De inmediato, se resuelve el operador relacional que quedó.
F	El resultado final es F (False), ya que 12 no es igual a -1.

FIGURA 2.48. Ejemplo de aplicación de la precedencia explícita con operadores relacionales utilizando números y expresiones

Veamos el segundo ejemplo (figura 2.50):

Paso	Explicación
$[(-7-2+(2-1\times3))\times2] <= 5$ $[(-7-2+(2-3))\times2] <= 5$	Primero, resuelva la expresión entre los paréntesis internos a los primeros. En esta expresión, aplique la precedencia de los operadores aritméticos; por lo tanto, primero, se resuelve la multiplicación; y, luego, la suma.
$[(\frac{-7-2+-1}{2})\times 2 <=5$	Después, se resuelve la expresión que queda en los paréntesis externos.

[ <u>-10</u> ×2 ] <= 5	Ahora, se soluciona la expresión entre corchetes.
<sup>-</sup> 20 <= 5	En este paso, se procesa el operador relacional.
T	El resultado de la expresión es T (True), ya que el -20 es menor a 5. Aunque no es igual, es menor; y recordemos que, en esos operadores, con solo una de las condiciones que se cumpla, es suficiente para tener un resultado verdadero.

FIGURA 2.49. Ejemplo de aplicación de la precedencia explícita con operadores aritméticos

Ahora, se explica un ejemplo con operadores lógicos en la figura 2.51. Para ello, se consideran los siguientes valores para las letras A=T (True), B=F (False), C=F (False). Además, si en la expresión aparece una T o una F, asuma que significan True (Verdadero) y False (Falso) respectivamente.

Paso	Explicación
<u>!CV (!!BVF) &amp; !(A &amp; !TVC)</u>	Primero, sustituya las letras por el valor dado en la descripción del ejemplo.
!F V(! <u>!F</u> V F) Λ !( T Λ <u>!T</u> V F)	Luego de la sustitución, aplique los opera- dores NOT a los valores lógicos que están entre paréntesis.
!F V ( <u>!T</u> V F) Λ !( <u>T</u> Λ <u>F V F</u> )	Ahora, se procede con el último operador NOT que tiene la expresión en los primeros paréntesis; y, también, con la expresión de los segundos paréntesis, tomando en cuenta la precedencia de los operadores lógicos.
!F V ( <u>F V F</u> ) Λ!( <u>F V F</u> )	En este paso, se solucionan las expresiones entre los paréntesis y los eliminamos. El NOT que está afuera de los segundos pa- réntesis afectará al resultado final de dicha expresión.

! <b>F V F Λ</b> <u>!F</u>	A continuación, se resuelven los NOT que quedan.
т V <u>ғ</u> <b>л</b> <u>т</u>	Ya, sin ningún NOT en la expresión, se resuelve el AND.
<u>T V F</u>	Posterior a la resolución de los últimos elementos, se soluciona el único OR.
Т	El resultado final de la expresión es T (True).

FIGURA 2.50. Ejemplo de aplicación de la precedencia explícita con operadores lógicos



## 2.6.2 Ejercicios de autoevaluación

A continuación, se presentan una serie de ejercicios que le servirán para evaluar su aprendizaje de los temas vistos en este capítulo. Le recomendamos responderlos de acuerdo al conocimiento adquirido y, solo después, revisar el apartado "Respuesta a los ejercicios de autoevaluación", a fin de contrastar sus respuestas con las propuestas.

1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos. Tome en cuenta los siguientes valores iniciales: A=F (False), B=F (False), C=T (True). También, si en la expresión aparece una T o una F, asuma que significan True (Verdadero) y False (Falso) respectivamente.

a) 
$$3+4-2-(1\times3\times4+18/2)(-3\times8+5\times2)^2$$

b) 
$$18/2(5 \times -1 + (2 - -10/5)) < -9 + -1$$

c) 
$$!(AVBVT\Lambda!(BVC)V!C)$$

e) 
$$-(3\times30/5+(5+14-16/(1+3))+-25\times(2+11-14)7-15-5/10)+8$$

f) 
$$!AVA\Lambda[CV(B\Lambda!A\Lambda!(FVC\Lambda!C))VF]V!A\LambdaT$$

g) 
$$3\times(2+2/4)-1 <= 7\times7$$

h) 
$$1+3-(5+6+-4)4/2-2(2+24-10)\times3^3$$

i) 
$$4\times4/2 = 2^3-(2^3+-11)$$

## 2.6.3 Respuesta a los ejercicios de autoevaluación



En este apartado, encontrará las respuestas de los ejercicios de autoevaluación. Recuerde que el propósito de estos ejercicios es que usted evalúe su aprendizaje; por lo tanto, se le recomienda no revisarlo hasta no haber respondido los ejercicios propuestos con el conocimiento adquirido en su estudio previo.

- 1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos. Tome en cuenta los siguientes valores iniciales: A=F (False), B=F (False), C=T (True). También, si en la expresión aparece una T o una F, asuma que significan True (vVerdadero) y False (Falso) respectivamente.
- a)  $3+4-2-(1\times3\times4+18/2)(-3\times8+5\times2)^2$   $3+4-2-(1\times3\times4+18/2)(-3\times8+5\times2)^2$   $3+4-2-(12+18/2)(24+5\times2)^2$   $3+4-2-(12+9)(24+10)^2$   $3+4-2-21\times34^2$   $3+4-2-21\times1156$ 3+4-2-24276

R/24271

b) 
$$18/2(5 \times -1 + (2 - -10/5)) < -9 + -1$$
  
 $18/2(5 \times -1 + (2 - -10/5)) < -9 + -1$   
 $18/2(5 \times -1 + (2 + 10/5)) < -9 + -1$   
 $18/2(5 \times -1 + (2 + 2)) < -9 + -1$   
 $18/2(5 \times -1 + 4) < -9 + -1$   
 $18/2(-5 + 4) < -9 + -1$   
 $18/2 \times -1 < -9 + -1$   
 $9 \times -1 < -10$   
 $-9 < -10$   
 $R/F$ 

c) !(A VB VT \Lambda !(B VC) V!C)

 $!(AVBVT\Lambda!(BVC)V!C)$ 

 $!(FVFVT\Lambda!(FVT)V!T)$ 

 $!( \operatorname{\mathbb{F}} \operatorname{V} \operatorname{\mathbb{F}} \operatorname{V} \operatorname{\mathbb{T}} \operatorname{\Lambda} \operatorname{\underline{!}}(\operatorname{\mathbb{T}}) \operatorname{V} ! \operatorname{\mathbb{T}})$ 

 $!(\mathop{\mathtt{F}} V\mathop{\mathtt{F}} V\mathop{\mathtt{T}} \Lambda\mathop{\mathtt{F}} V\,{}^{\prime}\mathit{T})$ 

 $!(\mathop{\mathtt{F}} V\mathop{\mathtt{F}} V\mathop{\underline{\mathtt{T}}} \Lambda\mathop{\underline{\mathtt{F}}} V\mathop{\mathtt{F}})$ 

 $!(\underline{FVFVFVF})$ 

!F

R/T

d)  $!(!(B V!B \Lambda A) \Lambda F)$ 

 $!(!(BV!B\Lambda A)\Lambda F)$ 

e) 
$$-(3\times30/5+(5+14-16/(1+3))+-25\times(2+11-14)7-15-5/10)+8$$
  
 $-(3\times30/5+(5+14-16/(1+3))+-25\times(2+11-14)7-15-5/10)+8$   
 $-(3\times30/5+(5+14-16/4)+-25\times-1\times7-15-5/10)+8$   
 $-(3\times30/5+(5+14-4)+-25\times-1\times7-15-5/10)+8$   
 $-(3\times30/5+15+-25\times-1\times7-15-5/10)+8$   
 $-(90/5+15+-25\times-1\times7-15-5/10)+8$   
 $-(18+15+-25\times-1\times7-15-5/10)+8$   
 $-(18+15+175-15-5/10)+8$   
 $-(18+15+175-15-0.5)+8$   
 $-(18+3+175-15-0.5)+8$   
 $-(18+3+175-15-0.5)+8$ 

f)  $!AVA\Lambda[CV(B\Lambda!A\Lambda!(FVC\Lambda!C))VF]V!A\LambdaT$   $!FVF\Lambda[TV(F\Lambda!F\Lambda!(FVT\Lambda!T))VF]V!F\LambdaT$  $!FVF\Lambda[TV(F\Lambda!F\Lambda!(FVT\LambdaF))VF]V!F\LambdaT$ 

$$\begin{array}{l} !{\tt F}{\tt V}{\tt F}{\Lambda}\big[{\tt T}{\tt V}\big({\tt F}{\Lambda}!{\tt F}{\Lambda}!\big(\underline{{\tt F}{\tt V}{\tt F}}\big)\big){\tt V}{\tt F}\big]{\tt V}!{\tt F}{\Lambda}{\tt T} \\ \\ !{\tt F}{\tt V}{\tt F}{\Lambda}\big[{\tt T}{\tt V}\big({\tt F}{\Lambda}!{\tt F}{\Lambda}!{\tt F}\big){\tt V}{\tt F}\big]{\tt V}!{\tt F}{\Lambda}{\tt T} \\ \\ !{\tt F}{\tt V}{\tt F}{\Lambda}\big[{\tt T}{\tt V}\big({\tt F}{\Lambda}!{\tt F}{\Lambda}{\tt T}\big){\tt V}{\tt F}\big]{\tt V}!{\tt F}{\Lambda}{\tt T} \\ \\ !{\tt F}{\tt V}{\tt F}{\Lambda}\big[{\tt T}{\tt V}\underline{{\tt F}{\tt V}{\tt F}}\big]{\tt V}!{\tt F}{\Lambda}{\tt T} \\ \\ !{\tt F}{\tt V}{\tt F}{\Lambda}{\tt T}{\tt V}!{\tt F}{\Lambda}{\tt T} \\ \\ \underline{!{\tt F}}{\tt V}{\tt F}{\Lambda}{\tt T}{\tt V}!{\tt F}{\Lambda}{\tt T} \end{array}$$

Τ V <u>ΕΛΤ</u> V ΤΛΤ

TVFVTAT

 $\mathbb{T}\,V\,\mathbb{F}\,V\,\mathbb{T}$ 

R/T

R/T

g) 
$$3\times(2+2/4)-1 <= 7\times7$$
  
 $3\times(2+2/4)-1 <= 7\times7$   
 $3\times(2+0.5)-1 <= 7\times7$   
 $3\times2.5-1 <= 7\times7$   
 $7.5-1 <= 49$   
 $6.5 <= 49$ 

h) 
$$1+3-(5+6+4) \frac{4}{2}-(2+24-10)\times 3^3$$
  
 $1+3-(5+6+4) \frac{4}{2}-2(2+24-10)\times 3^3$   
 $1+3-7\times 4/2-2\times 16\times 3^3$   
 $1+3-7\times 4/2-2\times 1\times 27$ 

$$1+3-28/2-2\times16\times27$$

$$1+3-14-2\times16\times27$$

i) 
$$4\times4/2 = 2^3 - (2^3 + 11)$$

$$4\times4/2 = 2^3 - (2^3 + 11)$$

$$4 \times 4/2 = 2^3 - (8 + -11)$$

$$4 \times 4/2 = 2^3 - 3$$

$$4 \times 4/2 = 2^3 + 3$$

$$4 \times 4/2 = 8 + 3$$

$$16/2 = 11$$

$$8 = 11$$

**R/** F

# 2.6.4 Precedencia posicional

La precedencia posicional se aplica cuando se tienen varios operadores de la misma jerarquía. En este caso, se deben resolver los operadores de la misma categoría de izquierda a derecha.

Analicemos un ejemplo con operadores aritméticos en la figura 2.52:

Paso	Explicación
2+( <u>2^3</u> +16)+-35 2+( <u>8+16</u> )+-35	Primero, resuelva lo que está entre paréntesis. Al analizar esta expresión, aplique la precedencia de los operadores aritméticos. Es decir, primero, resuelva la potencia; y, luego, la suma.
2+24+ <sup>-</sup> 3 <u>-<sup>-</sup>5</u>	En este paso, se aplica la ley de signos.
<u>2+24+-3+5</u>	Ahora, solo quedan operadores aritméticos de la misma jerarquía; por lo tanto, se resuelven de izquierda a derecha.
28	El resultado definitivo es 28.

FIGURA 2.51. Ejemplo de aplicación de la precedencia posicional con operadores aritméticos

Vemos un ejemplo con operadores lógicos (figura 2.53):

Paso	Explicación
$TV(!!FVF)\Lambda!(T\Lambda!TVF)$	Primero, aplique los operadores NOT a los valores lógicos que están entre paréntesis.
$TV(!TVF)\Lambda!(T\Lambda FVF)$	Ahora se procede con el último operador NOT, que tiene la expresión en los primeros paréntesis; y, también, con la expresión de los segundos paréntesis, tomando en cuenta la precedencia de los operadores lógicos.
T V ( <u>F V F</u> ) V !( <u>F V F</u> )	En este paso, se resuelven las expresiones entre los paréntesis y estos últios se eliminan. El NOT que está afuera de los segundos paréntesis afectará al resultado final de dicha expresión.

т <b>V</b> F V <u>!</u> <u>F</u>	A continuación, se resuelve el NOT que queda.
<u>T <b>V</b> F <b>V</b> T</u>	Sin ningún NOT en la expresión, se resuelven los OR de derecha a izquierda.
Т	El resultado final de la expresión es T (True).

FIGURA 2.52. Ejemplo de aplicación de la precedencia posicional con operadores lógicos



## 2.6.5 Ejercicios de autoevaluación

A continuación, se presentan una serie de ejercicios que le servirán para evaluar su aprendizaje de los temas vistos en este capítulo. Le recomendamos responderlos de acuerdo al conocimiento adquirido y, solo después, revisar el apartado "Respuesta a los ejercicios de autoevaluación", a fin de contrastar sus respuestas con las propuestas.

1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos. Tome en cuenta los siguientes valores iniciales: A=F (False), B=F (False), C=T (True). También, si en la expresión aparece una T o una F, asuma que significan True (Verdadero) y False (Falso) respectivamente.

a) 
$$3+4-2-(3\times4+8/2)+(-3+5+2)^2$$

b) 
$$!(A V B V T \Lambda !(B V C) V !C V F V !T)$$

c) 
$$!(!(B V B \Lambda A) \Lambda F \Lambda C \Lambda !A \Lambda B)$$

d) 
$$-(2\times30/5+(5+14)+-25+(2+11-14)7-15-5/10)+8$$

e) 
$$1+3-(5+6+-4)$$
  $4+-2-2(2+24-10)\times 2^3$ 

f)  $CVBVTV!(B\Lambda C\Lambda !A)V!CVF$ 



# 2.6.6 Respuesta a los ejercicios de autoevaluación

En este apartado, encontrará las respuestas de los ejercicios de autoevaluación. Recuerde que el propósito de estos ejercicios es que usted evalúe su aprendizaje; por lo tanto, se recomienda no revisarlo hasta no haber respondido los ejercicios propuestos con el conocimiento adquirido en su estudio previo.

$$3+4-2-(16)+4^2$$

$$12-2-16+16$$

# b) $\underline{!(A V B V T \Lambda !(B V C) V !C V F V ! T)}$

$$!(FVFVT\Lambda!(FVT)V!TVFV!T)$$

$$!(FVFVT\Lambda!TV!TVFV!T)$$

```
!(FVFVT\Lambda FVFVFVF)
         !(FVFVFVFVFVF)
         !(\underline{FVF}VFVFVF)
         !(\underline{FVF}VFVF)
         !(\underline{F} \underline{V} \underline{F} \underline{V} \underline{F})
         !(FVF)
         <u>!</u> F
         R/ T
c) !(!(BVB\Lambda A)\Lambda F\Lambda C\Lambda !A\Lambda B)
         !(!(FV_{\overline{F}\Lambda F})\Lambda F\Lambda T\Lambda !F\Lambda F)
         !(!(\underline{FVF})\Lambda F\Lambda T\Lambda ! F\Lambda F)
         !(! F \Lambda F \Lambda T \Lambda ! F \Lambda F)
         !(\underline{\mathsf{T}}\underline{\mathsf{\Lambda}}\underline{\mathsf{F}}\underline{\mathsf{\Lambda}}\underline{\mathsf{T}}\underline{\mathsf{\Lambda}}\underline{\mathsf{T}}\underline{\mathsf{\Lambda}}\underline{\mathsf{F}})
         !(\underline{F}\Lambda\underline{T}\Lambda\underline{T}\Lambda\underline{F})
         !(\underline{F}\Lambda\underline{T}\Lambda\underline{F})
         !(\underline{F} \Lambda \underline{F})
         ! F
         R/ T
```

$$d) \ -(2\times 30/5 + (\underline{5+14}) + -25 + (\underline{2+11} - 14) \ 7 - 15 - 5/10) + 8$$

$$-(2\times30/5+19+-25+(13-14)7-15-5/10)+8$$

$$-(2\times30/5+19+25+1\times7-15-5/10)+8$$

$$-(\underline{60/5}+19+25+1\times7-15-5/10)+8$$

$$-(12+19+25+1\times7-15-5/10)+8$$

$$-(12+19+25+7-15-5/10)+8$$

$$-(12+19+25+7-15-0.5)+8$$

$$-(31+-25+-7-15-0.5)+8$$

$$-(\underline{6+-7}-15-0.5)+8$$

$$-(-1-15-0.5)+8$$

$$-(-16-0.5)+8$$

$$1+3-(\underline{11+-4})4+-2-2(\underline{26-10})\times 2^3$$

$$1+3-7\times4+^{-}2-2\times16\times2^{^{3}}$$

$$1+3-\underline{7\times4}+^{-}2-2\times16\times8$$

$$1+3-28+-2-32\times8$$

**R/**282

### f) $CVBVTV!(B\Lambda C\Lambda !A)V!CVF$

 $TVFVTV!(F\Lambda T\Lambda !F)V!TVF$ 

 $\texttt{T}\,V\,\texttt{F}\,V\,\texttt{T}\,V\,!(\underline{\texttt{F}\,\Lambda\,\texttt{T}}\,\Lambda\,\texttt{T})\,V\,!\,\texttt{T}\,V\,\texttt{F}$ 

 $\texttt{T}\,V\,\texttt{F}\,V\,\texttt{T}\,V\,!(\underline{\texttt{F}}\,\Lambda\,\underline{\texttt{T}})\,V\,!\,\texttt{T}\,V\,\texttt{F}$ 

 ${\tt T\,V\,F\,V\,T\,V\,!\,F\,V\,\underline{!\,T}\,V\,F}$ 

<u>TVF</u>VTVTVFVF

<u>TVT</u>VTVFVF

 $\underline{\,\,\mathrm{T}\,V\,\mathrm{T}\,}\,V\,\mathrm{F}\,V\,\mathrm{F}$ 

 $\underline{\mathsf{T}\,V\,\mathsf{F}}\,V\,\mathsf{F}$ 

 ${ t T} \, V \, { t F}$ 

**R/** T

### 2.6.7 Precedencia por categoría

De acuerdo con la categoría, en las expresiones, se deben resolver, primero, los operadores **aritméticos**; luego, los **relacionales**; por último, los **lógicos**.

También, es necesario considerar las otras precedencias, es decir, se deben resolver, primero, los operadores aritméticos; pero entre esos, se debe reparar la precedencia por operador. En otras palabras, resolver primero las potencias y los signos; luego, las multiplicaciones y divisiones; y, por último, las sumas y las restas. A la vez, se analiza si se debe aplicar la precedencia posicional y la explícita.

Estas combinaciones entre precedencias aplican para los operadores relacionales y lógicos. La figura 2.54 muestra el orden en que se deben aplicar las precedencias de acuerdo a la categoría.

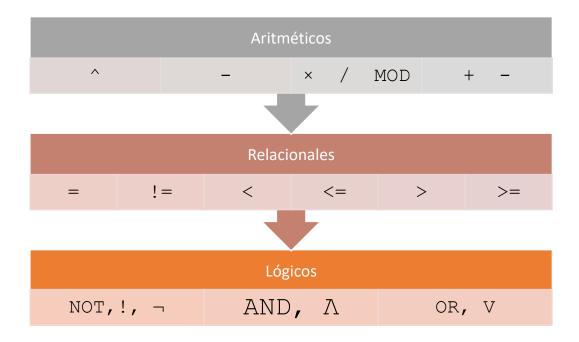


FIGURA 2.53. Orden de aplicación de las precedencias por categoría

# 2.6.8 Ejemplos de precedencia

Analicemos algunos ejemplos con operadores aritméticos.

Paso	Explicación
$0 \times 2^{3} - 5 + 10$	Primero, resuelva la potencia. El resultado de esta será 8.
	También, se soluciona el signo antes del <sup>-</sup> 5, porque tienen la misma jerarquía.
<u>0×8</u> +5+10	Ahora, se ejecuta la multiplicación. Tanto en el paso anterior como en este, se aplican la precedencia por operador. La razón es que, en la expresión solo hay operadores aritméticos y no hay paréntesis, corchetes, ni llaves.
<u>0+5</u> +10	En este paso, se procesan las sumas, aplicando la precedencia posicional, es decir, de izquierda a derecha. Esto se debe a que todos los operadores que quedan son de la misma categoría y jerarquía.
<u>5+10</u>	Aquí, se resuelve la última suma de la expresión.
15	El resultado definitivo es 15.

FIGURA 2.54. Orden de aplicación de las precedencias con operadores aritméticos

Analicemos un ejemplo, un poco más complejo.

Paso	Explicación
2×{10^0-5+[25/(3+ <u>2×1</u> )]×3}	En esta expresión, se tiene paréntesis, corchetes y llaves, por eso, se aplica precedencia explícita pri-
$2 \times \{10^{0} - 5 + [25/(3+2)] \times 3\}$	mero. En este tipo de precedencia, los elementos se resuelven de adentro hacia afuera.
2×{10^0-5+[25/5]×3}	Inicie con los paréntesis. Dentro de estos, se re- suelve la expresión usando la precedencia por operador, por ende, se hace la multiplicación an- tes de la suma.
2×{10^0-5+[ <u>25/5]</u> ×3}	Ahora, se ejecuta la división dentro de los corchetes.
$2 \times \{10^{0} - 5 + 5 \times 3\}$ $2 \times \{1 - 5 + 5 \times 3\}$	En este paso, queda la expresión dentro de las llaves. De esta maner, se aplica la precedencia por operador.

2×{ <u>1-5</u> +15} 2×{ <u>-4+15</u> }	Primero, la potencia. Luego, la multiplicación. Fi- nalmente, la resta y la suma. En estos dos últimos, se utiliza la precedencia posicional.
2×11	Aquí, se resuelve la multiplicación que queda.
22	El resultado definitivo es 22.

FIGURA 2.0. Orden de aplicación de las precedencias explicita y con operadores aritméticos

Veamos un ejemplo combinando operadores aritméticos y relacionales.

Paso	Explicación
2+ <u>3^2</u> +-5+10 < 2×3+4/-2	Primero, resuelva los operadores aritméticos, es decir, aplique la precedencia por categoría. Al resolver estos operadores, se usa la precedencia por operador.  Primero, se resuelve la potencia.
2+9+-5+10 < <u>2×3</u> + <u>4/-2</u>	Ahora, se soluciona la multiplicación; y, luego, la división. Aquí se aplica la precedencia posicional, ya que estos dos operadores (x y /) tienen la misma jerarquía.
2+9+-5+10 < 6+-2 11+-5+10 < 6+-2	En este paso, se emplea la precedencia posicional para resolver las sumas y restas.
<u>6+10</u> < 6+-2	En el último paso, queda una expresión con el operador relacional. Al analizarlo, se establece que es falso que 12 sea menor a 4; por lo tanto,
16 < <u>6+-2</u>	el resultado final es Falso (F).
<u>16 &lt; 4</u>	
F	El resultado definitivo es F.

Figura 2.56. Orden de aplicación de las precedencias con operadores aritméticos y relacionales

Paso	Explicación
$11 = -1\{5^2 - 5 + [20/(3 + 2 \times -2)]\}$ $11 = -1\{5^2 - 5 + [20/(3 + -4)]\}$ $11 = -1\{5^2 - 5 + [20/-1]\}$	Primero, aplique la precedencia ex- plícita para resolver lo que está entre los paréntesis. En esta expresión, se aplica la precedencia por operador, es decir, primero, se procesa la mul- tiplicación; y, luego, la suma.
11=-1{5^2-5+[ <u>20/-1]</u> }	Ahora, se hace la división dentro de los corchetes.
$11=-1 \{ \frac{5^2-5}{-20} \}$ $11=-1 \{ \frac{25-5}{-20} \}$ $11=-1 \times 0$	La expresión que queda está entre las llaves. Entonces, se aplica la precedencia por operador y se resuelve primero la potencia. Luego, mediante la precedencia posicional, se resuelve la resta y la suma.
11=0	Ahora, se soluciona la multiplicación; y, luego, se ejecuta el operador rela- cional.
F	Es falso que 11 sea igual a 0, por lo que la respuesta definitiva de la expresión es False (F).

Figura 2.0. Orden de aplicación de las precedencias explicita y con operadores aritméticos y relacionales

Analicemos un segundo ejemplo, utilizando los mismos operadores, pero agregando elementos para utilizar la precedencia explícita.

Ahora, resolvamos una expresión que incluye los tres operadores: aritméticos, relacionales y lógicos.

### Explicación y pasos

Primero, se resuelve todos los operadores aritméticos. Una vez que ya no se tiene este tipo de operadores en la expresión, se procede con los relacionales; y, por último, con los lógicos. En cada caso, se considera la aplicación de las precedencias explícita y posicional. Se empieza con las potencias y signos.

$$0 \times 2^{3} - 5 + 10 < 2 \times 3 + 4 - 2 \vee 2 - 10/2 \times 3 < 3 + 2 \times 1 \wedge -10 > -1$$

Ahora, se procede con las multiplicaciones y divisiones, considerando también la precedencia posicional.

$$0\times8+5+10 < 2\times3+4-2 \text{ V } 2-\underline{10/2}\times3 < 3+\underline{2\times1} \text{ } \Lambda^{-1}0 > -1$$

Aún queda una multiplicación más.

$$0+5+10 < 6+4-2 \text{ V } 2-\frac{5\times3}{3} < 3+2 \text{ } \Lambda^{-1}0 > -1$$

En este paso, se inicia la resolución de sumas y restas.

$$0+5+10 < 6+4-2 \ V \ 2-15 < 3+2 \ \Lambda \ -10 > -1$$

Como se observa, en la expresión, ya no hay operadores aritméticos, por ende, se pueden resolver los relacionales.

$$15 < 8 \text{ V} - 13 < 5 \text{ } \Lambda - 10 > -1$$

Nótese que solo quedan operadores lógicos.

Se aplica la precedencia por operador. Como la expresión no tiene operadores NOT, se procede con el AND; y, luego, con el OR.

$$FVT\Lambda F$$

Acá, resolveremos el OR.

El resultado definitivo es False (F)

F

Este es un resumen de la solución del ejemplo:

**FIGURA. 2.58.** Orden de aplicación de las precedencias con operadores aritméticos, relacionales y lógicos

Veamos un ejemplo más complejo. Consideremos los siguientes valores para las letras: A=F, B=T, C=F.

### Explicación y pasos

Primero, se sutituye las letras por los términos lógicos, dados en el enunciado del ejemplo.

$$!{2\times{10^{0}-5+[25/(3+2\times{1})]\times{3}}} <= -22\times{-1} \ \Lambda \ C \ V \ [5+2+1-3=2-2\times{-3}]$$
  
 $V \ !(!A \ \Lambda \ B \ \Lambda \ !C)}$ 

Al analizar la expresión, se nota que se debe aplicar, primero, la precedencia explícita, es decir, se resuelve lo que está entre paréntesis, corchetes o llaves y de adentro hacia afuera. Por ende, se inicia con los paréntesis. Dentro de esos paréntesis, se aplica la precedencia por operador, se resuelve la multiplicación y, luego, la suma. El resto de la expresión sigue igual.

Ahora, se hace la división que está entre los corchetes.

$$!\{2\times\{10^{\wedge}0-5+[\underline{25/5}]\times3\}<= -22\times -1\ \Lambda\ \mathbb{F}\ V\ [5+2+1-3=2-2\times -3]\ V\ !(!\mathbb{F}\ \Lambda\ \mathbb{T}\wedge !\mathbb{F})\}$$

Ya resuelto lo que estaba dentro de los paréntesis y de los corchetes, se procede con la expresión que está dentro de las llaves.

Recordemos que se debe aplicar la precedencia por operador, pues hay operadores aritméticos diferentes. Primero, ejecutaremos la potencia; luego, la multiplicación; y, posteriormente, la resta y la suma.

$$!{2 \times {10^{\land}0} - 5 + 5 \times 3} <= -22 \times -1 \text{ A F V } [5 + 2 + 1 - 3 = 2 - 2 \times -3] \text{ V } !(!F \text{ A T A } !F)}$$

$$!{2\times{1-5+5\times{3}}} <= -22\times{-1} \land F \lor [5+2+1-3=2-2\times{-3}] \lor !(!F \land T \land !F)}$$

$$!{2 \times {1-5+15}} <= -22 \times -1 \Lambda F V [5+2+1-3=2-2 \times -3] V !(!F \Lambda T \Lambda !F)}$$

Ahora, se inicia con la solución de los siguientes elementos de la precedencia explícita, estos corchetes:  $[5+2+1-3=2-2\times-3]$ . En este grupo, se hallan operadores aritméticos y uno relacional, por ello, primero, se procede con los aritméticos.

Además, al lado izquierdo del igual (=), se aplica la precedencia posicional, ya que todos los operadores aritméticos de esa parte tienen la misma jerarquía. Al lado derecho, se debe aplicar la precedencia por operador, pues hay operadores diferentes.

$$\begin{aligned} & \{2 \times 11 <= -22 \times^{-1} \ \Lambda \ \mathbb{F} \ \mathbb{V} \ [\underline{5 + 2 + 1 - 3} = 2 - \underline{2 \times^{-3}}] \ \mathbb{V} \ ! (!\mathbb{F} \ \Lambda \ \mathbb{T} \ \Lambda \ !\mathbb{F}) \} \\ & & \{2 \times 11 <= -22 \times^{-1} \ \Lambda \ \mathbb{F} \ \mathbb{V} \ [5 = 2 - ^{-6}] \ \mathbb{V} \ ! (!\mathbb{F} \ \Lambda \ \mathbb{T} \ \Lambda \ !\mathbb{F}) \} \end{aligned}$$

Siguiendo con la resolución de los corchetes, de un lado, ya existe un solo valor numérico; pero del otro, se debe aplicar los signos antes de hacer la resta. Esto debido al resultado de la multiplicación en el paso anterior.

$$\begin{aligned} & !\{2\times11<=-22\times^{-1}\ \Lambda\ F\ V\ [5=2\underline{-6}]\ V\ !(!F\ \Lambda\ T\ \Lambda\ !F)\} \\ & !\{2\times11<=-22\times^{-1}\ \Lambda\ F\ V\ [5=\underline{2\ 6}]\ V\ !(!F\ \Lambda\ T\ \Lambda\ !F)\} \\ & !\{2\times11<=-22\times^{-1}\ \Lambda\ F\ V\ [5=8]\ V\ !(!F\ \Lambda\ T\ \Lambda\ !F)\} \end{aligned}$$

En este paso, se resuelve el operador relacional. Es falso que 5 sea igual a 8; por lo tanto, el resultado es **F**. De una vez se pueden eliminar los corchetes.

$$!{2\times11} <= -22\times-1 \ \Lambda \ F \ V \ [5=8] \ V \ !(!F \ \Lambda \ T \ \Lambda \ !F)}$$
  
 $!{2\times11} <= -22\times-1 \ \Lambda \ F \ V \ F \ V \ !(!F \ \Lambda \ T \ \Lambda \ !F)}$ 

En este punto, se resuelven los últimos paréntesis. Estos tienen operadores lógicos, por ende, se aplica la precedencia por operador.

Primero, se resuelven los NOT; y, luego, los AND. Afuera de los paréntesis hay un NOT. Este se aplicará al resultado final de la expresión dentro de los paréntesis.

$$\begin{aligned} & \{2\times11 <= -22\times^{-1} \Lambda \text{ F V F V ! } (\underline{!\text{F}} \Lambda \text{ T } \Lambda \, \underline{!\text{F}})\} \\ & & \{2\times11 <= -22\times^{-1} \Lambda \text{ F V F V ! } (\underline{T} \Lambda \, \underline{T} \Lambda \, \underline{T})\} \\ & & \{2\times11 <= -22\times^{-1} \Lambda \text{ F V F V ! } (\underline{T} \Lambda \, \underline{T})\} \end{aligned}$$

$$!{2\times11} <= -22\times^{-1} \Lambda F V F V !T}$$
  
 $!{2\times11} <= -22\times^{-1} \Lambda F V F V F }$ 

Ya se tiene una sola expresión entre llaves, la cual tiene operadores aritméticos, relacionales y lógicos; por lo tanto, se aplica la precedencia por categoría.

$$\{2 \times 11 <= -22 \times 1 \land F \lor F \lor F \}$$
  
 $\{22 <= -22 \times 1 \land F \lor F \lor F \}$ 

Una vez que se resuelven los operadores aritméticos, se procesan los relacionales.

$$\{22 \le 22 \land F \lor F \lor F\}$$

Ahora, solo quedan operadores lógicos. Como no hay NOT, se inicia con los que siguen en la jerarquía, el AND y, al final, los OR.

En el paso final, quedó un F entre llaves y un NOT fuera de ellas, por eso, el NOT se aplicará a este F. El resultado definitivo de la expresión es T.

<u>!F</u>

Т

Este es un resumen de la solución del ejemplo:

$$!{2\times{10} \land 0-5+[25/(3+2\times1)]\times3} <= -22\times^{-1} \land C \lor [5+2+1-3=2-2\times^{-3}] \lor !(!A \land B \land !C)}$$

```
\{2\times\{10\wedge0-5+[25/(3+2\times1)]\times3\} < = -22\times^{-1} \land F \lor [5+2+1-3=
                            2-2\times -3 V!(!F \Lambda T \Lambda!F)}
      \{2 \times \{10 \land 0 - 5 + [25/(3+2)] \times 3\} < = -22 \times 1 \land F \lor [5 + 2 + 1 - 3] = 1\}
                            2-2\times^{-3} V!(!F \Lambda T \Lambda!F)}
           \{2 \times \{10 \land 0 - 5 + [25/5] \times 3\} < = -22 \times 1 \land F \lor [5 \ 2 + 1 - 3 = ]\}
                              2-2\times^{-3} V!(!F \Lambda T \Lambda!F)}
             \{2 \times \{10 \land 0 - 5 + 5 \times 3\} < = -22 \times 1 \land F \lor [5 + 2 + 1 - 3 = 6]
                             2-2\times^{-3} V!(!F \Lambda T \Lambda!F)}
                   \{2 \times \{1-5+5\times 3\} \le -22 \times 1 \land F \lor [5+2+1-3 =
                                 2-2\times^{-3} V!(!F \Lambda T \Lambda!F)}
\{2 \times 11 \le -22 \times 1 \land F \lor [5+2+1-3=2-2 \times 3] \lor \{(F \land T \land F)\}
    \{2 \times 11 < = -22 \times 1 \land F \lor [5 + 2 + 1 - 3] = 2 - 2 \times 3\} \lor \{(F \land T \land F)\}
            !{2\times11} <= -22\times^{-1} \Lambda F V [5=8] V !(!F \Lambda T \Lambda !F)
              !{2\times11} <= -22\times^{-1} \Lambda F V [\underline{5} = 8] V !(!F \Lambda T \Lambda !F)
                 !{2\times11} <= -22\times^{-1} \Lambda F V F V !(!F \Lambda T \Lambda !F)}
```

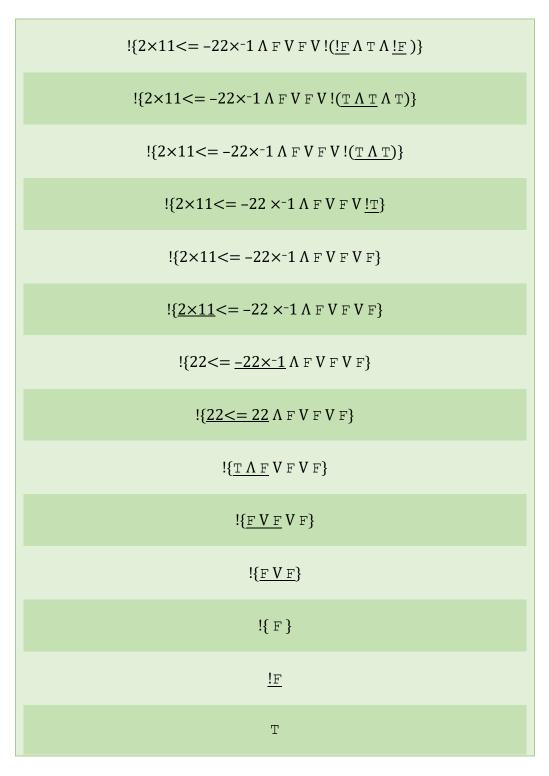


FIGURA 2.59. Orden de aplicación de las precedencias explícita y con operadores aritméticos, relacionales y lógicos

## 2.6.9 Ejercicios de autoevaluación

A continuación, se presentan una serie de ejercicios que le servirán para evaluar su aprendizaje de los temas vistos en este capítulo. Le recomendamos responderlos de acuerdo al conocimiento adquirido y, solo después, revisar la sección "Respuesta a los ejercicios de autoevaluación", a fin de contrastar sus respuestas con las propuestas.

- Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos. Tome en cuenta los siguientes puntos:
  - A = T (True), B = F (False), C = F (False), D = T (True), X = 5, Y = 7
  - Si en la expresión aparece una T o una F, asuma que significan True (Verdadero) y False (Falso) respectivamente.
  - Utilice máximo dos decimales para expresar los datos que así lo requieran.
    - a)  $2+1+3-2\times5/2$
    - b)  $2 \times 5/2 < 50$
    - c)  $!(D \Lambda (5 > 15 V 30 < 15 \Lambda A) \Lambda (CV!((23 \times 6 + 2 1) < 100)))$
    - d)  $(950+30\times90+100)/(10\times(4/2)\times5^2\times3)$
    - e)  $\neg (1 > 1 \land 3 < 5 \land (6-4 \times 4/2 = 2) \lor ((2 > 24) \lor 3^2 > 10))$
    - f)  $!((X+Y)>=-((YMOD 2) \times (4\times Y)))$
    - g)  $!("a" = "A" V(20 \times 3 \times 5 > 10 \times 40) \Lambda(30^3 > 15^2))$
    - h)  $(45 \ge 20-5 \times 2) \land \neg ((35-45/5 \times 3 \ge 45)) \lor (50/5 \times 3 < > 10)) \lor (17-2 <= 16)$
    - i)  $!\{[(1+2\times2<3-2^3/2)] V[(2-1\times3+1)> (4\times0) V(15\%4) = (3^0\times3)] \wedge ![(1\times2/2) <= (1+3\times2)]\}$

- j)  $\vdash$  [10/2+10-14 < -5 (2^3/8-5 < 0 V (2×2+11 < 70-11) V B)] V A  $\land$   $\vdash$  B
- k)  $\{3 \times [30/4+5+14-(6/1+-25\times(2+11\times7-15)-5)/12]\} < 1 \text{ V T}$
- l)  $\neg (1 > 1 \land 3 < 5 \land (4^2 \times -1 > 2) \lor (F \lor 9 < -10))$



## 2.6.10 Respuesta a los ejercicios de autoevaluación

En este apartado, encontrará las respuestas de los ejercicios de autoevaluación. Recuerde que el propósito de estos ejercicios es que usted evalúe su aprendizaje; por lo tanto, se le recomienda no revisarlo hasta no haber respondido los ejercicios propuestos con el conocimiento adquirido en su estudio previo.

- 1. Resuelva cada una de las expresiones presentadas enseguida. Elabore el desarrollo de cada expresión para llegar a su respuesta, tal y como se hizo en los ejemplos. Tome en cuenta los siguientes puntos:
  - A = T (True), B = F (False), C = F (False), D = T (True), X = 5, Y = 7
  - Si en la expresión aparece una T o una F, asuma que significan
    True (Verdadero) y False (Falso) respectivamente.
  - Utilice máximo dos decimales para expresar los datos que así lo requieran.

a) 
$$2+1+3-2\times 5/2$$
  
 $2+1+3-10/2$   
 $2+1+3-5$   
R/1

b) 
$$\frac{2 \times 5}{2} < 50$$
 $\frac{10}{2} < 50$ 
 $\frac{5 < 50}{8}$ 

```
c) !(D\Lambda(5>15V30<15\Lambda\Lambda)\Lambda(CV!((23\times6+2-1)<100)))

!(T\Lambda(5>15V30<15\Lambda T)\Lambda(FV!((23\times6+2-1)<100)))

!(T\Lambda(5>15V30<15\Lambda T)\Lambda(FV!((138+2-1)<100)))

!(T\Lambda(FV30<15\Lambda T)\Lambda(FV!(139<100)))

!(T\Lambda(FVF\Lambda T)\Lambda(FV!F))

!(T\Lambda(FVF)\Lambda(FVT))

!(T\LambdaF\Lambda T)

!(F\Lambda T)

!F
```

d) 
$$(950+30\times90+100)/(10\times(4/2)\times5^2\times3)$$
  
 $(950+2700+100)/(10\times2\times5^2\times3)$   
 $3750/(10\times2\times25\times3)$   
 $3750/1500$   
**R/** 2.5

e) 
$$\neg (1 > 1 \land 3 < 5 \land (6 - 4 \times 4/2 = 2) \lor ((2 > 24) \lor 3^2 > 10))$$
 $\neg (1 > 1 \land 3 < 5 \land (6 - 16/2 = 2) \lor (F \lor 3^2 > 10))$ 
 $\neg (1 > 1 \land 3 < 5 \land (6 - 8 = 2) \lor (F \lor 9 > 10))$ 
 $\neg (1 > 1 \land 3 < 5 \land (-2 = 2) \lor (F \lor F))$ 
 $\neg (1 > 1 \land 3 < 5 \land F \lor F)$ 
 $\neg (F \land 3 < 5 \land F \lor F)$ 
 $\neg (F \land T \land F \lor F)$ 
 $\neg (F \land F \lor F)$ 
 $\neg (F \land F \lor F)$ 

f) 
$$!((X+Y) >= -((Y MOD 2) \times (4 \times Y)))$$
  
 $!((5+7) >= -((7 MOD 2) \times (4 \times 7)))$   
 $!(12 >= -(1 \times 28))$   
 $!(12 >= -28)$   
 $!T$   
 $R/F$ 

g) 
$$!("a" = "A" V (20 \times 3 \times 5 > 10 \times 40) \Lambda (30^3 > 15^2))$$
  
 $!("a" = "A" V (300 > 10 \times 40) \Lambda (27000 > 15^2))$   
 $!("a" = "A" V (300 > 400) \Lambda (27000 > 225))$   
 $!("a" = "A" V F \Lambda T)$   
 $!(FVF\Lambda T)$   
 $!(FVF)$   
 $!F$ 

h) 
$$(45 >= 20 - 5 \times 2) \Lambda \neg ((35 - 45 / 5 \times 3 > 45) V$$
  
 $(50 / 5 \times 3 <> 10)) V (17 - 2 <= 16)$   
 $(45 >= 20 - 10) \Lambda \neg ((35 - 9 \times 3 > 45) V$   
 $(10 \times 3 <> 10)) V (15 <= 16)$   
 $(45 >= 10) \Lambda \neg ((35 - 27 > 45) V (30 <> 10)) V T$   
 $T \Lambda \neg ((8 > 45) V T) V T$   
 $T \Lambda \neg (FV T) V T$ 

```
ΤΛ<u>Τ</u>ΥΤ
ΤΛ F V T
F V T
R/ T
```

```
i) !\{(1+2\times2<3-2^{3}/2) V[(2-1\times3+1)> (4\times0) V(15\%4) = (3^{0}\times3)] \Lambda ! [(1\times2/2)<=(1+3\times2)]\}

!\{(1+2\times2<3-8/2) V[(2+1\times3+1)> 0 V 3 = (1\times3)] \Lambda ! [(2/2)<=(1+9)]\}

!\{(1+4<3-4) V[(2+3+1)>0 V 3 = 3] \Lambda ! [1<=10]\}

!\{(5<-1) V[4>0 V 3=3] \Lambda ! T\}

!\{FVT\Lambda ! T\}

!\{FVT\Lambda ! T\}

!\{FVT\Lambda ! T\}

!\{FVT T T\}
```

j) 
$$-[10/2+10-14<-5\Lambda(2^3/8-5<0V(2\times2+11<70-11)VB)]VA\Lambda - B$$

$$-[10/2+10-14<-5\Lambda(2^3/8-5<0V(2\times2+11<70-11)VF)]VT\Lambda - F$$

$$-[10/2+10-14<-5\Lambda(2^3/8-5<0V(4+11<70-11)VF)]VT\Lambda - F$$

$$-[10/2+10-14<-5\Lambda(2^3/8-5<0V(15<59)VF)]VT\Lambda - F$$

$$-[10/2+10-14<-5\Lambda(2^3/8-5<0VTVF)]VT\Lambda - F$$

$$-[10/2+10-14<-5\Lambda(8/8-5<0VTVF)]VT\Lambda - F$$

$$-[10/2+10-14<-5\Lambda(8/8-5<0VTVF)]VT\Lambda - F$$

$-[10/2+10-14<-5 \Lambda (-4<0 V T V F)] V T \Lambda - F$
$\vdash$ [10/2+10-14 < $^-$ 5 $\Lambda$ (T V T V F)] V T $\Lambda$ $\vdash$ F
$\vdash$ [ 10/2+10-14 < $^-$ 5 $\Lambda$ T ] $V$ T $\Lambda$ $\vdash$ F
⊢[5+10-14<-5ΛT]VTΛ⊢F
$\vdash$ [1 < -5 $\Lambda$ T] $V$ T $\Lambda$ $\vdash$ F
$\vdash$ [F $\land$ T] $\lor$ T $\land$ $\vdash$ F
$ rightarrow F V T \Lambda  rightarrow F$
TVTΛ-F
ΤVΤΛΤ
ΤVΤ
<b>R/</b> □

k) $\{3 \times [30/4 + 5 + 14 - (6/1 + -25 \times (2 + 11 \times 7 - 15) - 5)/12]\} < 1 \text{ V T}$
${3 \times [30/4+5+14-(6/1+-25 \times (2+77-15)-5)/12]} < 1 \text{ V T}$
${3 \times [30/4 + 5 + 14 - (\underline{6/1} + -25 \times 64 - 5)/12]} < 1 \text{ V T}$
${3 \times [30/4 + 5 + 14 - (6 + \frac{-25 \times 64}{-5})/12]} < 1 \text{ V T}$
${3 \times [30/4 + 5 + 14 - (6 + -1600 - 5)/12]} < 1 \text{ V T}$
${3 \times [30/4 + 5 + 14 - 1599/12]} < 1 \text{ V T}$
${3 \times [30/4 + 5 + 14 + 1599/12]} < 1 \text{ V T}$
${3 \times [7.5 + 5 + 14 + 1599/12]} < 1 \text{ V T}$
${3\times[7.5+5+14+133.25]}<1$ VT
$\{3 \times 159.75\} < 1 \mathrm{V}\mathrm{T}$
479.25 < 1 V T
FVΤ
R/T

l) $\neg (1 > 1 \land 3 < 5 \land (4^2 \times 1 > 2) \lor (F \lor 9 < 10))$
$\neg (1 > 1 \land 3 < 5 \land (\underline{16 \times 1} > 2) \lor (F \lor 9 < 10))$
$\neg (1 > 1 \land 3 < 5 \land (-16 > 2) \lor (F \lor 9 < -10))$
$\neg (1 > 1 \land 3 < 5 \land FV (FV 9 < -10))$
$\neg (1 > 1 \land 3 < 5 \land FV(\underline{FVF}))$
$\neg \left( \frac{1 > 1}{\Lambda} \Lambda 3 < 5 \Lambda F V F \right)$
$\neg (F\Lambda \underline{3} < \underline{5} \Lambda F V F)$
$\neg (\underline{F}\Lambda\underline{T}\Lambda FVF)$
$\neg (\underline{F} \underline{\Lambda} \underline{F} \underline{V} \underline{F})$
$\neg (\underline{FVF})$
¬ F
<b>R/</b> T