

Carlos R. Godoy

Matemática Financeira
RCC 0217

1

Coeficientes de Financiamentos

Aula 7



Carlos R. Godoy

Coeficientes de Financiamentos

2


✓ Coeficiente de financiamento: fator financeiro que ao multiplicar-se pelo valor presente de um financiamento apura o valor das parcelas.

✓ Muito usado na prática:

- crédito direto ao consumidor (CDC) e
- arrendamento mercantil (leasing)

✓ Coeficientes para:

- Séries **uniformes**
- Séries **não periódicas**: intervalos diferentes
- Séries **com carência**: tempo maior para o primeiro pagamento



Carlos R. Godoy

Coeficientes de Financiamentos

3

✓ Coeficientes para:

1. Séries **uniformes**

50

50

50

50

50

50

0123456

2. Séries **não periódicas**: intervalos diferentes

100

100

100

100

100

0134568101215

3. Séries **com carência**: tempo maior para o primeiro pagamento

100

100


100

100

100

100

0123456789



Carlos R. Godoy

Coeficiente em Séries Uniformes

4

Exemplo 1

Um banco aplica o coeficiente de financiamento de 0,189346 para financiamentos de 6 prestações mensais. Assim um financiamento de \$16.000 terá que ser pago em 6 prestações de:

PV = 16.000

n = 6

Coeficiente = 0,189346

PMT = ?

$PV = PMT \times FPV(i, n)$


$PMT = PV \times \frac{1}{FPV(i, n)}$

$CF = \frac{1}{FPV(i, n)}$

$CF = \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$

$PMT = PV \times \text{Coeficiente de Financiamento}$

$PMT = 16.000 \times 0,189346 = \$3.029,54$



Carlos R. Godoy

5

Coeficiente em Séries Uniformes

Exemplo 2

Qual o coeficiente de financiamento de uma dívida a ser paga em 10 prestações mensais, iguais e sucessivas, para uma taxa de 3% a.m.?

E se for financiado \$4.800, qual o valor de cada uma das 10 parcelas?

PV = 1


n = 10

i = 3%

Coeficiente = ?

PMT =

$$CF = \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$
$$CF = \frac{0,03}{1 - (1 + 0,03)^{-10}} = 0,117231$$
$$PMT = PV \times C \text{ de Financiamento}$$
$$PMT = 4.800 \times 0,117231 = \$562,71$$



Carlos R. Godoy

6

Coeficiente em Séries Uniformes

Exemplo 3

Qual a taxa de juros de uma operação de financiamento em 5 parcelas mensais e sucessivas, com coeficiente de financiamento de 0,217420?

Coeficiente = 0,217420

n = 5


i = ?

PV = \$1

PMT = \$0,217420

$$CF = \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$
$$0,217420 = \frac{i}{1 - (1 + i)^{-5}}$$

$$i = 2,85\% \text{ a.m.}$$



HP 12C	
Comandos	Significado
f REG	Limpa registros
0,217420 CHS PMT	Alimenta o valor do pagamento para \$1 financiado
5 n	Alimenta o número de pagamentos
1 PV	Alimenta o valor presente para cada porção de pagamento
i	Calcula a taxa de juros

Carlos R. Godoy

7

Coeficiente em Séries Uniformes

Exemplo 4

Qual o coeficiente de financiamento para uma operação de financiamento em 15 parcelas mensais e sucessivas, com taxa de juros de 3,5% a.m.?

Coeficiente = ?

n = 15


i = 3,5% a.m.

PV = \$1

PMT = \$0,086825

HP 12C	
Comandos	Significado
f REG	Limpa registros
3,5 i	Alimenta a taxa de juros
15 n	Alimenta o número de pagamentos
1CHS PV	Alimenta o valor presente para cada porção de pagamento
PMT	Calcula o coeficiente de financiamento

$$CF = \frac{0,035}{1 - (1,035)^{-15}} = 0,086825$$



Carlos R. Godoy

8

Coeficiente em Séries Uniformes

Exemplo 5

Uma empresa está avaliando o custo de um financiamento através da proposta de 2 bancos diferentes:

Banco A:


- Coeficiente: 0,119153
- Pagamento: 10 prestações mensais, iguais e sucessivas

Banco B:

- Coeficiente: 0,307932
- Pagamento: 4 prestações trimestrais, iguais e sucessivas

Qual a melhor alternativa (menor custo mensal) para empresa?

$$i = 1,0889^{1/3} - 1$$
$$i = 2,88\% \text{ a.m.}$$



Comandos	Significado
f REG	Limpa registros
1CHS PV	Alimenta o valor presente
0,119153 PMT	Alimenta o valor do pagamento para \$1 financiado
10 n	Alimenta o número de pagamentos
i	Calcula a taxa de juros mensal
3,32%	Custo mensal do financiamento

Comandos	Significado
f REG	Limpa registros
1CHS PV	Alimenta o valor presente
0,307932 PMT	Alimenta o valor do pagamento para \$1 financiado
4 n	Alimenta o número de pagamentos
i	Calcula a taxa de juros trimestral
8,89%	Custo trimestral do financiamento, no

2

Carlos R. Godoy

9

Coeficiente em Séries Não Periódicas

$$PV = \frac{PMT_1}{(1+r)^1} + \frac{PMT_4}{(1+r)^4} + \frac{PMT_9}{(1+r)^9} \quad PV = PMT \times \left[\frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^4} + \frac{1}{(1+r)^9} \right]$$

$$PMT = \frac{PV}{\left[\frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^4} + \frac{1}{(1+r)^9} \right]}$$

$$PMT = PV \times \frac{1}{\left[\frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^4} + \frac{1}{(1+r)^9} \right]}$$

$$CF = \frac{1}{\left[\frac{1}{(1+r)^1} + \frac{1}{(1+r)^4} + \frac{1}{(1+r)^9} \right]}$$

Carlos R. Godoy

Coeficiente em Séries Não Periódicas

Exemplo 1

Qual o coeficiente de financiamento e o valor das parcelas, para uma operação de \$40.000 a ser pago em 3 prestações de \$40.000, vencendo nos meses 1, 4 e 9, com taxa de juros de 4% ao mês?

Coeficiente = ?

PMT = ?

$i = 4\% \text{ a.m.}$

PV = \$40.000

$n = 1, 4 \text{ e } 9$

$$PMT = 40.000 \times 0,396994 = \$15879,26$$

$$CF = \frac{1}{\left[\frac{1}{(1,04)^1} + \frac{1}{(1,04)^4} + \frac{1}{(1,04)^9} \right]} = 0,396994$$

Carlos R. Godoy
11

Coeficiente em Séries Não Periódicas

Exemplo 1

Qual o coeficiente de financiamento e o valor das parcelas, para uma operação de \$120.000 a ser pago em 5 prestações iguais, vencendo nos meses 1, 3, 6, 7 e 12, com taxa de juros de 1,8% ao mês?

Coeficiente = ?
PMT = ?
i = 1,8% a.m.
PV = \$120.000
n = 1, 3, 6, 7 e 12

$$PMT = 120.000 \times 0,221308 = \$26.556,96$$

```

    graph LR
      0 --- 1
      1 --- 2
      2 --- 3
      3 --- 4
      4 --- 5
      5 --- 6
      6 --- 7
      7 --- 8
      8 --- ...
      ... --- 12
      PMT --> 1
      PMT --> 3
      PMT --> 6
      PMT --> 7
      PMT --> 12
    
```

$$CF = \frac{1}{\left[\frac{1}{(1,04)^1} + \frac{1}{(1,04)^3} + \frac{1}{(1,04)^6} + \frac{1}{(1,04)^7} + \frac{1}{(1,04)^{12}} \right]} = 0,221308$$

Carlos R. Godoy

12

Coeficiente em Séries com Carência

$$PV = \frac{PMT}{(1+r)^2} + \frac{PMT}{(1+r)^3} + \frac{PMT}{(1+r)^4} + \frac{PMT}{(1+r)^5} + \frac{PMT}{(1+r)^6} + \frac{PMT}{(1+r)^7} + \frac{PMT}{(1+r)^8} + \frac{PMT}{(1+r)^9} + \frac{PMT}{(1+r)^9}$$

Exemplo 1

Se um financiamento de \$25.000 for pago em 8 prestações mensais e iguais, com carência de um mês, e taxa de juros de 2,3% ao mês, qual o coeficiente de financiamento e o valor de cada prestação?

Coeficiente = ?

PMT = ?

i = 2,3% a.m.

PV = \$25.000

n = 8 e 1 de carência

$$CF = \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \times (1+i)^c$$

$$CF = \frac{0,023}{1 - (1,023)^{-8}} \times (1,023)^1$$

$$CF = 0,138281 \times 1,023 = 0,141461$$

$$PMT = \$25.000 \times 0,141461$$

$$PMT = \$3.536,54$$

Carlos R. Godoy

13

Coeficiente em Séries com Carência

0

1

2

3

4

5

PMT

PMT

PMT

PMT

$$PV = \$400 + \frac{PMT}{(1+r)^2} + \frac{PMT}{(1+r)^3} + \frac{PMT}{(1+r)^4} + \frac{PMT}{(1+r)^5}$$

Exemplo 2

O preço a vista de uma TV é \$2.000. A loja oferece o financiamento com uma entrada de 20% e o saldo em 4 prestações iguais e sucessivas, vencendo a primeira em 60 dias. Com o juros em 3,1% ao mês, determinar o valor de cada prestação.

Coeficiente = ?


PMT = ?

i = 3,1% a.m.

PV = \$2.000 e financiamento de \$1.600

n = 4 e 1 de carência

$$CF = \frac{0,031}{1 - (1,031)^{-4}} \times (1,031)^1$$
$$CF = 0,269671 \times 1,031 = 0,278030$$
$$PMT = \$1.600 \times 0,278030$$
$$PMT = \$444,85$$



Carlos R. Godoy

14

Coeficiente em Séries com Entrada

0

1

2

3

4

PMT

PMT

PMT

PMT

PMT

Exemplo 1

Qual o coeficiente de financiamento e o valor das parcelas, para uma compra de \$3.400 a ser paga em 5 prestações iguais e sucessivas, com a primeira no ato da compra, com taxa de juros de 4,2% ao mês?

Coeficiente = ?


PMT = ?

i = 4,2% a.m.

PV = \$4.800

n = 1 + 4

$$CF(entrada) = \left[\frac{1}{1 + \frac{1 - (1+i)^{-(n-1)}}{i}} \right]$$
$$CF(entrada) = \left[\frac{1}{1 + \frac{1 - (1,042)^{-(5-1)}}{0,042}} \right]$$



Carlos R. Godoy

15

Coeficiente em Séries com Entrada

0

1

2

3

4

PMT

PMT

PMT

PMT

PMT

Exemplo 1

Qual o coeficiente de financiamento e o valor das parcelas, para uma compra de \$3.400 a ser paga em 5 prestações iguais e sucessivas, com a primeira no ato da compra, com taxa de juros de 4,2% ao mês?

Coeficiente = ?


PMT = ?

i = 4,2% a.m.

PV = \$4.800

n = 1 + 4

$$CF(entrada) = \left[\frac{1}{1 + \frac{1 - (1+i)^{-(n-1)}}{i}} \right]$$
$$CF(entrada) = \left[\frac{1}{1 + \frac{1 - (1,042)^{-(5-1)}}{0,042}} \right]$$
$$PMT = 4.800 \times 0,216786 = \$737,07$$



Carlos R. Godoy

16

Coeficiente em Séries com Entrada

0

1

2

3

4

PMT

PMT

PMT

PMT

PMT

Exemplo 1

Qual o coeficiente de financiamento e o valor das parcelas, para uma compra de \$3.400 a ser paga em 5 prestações iguais e sucessivas, com a primeira no ato da compra, com taxa de juros de 4,2% ao mês?

Coeficiente = ?

PMT = ?


i = 4,2% a.m.

PV = \$4.800

n = 1 + 4

$$CF(entrada) = \left[\frac{1}{1 + \frac{1 - (1+i)^{-(n-1)}}{i}} \right]$$
$$CF(entrada) = \left[\frac{1}{1 + \frac{1 - (1,042)^{-(5-1)}}{0,042}} \right]$$
$$PMT = 4.800 \times 0,216786 = \$737,07$$

Comandos	Significado
f REG	Limpa registros
g BEG	Adapta calculadora para período início
1 CHS PV	Alimenta o valor presente
5 n	Alimenta o número de pagamentos
4,2 i	Alimenta a taxa de juros
PMT	Calcula o coeficiente de financiamento




Carlos R. Godoy

17

Arrendamento Mercantil - Leasing

- ✓ Contrato de arrendamento (aluguel) entre um cliente (arrendatário) e uma sociedade de arrendamento mercantil (arrendadora).
- ✓ Final do contrato, o arrendatário pode:
 - renovar o contrato
 - devolver o bem
 - **adquirir o bem**
- Pagamento do valor residual garantido – VRG
- Coeficiente de arrendamento (CA)
- Determinar o valor das contraprestações periódicas
 - a. Com juros do VRG nas contraprestações
 - b. Coeficiente de arrendamento com encargos do VRG



Carlos R. Godoy

18

Coeficiente em Arrendamento Mercantil

COM INCLUSÃO DOS JUROS DO VRG NAS CONTRAPRESTAÇÕES

Exemplo 1

Um caminhão com valor de \$300.000 foi arrendado pelo prazo de 2 anos, e seu valor residual garantido estipulado em \$30.000. A taxa de juros cobrada foi de 2,7% a.m. e as contraprestações pagas mensalmente. Determinar o CA e as contraprestações.

i = 2,7% a.m.

n = 24


Valor do bem = \$300.000

VRG = \$30.000

Valor a recuperar = \$270.000

$$CF(CA) = \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$
$$CA = \frac{0,027}{1 - (1,027)^{-24}} = 0,057156$$
$$PMT = \$270.000 \times 0,057156$$
$$PMT = \$15.432,12$$

Mês	Valor das contraprestações	Juros sobre o VRG	Amortização do VRG	Contraprestações
1 a 23	270.000 x 0,057156 = 15.432,12	30.000 x 2,7% = 810,00		16.242,12
24	15.432,12	810,00	30.000	46.242,12



Carlos R. Godoy

19

Coeficiente em Arrendamento Mercantil


COM INCLUSÃO DOS JUROS DO VRG NO COEFICIENTE DE ARRENDAMENTO

$$CA = \frac{0,027}{1 - (1,027)^{-24}} = 0,057156 \quad CA_G = [(1 - W) \times CA] + i \times W$$

- ✓ CA = coeficiente de arrendamento (financiamento)
- ✓ W = percentual do VRG em relação ao bem
- ✓ CA_G = Coeficiente de arrendamento com inclusão de juros do VRG

$$W = \frac{30.000}{300.000} = 10\% \quad CA_G = [(1 - 0,10) \times 0,057156] + 0,027 \times 0,10$$
$$CA_G = 0,054140$$

Mês	Valor das contraprestações	Amortização do VRG	Contraprestações
1 a 23	300.000 x 0,054140 = 16.242,12		16.242,12
24	16.242,12	30.000	46.242,12



Carlos R. Godoy

20

Coeficiente em Arrendamento Mercantil

Exemplo 2


Um caminhão com valor de \$265.000 foi arrendado pelo prazo de 3 anos, e seu valor residual garantido estipulado em \$18.550. A taxa de juros cobrada foi de 5% a.m. e as contraprestações pagas mensalmente. Determinar o CA e as contraprestações sob os 2 métodos.

Valor a recuperar = \$246.450

$$CA = \frac{0,05}{1 - (1,05)^{-36}} = 0,060434 \quad W = \frac{18.850}{265.000} = 7,11\% \quad CA_G = [(1 - 0,071) \times 0,060434] + 0,05 \times 0,071$$
$$CA_G = 0,059692$$

Mês	Valor das contraprestações	Juros sobre o VRG	Amortização do VRG	Contraprestações
1 a 35	246.450 x 0,060434 = 14.893,96	18.850 x 5% = 927,50		15.821,46
36	14.893,96	927,50	18.850	34.371,46

Mês	Valor das contraprestações	Amortização do VRG	Contraprestações
1 a 35	265.000 x 0,059692 = 15.821,56		15.821,46
36	15.821,56	18.850	34.371,46



Carlos R. Godoy

21

Crédito Direto ao Consumidor - CDC

✓ Destinado a financiar bens e serviços ao consumidor final.

Normalmente em prestações mensais e sucessivas

Fluxo de caixa convencional

Encargos: juros + IOF

Exemplo 1

Uma TV com valor de \$5.000 foi adquirida por meio de um CDC com 7 parcelas mensais, iguais e sucessivas à uma taxa de juros de 3,8% a.m. e IOF de 0,30% a.m. Determinar o valor de cada parcela e o coeficiente de financiamento.


i = 3,8% a.m.

n = 7

Valor do bem = \$5.000

IOF = 0,30% a.m.

$$PMT(IOF) = \frac{PMT}{1 - n \times IOF}$$
$$CF = \frac{0,038}{1 - (1,038)^{-7}} = 0,165380$$
$$PMT = \$5.000 \times 0,165380 = \$826,90$$
$$PMT(IOF) = \frac{826,80}{1 - 7 \times 0,003} = \$844,64$$
$$CF(IOF) = \frac{CF}{1 - n \times IOF} = 0,168928$$



Carlos R. Godoy

22

Crédito Direto ao Consumidor - CDC

Exemplo 2

Uma TV com valor de \$25.000 pode ser adquirida por meio de um CDC com 6 parcelas mensais, iguais e sucessivas à uma taxa de juros de 3,5% a.m. e IOF de 0,30% a.m. Determinar o valor das prestações e o custo mensal efetivo do financiamento, admitindo sem carência e com carência.

i = 3,5% a.m.

n = 6

Valor do bem = \$5.000


IOF = 0,30% a.m.

Sem carência

Sem carência

$$PMT = \frac{PV}{FPV(i, n)} \quad FPV(i, n) = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$
$$PMT(IOF) = \frac{PMT}{1 - n \times IOF}$$
$$FPV(3,5; 6) = \frac{1 - (1,035)^{-6}}{0,035} = 5,328553$$
$$PMT = \frac{25.000}{5,328553} = \$4.691,71$$
$$PMT(IOF) = \frac{4.691,71}{1 - 6 \times 0,003} = \$4.777,70$$

$$25.000 = \frac{4.777,70}{(1+i)^1} + \frac{4.777,70}{(1+i)^2} + \frac{4.777,70}{(1+i)^3} + \frac{4.777,70}{(1+i)^4} + \frac{4.777,70}{(1+i)^5} + \frac{4.777,70}{(1+i)^6}$$
$$i(TIR) = 4,06\% \text{ a.m.}$$



Carlos R. Godoy

23

Crédito Direto ao Consumidor - CDC

Exemplo 2

Uma TV com valor de \$25.000 pode ser adquirida por meio de um CDC com 6 parcelas mensais, iguais e sucessivas à uma taxa de juros de 3,5% a.m. e IOF de 0,30% a.m. Determinar o valor das prestações e o custo mensal efetivo do financiamento, admitindo sem carência e com carência.

i = 3,5% a.m.

n = 6

Valor do bem = \$5.000


IOF = 0,30% a.m.

Com carência

Com carência

$$PMT_c = \frac{PV}{FPV(i, n)} \times (1 + i)^c$$
$$PMT_c = \frac{25.000}{5,328553} \times 1,035^1 = \$4.855,91$$
$$PMT(IOF) = \frac{PMT}{1 - n \times IOF}$$
$$PMT(IOF) = \frac{4.855,91}{1 - 6 \times 0,003} = \$4.944,92$$

$$25.000 = \frac{4.944,92}{(1+i)^2} + \frac{4.944,92}{(1+i)^3} + \frac{4.944,92}{(1+i)^4} + \frac{4.944,92}{(1+i)^5} + \frac{4.944,92}{(1+i)^6} + \frac{4.944,92}{(1+i)^7}$$
$$i(TIR) = 3,93\% \text{ a.m.}$$



Carlos R. Godoy

24

Coefficiente de Financiamento com Período Singular

✓ Quando o prazo da primeira prestação de um financiamento não coincide com o prazo das demais prestações – iguais e sucessivas.

Antecipado: prazo menor da 1a. parcela

Postecipado: prazo maior da 1a. parcela

Exemplo 1

Uma TV com valor de \$12.000 foi adquirida em 6 parcelas mensais, iguais e sucessivas. Porém a primeira parcela vence em 25 dias e a taxa de juros é de 3,6% a.m. Determinar o valor de cada prestação do financiamento.

i = 3,6% a.m.

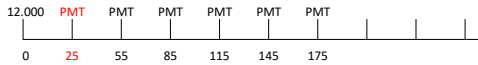
n = 6


Valor do bem = \$12.000

Fluxo singular antecipado

PMT = ?

$$FPV(i, n) = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \times FCC$$
$$FPV = \frac{1 - (1,036)^{-6}}{0,036} \times 1,036^{\frac{5}{30}}$$
$$FPV = 5,311094 \times 1,005912 = 5,342493$$
$$PMT = \frac{12.000}{5,342493} = \$2.246,14$$





6

Carlos R. Godoy25

Coeficiente de Financiamento com Período Singular

✓ Quando o prazo da primeira prestação de um financiamento não coincide com o prazo das demais prestações – iguais e sucessivas.

- Antecipado: prazo menor da 1a. parcela
- Postecipado: prazo maior da 1a. parcela

$$FPV(i,n) = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \times FAC$$
$$FPV = \frac{1 - (1,036)^{-6}}{0,036} \times 1,036^{\frac{-10}{30}}$$
$$FPV = 5,311094 \times 0,988280 = 5,248849$$
$$PMT = \frac{12.000}{5,248849} = \$2.286,22$$

Exemplo 1	
Uma TV com valor de \$12.000 foi adquirida em 6 parcelas mensais, iguais e sucessivas. Porém a primeira parcela vence em 40 dias e a taxa de juros é de 3,6% a.m. Determinar o valor de cada prestação do financiamento.	
i = 3,6% a.m.	
n = 6	
Valor do bem = \$12.000	
Fluxo singular postecipado	
PMT = ?	

12.000

PMT

PMT

PMT

PMT

PMT

PMT

0

40

70

100

130

160

190

