

Министерство образования и науки Российской Федерации

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ,
МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

**Лабораторная работа №7
АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ**

Вариант - 11

Выполнил Та М.Ш (подпись)
(фамилия, и.о.)

Проверил _____ (подпись)
(фамилия, и.о.)

“__” _____ 20__г. Санкт-Петербург, 20__ г.

Работа выполнена с оценкой _____

Дата защиты “__” _____ 20__г.

Цель работы: исследование точностных свойств систем управления.

1. Исследование системы с астатизмом нулевого порядка.

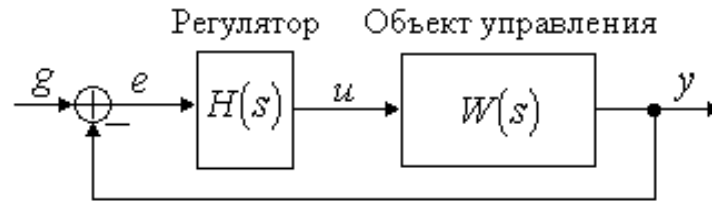


Рисунок 1 – Схема моделирования

Задана замкнутая система с регулятором $H(s) = k$ и передаточной функцией разомкнутого контура $W(s) = \frac{1}{0.5s^2 + s + 1}$

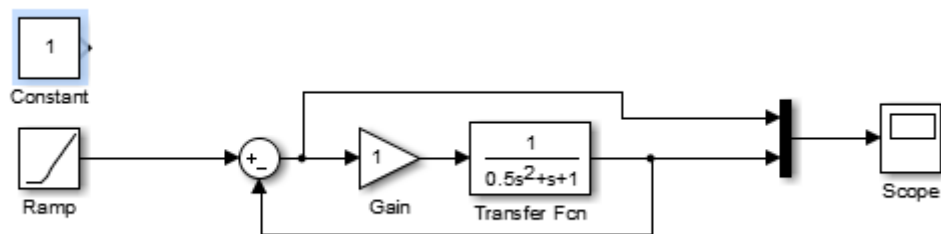


Рисунок 2 – Схема моделирования

1.1 Исследование стационарного режима работы при $g(t) = 2$

Рассчитаем предельное значение установившейся ошибки

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + H(s)W(s)} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{k}{0.5s^2 + s + 1}} \frac{2}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 + 2s + 2}{0.5s^2 + s + 1 + k} = \frac{2}{1 + k}$$

$$k = 1 \quad \varepsilon = 1$$

$$k = 5 \quad \varepsilon = 0.33$$

$$k = 10 \quad \varepsilon = 0.18$$

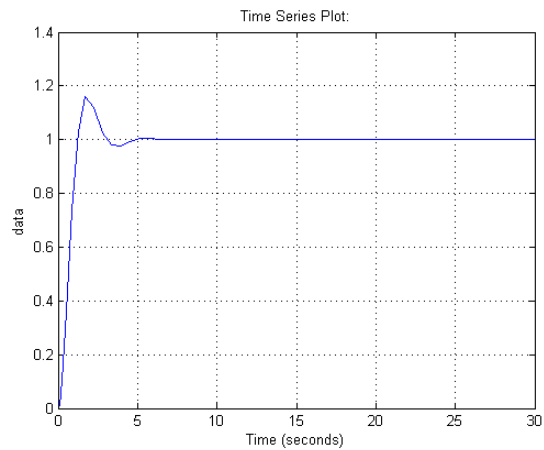
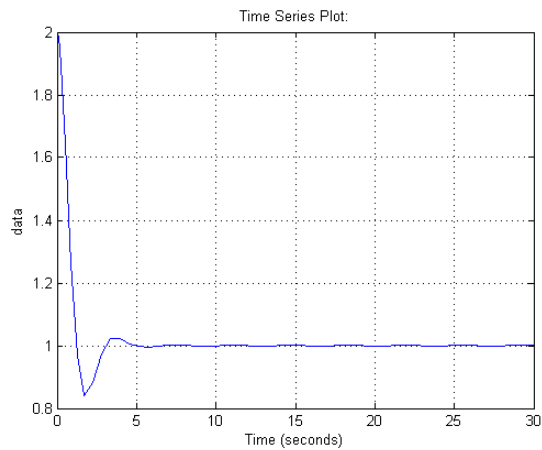


Рисунок 3 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$ при $\kappa=1$

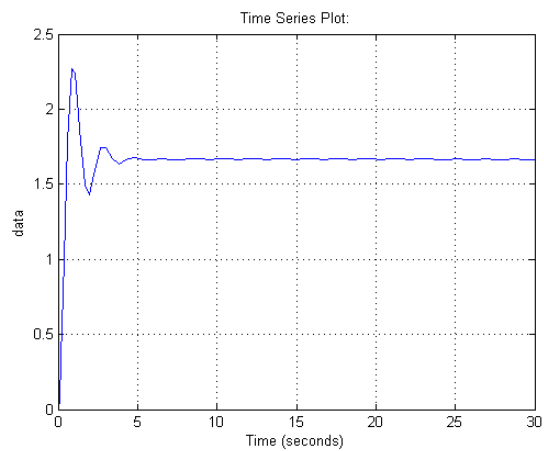
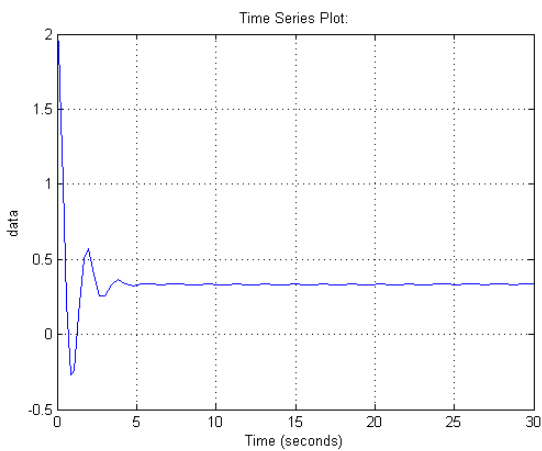


Рисунок 4 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$ при $\kappa=5$

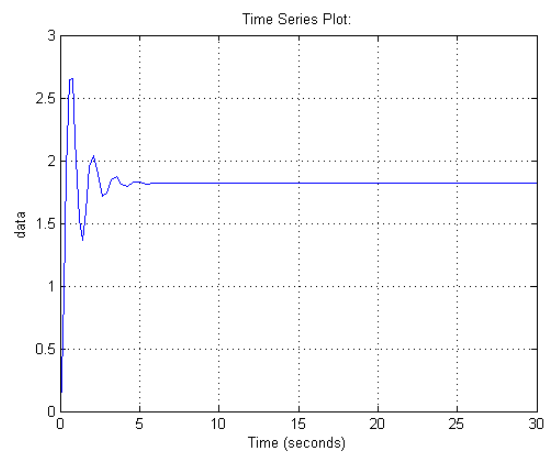
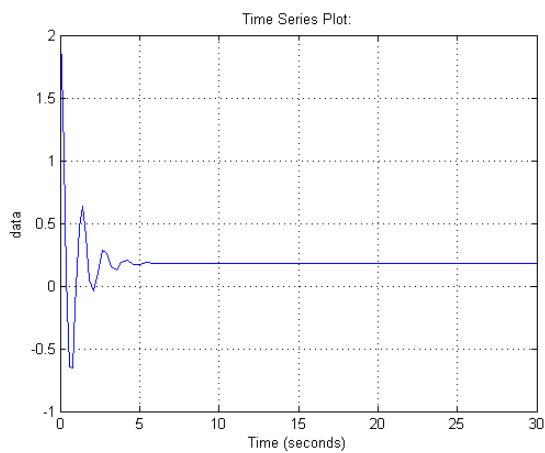


Рисунок 5 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$ при $\kappa=10$

1.2 Исследование режима движения с постоянной скоростью при $g(t) = 2t$

Рассчитаем предельное значение установившейся ошибки

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + H(s)W(s)} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{k}{0.5s^2 + s + 1}} \frac{2}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{0.5s^2 + s + 1}{0.5s^2 + s + 1 + k} \frac{2}{s} = \infty$$

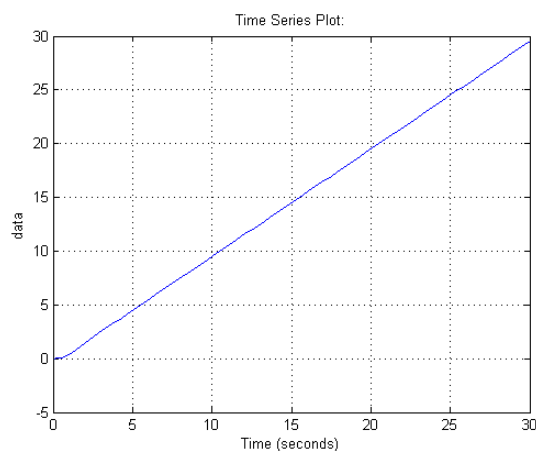
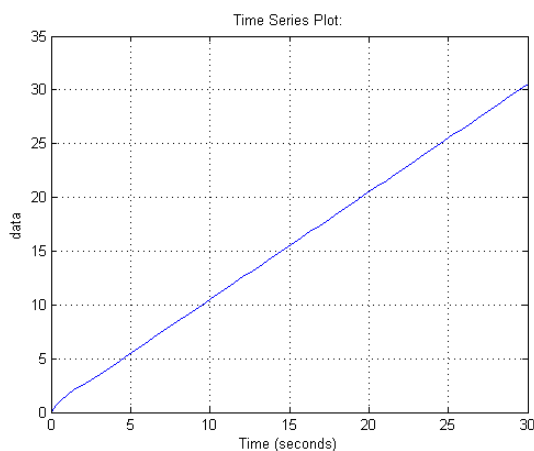


Рисунок 6 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$ при $k=1$

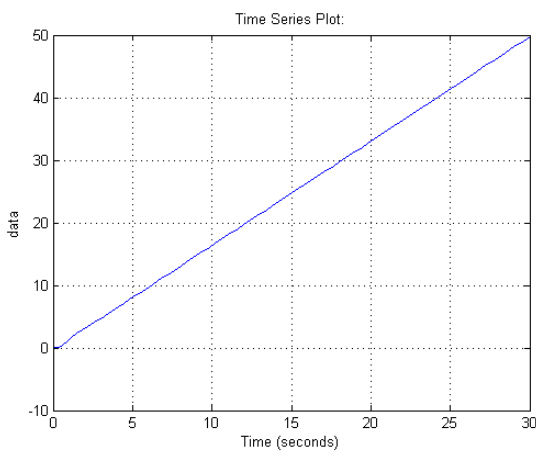
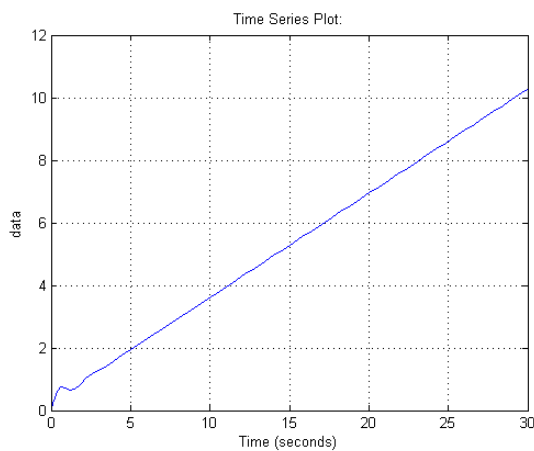


Рисунок 7 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$ при $k=5$

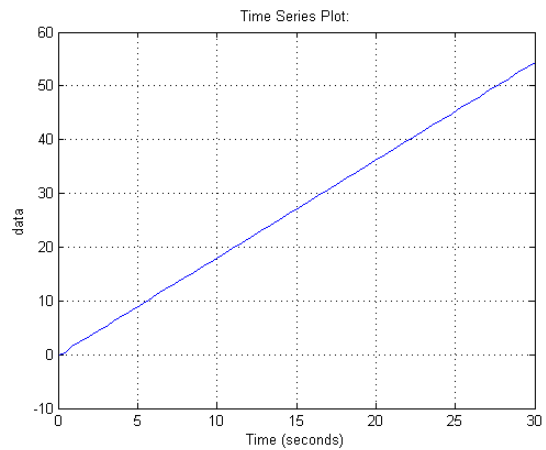
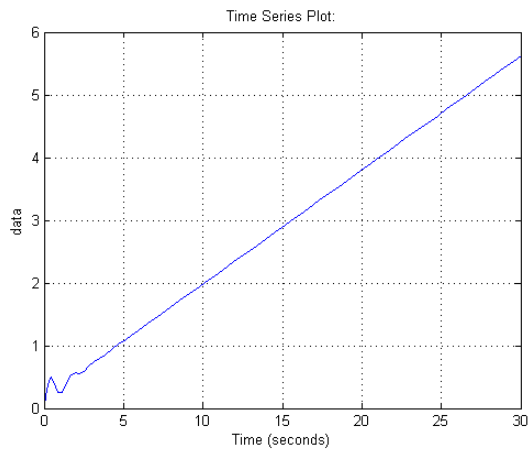


Рисунок 8 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$ при $k=10$

2. Исследование системы с астатизмом первого порядка.

$$W(s) = \frac{s + 1}{0.5s^2 + s + 1}$$

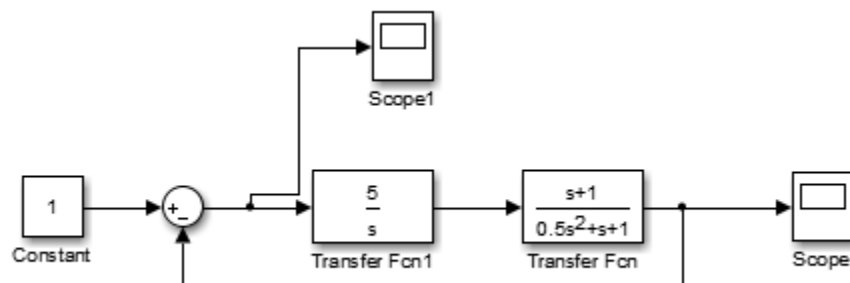


Рисунок 9 – Схема моделирования

2.1 $g(t)=A=2$ - стационарный режим работы.

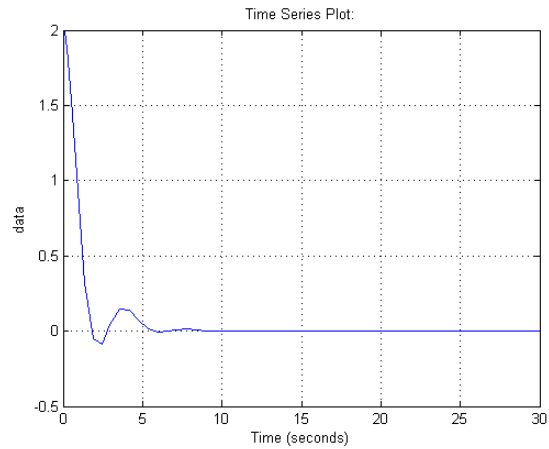
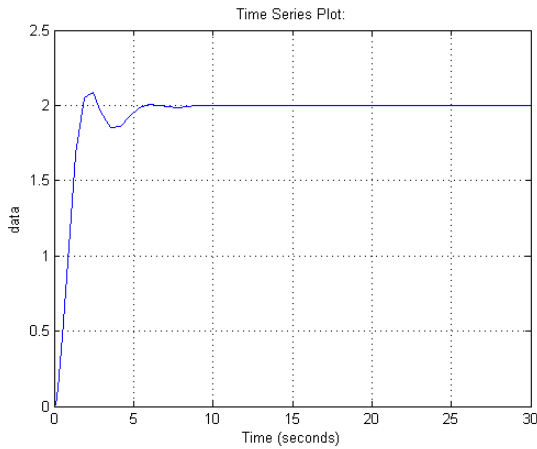


Рисунок 10 – График зависимость $y(t)$ и $e(t)$ при $k=1$

Из графика видно, что предельное значение установившейся ошибки $e(t) = 0$

Это значение подтверждается аналитическим расчетом:

$$e_y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+W(s)} \frac{A}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+\frac{W^*(s)}{s}} A = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{s+k} A = 0$$

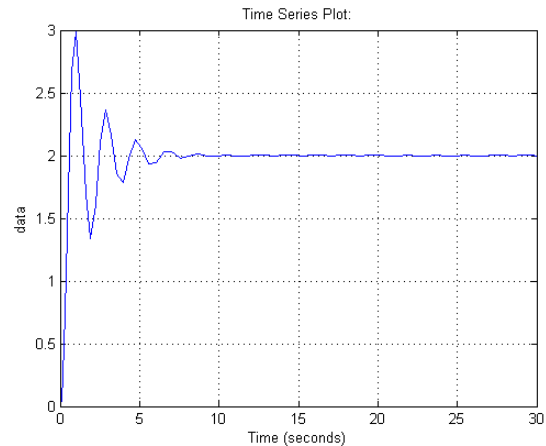
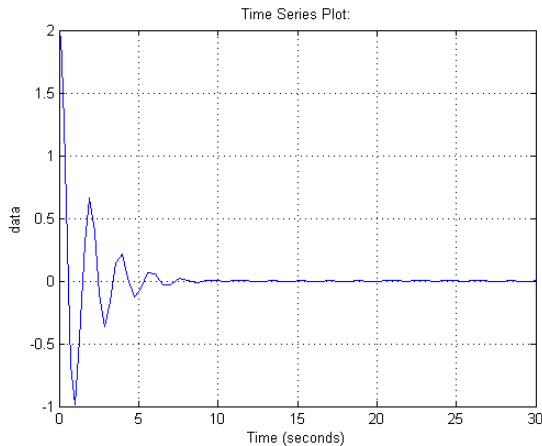


Рисунок 11 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$ при $k=5$

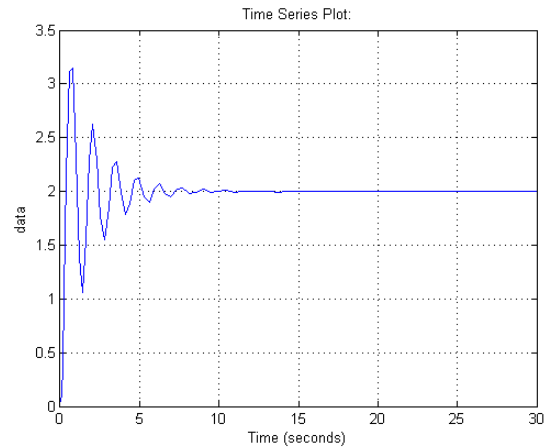
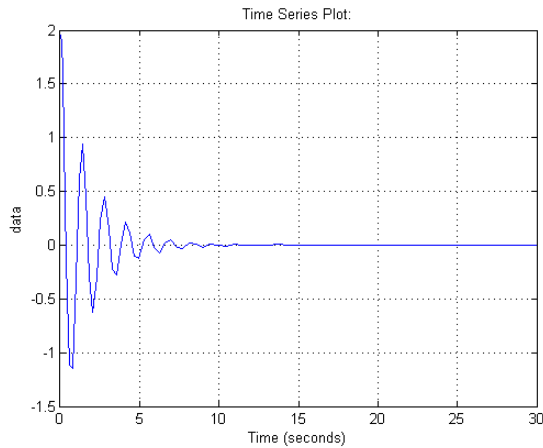


Рисунок 12 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$ при $k=10$

Во всех трех случаях $e = 0$

Вывод. СУ с астатизмом первого порядка (и выше) обрабатывает постоянное задающее воздействие с нулевой установившейся ошибкой.

2.2 $g(t)=Vt=2t$ – движение с постоянной скоростью.

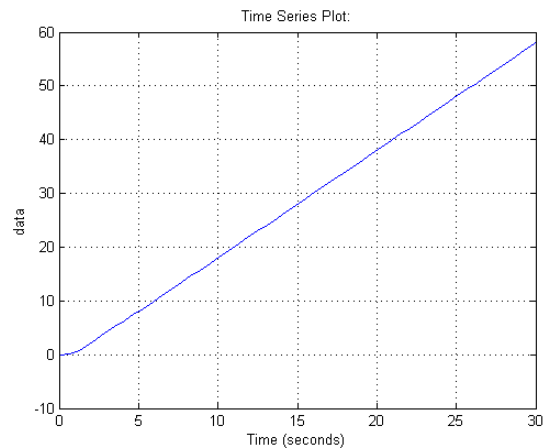
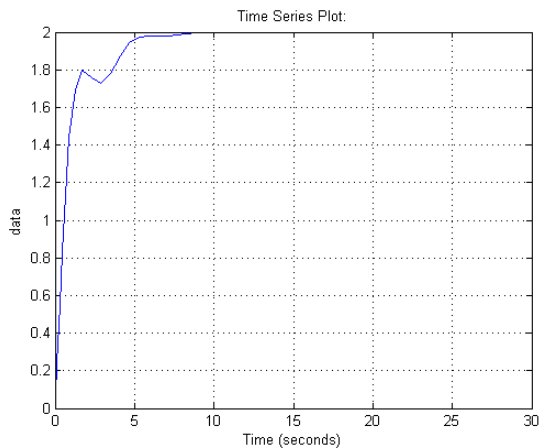


Рисунок 13 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$ при $k=1$

Из графика видно, что предельное значение установившейся ошибки $\varepsilon = 2$

Аналитическим расчет:
$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+W(s)} \frac{V}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{s+k} \frac{V}{s} = \frac{V}{k} = \frac{2}{1} = 2$$

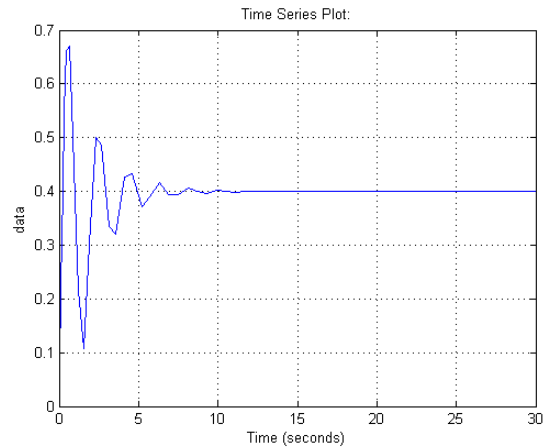
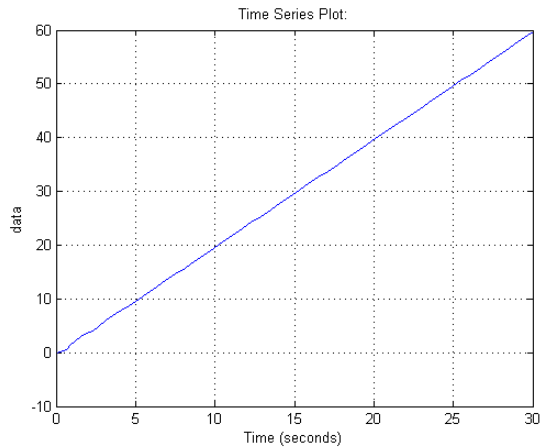


Рисунок 14 – График зависимость $y(t)$ и $e(t)$ при $k=5$

Из графика видно, что предельное значение установившейся ошибки $\varepsilon = 0.4$

Аналитическим расчет :
$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+W(s)} \frac{V}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{s+k} \frac{V}{s} = \frac{V}{k} = \frac{2}{5} = 0.4$$

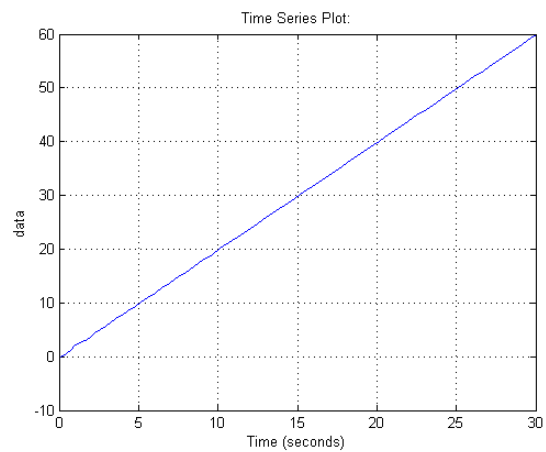
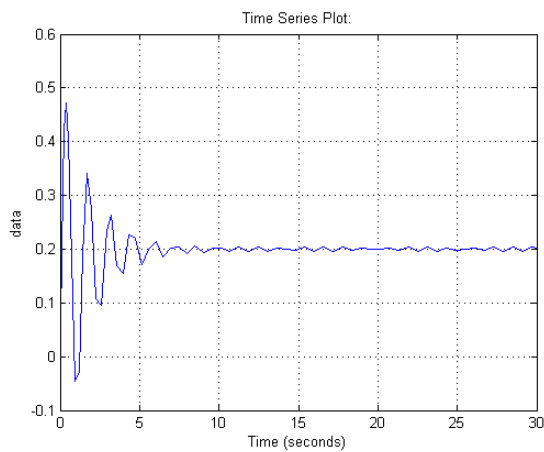


Рисунок 15 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$ при $k=10$

Из графика видно, что предельное значение установившейся ошибки $\varepsilon = 0.2$

Аналитическим расчет :
$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+W(s)} \frac{V}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{s+k} \frac{V}{s} = \frac{V}{k} = \frac{2}{10} = 0.2$$

Вывод. У системы управления (СУ) с первым порядком астатизма при линейно изменяющемся задающем воздействии (Vt) установившаяся ошибка равна $\varepsilon = \frac{V}{k}$

2.3 $g(t) = at^2/2 = 0.45t^2$ – движение с постоянным ускорением.

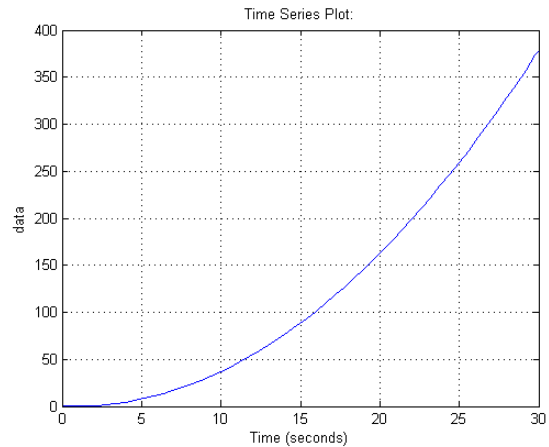
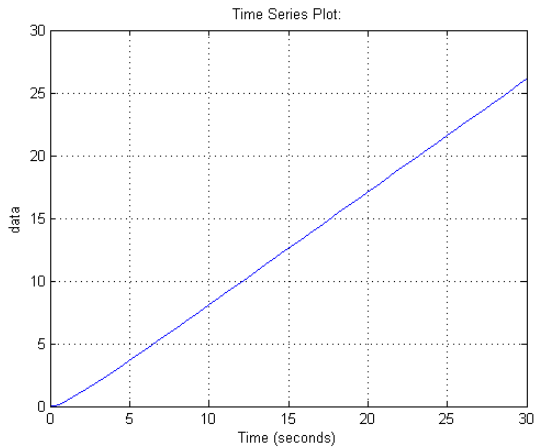


Рисунок 16 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$ при $k=1$

Аналитическим расчет $\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+W(s)} \frac{a}{s^3} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{s+k} \frac{a}{s^2} = \infty$

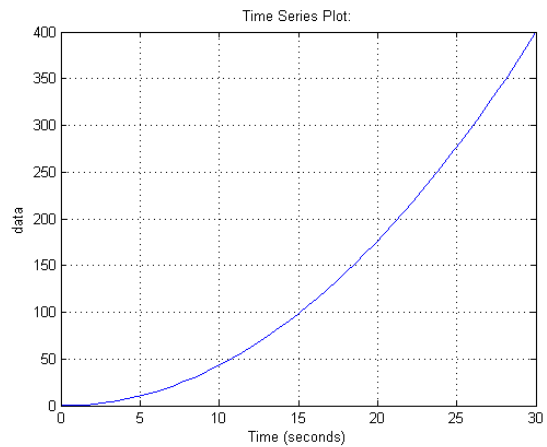
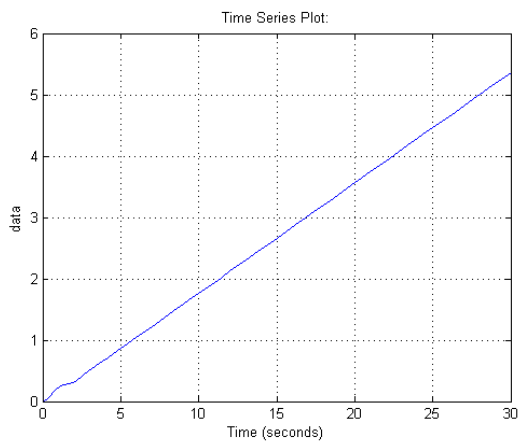


Рисунок 17 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$ при $k=5$

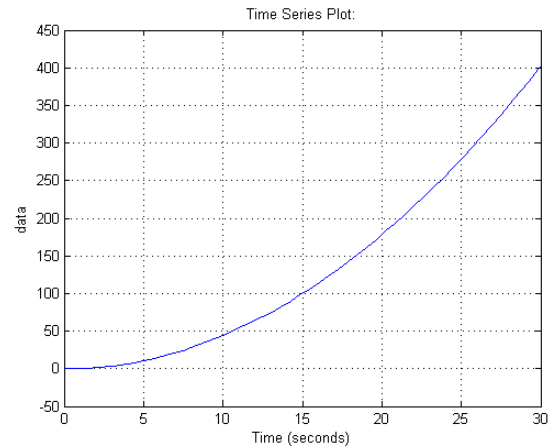
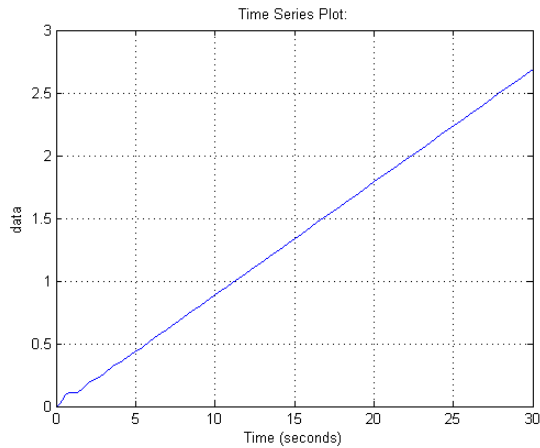


Рисунок 18 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$ при $\kappa=10$

3. Исследование влияния внешних возмущений.

Задана замкнутая система с двумя внешними возмущениями $f_1(t)$ и $f_2(t)$, передаточной функцией разомкнутого контура $f_1(t)$ и $f_2(t)$ и передаточной функцией обратной связи $W(s) = \frac{1}{0.5s^2 + s + 1}$

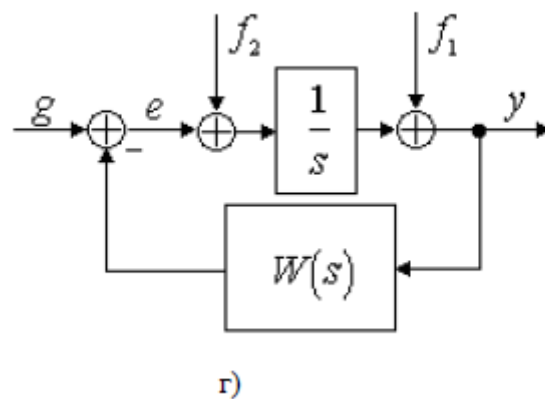


Рисунок 19 – Схема моделирования

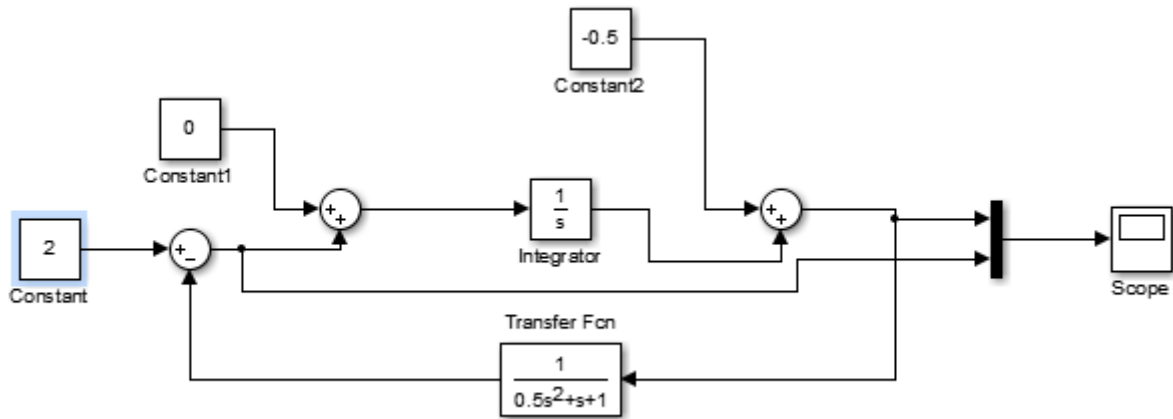


Рисунок 20 – Схема моделирования

Рассчитаем предельное значение установившейся ошибки:

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \left[-s \frac{sW(s)}{s+W(s)} \frac{F_1}{s} + s \frac{W(s)}{s+W(s)} \frac{F_2}{s} \right] = F_2$$

3.1 Задано

$$f_1(t) = -0.5$$

$$f_2(t) = 0$$

$$g(t) = 2$$

Рассчитаем $\varepsilon = 0$

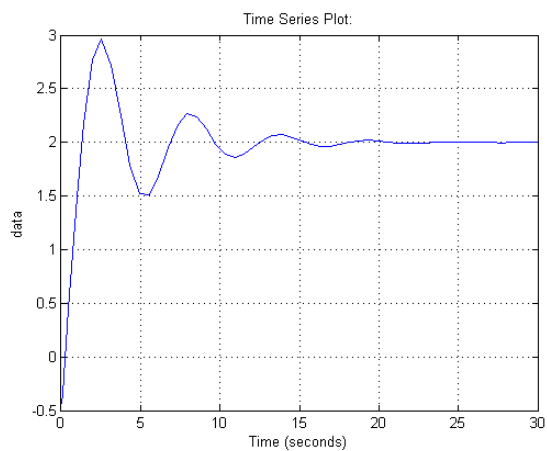
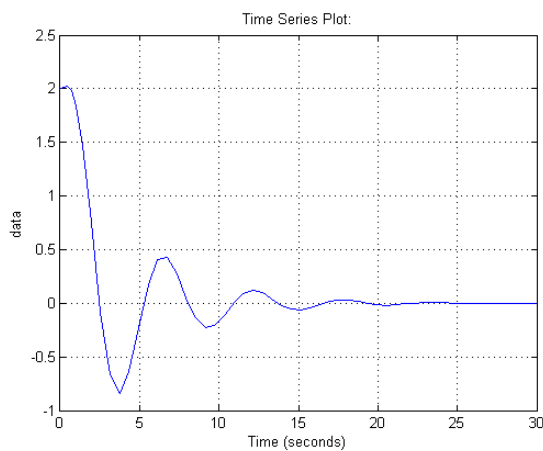


Рисунок 21 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$

3.2 Задано

$$f_1(t) = 0$$

$$f_2(t) = 0,25$$

$$g(t) = 2$$

Рассчитаем $\varepsilon = 0,25$

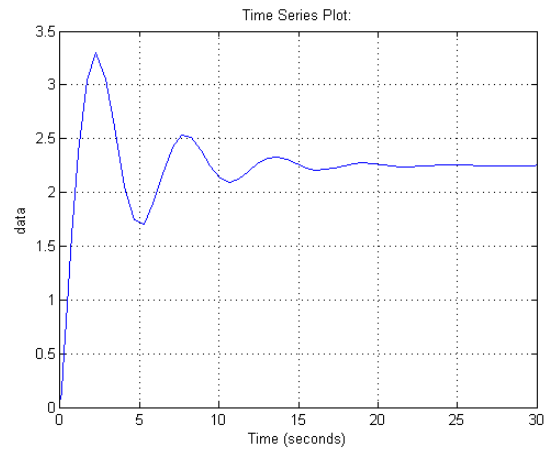
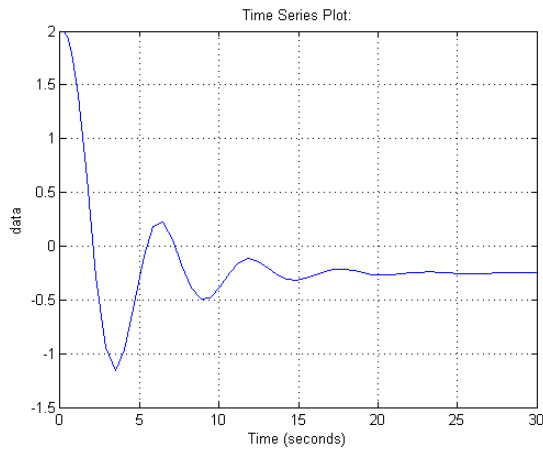


Рисунок 22 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$

4. Исследование установившейся ошибки при произвольном входном воздействии.

Задана замкнутая система с регулятором $H(s) = 1$ и передаточной функцией разомкнутого контура $W(s) = \frac{1}{0.5s^2 + s + 1}$. Задающее воздействие

$$g(t) = 0.3t + 2 \sin 0.8t$$

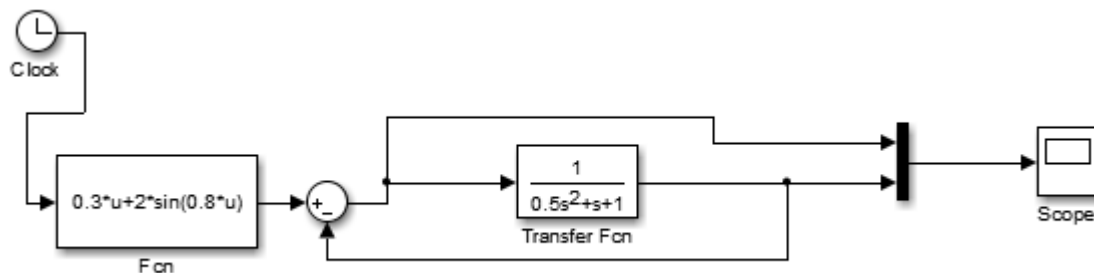


Рисунок 23 – Схема моделирования

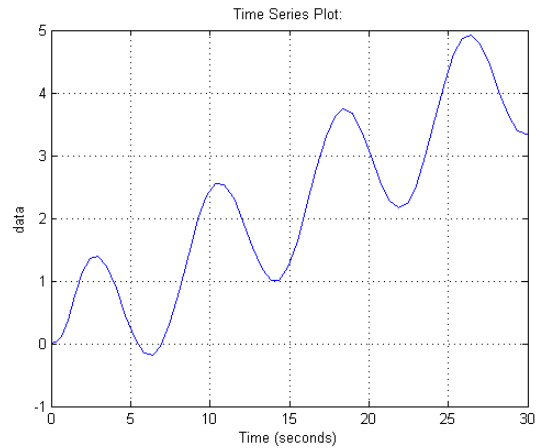
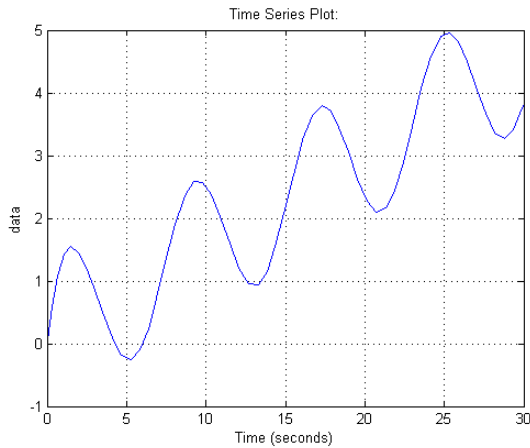


Рисунок 24 – График зависимость $e(t)$ и $y(t)$

Оценим приближенно установившуюся ошибку слежения:

$$\Phi_e(s) = \frac{1}{1 + H(s)W(s)} = \frac{0.5s^2 + s + 1}{0.5s^2 + s + 2}$$

Разложим $\Phi_e(s)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $s = 0$:

$$c_0 = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$c_1 = \frac{d}{ds} \Phi_e(s) = \frac{(s+1)(0.5s^2 + s + 2) - (0.5s^2 + s + 1)(s+1)}{(0.5s^2 + s + 2)^2} = \frac{s+1}{(0.5s^2 + s + 2)^2} \Big|_{s=0} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$c_2 = \frac{d^2}{ds^2} \Phi_e(s) = \frac{(0.5s^2 + s + 2)^2 - (s+1)2(0.5s^2 + s + 2)(s+1)}{(0.5s^2 + s + 2)^4} \Big|_{s=0} = \frac{2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1}{2^4} = 0$$

$$e_y(t) = 0.5(0.3t + 2 \sin 0.8t) + 0.25(0.3 + 1.6 \cos 0.8t) - 0 = 0.15t + \sin 0.8t + 0.4 \cos 0.8t + 0.075$$

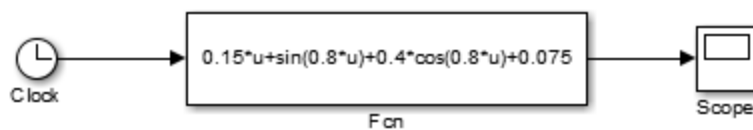


Рисунок 25 – Схема моделирования

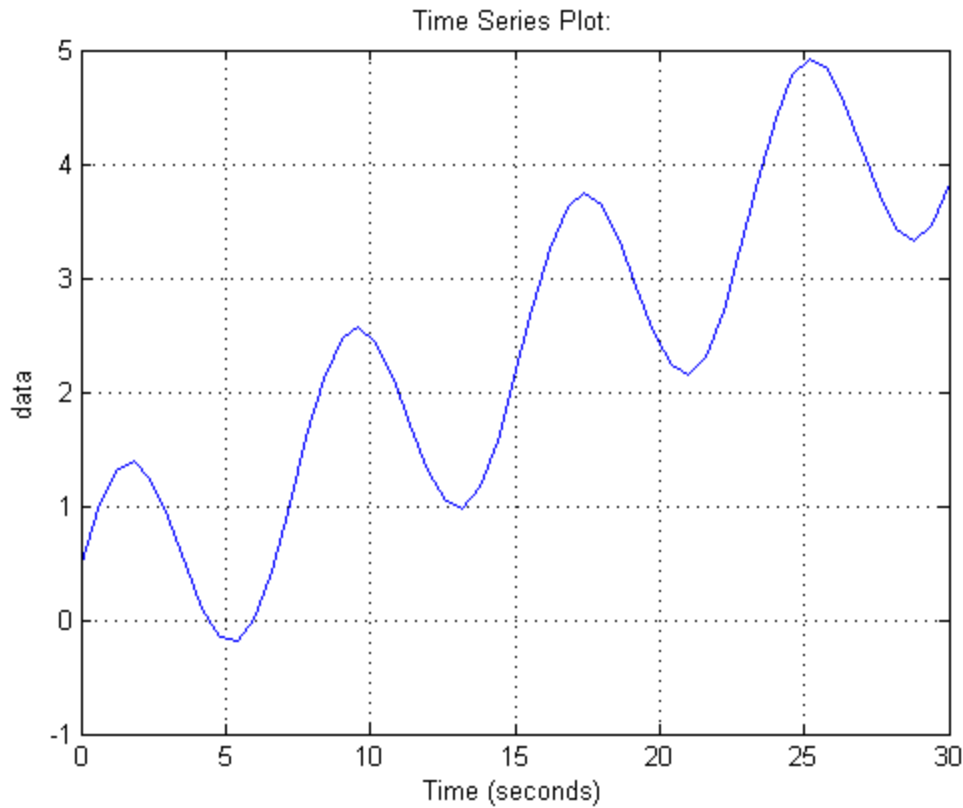


Рисунок 26 – График зависимость $e(t)$

Вывод: управлять точностными свойствами системы можно при помощи регуляторов. Для обеспечения требуемой установившейся ошибки можно повышать коэффициент усиления, а также изменять астатизм системы. В частности, системы с астатизмом первого порядка нечувствительны к постоянным возмущениям.