

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

**Лабораторная работа №12**  
**“АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРИКЛАДНОГО ПАКЕТА MATLAB CONTROL SYSTEM TOOLBOX ”**  
Вариант - 11

Выполнил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г. Санкт-Петербург, 20\_\_г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты "\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г.

# 1 Задача

Целью работы является исследование динамических и частотных характеристик, анализ структурных свойств и устойчивости линейных непрерывных систем с помощью прикладного пакета matlab.

В качестве объекта исследования выбраны линейные непрерывные динамические стационарные системы. Исходная модель разомкнутой системы представляется в форме вход-выход и описывается передаточной функцией вида:

$$W(s) = \frac{b_1 s + b_0}{s(a_2 s^2 + a_1 s + a_0)} \quad (1)$$

Значения коэффициентов  $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1$  представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Коэффициенты передаточной функции

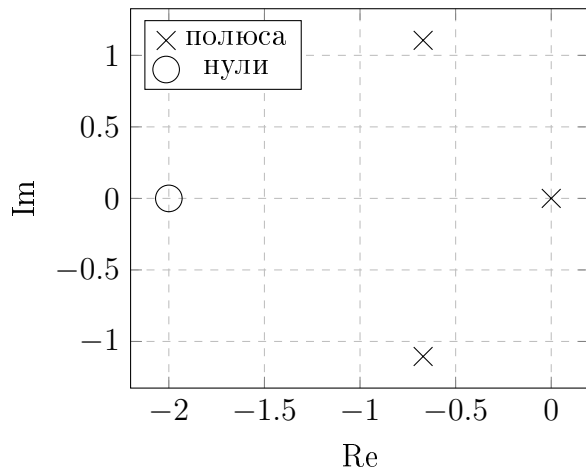
$a_0$	$a_1$	$a_2$	$b_0$	$b_1$
5	4	3	2	1

Далее необходимо перейти от исходной разомкнутой системы к замкнутой системе с жесткой отрицательной обратной связью и провести ее анализ в соответствии с порядком выполнения работы.

## 2 Анализ разомкнутой системы

Передаточная функция разомкнутой системы представлена ниже:

$$W(s) = \frac{s + 2}{3s^3 + 4s^2 + 5s} \quad (2)$$



Из исходной системы можем найти нули и полюса.

$$p_1 = -2$$

$$z_1 = 0 \quad z_{2,3} = -\frac{2}{3} \pm i\frac{\sqrt{11}}{3}$$

где  $p$  - полюса,  $z$  - нули. Графическое изображение найденных решений представлено на рисунке 1.

Рисунок 1 – Нули и полюса

Далее построим логарифмические амплитудночастотные и фазочастотные характеристики. Они представлены на рисунке 2.

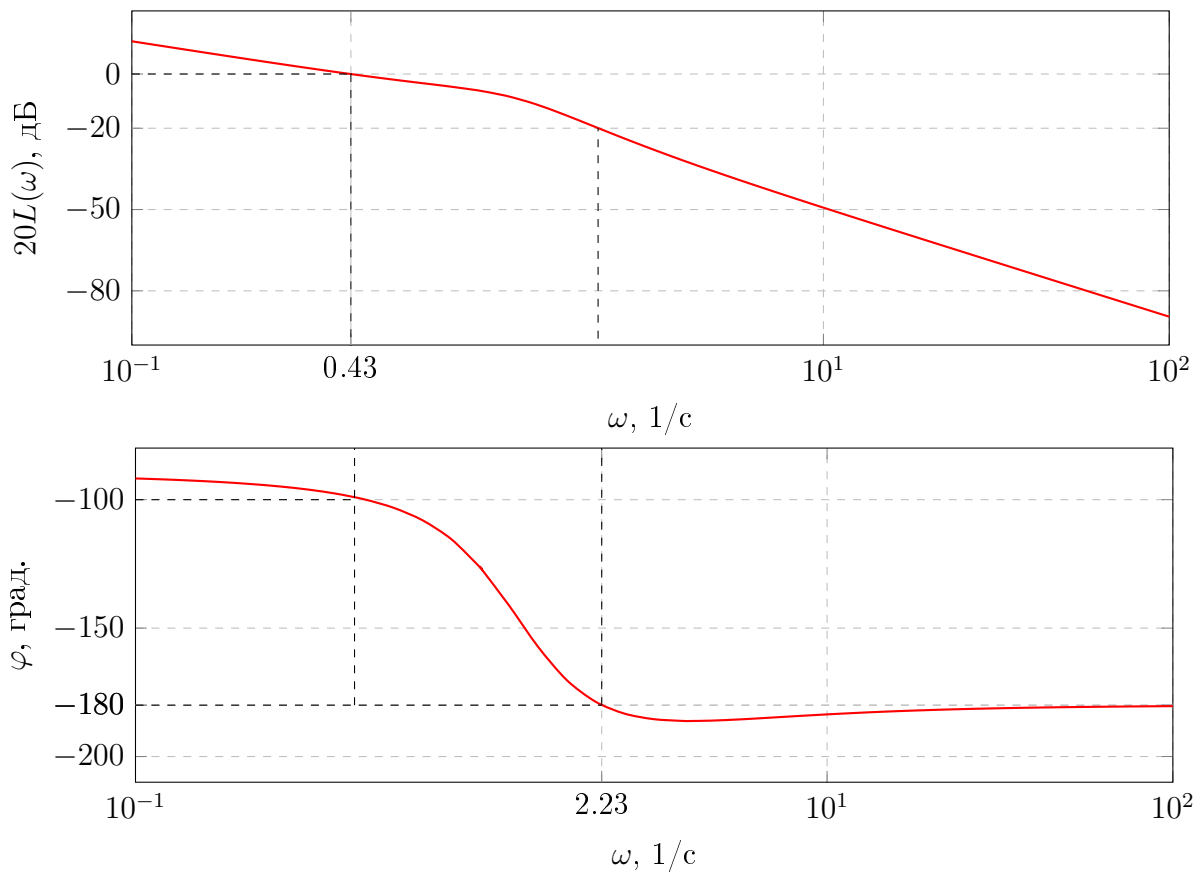


Рисунок 2 – ЛАЧХ и ЛФЧХ

По ЛАЧХ и ЛФЧХ можно найти частоту среза  $\omega_c$ , запас устойчивости по амплитуде  $A_3$  и по фазе  $\varphi_3$ .

$$\omega_c = 0.43$$

$$A_3 = 0.1$$

$$\varphi_3 = -100^\circ$$

Все эти точки отмечены соответственно на рисунке 2. Далее на основании полученных характеристик можем построить амплитудночастотную характеристику. Она изображена на рисунке 3.

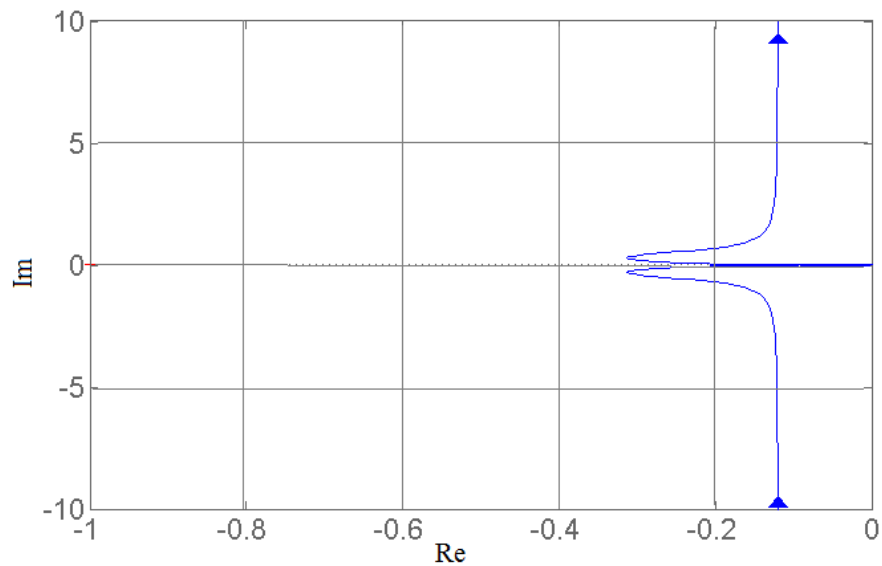


Рисунок 3 – АФЧХ

### 3 Анализ замкнутой системы

Передаточная функция с коэффициентом обратной связи  $K$  записана ниже.

$$W_{\text{замк.}}(s) = \frac{s + 2}{3s^3 + 4s^2 + (5 + K)s + 5K} \quad (3)$$

Далее на рисунке 4 представлен графики корней при разных коэффициентах обратной связи  $K \in [0, 100]$ .

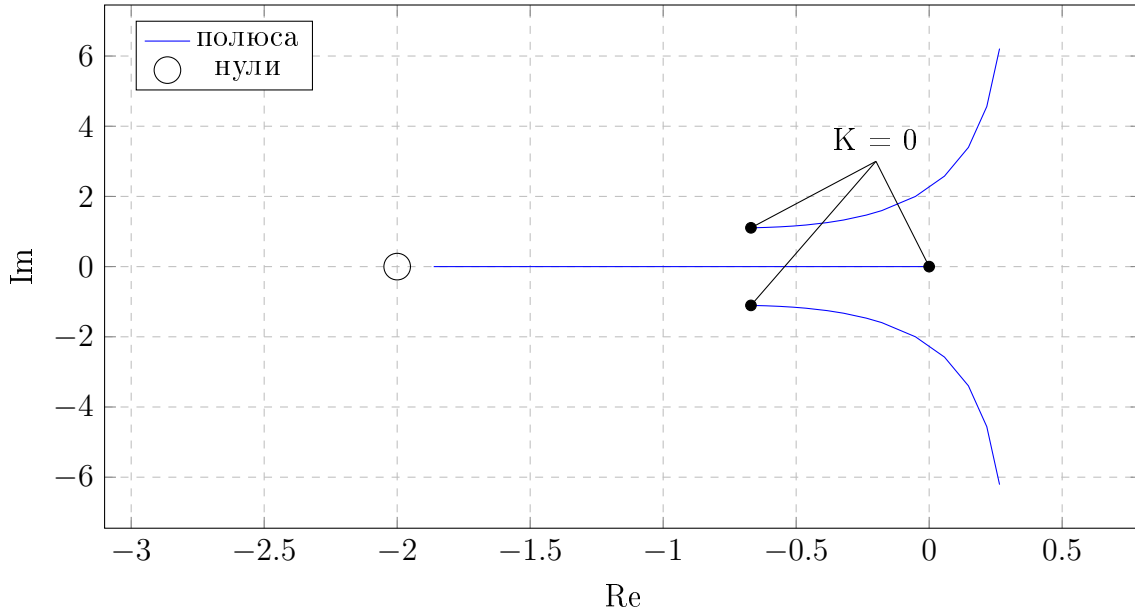


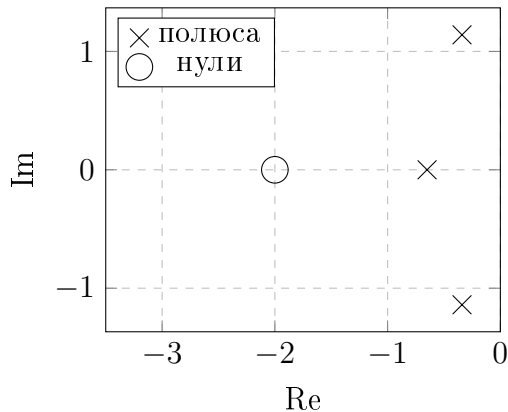
Рисунок 4 – Нули и полюса

Как видно, при  $K = 0$  система имеет 1 нулевой корень и находится на границе устойчивости нейтрального типа, при увеличении  $K$ , система становится устойчивой, при этом вещественная часть комплексно сопряженных корней стемится в правую полуплоскость, что ведет к неустойчивости системы.

Пользуясь критерием Гурвица можно вывести, что система будет устойчива при следующих  $K$ :

$$0 < K < 1.82 \quad (4)$$

Это также соответствует рисунку 4. Выберем  $K = 0.55$  и будем дальше с ним работать.



В таком случае набор корней будет следующим (также корни изображены на рисунке 5):

$$\begin{aligned} p_1 &= -2 & z_1 &= -0.65 \\ z_{2,3} &= -0.34 \pm 1.14i \end{aligned}$$

Как видно из рисунка 5 система устойчива. Степень устойчивости системы равна  $Re(z_2) = Re(z_3) = -0.34$ .

Рисунок 5 – Нули и полюса

На рисунке 6 и 7 представлены графики переходной и весовой функций замкнутой системы.

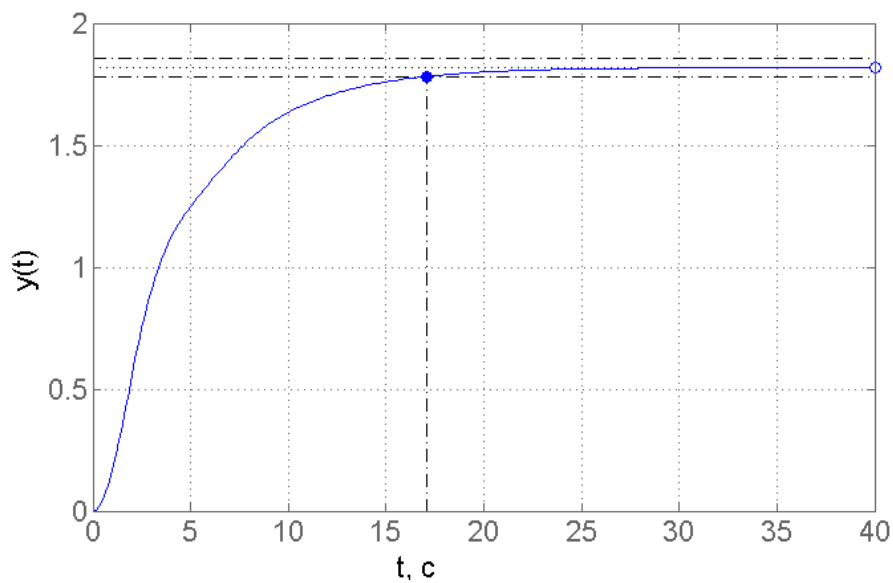


Рисунок 6 – Переходная функция

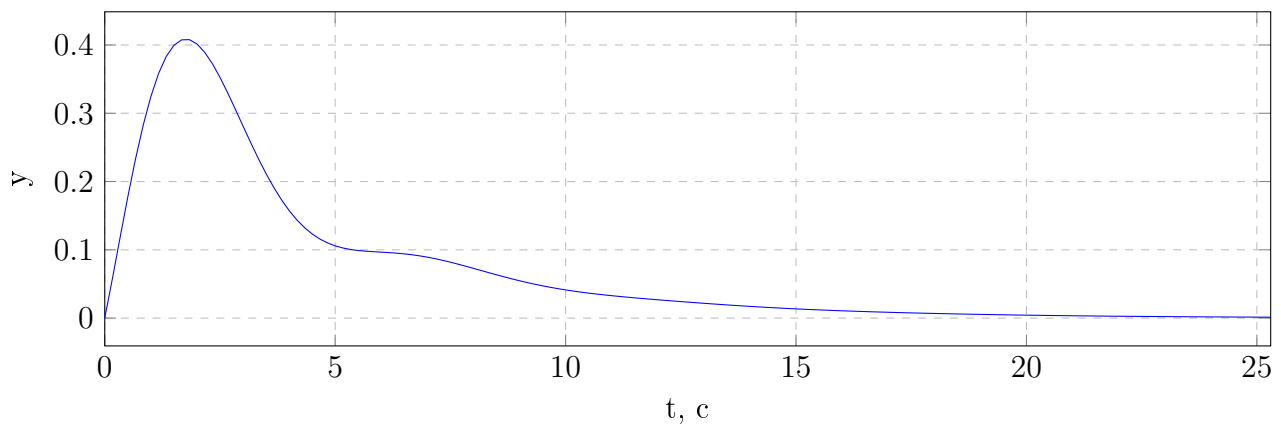


Рисунок 7 – Весовая функция

Время переходного процесса  $t_n$  и перерегулирование  $\sigma$  указаны ниже:

$$t_n = 17.1c$$

$$\sigma = 0\%$$

Далее приведем модель 3 к модели ВСВ. Она выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{4}{3} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} U \\ y = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix} X \end{cases} \quad (5)$$

где  $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$ .

Теперь можно составить матрицы управляемости  $W_y$  и наблюдаемости  $W_n$  для определения управляемости и наблюдаемости модели.

$$W_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{4}{3} \\ 1 & -\frac{4}{3} & \frac{1}{9} \end{bmatrix} \qquad W_n = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & \frac{4}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

Поскольку  $\text{rang}\{W_y\} = 3$  система является управляемой. При этом система является не наблюдаемой, поскольку  $\text{rang}\{W_n\} = 2$ .

## Выводы

В данной работы мы исследовали разомкнутую систему. Получили ее корни и сравнили коренной критерий и Найквиста. Неустойчивая система по Найквисту является системой на нейтральной границе устойчивости по корневому критерию. Также мы построили ЛАЧХ и ЛФЧХ, и по ним определили запас устойчивости по амплитуде и фазе.

Также осуществили анализ замкнутой системы по разомкнутой(рисунок 4). При  $K = 0$  система становится разомкнутой. При увеличении  $K$  до 0,82 система будет устойчивой.

По полученной модели ВСВ мы проверили ее на управляемость и наблюдаемость. Система является управляемой и не наблюдаемой.