

Matemática Básica

Apresentação

Prezado aluno

Este material é destinado ao ensino de Matemática Básica nos cursos de Ensino Médio. Ele foi elaborado visando que você retome conteúdos de matemática básica necessários ao seu bom desenvolvimento em disciplinas como Física, Química e, principalmente, em Matemática.

Esse volume foi organizado em 15 capítulos que visam esgotar os conteúdos matemáticos de maneira objetiva e em uma linguagem clara. Buscamos incluir em cada capítulo exemplos e exercícios para serem resolvidos pelo professor durante a aplicação das aulas e exercícios propostos para que você resolva em seus momentos de estudo.

Os exercícios propostos que correspondem, em sua maioria, a questões de vestibulares, foram selecionados com o objetivo de explorar cada conteúdo integralmente e contemplar questões apresentadas em vestibulares de várias regiões do Brasil.

Esperamos contribuir para seu processo de aprendizagem da matemática e necessária preparação para o ingresso em um curso universitário.

As sugestões e críticas que visem aprimorar esse material serão sempre bem aceitas.

Prof. Marco Antonio Gonzalez Moraes

Prof. Sérgio Dantas



Sumário

1	Números naturais	1
2	Aplicação de fatoração	10
3	Números racionais	17
4	Potenciação em \mathbb{R}	25
5	Potenciação em \mathbb{R}	31
6	Radiciação em \mathbb{R}	36
7	Radiciação em \mathbb{R}	42
8	Expressões algébricas	47
9	Fatoração	52
10	Equação do 1º Grau	58
11	Sistemas de Equações do Primeiro Grau	62
12	Razão	69
13	Grandezas Diretamente Proporcionais	76
14	Equação do 2º Grau	80
15	Equação Biquadrada	85
	Testes	91



1 | Números naturais

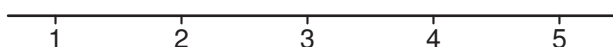
São números inteiros não negativos:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Ou também podemos dizer são os números inteiros positivos.

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Podemos pensar nos números naturais como representados por pontos de uma reta, cada ponto separado do anterior por uma unidade de comprimento.



Divisão no conjunto IN

Exemplo

Dividir o número 37 por 7

$$\begin{array}{lcl} \text{Dividendo} & \rightarrow & 37 \mid \underline{7} \leftarrow \text{divisor} \\ \text{resto} & \rightarrow & 2 \quad 5 \leftarrow \text{quociente} \end{array}$$

Note que

$$37 = 7 \cdot 5 + 2, \text{ então}$$

Na divisão vale a relação abaixo:

$$\text{dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{quociente} + \text{resto}$$

É importante lembrar que:

I. A divisão só existe se o **divisor** for **diferente de zero**

$$\text{divisor} \neq 0$$

II. O **resto** é sempre **menor** que o **divisor**

$$\text{resto} < \text{divisor}$$

1 (Carlos Chagas) Se a e b são números inteiros positivos, existem q e r tais que $a = b \cdot q + r$ e $0 \leq r < b$.

Se $a = 439$ e $b = 31$, então r é igual a:

- a) 1
- b) 3
- c) 5
- d) 2
- e) 4

Múltiplos e divisores

Ao dividirmos dois números naturais podemos encontrar no resultado um número natural. Por exemplo, 52 dividido por 4, dá 13. Então, dizemos que 4 é um divisor ou fator de 52. Também podemos dizer que 52 é um **múltiplo** de 4.

Em geral, seja m e n dois números naturais quaisquer; se existir um terceiro número natural q tal que $m = n \cdot q$, então n se diz um **divisor** de m ou **m** é múltiplo de n .

$$\begin{array}{l} m = n \cdot q \\ 52 = 4 \cdot 13 \end{array}$$

Exemplo

$$\begin{array}{lcl} m & \rightarrow & 40 \mid \underline{5} \leftarrow n \\ \text{resto} & \rightarrow & 0 \quad 8 \leftarrow q \end{array}$$

- 40 é divisível por 5
- 40 é múltiplo de 5
- 5 é divisor de 40
- resto igual a 0

Observação

Quando um número m é divisível por n o resto da divisão é igual a 0 (zero).

$$\begin{array}{lcl} m & \rightarrow & 40 \mid \underline{5} \leftarrow n \\ \text{resto} & \rightarrow & 0 \quad 8 \leftarrow q \end{array}$$

- m é divisível por n
- n é divisor de m

Número natural par

É todo número divisível por 2, ou seja, todo **múltiplo** de 2.

$$P = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$$

Um número é par se o último algarismo for 0, 2, 4, 6 ou 8.

Número natural ímpar

É todo número que não é divisível por 2, ou seja, todo número que não é par:

$$I = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$$

Um número é ímpar se o último algarismo for 1, 3, 5, 7 ou 9.



- 2 Um número p dividido por 7, dá quociente 12 e resto 3. O quociente de p por 17 é um número:
- a) par
 - b) múltiplo de 3
 - c) múltiplo de 5
 - d) divisor de 12
 - e) divisível por 4

- 4 (Carlos Chagas - Bahia) Hoje, dois amigos encontraram-se num mesmo cinema, que costumam freqüentar sistematicamente: um, a cada 18 dias, e o outro, a cada 24 dias. A próxima vez que ambos se encontrarão em tal cinema ocorrerá daqui a
- a) 36 dias
 - b) 48 dias
 - c) 72 dias
 - d) 84 dias
 - e) 96 dias

Múltiplo natural

Para obter-se os múltiplos de um número natural, devemos multiplicar esse número pelo conjunto dos números naturais.

Exemplo

Obter os múltiplos de 5, 7 e 15

$5 \times 0 = 0$	$7 \times 0 = 0$	$15 \times 0 = 0$
$5 \times 1 = 5$	$7 \times 1 = 7$	$15 \times 1 = 15$
$5 \times 2 = 10$	$7 \times 2 = 14$	$15 \times 2 = 30$
$5 \times 3 = 15$	$7 \times 3 = 21$	$15 \times 3 = 45$
$5 \times 4 = 20$	$7 \times 4 = 28$	$15 \times 4 = 60$
\vdots	\vdots	\vdots
\vdots	\vdots	\vdots
\vdots	\vdots	\vdots

Sendo $M(n)$ o conjunto dos números naturais que são múltiplos de n , então:

$$M(5) = \{0, 5, 10, 15, 20, \dots\}$$

$$M(7) = \{0, 7, 14, 21, 28, \dots\}$$

$$M(15) = \{0, 15, 30, 45, 60, \dots\}$$

- 3 (Carlos Chagas Fortaleza) Seja $M(n)$ o conjunto dos números naturais que são múltiplos de n . Por exemplo, $M(3) = \{0, 3, 6, 9, \dots\}$. Nessas condições $M(12) \cap M(8)$, é o conjunto:
- a) $M(8)$
 - b) $M(12)$
 - c) $M(20)$
 - d) $M(24)$
 - e) $M(96)$

Número natural primo

É todo número natural que possui exatamente dois divisores naturais. Então, poderíamos dizer que o número primo é **divisível por 1** e por **ele mesmo**.

Os primeiros números primos em ordem crescente são:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

Leitura de pesquisa

“Observe que 1 não está na relação dos primos. O fato de 1 não ser primo, é uma convenção matemática ou, em outras palavras, é uma questão de definição. Mas com a exclusão do 1, torna-se possível enunciar proposições a respeito de primos, sem fazer exceções.”

Texto retirado do livro: Números Racionais e Irracionais. Ivan Nivens. Sociedade Brasileira de Matemática

Número par (primo)

Entre os números naturais pares, o único que é primo é o 2.

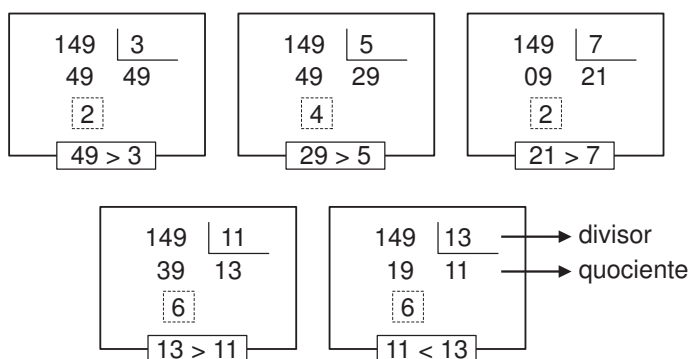
Número ímpar (primo)

Dado um número ímpar, verificamos se esse número é primo, dividindo-o, sucessivamente, pelos primos 3, 5, 7, 11, 17, 19, 23, 29, 31, 37, ... Até que o quociente seja menor ou igual ao divisor. Se efetuarmos todo esse processo e nenhuma das divisões for exata, então o número é primo.



Exemplo

O número 149 é **primo** pois

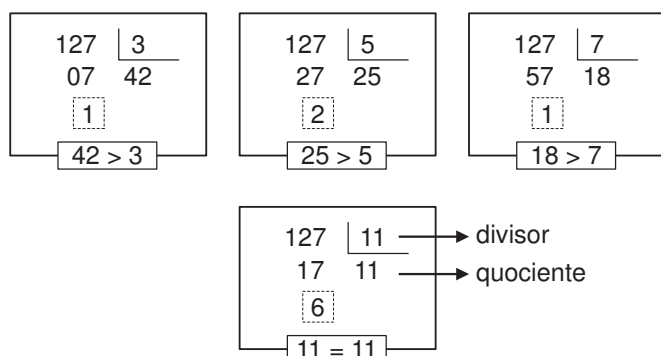


Logo,

quociente < divisor

Portanto, 149 é primo.

O número 127 é primo pois

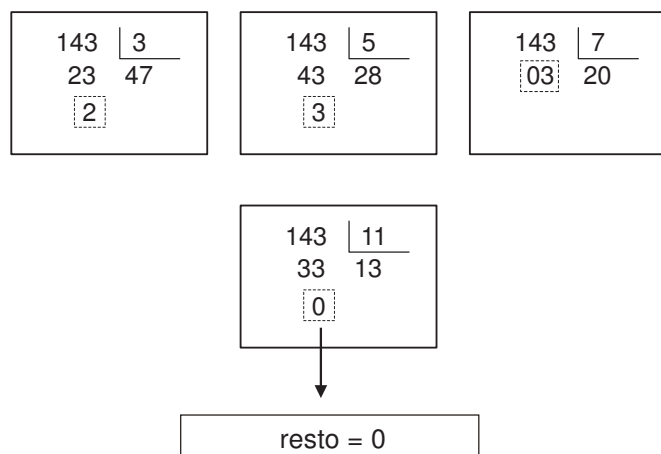


Logo,

quociente = divisor

Portanto, 127 é primo.

O número 143 não é primo pois



Logo, 143 é divisível por 1, 143 é também divisível por 11 e 13.

Portanto, 143 não é primo.

Fatoração

Fatorar um número é fazer sua decomposição em fatores primos.

Não esquecer os principais números primos:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ...

Exemplo

Fatorar o número 420

Resolução

Para decompor um número natural em fatores primos, basta dividirmos o número dado pelo seu menor divisor primo. A seguir dividimos o quociente obtido pelo seu menor divisor primo. Repetindo-se o processo até encontrarmos um quociente igual a 1.

$$\begin{array}{r|l} 420 & 2 \\ 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Os fatores ou divisores primos do número 420 são:

2, 3, 5 e 7

5 Seja $F(a)$ o conjunto dos fatores primos do número a . O número de elementos do conjunto $F(200)$ é.

- a) 5
- b) 4
- c) 3
- d) 2
- e) 1



1ª Aplicação da fatoração

Cálculo dos divisores naturais de um número natural.

Exemplo

Encontrar todos os divisores naturais do número 30.

Para descobrir os divisores naturais de um número natural temos que fazer a fatoração desse número

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Em seguida, colocar acima e a direita da fatoração o número 1.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 & 1 \\ 15 & 3 & \\ 5 & 5 & \\ 1 & & \end{array}$$

Colocar o número 1 porque ele é divisor de qualquer número

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 & 2 \\ 15 & 3 & \\ 5 & 5 & \\ 1 & & \end{array}$$

Multiplicar o fator primo 2 pelo divisor 1

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 & 2 \\ 15 & 3 & 3, 6 \\ 5 & 5 & \\ 1 & & \end{array}$$

Multiplicar o fator primo 3 pelos divisores 1 e 2

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 & 2 \\ 15 & 3 & 3, 6 \\ 5 & 5 & 5, 10, 15, 30 \\ 1 & & \end{array}$$

Multiplicar o fator primo 5 pelos divisores 1, 2, 3 e 6

Logo: os divisores naturais do número 30 são:

$$D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

6 O conjunto dos divisores do número 36, maiores que 10, tem:

- a) 1 elemento
- b) 2 elementos
- c) 3 elementos
- d) 4 elementos
- e) 5 elementos

2ª Aplicação da fatoração

Cálculo da quantidade de divisores naturais de um número natural.

Exemplo

Quantos divisores positivos tem o número 500?

Resolução

Para descobrir a quantidade (número) de divisores naturais de um número natural temos que fazer a fatoração desse número

$$\begin{array}{r|l} 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$500 = 2^2 \cdot 5^3$$

Os divisores positivos de $4 = 2^2$ são $2^0, 2^1, 2^2$

Os divisores positivos de $125 = 5^3$ são $5^0, 5^1, 5^2, 5^3$

Como 2^2 possui $(2 + 1)$ divisores

Como 5^3 possui $(3 + 1)$ divisores

Então, $2^2 \times 5^3$ possui:

$$\begin{array}{c} (2 + 1) \cdot (3 + 1) \text{ divisores} \\ 3 \cdot 4 \\ 12 \text{ divisores naturais} \end{array}$$

Resumindo as etapas temos:

- 1ª) Fatorar o número.
- 2ª) Adicionar 1 a cada um dos expoentes da fatoração.
- 3ª) Por último multiplicar os números obtidos.

Observação

Para encontrar o número de divisores inteiros devemos dobrar o número de divisores naturais.



- 7 (FUVEST) O número de divisores naturais do número 40 é:
- a) 8
 - b) 6
 - c) 4
 - d) 2
 - e) 20

- 8 (MACK) O número natural $8 \cdot 5^k$ tem 24 divisores positivos. O valor de k é:
- a) 3
 - b) 4
 - c) 5
 - d) 6
 - e) 7

Regras de divisibilidade

"Um critério de divisibilidade só é útil quando for mais simples que a própria divisão."

Divisibilidade por 2

Um número natural é divisível por 2 quando é par.

Os números 48, 620 e 436 são pares, logo divisíveis por 2.

Divisibilidade por 3

Um número é divisível por 3 quando a soma dos seus algarismos é divisível por 3.

O número 35172 é divisível por 3 pois $3 + 5 + 1 + 7 + 2$ é igual 18 que é divisível por 3.

Divisibilidade por 4

Um número natural é divisível por 4 quando o número formado pelos seus dois últimos algarismos for divisível por 4 ou 00 (2 zeros)

O número 4072 é divisível por 4 porque 72 é divisível por 4.

Divisibilidade por 5

Um número natural é divisível por 5 quando terminar em 0 (zero) ou 5.

Os números 750 e 10435 são divisores por 5 pois terminam em 0 e 5

Divisibilidade por 6

Um número natural é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3 simultaneamente.

O número 2406 é divisível por 6 pois é divisível por 2 e por 3.

Divisibilidade por 7

Dado um número n , seja b o seu algarismo das unidades e a o número formado pelos demais algarismos. Por exemplo, se

$n = 33684$, então $a = 3368$ e $b = 4$. Então, n será divisível por 7 se $a + 5b$ for divisível por 7. Logo:

$$\begin{array}{r} 3368(4) \\ + 20 \\ \hline 338(8) \end{array} \qquad 4 \times 5 = 20$$



$$\begin{array}{r} 338 \text{ (8)} \\ \underline{40} \\ 37 \text{ (8)} \end{array}$$

$$8 \times 5 = 40$$

$$\begin{array}{r} 37 \text{ (8)} \\ \underline{40} \\ 77 \text{ (8)} \end{array}$$

$$8 \times 5 = 40$$

77 (8) → 77 é divisível por

Divisibilidade por 8

Um número natural é divisível por 8 quando o número formado pelos seus três últimos algarismos for divisível por 8 ou 000 (zeros).

5832 é divisível por 8

Divisibilidade por 9

Um número natural é divisível por 9 quando a soma dos seus algarismos é divisível por 9.

O número 12453 é divisível por 9 pois

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 3 \text{ é igual } 18$$

Divisibilidade por 10

Um número natural é divisível por 10, quando termina em 0 (zero).

O número 7530 é divisível por 10.

Divisibilidade por 11

Para saber se um número é divisível por 11, indicamos alternadamente da direita para esquerda os seus algarismos, com os sinais + e –, e efetuamos a soma algébrica. Se o resultado for divisível por 11, o número será divisível por 11

O número 318274 é divisível por 11

318274

$$4 - 7 + 2 - 8 + 1 - 3 = -11$$

-11 é divisível por 11

Divisibilidade por 12

Um número natural é divisível por 12 quando é divisível por 3 e por 4 simultaneamente.

O número 3252 é divisível.

O número 3252 é divisível por 12 porque é divisível por 3 e 4.

Divisibilidade por 13

Para saber se o número 196620450 é divisível por 13, agrupamos os algarismos de três em três, da direita para a esquerda, e indicamos estes grupos alternadamente como positivo e negativo.

$$450 - 620 + 196$$

Em seguida, determinamos a soma algébrica.

$$450 - 620 + 196 = 26$$

Como a soma algébrica é divisível por 13 ($26 : 13 = 2$), o número 196620450 é divisível por 13.

Jogo do Nim

Existe um jogo de palitos, tradicionalmente famoso, proveniente da China e chamado Jogo do Nim.

O jogo, disputado por dois jogadores, é estabelecido da seguinte forma:

1. a quantidade de palitos deve ser um número ímpar;
2. cada jogador retira, na sua vez, uma determinada quantidade de palitos, sendo que esta quantidade deve ter um limite mínimo e um máximo, previamente fixados;
3. perde aquele que retirar o último palito.

Atividade

Desafie um amigo para um jogo com 21 palitos, obedecendo as seguintes condições:

- Cada jogador, em sua vez, tem de tirar no mínimo um palito e no máximo, cinco;
- O jogador que ficar com o último palito perderá.

Observação

Existe outros jogos que podem ser mencionados em ligação com o sistema binário Nim.



Leitura Complementar

Crivo de Eratóstenes

O matemático e astrônomo grego Eratóstenes (276 a.C. – 194 a.C.) inventou um método que permite obter os números primos naturais, maiores que 1. Esse método é conhecido, hoje, como *Crivo de Eratóstenes*.

Para compreender esse método, vamos obter todos os números primos entre 1 e 100.

Dispomos os números numa tabela, como a que vemos abaixo, e vamos eliminando os números que não são primos:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Inicialmente eliminamos o 1, que não é primo.

2 é primo. Mas os outros múltiplos de 2 não são primos e podem ser eliminados.

3 é primo. Mas os outros múltiplos de 3 não são primos e, por isso, devem ser eliminados.

Seguindo o mesmo raciocínio para 5, 7 e 11, que são primos, eliminados os outros múltiplos de cada um deles.

Desse modo, concluímos que os números primos compreendidos entre 1 e 100 são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97.

Exercícios propostos

1 (Carlos Chagas – Rio Grande do Norte) Um número A dividido por 12 dá quociente 13 e resto 9. O quociente da divisão de A por 9 é um número .

- a) primo
- b) ímpar
- c) múltiplo de 5
- d) divisível por 4
- e) múltiplo de 3

2 (PUC- SP) Dados dois números naturais a e b ($b < a$), existem naturais q e r tais que $a = b \cdot q + r$ e $0 \leq r < b$. Se $a = 733$ e $b = 33$, então r é igual a:

- a) 7
- b) 14
- c) 22
- d) 27
- e) 33

3 (Magom – Londrina) Um número M é divisível por 8 e dá quociente 23. O quociente de M por 18 é um número:

- a) ímpar
- b) primo
- c) múltiplo de 10
- d) divisor de 7
- e) divisível por 9

4 (UEL) São dadas as sentenças:

- I. O número 1 tem infinitos múltiplos.
- II. O número 0 tem infinitos divisores.
- III. O número 161 é primo.

É correto afirmar que SOMENTE

- a) I é verdadeira
- b) II é verdadeira
- c) III é verdadeira
- d) I e II são verdadeiras
- e) II e III são verdadeiras

5 (UEL) Os números primos entre 160 e 170 são:

- a) 161 e 163
- b) 161 e 169
- c) 163 e 165
- d) 163 e 167
- e) 163 e 169

6 (UEL) Seja p um número primo maior que 2. É verdade que o número $p^2 - 1$ é divisível por:

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

7 (UEL) Seja $D(a)$ o conjunto dos divisores naturais e primos do número a . O número de elementos do conjunto $D(936)$ é:

- a) 3
- b) 4
- c) 6
- d) 8
- e) 24



- 8 (Magom – Londrina) No conjunto \mathbb{N} , ao dividirmos um número natural por 5, o resto poderá ser:
- a) 6
 - b) 7
 - c) 8
 - d) 5
 - e) 4
- 9 Assinale a alternativa falsa:
- a) O número 36 é múltiplo de 4.
 - b) O número 121 é múltiplo de 11.
 - c) O número 13 é divisor de 169.
 - d) O número 17 é divisor de 289.
 - e) O número 104 é múltiplo de 7.
- 10 (PUC – SP) Qual dos números abaixo tem exatamente três divisores positivos?
- a) 0
 - b) 3
 - c) 4
 - d) 6
 - e) 8
- 11 (PUC – SP) Quantos são os números primos compreendidos entre 10 e 50?
- a) 10
 - b) 11
 - c) 12
 - d) 13
 - e) 14
- 12 (CESGRANRIO) Seja A o conjunto dos múltiplos de 6 e seja B o conjunto dos múltiplos de 15. Então, $A \cap B$ é o conjunto de todos os múltiplos de:
- a) 30
 - b) 45
 - c) 60
 - d) 90
 - e) 15
- 13 (Santa Casa – SP) Considere-se o número 313131A, onde A representa o algarismo das unidades. Se esse número é divisível por 4, então o valor máximo que A pode assumir é:
- a) 0
 - b) 4
 - c) 8
 - d) 2
 - e) 6
- 14 (Magom – Londrina) Os divisores positivos do número 2^4 são $2^0, 2^1, 2^2$, etc. A soma de todos esses divisores é:
- a) 10
 - b) 20
 - c) 30
 - d) 31
 - e) 32
- 15 (FGV) O número de divisores naturais de 105000 é:
- a) 80
 - b) 64
 - c) 105
 - d) 40
 - e) 210
- 16 (FGV) Sabendo-se que $2^x \cdot 3^2 \cdot 5^3$ possui 60 divisores naturais, então x é igual a:
- a) 2
 - b) 3
 - c) 4
 - d) 5
 - e) 8
- 17 O conjunto dos divisores positivos do número 225, menores que 50 tem:
- a) 5 elementos
 - b) 6 elementos
 - c) 7 elementos
 - d) 8 elementos
 - e) 9 elementos
- 18 (UEL) Se o número natural $n = 8 \cdot 27^m$ admite 52 divisores positivos, o valor de m é
- a) 1
 - b) 3
 - c) 4
 - d) 5
 - e) 13
- 19 (UNIFOR – CE) Se o número inteiro $64 \cdot 3^{p-1}$ tem 70 divisores inteiros, então p é igual a:
- a) 14
 - b) 10
 - c) 7
 - d) 5
 - e) 3



- 20** (Carlos Chagas) Das seqüências abaixo, aquela que não contém números primos é:
- a) 3, 427, 1029
 - b) 189, 300, 529
 - c) 2, 111, 169
 - d) 97, 297, 342
 - e) 11, 429, 729
- 21** (São Carlos – SP) Os divisores inteiros positivos de 10296 (incluindo o 1 e o 10296) são:
- a) 8
 - b) 36
 - c) 40
 - d) 24
 - e) 48
- 22** (UEL) Considere todos os números inteiros A que dividimos por 29 deixam um resto igual ao quociente. Se $0 < A < 120$, quantos valores A pode assumir?
- a) 0
 - b) 1
 - c) 2
 - d) 3
 - e) 4
- 23** (UFPI) Seja x um número natural. Se $\text{mdc}(x, 18) = 3$ e $\text{mmc}(x, 18) = 90$, então o valor de x pode ser:
- a) 9
 - b) 12
 - c) 15
 - d) 60
 - e) 90
- 24** (UEL) Sobre os números 2, 3, 5, 7 e 11, é verdade que:
- a) somente um deles é divisor de 280
 - b) somente dois deles são divisores de 60
 - c) somente três deles são divisores de 3300
 - d) somente quatro deles são divisores de 1260
 - e) todos eles são divisores de 2100
- 25** (PUC - SP) Os números naturais a, b e c são primos distintos. Se $A = a^2 \cdot b^3$ e $B = b^2 \cdot c$, então o máximo divisor comum de A e B é:
- a) abc
 - b) b
 - c) b^2
 - d) $a^2 b^3 c$
 - e) $a^2 c$



2 | Aplicações da fatoração

Máximo Divisor Comum e Mínimo Múltiplo Comum

3ª Aplicação da fatoração

Máximo Divisor Comum (M. D. C)

Para calcular o M.D.C. de dois ou mais números devemos inicialmente encontrar todos os seus divisores naturais.

Exemplo

Calcular o M.D.C. dos números 12 e 18.
Determinando os seus divisores teremos:

	1			1	
12	2	2		18	2
6	2	4		9	3
3	3	3, 6, 12		3	3
1				1	

$$D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

Divisores comuns: 1, 2, 3, 6

M.D.C. : 6

Processo da Fatoração Individual

Também podemos calcular o M.D.C. de dois ou mais números fazendo-se a fatoração deles. O M.D.C. será dado pelo produto do(s) **fator(es) comum(ns)** com o(s) **menor(es) expoente(s)** em que eles se apresentam nas suas respectivas decomposições.

$$12 = 2^2 \cdot 3 \quad 18 = 2 \cdot 3^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fatores comuns} \\ \text{Menores expoentes} \end{array} \right\} 2^1 \cdot 3^1 = 6$$

$$\boxed{\text{M.D.C} = 6}$$

Exemplo

Determine o M.D.C dos números 120 e 252.

Fatorando-se 120 e 252, encontramos

$$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

$$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^1$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fatores comuns} \\ \text{Menores expoentes} \end{array} \right\} 2^2 \cdot 3$$

$$\boxed{\text{M.D.C.} = 2^2 \cdot 3 = 12}$$

- 1** Calcule o máximo divisor comum (M.D.C) dos números 240, 60 e 80.

Números primos entre si

Se nas fatorações não aparecerem fatores comuns, então o M.D.C é 1 e, neste caso, os números são ditos **primos entre si**.

Determinar o M.D.C. dos números 16 e 25.

Fatorações:

$$16 = 2^4$$

$$25 = 5^2$$

Então, o M.D.C = 1,

Logo, os números 16 e 25 são primos entre si.



4º Aplicação da fatoração

Mínimo Múltiplo Comum (M. M. C)

Para encontrar o M.M.C. de dois ou mais números inicialmente determinar os primeiros múltiplos destes números.

Exemplo

Calcular o M.M.C. dos números 2 e 3.

Múltiplos de 2

{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, ...}

Múltiplos de 3

{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, ...}

Múltiplos comuns

{0, 6, 12, 18, 24, ...}

M.M.C. (2,3) = 6 (diferente de zero)

Processo de fatoração individual

Também podemos determinar o M.M.C de dois ou mais números fatorando-se, individualmente, os mesmos.

O M.M.C. será dado pelo produto do(s) **fator(es) comum(ns) ou não comum(ns)** com o(s) **maior(es) expoente(s)** em que eles se apresentam nas suas respectivas decomposições.

Exemplo

Encontrar o M.M.C. dos números 20, 24 e 36.

Decompondo os números 20, 24 e 36 teremos

$$20 = 2^2 \cdot 5$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

Fatores comuns ou não }
Maior expoente } $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

$$\text{M.M.C} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

- 2 Determine o mínimo múltiplo comum dos números 9, 12 e 20.

Processo da fatoração simultânea

Para achar o M.M.C de dois ou mais números, pela fatoração simultânea, faça uma fatoração apenas, com todos os números juntos. Os fatores encontrados e multiplicados formaram o M.M.C.

Exemplo

Calcular o M.M.C de 20, 24 e 36

20, 24, 36	2
10, 12, 18	2
5, 6, 9	2
5, 3, 9	3
5, 1, 3	3
5, 1, 1	5
1, 1, 1	

$$\text{M.M.C.} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

- 3 Encontre o M.M.C dos números 180, 200 e 500.



- 4** (UNICAMP) Uma sala retangular medindo 3m por 4,25m deve ser ladrilhada com ladrilhos quadrados iguais. Supondo que não haja espaço entre ladrilhos vizinhos, pergunta-se:
- a) Qual deve ser a dimensão máxima, em centímetros, de cada um desses ladrilhos para que a sala possa ser ladrilhada sem cortar nenhum ladrilho?
- b) Quantos desses mesmos ladrilhos são necessários?
- 5** (MACK) Os números compreendidos entre 400 e 1500, divisíveis ao mesmo tempo por 18 e 75, têm soma:
- a) 1600
b) 1350
c) 1800
d) 2350
e) 2700
- 6** (UNESP) Durante um evento, o organizador pretende distribuir, como brindes, a alguns dos participantes, caixas (*kits*), com o mesmo conteúdo, formado de camisetas e chaveiros. Sabe-se que ele possui exatamente 200 camisetas e 120 chaveiros.
- a) Decomponha os números 200 e 120 em fatores primos.
- b) Determine o número máximo de caixas, com o mesmo conteúdo, que o organizador conseguirá formar utilizando todos os chaveiros e camisetas disponíveis.



Processo de fatoração simultânea

Podemos usar a fatoração simultânea para encontrar o M.M.C. e o M.D.C. de dois ou mais números.

Exemplo

Determinar o M.M.C (54, 180) e M.D.C (54, 180)

Fazer a fatoração simultânea

$$\begin{array}{r|l}
 54, 180 & 2^* \\
 27, 90 & 2 \\
 27, 45 & 3^* \\
 9, 15 & 3^* \\
 3, 5 & 3 \\
 1, 5 & 5 \\
 1, 1 &
 \end{array}$$

O M.M.C. é obtido multiplicando-se todos os fatores.

$$\text{M.M.C.} = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 = 540$$

O M.D.C. é obtido multiplicando os fatores assinalados (fatores que dividem todos os números ao mesmo tempo).

$$\text{M.D.C.} = 2 \cdot 3^2 = 18$$

Método de Euclides para obtenção do M.D.C

1º Dividimos o número maior pelo menor

a) Se a divisão for exata (resto zero), o M.D.C. entre os dois números é o menor deles.

Exemplo

Calcular o M.D.C de 40 e 8.

$$\begin{array}{r|l}
 40 & 8 \\
 0 & 5
 \end{array}$$

(divisão exata)

$$\text{M.D.C (40, 8)} = 8$$

b) Se a divisão não for exata, dividimos o menor número pelo primeiro resto. Se essa nova divisão também não for exata, dividimos o primeiro resto pelo segundo. Efetuamos sucessivas divisões até obter resto zero. O M.D.C é o último divisor.

O Máximo Divisor Comum dos números 150 e 65 é:

$$\begin{array}{r|l}
 150 & 65 \\
 \boxed{20} & 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 65 & 20 \\
 \boxed{5} & 3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 20 & 5 \\
 \boxed{0} & 4
 \end{array}$$

$$\text{M.D.C (150, 65)} = 5 \text{ (último divisor)}$$

Dispositivo prático

quociente	→	2	3	4	
dividendos e divisores	→	150	65	20	$\boxed{5}$ ← último divisor
restos	→	20	5	0	
					↑ resto zero

Relação entre M.M.C e M.D.C

$$\text{m.m.c (a, b)} \cdot \text{m.d.c (a, b)} = a \cdot b$$

Sendo $a = 54$ e $b = 180$ verificar a relação entre o m.m.c. e o m.d.c.

$$\begin{cases}
 a = 54 = 2 \cdot 3^3 \\
 b = 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 \text{m.m.c} = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \\
 \text{m.d.c} = 2 \cdot 3^2
 \end{cases}$$

Logo,

$$\text{m.m.c (a, b)} \cdot \text{m.d.c (a, b)} = a \cdot b$$

$$(2^2 \cdot 3^3 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 3^2) = (2 \cdot 3^3) \cdot (2^2 \cdot 3^2 \cdot 5)$$

$$2^3 \cdot 3^5 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^5 \cdot 5$$



Relaxamento matemático

Calculadora x lápis

JOSÉ LUIZ PASTORE MELLO
Especial para a Folha

Hoje em dia, o baixo custo de uma calculadora simples tornou o instrumento quase tão popular quanto o caderno e o lápis na vida do estudante. Longe de fazer uma crítica à incorporação da calculadora ao nosso dia-a-dia, vale lembrar que o algoritmo da divisão de inteiros ainda pode ter mais utilidade em algumas situações do que a tecnologia moderna.

Façamos um teste. Veja em quanto tempo você consegue resolver o problema abaixo com ajuda da calculadora antes de acompanhar a solução:

“O cometa Halley pode ser visto da Terra de 76 em 76 anos. Sabendo que ele foi visto pela última vez em 1986, qual foi o primeiro ano da Era Cristã em que o cometa foi visto?”

Discussões à parte sobre a precisão do nosso calendário, vamos admitir que a Era Cristã comece no ano zero e, então, resolveremos o problema com o olhar atento ao resultado da seguinte conta de divisão:

$$1986 \overline{) 76}$$

$$10 \quad 26$$

Ou, de outra forma, podemos dizer

$$26 \times 76 + 10 = 1986$$

Observe que o resto da divisão de 1986 por 76 tem particular interesse no problema do cometa Halley. Dizer que $26 \times 76 + 10$ é igual a 1986 equivale a dizer que o cometa apareceu pela primeira vez no ano 10 e, depois disso, foi visto mais 26 vezes até o ano de 1986. Por ter significado relevante no problema, a análise do resto da divisão de 1986 por 76 é mais interessante do que o resultado da divisão feita numa calculadora com todas as casas decimais possíveis.

Vejamos mais um exemplo onde a análise do resto da divisão mostra-se útil:

“Numa corrida de rua, os atletas irão largar a partir de três postos marcados com as letras A, B e C. O atleta com número de inscrição 1 deverá largar no posto A, o atleta 2, no posto B, o atleta 3, no posto C, o atleta 4, no

posto A, o atleta 5, no posto B e assim sucessivamente. Em que posto deverá largar o atleta com número de inscrição 1999?”

Os números dos atletas que partem do posto A (1, 4, 7, 10,...) comungam de uma particular propriedade: todos eles deixam resto 1 na divisão por três. Os números dos atletas do posto B (2, 5, 8, 11,...), na mesma divisão por três, deixam resto 2; enquanto os números dos atletas do posto C (3, 6, 9, 12,...) deixam resto zero. Então, para saber o posto de largada do atleta 1999, basta verificar qual o resto da divisão de 1999 por 3:

$$\begin{array}{r} 1999 \overline{) 3} \\ 1 \quad 666 \end{array}$$

Como o resto é igual a 1, sabemos que o atleta largará do posto A.

Exercícios propostos

- 1** Se um número natural n é múltiplo de 9 e de 15, então, certamente, n é:
 - a) múltiplo de 27
 - b) múltiplo de 30
 - c) divisível por 45
 - d) divisível por 90
 - e) múltiplo de 135
- 2** Considere dois rolos de barbante, um com 96m e outro com 150m de comprimento. Pretende-se cortar todo o barbante dos dois rolos em pedaços de mesmo comprimento. O menor número de pedaços que poderá ser obtido é:
 - a) 38
 - b) 41
 - c) 43
 - d) 52
 - e) 55
- 3** (Carlos Chagas - Bahia) Hoje, dois amigos encontraram-se num mesmo cinema, que costumam freqüentar sistematicamente: um, a cada 18 dias, e o outro, a cada 24 dias. A próxima vez que ambos se encontrarão em tal cinema ocorrerá daqui a
 - a) 36 dias
 - b) 48 dias
 - c) 72 dias
 - d) 84 dias
 - e) 96 dias



4 (Carlos Chagas - Rio Grande Do Norte) Considere os números 35 e 42. O quociente do mínimo múltiplo comum pelo máximo divisor comum destes números é igual a

- a) 30
- b) 35
- c) 42
- d) 107
- e) 210

5 (FGV) Sejam m e p o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum de 180 e 150, respectivamente. Então $\frac{p}{m}$ é igual a:

- a) 180
- b) 120
- c) 30
- d) 60
- e) 80

6 (Carlos Chagas) Se o máximo divisor comum dos números $A = 2^x \cdot 3^5 \cdot 7^2 \cdot 5^3$ e $B = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^y \cdot 5^z$ é 180, então

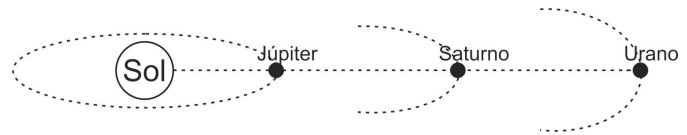
- a) $x + y + z = 4$
- b) $z = x + y$
- c) $y = x + z$
- d) $z = 2y$
- e) $x = 2z$

7 (Carlos Chagas) Numa pista de autorama, o carrinho A dá uma volta a cada 110s e o carrinho B dá uma volta a cada 80s. Tendo partido juntos, eles passarão juntos pelo mesmo local de partida após:

- a) 13 min 6s
- b) 13 min 40s
- c) 14 min 6s
- d) 14 min 40s
- e) 15 min 6s

8 Na montagem de uma estante um marceneiro usou três pedaços de madeira (caibros), com 240cm, 320cm e 420cm. Ele precisou dividir os caibros em pedaços de modo que não houvesse sobra de madeira, que os pedaços fossem de mesma medida e que essa medida fosse a maior possível. Quantos pedaços o marceneiro obteve?

9 Suponhamos que os planetas Júpiter, Saturno e Urano estejam alinhados com o sol, conforme a figura abaixo



Júpiter leva 12 anos para dar uma volta ao redor do sol. Saturno leva 30 anos e Urano 84 anos. Após quanto tempo eles voltarão a estar alinhados?

- a) 105 anos
- b) 210 anos
- c) 340 anos
- d) 420 anos
- e) 500 anos

10 Três cidade brasileiras A, B e C, realizam grandes festas. A cidade A realiza festas de 5 em 5 meses, B de 8 em 8 meses e C de 12 em 12 meses. Essas festas coincidiram em maio de 1995. quando voltarão a coincidir novamente?

- a) maio de 2003
- b) maio de 2004
- c) maio de 2005
- d) maio de 2006
- e) maio de 2007

11 (Carlos Chagas - Bahia) Vivaldo costuma sair com duas garotas: uma a cada 6 dias e outra a cada 9 dias. Quando as datas coincidem, ele adia os encontros com ambas para 6 e 9 dias depois, respectivamente. Se em 18/05/98 ele adiou os encontros com as duas, em virtude da coincidência das datas, a próxima vez em que ele teve que adiar seus encontros foi em:

- a) 05/06/98
- b) 06/06/98
- c) 10/06/98
- d) 12/06/98
- e) 15/06/98

12 Um enxadrista quer decorar uma parede retangular, dividindo-a em quadrados, como se fosse um tabuleiro de xadrez. A parede mede 440 cm por 275cm. Qual é o menor número de quadrados que ele pode colocar na parede?

- a) 20
- b) 30
- c) 40
- d) 50
- e) 60



- 13** (UEL) Numa linha de produção, certo tipo de manutenção é feito na máquina A a cada 3 dias, na máquina B a cada 4 dias, e na máquina C a cada 6 dias. Se no dia 2 de dezembro foi feita a manutenção das três máquinas, a próxima vez em que a manutenção das três correu no mesmo dia foi em:
- a) 5 de dezembro
 - b) 6 de dezembro
 - c) 8 de dezembro
 - d) 14 de dezembro
 - e) 26 de dezembro
- 14** (MACK) A soma de dois números inteiros positivos, a e b , é 43. Sabendo-se que $M.D.C(a,b) \cdot M.M.C(a,b) = 190$, o valor absoluto da diferença desses números é:
- a) 25
 - b) 33
 - c) 41
 - d) 49
 - e) 57
- 15** (UEL) Para levar os alunos de certa escola a um museu, pretende-se formar grupos que tenham iguais quantidades de alunos e de modo que em cada grupo todos sejam do mesmo sexo. Se nessa escola estudam 1350 rapazes e 1224 garotas e cada grupo deverá ser acompanhado por um único professor, o número mínimo de professores necessários para acompanhar todos os grupos nessa visita é:
- a) 18
 - b) 68
 - c) 75
 - d) 126
 - e) 143



3 | Números racionais

Um número racional é um número que pode ser colocado na forma $\frac{a}{b}$ onde **a** e **b** são números inteiros com **b** diferente de zero.

Exemplos

$$2 = \frac{2}{1}$$

$$0 = \frac{0}{1}$$

$$0,25 = \frac{25}{100}$$

$$12\% = \frac{12}{100}$$

$$0,333... = \frac{1}{3}$$

$$0,121212... = \frac{12}{99}$$

Termos de uma fração

Dado o número $\frac{5}{8}$

- 5 é chamado numerador
- 8 é chamado denominador
- leitura: cinco oitavos

O conjunto dos números racionais é representado pela letra Q e definido por

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

Frações equivalentes

Os números, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ e $\frac{8}{16}$ estão de formas diferentes, porém representam a mesma quantidade.

Propriedade Fundamental

Multiplicando-se ou dividindo-se os termos de uma fração por um mesmo número (diferente de zero). Obtém-se uma fração equivalente à fração dada.

Simplificações de frações

Seja a fração $\frac{42}{56}$ simplifica-la o máximo possível.

$$\frac{42}{56} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Comparações de frações

Na comparação de duas ou mais frações, de **mesmo denominador**, a maior delas é a que tem maior numerador.

Exemplo

Comparando as frações:

$$\frac{2}{5}, \frac{1}{5} \text{ e } \frac{4}{5}$$

temos:

$$\frac{1}{5} < \frac{2}{5} < \frac{4}{5}$$

Nas frações que têm **denominadores diferentes** precisamos obter frações equivalentes a elas e que tenham denominadores iguais.

Exemplo

Comparar as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$

1º Encontrar o m.m.c dos denominadores

$$\text{m.m.c } (4,6) = 12$$

2º Encontrar frações equivalentes com denominadores iguais a 12.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{5}{6}$$

$$\frac{9}{12} \quad \frac{10}{12}$$

$$\text{Logo: } \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$

1 (CESGRANRIO) Ordenando os números racionais

$$p = \frac{13}{24}, q = \frac{2}{3}, r = \frac{5}{8} \text{ obtemos:}$$

- a) $p < r < q$
- b) $q < p < r$
- c) $r < r < p$
- d) $q < r < p$
- e) $r < q < p$



Número misto

Dada a fração $\frac{21}{4}$ podemos representá-la de modo diferente pois

$$\begin{array}{r} 21 \quad \overline{)4} \\ 1 \quad 5 \end{array}$$

Então:

$$\frac{21}{4} = 5 \frac{1}{4} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{resto} \\ \longrightarrow \text{divisor} \end{array}$$

↓
quociente

Representar de modo diferente:

$$4 \frac{3}{5} =$$

$$\frac{37}{8} =$$

Representação decimal de números racionais

1ª Representação decimal finita

Qualquer fração decimal finita pode ser escrita na forma de fração como denominador igual a 10, 100 ou alguma potência de 10.

Exemplo

Colocar os números decimais na forma de fração irredutível.

$$0,25 = \frac{0,25 \cdot 100}{1 \cdot 100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$0,004 = \frac{0,004 \cdot 1000}{1 \cdot 1000} = \frac{4}{1000} = \frac{1}{250}$$

$$2,56 = \frac{2,56 \cdot 100}{1 \cdot 100} = \frac{256}{100} = \frac{64}{25}$$

$$1,4 = \frac{1,4 \cdot 10}{1 \cdot 10} = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

Observação

Uma fração $\frac{a}{b}$ se diz irredutível, se a e b forem primos entre si.

$$\text{m.d.c.}(a, b) = 1$$

Operação com racionais

Adição e Subtração

Denominadores Iguais

Para adicionar ou subtrair dois ou mais números racionais escritos sob forma de fração de mesmo denominador, basta adicionar (ou subtrair) os numeradores e conservar o denominador.

Exemplo

O valor da expressão $3\frac{1}{4} + 0,25 - \frac{3}{4}$ é igual a:

$$3\frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$3\frac{1}{4} + 0,25 - \frac{3}{4}$$

$$\frac{13}{4} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4}$$

$$\frac{13+1-3}{4} = \frac{11}{4}$$

Denominadores Diferentes

Para adicionar ou subtrair números racionais, escritos sob forma de fração com denominadores diferentes, temos que obter frações de denominadores iguais e equivalentes às frações dadas.

2 (MAGOM – Londrina) O valor da expressão

$$0,6 + 2\frac{1}{3} - \frac{3}{2} \text{ é igual a:}$$

a) $\frac{11}{20}$

b) $\frac{43}{30}$

c) $\frac{53}{30}$

d) $\frac{23}{30}$

e) $\frac{41}{10}$



Representação decimal periódica infinita

Dízimas periódicas

As representações decimais infinitas que possuem um grupo de algarismos que se repete indefinidamente como, por exemplo

0,555... 0,12343434...
2,777... 3,61131131131...

são chamadas dízimas periódicas.

Período da Dízima

0,555... o período é 5.
0,12343434... o período é 34
2,777... o período é 7
3,6131131131... o período é 131

Toda dízima periódica pode ser escrita na forma $\frac{a}{b}$, com $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}^*$. Então a dízima periódica é um número racional.

Exemplo

Na igualdade $0,555... = \frac{5}{9}$, dizemos que $\frac{5}{9}$ é a **fração geratriz** da dízima 0,555...

Determinação da fração geratriz

A fração geratriz da dízima 0,222... é

Chamando a dízima 0,222... de x teremos:

$$x = 0,222... \quad (1)$$

Multiplicando os dois membros da igualdade por 10, para deslocar a vírgula de modo a posicioná-la imediatamente antes do primeiro período, obteremos

$$10x = 2,222... \quad (2)$$

Subtraindo a igualdade (1) da igualdade (2) encontraremos:

$$\begin{array}{r} 10x = 2,222... \\ - x = 0,222... \\ \hline 9x = 2 \end{array}$$

Logo: $x = \frac{2}{9}$ é a fração geratriz da dízima 0,222...

3 (MAGOM – Londrina) Se a fração irredutível $\frac{a}{b}$ é a geratriz da dízima periódica 0,121212... então $a + b$ é igual a:

- a) 111
- b) 101
- c) 37
- d) 29
- e) 132

4 (UEL) Se o quociente de dois números naturais ímpares e consecutivos é 1,222..., então a soma desses números é:

- a) 12
- b) 16
- c) 20
- d) 24
- e) 28

5 A fração geratriz da dízima 0,8333... é:

- a) $\frac{3}{90}$
- b) $\frac{15}{6}$
- c) $\frac{5}{6}$
- d) $\frac{5}{9}$
- e) $\frac{11}{90}$



Porcentagem

O símbolo % lê-se por cento e significa centésimos

$$x\% = \frac{x}{100}$$

Exemplo

Para transformar uma porcentagem em número decimal dividir por 100.

$$12\% = \frac{12}{100} = 0,12$$

$$70\% = \frac{70}{100} = 0,7$$

$$5\% = \frac{5}{100} = 0,05$$

Para transformar um número decimal em porcentagem multiplique por 100 ou mude a vírgula 2 casas para a direita.

$$0,25 = 0,25 \cdot 100\% = 25\%$$

$$0,08 = 0,08 \cdot 100\% = 8\%$$

$$0,052 = 0,052 \cdot 100\% = 5,2\%$$

Operações com frações

Multiplicação

Para multiplicar dois números fracionários, na forma $\frac{a}{b}$, temos que multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador.

Exemplo

$$\text{Calcular } \frac{2}{5} \cdot \frac{25}{8}$$

Resolução

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{25}{8} = \frac{2 \cdot 25}{5 \cdot 8} = \frac{50}{40} = \frac{5}{4}$$

6 (VUNESP) 0,5% de 0,4 é igual a:

- a) 0,002
- b) 0,2
- c) 0,02
- e) 2
- e) 0,0002

Divisão

Para dividir dois números fracionários, na forma $\frac{a}{b}$, multiplicar o primeiro número fracionário pelo inverso do segundo.

Exemplo

O valor da expressão $m = (0,252525...) : (50\%)$ é

Resolução

Transformando em números fracionários

$$m = \frac{25}{99} : \frac{50}{100}$$
$$m = \frac{25}{99} \cdot \frac{100}{50} = \frac{25 \cdot \cancel{100}}{99 \cdot \cancel{50}} = \frac{50}{99}$$

7 (Ateneu – Londrina) O valor da expressão $\Delta = (0,363636...) : (12\%)$ é igual a:

- a) $\frac{33}{100}$
- b) $\frac{100}{33}$
- c) $\frac{100}{3}$
- d) $\frac{3}{100}$
- e) 100



Expressões

A ordem em que devem ser efetuadas as operações numa expressão é:

- | | |
|----|--------------------------------|
| 1º | multiplicação e divisão |
| 2º | adição e subtração |

Se na expressão existem parênteses, colchetes e chaves, as operações devem ser efetuadas de dentro para fora, isto é:

- | | | |
|----|-------------------|-----|
| 1º | parênteses | () |
| 2º | colchetes | [] |
| 3º | chaves | { } |

8 (MAGOM – Londrina) Efetuando-se $\left(2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right) : \frac{3}{8} + 1$ obtém-se:

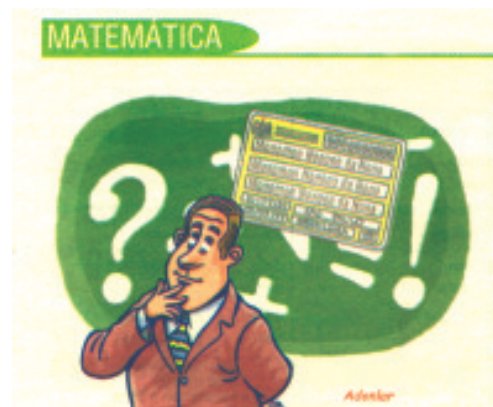
- a) $\frac{24}{3}$
- b) $\frac{21}{4}$
- c) $\frac{21}{11}$
- d) 7
- e) 8

9 (MAGOM – Londrina) O valor de $\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{1}{5} + 1\frac{1}{2}\right)$ é

- a) $\frac{17}{120}$
- b) $\frac{5}{102}$
- c) $\frac{10}{12}$
- d) $\frac{17}{15}$
- e) $\frac{102}{5}$

Leitura Complementar

Entenda o dígito da carteira identidade



JOSÉ LUIZ PASTORE MELLO
Especial para a Folha

Há três anos, perdi minha carteira de identidade (RG), o que me obrigou a pedir a emissão da segunda via ao governo.

Quando recebi o novo documento, notei que havia sido acrescido um dígito ao final do número do meu antigo RG. Segundo o funcionário que me atendeu, os novos registros estão sendo emitidos com esse dígito (dígito de controle) e os antigos estão sendo atualizados.

Na ocasião, não obtive uma resposta satisfatória sobre o motivo da mudança. Assim, guardei a curiosidade por três anos. Somente dias atrás, ao ler um livro sobre teoria da informação, compreendi o que realmente está em jogo com o acréscimo do dígito de controle, fato que compartilho com o leitor devido o seu interesse matemático.

Segundo estatísticas, 90% dos erros cometidos por aqueles que precisam digitar grandes quantidades de números extensos - por exemplo, vários números de RG são de dois tipos: erros singulares (digita-se apenas um algarismo errado, como 7328 em vez de 7326) ou de transposição (troca-se a ordem de um par de algarismos, por exemplo, registra-se 9465 em vez de 9456).

Para identificarem erros de um desses dois tipos, os sistemas modernos de informação propõem o acréscimo de um dígito de controle capaz de identificar se o número digitado contém ou não algum erro. No caso do nosso RG, o cálculo do dígito de controle começa com a soma do produto do último algarismo por 9 com o produto do penúltimo por 8 e assim sucessivamente até o primeiro algarismo. Para descobrir o dígito de controle do seu RG, basta procurar um número entre 0 e 10 que, multiplicado por 100 e acrescido a soma feita inicialmente, dará resto 0 na divisão por 11. Por exemplo, um RG número 3.021.415



terá dígito de controle igual a 4 porque $(5.9+1.8+4.7+1.6+2.5+0.4+3.3 +100.4)$ dividido por 11 resulta resto 0. Pode-se demonstrar matematicamente que qualquer número de RG que seja digitado corretamente por um erro singular ou de transposto causará uma incompatibilidade com o dígito de controle não resultando resto zero na divisão por 11. Agora é a sua vez: pegue o seu RG e confira se o dígito de controle foi calculado corretamente (se o RG indica dígito de controle X, interprete isso como 10).

José Luiz Pastore Mello é professor de matemática do Colégio Visconde de Porto Seguro.

Exercícios propostos

- 1 (Carlos Chagas) Colocando os números $\frac{14}{3}$, $\frac{17}{4}$ e $\frac{25}{6}$ em ordem crescente:
- a) $\frac{25}{6}$, $\frac{17}{4}$, $\frac{14}{3}$
- b) $\frac{17}{4}$, $\frac{14}{3}$, $\frac{25}{6}$
- c) $\frac{17}{4}$, $\frac{25}{6}$, $\frac{14}{3}$
- d) $\frac{25}{6}$, $\frac{14}{3}$, $\frac{17}{4}$
- e) $\frac{14}{3}$, $\frac{25}{6}$, $\frac{17}{4}$
- 2 Transformando o número decimal 0,625 em uma fração irredutível, encontraremos:
- a) $\frac{7}{8}$
- b) $\frac{3}{8}$
- c) $\frac{5}{8}$
- d) $\frac{10}{13}$
- e) $\frac{3}{4}$

- 3 (Carlos Chagas – Nordeste) O valor da expressão $0,125 + \frac{1}{6} + \left(-\frac{1}{8}\right) + 1$
- a) $\frac{33}{16}$
- b) $\frac{7}{6}$
- c) $\frac{15}{16}$
- d) $-\frac{15}{16}$
- e) $-\frac{17}{16}$
- 4 (FUVEST) O valor de $\frac{9}{7} - \frac{7}{9}$ é:
- a) -1
- b) 1
- c) $\frac{2}{63}$
- d) $\frac{32}{63}$
- e) 0
- 5 (MACK) Efetuando-se $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} + \frac{1}{5} : \frac{6}{5}$ obtém-se:
- a) -1
- b) -2
- c) 0
- d) 2
- e) 1
- 6 (Carlos Chagas – Fortaleza) Calculando-se os $\frac{3}{4}$ dos $\frac{2}{5}$ dos $\frac{7}{3}$ de 120, obtém-se:
- a) 95
- b) 87
- c) 84
- d) 21
- e) 16,8
- 7 (Carlos Chagas) A terça parte de $\frac{15}{4}$, dividida pela metade de $\frac{8}{9}$, dá quociente de valor igual a:
- a) 20
- b) $6\frac{21}{64}$
- c) $2\frac{13}{16}$
- d) $2\frac{1}{4}$
- e) $\frac{5}{9}$



- 8** (UNESP) Um prêmio da Sena saiu para dois cartões, um na cidade A e outro na cidade B. Nesta última, o cartão era de 6 apostadores, tendo cada um contribuído com a mesma importância para a aposta. A fração do prêmio total, que cada apostador da cidade B receberá, é:
- a) $\frac{1}{3}$
 - b) $\frac{1}{8}$
 - c) $\frac{1}{9}$
 - d) $\frac{1}{10}$
 - e) $\frac{1}{12}$

- 9** (PUC – SP) O valor da expressão $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ é:
- a) $\frac{1}{3}$
 - b) $\frac{1}{7}$
 - c) $-\frac{2}{5}$
 - d) 1
 - e) 0

- 10** (PUC – SP) O valor da expressão numérica $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5}$ é:
- a) $\frac{3}{2}$
 - b) $\frac{6}{5}$
 - c) $\frac{17}{5}$
 - d) $\frac{1}{2}$
 - e) $\frac{2}{3}$

- 11** (PUC – SP) O valor de $\frac{\frac{1}{2} + 0,3}{8}$ é:
- a) 0,1
 - b) 0,2
 - c) $\frac{0,5}{8}$
 - d) $\frac{1,3}{16}$
 - e) $\frac{3}{16}$

- 12** (UFMG) Efetuando as operações na expressão $\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \right) : \frac{2}{5}$ obtemos:
- a) $\frac{5}{24}$
 - b) $\frac{3}{4}$
 - c) $\frac{23}{24}$
 - d) $\frac{1}{12}$
 - e) N.R.A

- 13** (PUC – RJ) O valor de $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{19}{7} \right) : \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{6} \right) : 3$ representa um número compreende entre:
- a) 2 e 3
 - b) 4 e 5
 - c) 3 e 4
 - d) 5 e 6
 - e) 1 e 2

- 14** Num exame vestibular com 1000 candidatos, 30% era da área de humanas. Dentre esses candidatos, 20% optaram pelo curso de Direito. O número de candidatos que optaram pelo curso de Direito é:
- a) 6
 - b) 60
 - c) 600
 - d) 10
 - e) 100



15 (UEL) Dados os números $x = \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{5}}$, $y = \frac{\frac{3}{5} - \frac{2}{5}}{\frac{1}{5}}$,
 $z = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{5}}{\frac{1}{5}}}$ é correto afirmar que:

- a) $x = 2y = 2z$
- b) $y = 2x = 4z$
- c) $x = 4y = 2z$
- d) $z = 2x = 4y$
- e) $x = 2y = 4z$

16 (MAGOM – Londrina) O produto

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{19}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{20}\right)$$

vale:

- a) 20
- b) $\frac{1}{20}$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) 2
- e) 19

17 (UEL) Se $a = 5$, $b = \frac{1}{5}$, $c = \frac{3}{2}$, então o valor da expressão $a : \frac{b}{c}$ é:

- a) $\frac{5}{6}$
- b) 2
- c) $\frac{50}{3}$
- d) 25
- e) 37,5

18 (Santa Casa – SP) A expressão

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

é igual a:

- a) $1 + \frac{1}{n^2}$
- b) $\frac{1}{n+1}$
- c) $\frac{n+1}{2}$
- d) $\frac{n^2+1}{n}$
- e) $\frac{2}{n}$

19 (MAGOM – Londrina) Sabendo-se que a , b , c e d são tais que:

- 1) $a \cdot d = 15$
- 2) $b \cdot c = 20$

O valor de $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$ é:

- a) $\frac{4}{3}$
- b) 4
- c) 3
- d) $\frac{3}{4}$
- e) 12

20 (UNESP) Os dados publicados na revista Veja de 12/4/2000 mostraram que, de cada 100 pessoas com o ensino médio, apenas 54 conseguem emprego. Se num determinado grupo de 3000 pessoas, 25% tem ensino médio, o número provável de pessoas do grupo, com ensino médio, que de acordo com os dados da pesquisa, irão conseguir emprego, é:

- a) 375
- b) 405
- c) 450
- d) 750
- e) 1620

21 (FGV) Simplificando a fração $\frac{3}{4 + \frac{1}{3 + \frac{2}{5}}}$ obteremos:

- a) $\frac{51}{73}$
- b) $\frac{47}{69}$
- c) $\frac{49}{71}$
- d) $\frac{45}{67}$
- e) $\frac{53}{75}$



22 (Carlos Chagas – Bahia) A dízima periódica 0,424242... pode ser escrita na forma de uma fração $\frac{a}{b}$, onde a e b são primos entre si. A soma $a + b$ é igual a:

- a) 44
- b) 47
- c) 134
- d) 141
- e) 142

23 (UEL – Londrina) Seja $\frac{a}{b}$ a fração geratriz da dízima 1,6060... Se a e b são primos entre si, então a diferença $a - b$ é um número:

- a) primo
- b) divisível por 3
- c) múltiplo de 5
- d) divisível por 7
- e) múltiplo de 11

24 (PUCCAMP) A fração geratriz da dízima periódica 0,0121212... é:

- a) $\frac{4}{333}$
- b) $\frac{4}{330}$
- c) $\frac{2}{150}$
- d) $\frac{4}{33}$
- e) $\frac{2}{15}$

Capítulo

4 | Potenciação em \mathbb{R}

Um produto do tipo 3.3.3.3.3.3.3.3.3.3.3.3.3.3 pode ter uma representação mais simples: 3^{14}

$$3^{14} = \underbrace{3.3.3.3.3.3.3.3.3.3.3.3.3.3}_{14 \text{ fatores}} = 4\,782\,969$$

O número **3**, que deve ser multiplicado quatorze vezes por si mesmo é denominado **base**, e o número **14**, que nos indica o número de vezes que deve ser a base tomada como fator, chama-se o **expoente**.

3^{14} lê-se: 3 elevado a décima quarta potência.

Logo:

$$a^n = \underbrace{a.a.a. \dots a}_{n \text{ fatores}}$$

a: base ($a \in \mathbb{R}$)

n: expoente ($n \in \mathbb{N}$, $n > 1$)

Definições

$$\begin{aligned} a^1 &= a \\ a^0 &= 1 \quad (a \neq 0) \end{aligned}$$

Exemplos

$$\begin{aligned} \bullet (-8)^1 &= -8 & \bullet (-8)^0 &= 1 \\ \bullet \left(-\frac{5}{6}\right)^1 &= -\frac{5}{6} & \bullet 4^0 &= 1 \\ \bullet 4^1 &= 4 & \bullet \left(-\frac{5}{6}\right)^0 &= 1 \end{aligned}$$

1 (FMU – SP) O valor da expressão

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right) - \left(\frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right)^0 \text{ é:}$$

- a) $\frac{29}{18}$
- b) $-\frac{7}{18}$
- c) $\frac{35}{18}$
- d) $\frac{11}{18}$
- e) 1



Expoente negativo

Se $a \in \mathbb{R}^*$ e $n \in \mathbb{N}$ podemos usar a definição:

$$a^{-1} = \frac{1}{a^n}$$

Exemplos

$$\bullet 3^{-4} = \frac{1}{3^4}$$

$$\bullet \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\bullet (-5)^{-3} = \frac{1}{(5)^3}$$

$$\bullet \left(-\frac{7}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{7}\right)^3$$

2 (PUC – SP) O valor da expressão $(3^{-1} + 2^{-1})^{-1} \cdot 2^{-1}$ é:

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{5}{3}$

c) $\frac{5}{12}$

d) $\frac{12}{5}$

e) 3

Multiplicação de potências

A expressão

$$\begin{array}{c} 2^3 \cdot 2^4 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ fatores}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4 \text{ fatores}} = 2^{3+4} = 2^7 \end{array}$$

Se a um número real e m e n números inteiros então:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

3 (MAGOM – Londrina) Simplificando $\frac{5^{n+3} - 5 \cdot 5^n}{5 \cdot 5^{n+1}}$, obtém-se:

a) $\frac{24}{5}$

b) $\frac{5}{24}$

c) 24

d) 5

e) $\frac{26}{5}$

Divisão de potências

A expressão $\frac{8^5}{8^3}$ indica $\frac{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8}{8 \cdot 8 \cdot 8} = 8 \cdot 8 = 8^2$.

Também podemos calcular da seguinte maneira:

$$\frac{8^5}{8^3} = 8^5 \cdot 8^{-3} = 8^{5-3} = 8^2$$

Logo:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad a \in \mathbb{R}, m \in \mathbb{Z} \text{ e } n \in \mathbb{Z}$$

4 (COPERVE) Se $A = x^2 \cdot x^{2m}$ e $B = x^3 \cdot x^m$ então $A : B$ é:

a) x^{5+m}

b) x^{5-m}

c) x^{m-1}

d) x^{m+1}

e) x^m

Potência de potência

A expressão $(2^3)^4$ indica $2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 = 2^{12}$

O cálculo também poderia ser feito de modo:

$$(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$$

Logo:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad a \in \mathbb{R}, m \in \mathbb{Z} \text{ e } n \in \mathbb{Z}$$

5 (MACK) O valor da expressão $0,027^{-\frac{2}{3}}$ é igual a:

a) $\frac{20}{6}$

b) $\frac{20}{9}$

c) $\frac{100}{3}$

d) $\frac{100}{9}$

e) $\frac{9}{100}$



Potência de um quociente

O valor da expressão $\left(\frac{5}{2}\right)^3$ é:

O cálculo pode ser feito pelo modo:

$$\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{125}{8}$$

O outro caminho seria:

$$\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5^3}{2^3} = \frac{125}{8}$$

Logo:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0 \text{ e } m \in \mathbb{Z}$$

6 (UEL) Efetuando-se as operações indicadas na expressão $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}\right] \div \left(\frac{1}{2}\right)^3$, obtém-se resultado

igual a:

a) $\frac{80}{33}$

b) $\frac{16}{27}$

c) 6

d) $\frac{56}{9}$

e) 8

Potência de um produto

A expressão $(3.2)^3$ pode ser calculada das seguintes maneiras:

$$(3.2)^3 = (3.2) \cdot (3.2) \cdot (3.2) = 3^3 \cdot 2^3 = 27 \cdot 8 = 216$$

ou

$$(3.2)^3 = 3^3 \cdot 2^3 = 27 \cdot 8 = 216$$

Logo:

$$(a.b)^m = a^m.b^m \quad a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0 \text{ e } m \in \mathbb{Z}$$

7 (Carlos Chagas) Se $m = (3^5.4^3)^2.(3^2.4^{-6})^{-1}$, então:

a) $m = (3^3.4^2)^2$

b) $m = (3^2.4^3)^4$

c) $m = (3^7.4^{-3})^{-2}$

d) $m = (3^{10}.4^{-18})^{-2}$

e) $m = (3^6.4^{-2})^4$

Atenção

As potências: 2^{3^2} e $(2^3)^2$ não representam **o mesmo valor**.

$$2^{3^2} = 2^{3 \cdot 3} = 2^9$$

$$(2^3)^2 = (2^3).(2^3) = 2^6$$

8 (MAGOM - Londrina) O valor de $2^{3^{10^5}}$ é:

a) 6

b) 8

c) 9

d) 2

e) 1



9 (MAGOM - Londrina) Simplificando $(5^2)^{3^2}$, obtém-se:

- a) 5^9
- b) 5^{64}
- c) 5^{512}
- d) 5^{18}
- e) 5^{81}

Exercícios propostos

1 (UEL) Efetuando-se $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{5}{2}\right)$, obtém-se:

- a) $-\frac{5}{4}$
- b) $\frac{13}{8}$
- c) 5
- d) $\frac{75}{8}$
- e) $\frac{49}{4}$

2 (UEL) Simplifique a expressão $\frac{\frac{3}{2} - 0,05}{\left(\frac{4}{5}\right)^{-1}}$, obtém-se:

- a) 0,16
- b) 0,24
- c) 1,12
- d) 1,16
- e) 1,24

3 (Carlos Chagas – Fortaleza) Efetuando-se

$$\left\{ \left[\frac{2}{3} : \left(-\frac{15}{18} \right) \right] : \left(-\frac{40}{24} \right) \right\} : \frac{4}{5}, \text{ obtém-se:}$$

- a) $\frac{3}{5}$
- b) $\frac{20}{27}$
- c) $\frac{3}{4}$
- d) $\frac{16}{15}$
- e) $\frac{5}{3}$

4 (Carlos Chagas) Efetuando-se $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} : \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)^2$, obtém-se:

- a) 81
- b) $\frac{27}{2}$
- c) $\frac{1}{16}$
- d) 0
- e) -48

5 (MAGOM – Londrina) Simplificando-se a expressão

$$\frac{2^{n+2} + 2^{n+3}}{2^{n+1}}, \text{ onde } n \in \mathbb{Z}, \text{ obtém-se:}$$

- a) $\frac{1}{6}$
- b) 6
- c) 12
- d) 10
- e) 16

10 (Carlos Chagas) Calculando-se $(20\%)^2$, obtém-se:

- a) 400%
- b) 40%
- c) 10%
- d) 4%
- e) 2%



- 6** (UEL) O número $(0,666\dots)^2$ é igual:
- a) 0,3666...
 - b) 0,363636...
 - c) 0,444...
 - d) 0,4000...
 - e) 0,13333...
- 7** (FATEC) Se x e y são números reais tais que $x = (0,25)^{0,25}$ e $y = 16^{-0,125}$, é verdade que:
- a) $x = y$
 - b) $x > y$
 - c) $x \cdot y = 2\sqrt{2}$
 - d) $x - y$ é um número irracional
 - e) $x + y$ é um número racional não inteiro

- 8** (UEL) O valor de 3^{2^2} é:

- a) 0
- b) 1
- c) 3
- d) 9
- e) 81

- 9** (FUVEST) Calculando $(10\%)^2$ teremos:

- a) 100%
- b) 10%
- c) 1%
- d) 20%
- e) 200%

- 10** (Carlos Chagas) Calculando-se $8^{0,666\dots}$, obtém-se:

- a) 4
- b) $2^{\frac{9}{5}}$
- c) $2^{\frac{6}{4}}$
- d) 2
- e) $2^{\frac{3}{10}}$

- 11** (Carlos Chagas) Na figura abaixo o produto dos números de cada linha, coluna ou diagonal é sempre o mesmo.

2^{-2}	2^3	2^2
a	2^1	x
b	c	d

O valor de x é:

- a) $\frac{1}{8}$
- b)
- c) 8
- d) 16
- e) 32

- 12** (Carlos Chagas – Pelotas) Simplificando-se $(2^4)^{3^2}$, obtém-se:

- a) 8^6
- b) 2^{24}
- c) 16^8
- d) 2^{36}
- e) 2^{2^2}

- 13** (UNIFOR – CE) Para todo número real x , a

expressão $\frac{7^{x+1} + 7^{x-1}}{7^x + 7^{x+2}}$ é igual a:

- a) 7
- b) $\frac{3}{7}$
- c) $\frac{1}{7}$
- d) 0
- e) $-\frac{1}{7}$

- 14** (ESPM – SP) Entre as alternativas abaixo, assinale a de maior valor:

- a) 81^8
- b) 16^7
- c) 3^{31}
- d) 243^6
- e) 8^{10}

- 15** (UEL) Tome um número real x e acrescente-lhe a sua **quinta parte**. Do resultado obtido, subtraia a **metade** de x . Multiplique o novo resultado por **5**. O resultado final corresponde a:

- a) $5x$
- b) $3,5x$
- c) $\frac{5}{3}x$
- d) $0,14x$
- e) 0

- 16** (PUC – SP) A expressão $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^{-1} + \frac{2}{3}$ é igual a:

- a) $\frac{13}{15}$
- b) $\frac{1}{4}$
- c) $\frac{28}{15}$
- d) $\frac{4}{5}$
- e) $\frac{12}{5}$



17 (UEL) Efetuando-se, $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)$, obtém-se:

- a) $-\frac{5}{4}$
- b) $\frac{13}{8}$
- c) 5
- d) $\frac{75}{8}$
- e) $\frac{49}{4}$

18 Efetuando-se $5^{10^{25}}$ teremos:

- a) 5
- b) -3
- c) 0,3
- d) -0,3
- e) $\frac{10}{3}$

19 (Carlos Chagas) O valor da expressão $(2^x + 3^y)^{-xy}$, para $x = y = -1$ é:

- a) -1,2
- b) -0,2
- c) 1,2
- d) 5
- e) 6

20 (Carlos Chagas - Fortaleza) Se $a \cdot b \cdot c \cdot d \neq 0$, simplificando a expressão $\frac{15a^2b^5c^3}{3a^4b^3d^2} : \frac{4a^3b^3}{16abcd^3}$.

- a) $\frac{5b^4c^2}{4d^5}$
- b) $\frac{5b^2c^2}{4d^5}$
- c) $20c^2d$
- d) $\frac{20c^4d}{a^4}$
- e) $\frac{20c^4}{a^2d}$

21 (UEL) O valor da expressão $9^{2,5} - 1024^{0,1}$

- a) -83
- b) -81
- c) 241
- d) 243
- e) 245

22 (Carlos Chagas) No sistema de numeração decimal (ou base 10), o número 84 pode ser escrito como $8 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$. No sistema de numeração de base 5, o número 84 pode ser escrito como $3 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0$. No sistema de numeração de base 2, o número 84 pode ser escrito como $a \cdot 2^6 + b \cdot 2^5 + c \cdot 2^4 + d \cdot 2^3 + e \cdot 2^2 + f \cdot 2^1 + g \cdot 2^0$, com a, b, c, d, e, f, g inteiros positivos e menores que 2. Nessas condições, é verdade que:

- a) $a = c = d = 1$
- b) $c = e = f = 1$
- c) $b = c = g = 0$
- d) $b = d = f = 0$
- e) $d = f = g = 1$

23 (UEL) O menor número inteiro n, estritamente positivo, que torna a expressão $3500 \cdot n$ um cubo perfeito é:

- a) 35
- b) 49
- c) 56
- d) 98
- e) 105



5 | Potenciação em \mathbb{R}

Em relação ao capítulo anterior devemos comentar que a maioria dos exemplos possuíam base positiva.

Abaixo destacamos as propriedades das potências de expoentes inteiros:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, \text{ com } a \neq 0$$

$$a^n \cdot a^m = (a \cdot b)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \text{ com } b \neq 0$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

A seguir destacaremos potências com base negativas e positivas.

1º caso: expoente par

Nesse 1º caso vamos comentar as potências com **expoentes pares**.

$$(+5)^4 = +625 \rightarrow (+5) \cdot (+5) \cdot (+5) \cdot (+5)$$

$$(-5)^4 = +625 \rightarrow \underbrace{(-5) \cdot (-5)}_{+} \cdot \underbrace{(-5) \cdot (-5)}_{+}$$

Expoente par \rightarrow resultado positivo

$$\cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} \quad \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = +\frac{9}{25}$$

2º caso: expoente ímpar

Nesse 2º Caso vamos comentar as potências com **expoentes ímpares**.

$$(+4)^5 = +1024 = (+4) \cdot (+4) \cdot (+4) \cdot (+4) \cdot (+4)$$

$$(-4)^5 = -1024 = \underbrace{(-4) \cdot (-4)}_{+} \cdot \underbrace{(-4) \cdot (-4)}_{+} \cdot \underbrace{(-4)}_{-}$$

Expoente ímpar \rightarrow conserva-se o sinal da base

$$\left(-\frac{4}{3}\right)^3 = -\frac{64}{27}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{3}\right)^3 = -\left(\frac{5}{3}\right)^3 = -\frac{125}{27}$$

Atenção redobrada

As potências -7^2 e $(-7)^2$ não apresentam o **mesmo resultado**.

- $-7^2 = -49$
- $(-7)^2 = +49$

1 (Carlos Chagas – Minas Gerais) O valor da expressão $\frac{(-1)^2 \cdot (-1) - (-1)^3 \cdot (-1)}{[(-1) + (-1)]^2}$, é:

a) -1

b) $-\frac{1}{2}$

c) 0

d) $\frac{1}{2}$

e) 1

2 (MAGOM – Londrina) Efetuando-se

$$\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} : \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^3, \text{ obtém-se:}$$

a) -24

b) -96

c) 24

d) 96

e) $\frac{1}{486}$



Potência de base 10

Como temos vários assuntos em que usamos com frequência potências com base 10, vale uma atenção especial com esses casos.

1º Caso: 10^n , $n \in \mathbb{N}$

- a) $10^3 =$
- b) $10^5 =$
- c) $10000 =$
- d) $1000000 =$

Então :

$$10^n = 1 \underbrace{000 \dots 0}_{n \text{ zeros}}$$

2º Caso: 10^{-n} , $n \in \mathbb{N}$

- a) $10^{-2} =$
- b) $10^{-4} =$
- c) $0,001 =$
- d) $0,00001 =$

Então :

$$10^{-n} = 0, \underbrace{000 \dots 01}_{n \text{ algarismos após a vírgula}}$$

Multiplicação de um número por uma potência de base 10

• Para multiplicar um número por 10^1 , 10^2 , 10^3 , ... desloque a vírgula uma, duas, três, ... casas à direita.

Exemplo

$$3,258 \cdot 10^2 = 325,8$$
$$12,543 \cdot 10^4 = 125430$$

• Para multiplicar um número por 10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-3} , ... desloque a vírgula uma, duas, três, ... casas à esquerda:

Exemplo

$$2,52 \cdot 10^{-3} = 0,00252$$
$$1450 \cdot 10^{-4} = 0,145$$

3º Caso:

- a) $0,000846 = 8,46$
- b) $1020000000 = 1,02$
- c) $4,9 \cdot 10^{-2} =$
- d) $1,5 \cdot 10^{-3} =$

3 (FGV) Se $x = 3200000$ e $y = 0,00002$ então xy vale:

- a) 0,64
- b) 6,4
- c) 64
- d) 640
- e) 6400

4 (Carlos Chagas – BA) Simplificando-se a expressão $\frac{0,002 \times 0,0003 \times 10^8}{0,1 \times 6 \times 10^4}$, obtém-se:

- a) 0,001
- b) 0,01
- c) 0,1
- d) 0,6

5 (Univ. Fortaleza) Se $x = 2,7 \cdot 10^{-21}$ e $y = 0,036 \cdot 10^{-23}$, então $\frac{x}{y}$ é um número compreendido entre

- a) 0,01 e 10
- b) 10 e 100
- c) 100 e 1000
- d) 1000 e 5000
- e) 5000 e 10000

6 (UEL) O valor da expressão $9^{2,5} - 1024^{0,1}$, é:

- a) -83
- b) -81
- c) 241
- d) 243
- e) 245



Exercícios propostos

1 (UCSAL) Efetuando-se $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} : \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)^2$, obtém-se:

- a) 81
- b) $\frac{27}{2}$
- c) $\frac{1}{16}$
- d) 0
- e) -48

2 (UFAL) Efetuando-se $\left(2\frac{1}{4}\right)^2 + (-4)^{-2}$

- a) $\frac{50}{4}$
- b) $\frac{41}{8}$
- c) $\frac{35}{16}$
- d) $\frac{5}{4}$
- e) $\frac{5}{16}$

3 (Univ. Minas Gerais) A expressão

$$(-1)^3 - 3 \cdot (-1)^4 \cdot (-2) + 3 \cdot (-1) \cdot (-2)^2 - (-2)^3 :$$

- a) 1
- b) -1
- c) 3
- d) -3
- e) N.R.A

4 (UNESP) O valor da expressão $5^{-1} - \frac{1}{2}$ é:

- a) 0,3
- b) -0,3
- c) -0,2
- d) 0,2
- e) 0

5 (PUC – SP) O valor de $(0,5)^4$ é igual a:

- a) 0,125
- b) 0,125
- c) 0,625
- d) 0,00625
- e) 0,0625

6 (UNICAMP) Calcule as seguintes potências:

- a) $a = 3^3$, $b = (-2)^3$, $c = 3^{-2}$ e $d = (-2)^{-3}$.
- b) Escreva os números a, b, c, d em ordem crescente.

7 (UEL) O valor de 22,8% de 3500 é:

- a) 7,98
- b) 15,4
- c) 154
- d) 798
- e) 79,8

8 (OSEC) Efetuando-se as operações

$$\frac{1}{3} : \left[-\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{8} \right)^{-1} \cdot \frac{1}{4} \right], \text{ resulta:}$$

- a) -3
- b) $\frac{1}{45}$
- c) $\frac{1}{5}$
- d) $\frac{2}{3}$
- e) $\frac{5}{11}$

9 (Carlos Chagas) O valor da expressão $\left(\frac{1}{4}\right)^{0,5} : \left(\frac{1}{32}\right)^{0,2}$ é:

- a) 0,125
- b) 0,25
- c) 0,5
- d) 0,75
- e) 1

10 (Carlos Chagas – Uberaba) O valor de $\frac{2 \cdot [0,02 - (0,1)^2]}{100}$

é:

- a) 0,0002
- b) 0,002
- c) 0,02
- d) 0,2
- e) 2

11 (UNIFOR – CE) O quociente $\frac{0,075 + 0,0024}{(0,06) \cdot (0,5)}$ é igual a:

- a) 0,0019
- b) 0,154
- c) 0,33
- d) 2,58
- e) 3,3



12 (UCSAL) A razão $\frac{0,0004}{20000}$ é equivalente a:

- a) $0,5 \cdot 10^{-9}$
- b) $2 \cdot 10^{-8}$
- c) $2 \cdot 10^{-9}$
- d) $0,5 \cdot 10^8$
- e) $0,5 \cdot 10^{-7}$

13 (UEL) Simplificando-se a expressão

$$\frac{0,0003 \cdot 0,005 \cdot 8 \cdot 10^5}{0,015 \cdot 4 \cdot 10^{-2}} \text{ obtém-se:}$$

- a) $2 \cdot 10^3$
- b) $2 \cdot 10^{-7}$
- c) $2 \cdot 10^7$
- d) $32 \cdot 10^7$
- e) $2 \cdot 10^5$

14 (FUVEST) O valor de $8^{\frac{2}{3}} + 9^{0,5}$ é igual a:

- a) 4
- b) 3
- c) 12
- d) 25
- e) 7

15 (MAGOM – Londrina) O valor da expressão

$$625^{4^{-1}} - 512^{9^{-1}} \text{ é:}$$

- a) 5
- b) 2
- c) 3
- d) -3
- e) -2

16 (Carlos Chagas – MG) O valor da expressão

$$0,0000002 \cdot (10^3)^3 \text{ é:}$$

- a) 200
- b) 20
- c) 2
- d) 0,2
- e) 0,02

17 (UEL) O número 0,00000125 pode ser expresso por:

- a) $1250 \cdot 10^{-4}$
- b) $125 \cdot 10^{-5}$
- c) $12,5 \cdot 10^{-6}$
- d) $\frac{5}{4} \cdot 10^{-6}$
- e) $\frac{1}{8} \cdot 10^{-8}$

18 (UEL) Calculando-se $\left(-\frac{1}{243}\right)^{-\frac{2}{5}}$ obtém-se:

- a) -81
- b) -9
- c) 9
- d) 81
- e) um número não real

19 (UEL) O valor de 0,5% da terça parte de 1,8 é:

- a) 0,006
- b) 0,003
- c) 0,06
- d) 0,03
- e) 0,6

20 (UCSAL) Calculando-se os 0,02% de 5% de 25000, obtém-se:

- a) 0,0025
- b) 0,025
- c) 0,25
- d) 2,5
- e) 25

21 (UFAL) Calculando-se 0,025% de $4,8 \cdot 10^{-3}$, obtém-se:

- a) $12 \cdot 10^{-7}$
- b) $1,2 \cdot 10^{-7}$
- c) $1,2 \cdot 10^{-5}$
- d) $1,2 \cdot 10^{-4}$
- e) $0,12 \cdot 10^{-2}$

22 (UFAL) Efetuando-se $\left(\frac{0,02}{0,1}\right)^2 - \left(\frac{0,1}{0,02}\right)^2$, obtém-se:

- a) $-\frac{624}{25}$
- b) $-\frac{24}{25}$
- c) 0
- d) $\frac{15}{2}$
- e) $\frac{624}{25}$

23 (UNIFOR – CE) A expressão $(3,1 \cdot 10^7) \cdot (4,2 \cdot 10^{-12})$ é igual a:

- a) $1,302 \cdot 10^{-4}$
- b) $13,02 \cdot 10^{-4}$
- c) $1,302 \cdot 10^{-5}$
- d) $1,302 \cdot 10^{-6}$
- e) $13,02 \cdot 10^{-6}$



24 (PUCAMP – SP) É verdade que

a) $4^3 = 12$

b) 444444 é divisível por 9

c) $2^{3^2} = (2^3)^2$

d) $0,9 \cdot 1,973$ é maior que 1,973

e) $3^{-2} = \frac{1}{9}$

25 (MAGOM – Londrina) O valor da expressão

$$\frac{(0,2)^3 \cdot (0,001)^{-1} - (0,06) \cdot 100}{(0,02)^2 \cdot 10000} \text{ é igual a:}$$

a) 2

b) 4

c) 20

d) 0,2

e) $\frac{1}{2}$



6 | Radiciação em \mathbb{R}

Sendo $A \geq 0$ e $n \in \mathbb{N}$ tem-se

$$\sqrt[n]{A} = B$$

B: raiz

A: radicando

n: índice

$\sqrt{}$: radical

Definição 1

Sendo **a** um número real não negativo e **n** um número inteiro positivo, define-se:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a \text{ e } b \geq 0, \text{ com } b \in \mathbb{R}$$

Exemplos

a) $\sqrt[3]{125} = 5$, pois $5^3 = 125$

b) $\sqrt[4]{16} = 2$, pois $2^4 = 16$

c) $\sqrt[7]{7} = 7$, pois $7^1 = 7$

d) $\sqrt[7]{0} = 0$, pois $0^7 = 0$

Definição 2

Sendo **a** um número real e **n** um número ímpar positivo, define-se:

$$\sqrt[n]{-a} = b \Leftrightarrow b^n = -a, \text{ com } b \in \mathbb{R}$$

Exemplos

a) $\sqrt[7]{-128} = -2$, pois $(-2)^7 = -128$

b) $\sqrt[3]{-27} = -3$, pois $(-3)^3 = -27$

c) $\sqrt[5]{-1} = -1$, pois $(-1)^5 = -1$

Atenção redobrada

$$\sqrt[4]{-625} = ? \quad \sqrt{-25} = ?$$

- Não existe um número real elevado a quarta potência igual a -625 .
- Não existe um número real elevado ao expoente dois que dê -25 .
- Não existe, em \mathbb{R} , radical de índice par e radicando negativo.

Propriedades dos radicais

As propriedades que veremos a seguir é para serem aplicadas em radicais com radicandos não negativos.

1ª Propriedade

Sendo: $a > 0$, $m \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}^*$, $k \in \mathbb{Z}^*$

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}}$$

Exemplos

a) $\sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3 \cdot 4]{2^{2 \cdot 4}} = \sqrt[12]{2^8}$

b) $\sqrt[12]{3^6} = \sqrt[12 \cdot \frac{1}{6}]{3^{6 \cdot \frac{1}{6}}} = \sqrt{3}$

1 Simplifique os índices dos radicais a seguir.

a) $\sqrt[40]{5^{15}} =$

b) $\sqrt[10]{3^{20}} =$

2ª Propriedade

Sendo: $a > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$, $p \in \mathbb{N}$

$$\sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}$$

2 Representar as expressões a seguir com expoentes fracionários:

a) $\sqrt{5^3} =$

b) $\sqrt[4]{x^2} =$

c) $\frac{1}{\sqrt{3}} =$

d) $\sqrt[3]{2^6} =$

**3ª Propriedade**Sendo: $a \geq 0$, $b \geq 0$ $n \in \mathbb{N}^*$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Exemplos

a) $\sqrt{450} = \sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5^2} = \sqrt{2} \cdot 3 \cdot 5 = 15\sqrt{2}$

b) $\sqrt[4]{144} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^2} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{3^2} = 2 \cdot \sqrt{3}$

3 (Carlos Chagas – SP) Simplificando $\sqrt{2352}$, vamos obter:

a) $28\sqrt{3}$

b) $4\sqrt{7}$

c) $4\sqrt{21}$

d) $28\sqrt{21}$

e) $56\sqrt{3}$

4 (Carlos Chagas – Salvador) O valor da expressão

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + \sqrt[4]{\frac{81}{16}} - \frac{1}{4} \cdot \sqrt[3]{27} \text{ é:}$$

a) 3

b) $\frac{9}{4}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $-\frac{2}{3}$

e) $-\frac{3}{2}$

5 (MAGOM – Londrina) Efetuando-se

$$\sqrt[5]{30 + \sqrt[3]{5 + \sqrt[4]{9 + 72}}}, \text{ obtém-se:}$$

a) 2

b) 4

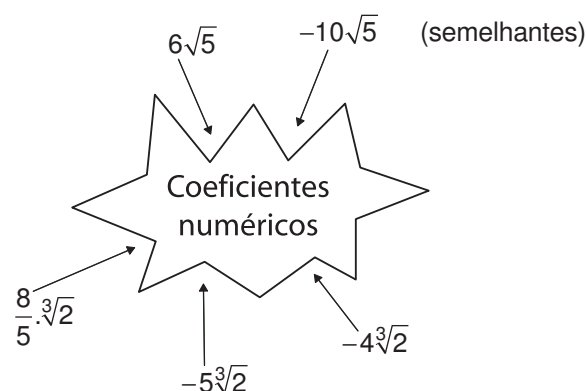
c) 6

d) 8

e) $\sqrt{2}$

Radicais semelhantes

Dois ou mais radicais são semelhantes quando possuem o mesmo índice e o mesmo radicando.

Exemplo**Operações com radicais****Adição e subtração****1º Caso**

Simplificar as expressões:

a) $20\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 10\sqrt{2}$

Como $\sqrt{2}$ é um fator comum,

$$(20 - 4 - 10) \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

b) $8\sqrt[3]{6} + 2\sqrt[3]{6} - 3\sqrt[3]{3}$

$$(8 + 2 - 3) \cdot \sqrt[3]{3} = 7\sqrt[3]{3}$$

**2º Caso**

$$\begin{aligned} \text{c) } & 2\sqrt{48} - 3\sqrt{12} + \sqrt{80} \\ & 2\sqrt{2^4 \cdot 3} - 3\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{2^4 \cdot 5} \\ & 2 \cdot 2^2 \cdot \sqrt{3} - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + 2^2 \cdot \sqrt{5} \\ & 8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 4\sqrt{5} \\ & 2\sqrt{3} + 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } & \sqrt[3]{625} + \sqrt[3]{40} \\ & \sqrt[3]{5^3 \cdot 5} + \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} \\ & 5 \cdot \sqrt[3]{5} + 2 \cdot \sqrt[3]{5} \\ & 7\sqrt[3]{5} \end{aligned}$$

6 Calcule.

$$\text{a) } 8\sqrt{7} - \sqrt{7} + 7\sqrt{7}$$

$$\text{b) } 2\sqrt[5]{3} + 8\sqrt[3]{5}$$

7 (UNIFOR – CE) Se $A = \sqrt[4]{32} + 3\sqrt[4]{1250}$, então A é igual a:

- a) $17\sqrt[4]{2}$
- b) $20\sqrt[4]{2}$
- c) $25\sqrt[4]{2}$
- d) $16\sqrt[4]{2}$
- e) 30

Multiplicação

Sendo: $a \geq 0$, $b \geq 0$ e $n \in \mathbb{N}^*$, temos:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Exemplos

$$\text{a) } \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{125} = \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{5^3} = \sqrt[4]{5^4} = 5$$

$$\text{b) } \sqrt[5]{a^4} \cdot \sqrt[5]{a^6} = \sqrt[5]{a^4 \cdot a^6} = \sqrt[5]{a^{10}} = a^2$$

Para multiplicar radicais de mesmo índice, mantém-se o mesmo índice e multiplicam-se os radicandos.

8 (MAGOM – Londrina) Simplificando-se $\left(\sqrt[3]{3^4} \cdot \sqrt[3]{3^2}\right)^{-1}$, obtém-se:

- a) 9
- b) -9
- c) 6
- d) -6
- e) $\frac{1}{9}$

9 (MAGOM – Londrina) O produto $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[6]{2}$ é igual a:

- a) $\sqrt[6]{16}$
- b) $\sqrt[6]{32}$
- c) $\sqrt[6]{8}$
- d) $\sqrt[6]{64}$
- e) $\sqrt[6]{6}$



Leitura complementar

Raiz quadrada dos tempos de Cristo

JOSÉ LUIZ PASTORE MELLO
ESPECIAL PARA A FOLHA - SP

Responda rápido sem uma calculadora, qual é a raiz quadrada de 3? Fácil: aproximadamente 3,5 dividido por 2, ou seja, 1,75. Confira em uma calculadora e veja que o resultado com duas casas decimais é 1,73, o que indica que minha aproximação não foi nada má. Que tal outro exemplo, tente calcular sem lápis e papel a raiz quadrada de 14. O resultado é aproximadamente 7,5 dividido por 2, ou seja, 3,75. Novamente a aproximação foi bem razoável, uma vez que o resultado com duas casas decimais é 3,74.

O truque utilizado nesses cálculos se deve ao matemático Herão de Alexandria, que viveu no início da Era Cristã. Herão sempre se interessou por aplicações e métodos práticos da matemática. Em sua principal obra de geometria, "A Métrica", ele apresenta a demonstração da famosa fórmula do cálculo da área de um triângulo a partir da medida dos seus lados, conhecida hoje em dia pelos estudantes como fórmula de Herão.

Nessa obra, também encontramos uma descrição do método utilizado acima para aproximar a raiz quadrada de um número.

Segundo esse método, se $n = xy$, então $(x+y)/2$ é uma aproximação de \sqrt{n} , aproximação essa que será tanto melhor quanto mais próximos forem os números x e y . Por exemplo, para calcular $\sqrt{3}$, temos inicialmente de procurar dois números - de preferência, próximos um do outro, cujo produto seja igual a 3. Escolhendo 1,5 e 2, pelo método de Herão, devemos somar esses números e dividir o resultado por 2, o que resulta como aproximação de $\sqrt{3}$ o número 1,75.

Se tivéssemos usado dois números mais afastados cujo produto fosse 3, como 1 e 3, encontraríamos uma aproximação pior para , no caso 2. A aproximação de foi feita com os números 3,5 e 4, já que $3,5 \cdot 4 = 14$. Para obter a aproximação, fizemos a conta $(3,5+4)/2$, que resulta em 3,75.

Apesar de o método de Herão não ser tão prático para o cálculo mental de raízes de números grandes, ainda hoje esse processo, que data dos tempos de Cristo, é usado com frequência na programação do cálculo de raízes em computadores.

José Luiz Pastore Mello é professor da Faculdade de Educação da USP



Exercícios propostos

1 (MAGOM – Londrina) O valor de $\sqrt[4]{49}$ é igual a:

- a) $\frac{1}{7^2}$
- b) 49
- c) 7
- d) $\frac{1}{7^4}$
- e) $\frac{1}{7^3}$

2 (MAGOM – Londrina) Sendo $x > 0$ podemos representar $x^{\frac{4}{6}}$ por:

- a) $\sqrt[2]{x^3}$
- b) $\sqrt[3]{x^2}$
- c) \sqrt{x}
- d) $\sqrt[3]{x}$
- e) $\sqrt[4]{x}$

3 (MAGOM – Londrina) Se $x > 0$, a expressão $\sqrt[10]{x^{15}}$ é equivalente a:

- a) $x^3\sqrt{x}$
- b) $x^2\sqrt{x}$
- c) $x\sqrt{x}$
- d) $x^2\sqrt[3]{x}$
- e) x^3

4 (UEL) O número $\sqrt[3]{1024}$ é igual a:

- a) $8\sqrt{2}$
- b) $8\sqrt{3}$
- c) 32
- d) $8\sqrt[3]{2}$
- e) $8\sqrt[3]{3}$



5 (MAGOM – Londrina) Sendo $m > 0$ podemos representar

$m^{\frac{8}{6}}$ por:

- a) $\sqrt[3]{m^4}$
- b) $\sqrt[8]{m^4}$
- c) $\sqrt[6]{m^4}$
- d) $\sqrt[4]{m^4}$
- e) $m^{\frac{3}{4}}$

6 (Carlos Chagas – SP) Simplificando-se $2\sqrt{12} + 3\sqrt{75}$, obtém-se:

- a) $7\sqrt{3}$
- b) 10
- c) $\sqrt{245}$
- d) $19\sqrt{3}$
- e) $5\sqrt{87}$

7 (UNIFOR) Calculando-se $\sqrt[3]{0,216}$ obtém-se:

- a) 0,03
- b) 0,06
- c) 0,3
- d) 0,6
- e) 1,67

8 (Carlos Chagas – Fortaleza) Efetuando-se

$\sqrt[4]{12 + \sqrt{12 + \sqrt[3]{12 + 52}}}$, obtém-se:

- a) 2
- b) 4
- c) $\sqrt[24]{88}$
- d) $2\sqrt{22}$
- e) $\sqrt[4]{12 + 2\sqrt{5}}$

9 Simplificando-se $9\sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{625}$ obtém-se:

- a) $\sqrt[3]{5}$
- b) $9\sqrt[3]{5}$
- c) $29\sqrt[3]{5}$
- d) $7\sqrt[3]{5}$
- e) $6\sqrt[3]{5}$

10 (MAGOM – Londrina) Efetuando o produto $(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})$, obtém-se um número:

- a) ímpar
- b) negativo
- c) maior que 2
- d) maior que 3 e menor que 5
- e) maior que 5

11 (MAGOM – Londrina) A expressão

$\frac{\sqrt[3]{-8} + 2\sqrt[3]{-125}}{12} + \sqrt{0,25}$ é igual a:

- a) -1
- b) -0,5
- c) 0,5
- d) -5
- e) -2

12 (Carlos Chagas – Uberaba) Simplificando-se $(\sqrt[5]{2^6} \cdot \sqrt[5]{2^4})^2$, obtém-se:

- a) 32
- b) 16
- c) 2
- d) $\sqrt[5]{8}$
- e) $\sqrt[5]{4}$

13 (São Paulo) O produto $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}$ é igual a:

- a) $\sqrt[6]{3}$
- b) $\sqrt[3]{3}$
- c) $\sqrt[6]{3^5}$
- d) $\sqrt[5]{3^3}$
- e) $\sqrt[5]{3^6}$

14 (MAGOM – Londrina) A expressão $\sqrt[10]{x^{32}}$ é equivalente a:

- a) $x^{10} \cdot \sqrt{x}$
- b) $x^{10} \cdot \sqrt[5]{x}$
- c) $x^3 \cdot \sqrt{x}$
- d) $x^3 \cdot \sqrt[5]{x}$
- e) $x^3 \cdot \sqrt[5]{x^3}$

15 (MAGOM – Londrina) Efetuando $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18})$ encontramos:

- a) $6\sqrt{2}$
- b) 12
- c) 6
- d) $4\sqrt{6}$
- e) $2\sqrt{12}$

16 O produto $(\sqrt{11} - 2)(\sqrt{11} + 2)$ é igual a:

- a) 15
- b) 7
- c) 8
- d) 9
- e) 6



17 O valor de $\sqrt[5]{0,00243}$ é igual a:

- a) -3
- b) 3
- c) $\frac{1}{3}$
- d) $\frac{3}{10}$
- e) $\frac{3}{100}$

18 Dados os números $\sqrt[3]{3}$ e $\sqrt[4]{4}$ determine o maior.

19 (UNIFOR – CE) Dos números abaixo, o único irracional é:

- a) $\sqrt{4}$
- b) $\sqrt[3]{125}$
- c) $\sqrt[4]{81}$
- d) $\sqrt[5]{128}$
- e) $\sqrt[6]{1000000}$

20 Considere as proposições seguintes:

- I. $2,301301301\dots$ é um número irracional.
- II. $32^{5^{-1}}$ é um número inteiro positivo.
- III. $\sqrt[4]{0,0625}$ é um número racional.

É correto afirmar que somente:

- a) III é verdadeira
- b) II é verdadeira
- c) I e II são verdadeiras
- d) I e III são verdadeiras
- e) II e III são verdadeiras



7 | Radiciação em \mathbb{R}

Operações com radicais

Divisão

1º Caso: índices iguais.

Sendo: $a \geq 0$, $b > 0$ e $n \in \mathbb{N}^*$ temos:

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Exemplos

Simplificar as expressões, com $a > 0$.

$$a) \frac{\sqrt[3]{729}}{\sqrt[3]{81}} = \sqrt[3]{\frac{729}{81}} = \sqrt[3]{9}$$

$$b) \frac{\sqrt[5]{256}}{\sqrt[5]{32}} = \sqrt[5]{\frac{256}{32}} = \sqrt[5]{8}$$

$$c) \frac{\sqrt[7]{a^5}}{\sqrt[7]{a^1}} = \sqrt[7]{\frac{a^5}{a}} = \sqrt[7]{a^4}$$

Para dividir radicais de mesmo índice, mantém-se o mesmo índice e dividem-se os radicandos.

1 (MAGOM – Londrina) O valor de $\frac{\sqrt{18 - \sqrt{256}}}{\sqrt{16 + \sqrt{256}}}$ é:

a) $\frac{1}{16}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{8}$

d) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{1}{32}$

2º Caso: Índices diferentes:

Exemplos

Simplificar as expressões:

$$a) \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[5]{2}} = \frac{\sqrt[15]{2^5}}{\sqrt[15]{2^3}} = \sqrt[15]{\frac{2^5}{2^3}} = \sqrt[15]{2^2}$$

$$b) \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} = \frac{\sqrt[6]{x^3}}{\sqrt[6]{x^2}} = \sqrt[6]{\frac{x^3}{x^2}} = \sqrt[6]{x}$$

2 (MAGOM – Londrina) A expressão $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{6}}$ é equivalente a:

a) $\sqrt{6}$

b) $\sqrt[3]{6}$

c) $\sqrt[4]{6}$

d) $\sqrt[5]{6}$

e) $\sqrt[6]{6}$

Raiz de outra raiz

Escrever na forma de um único radical, as expressões:

$$a) \sqrt[4]{\sqrt[3]{32}} = \sqrt[4 \cdot 3]{2^5} = \sqrt[12]{2^5}$$

$$b) \sqrt{\sqrt{\sqrt{81}}} = \sqrt[2 \cdot 2 \cdot 2]{3^4} = \sqrt[8]{3^4} = \sqrt{3}$$

Para multiplicar raiz de outra raiz, mantém-se o radicando e multiplicam-se os índices.

3 (Carlos Chagas) Simplificando-se a expressão

$$\left(\sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{2^2}}} \right)^{20}, \text{ obtém-se:}$$

a) $2 \cdot \sqrt[3]{4}$

b) $\sqrt[3]{4}$

c) $2 \cdot \sqrt{2}$

d) $\sqrt[3]{2}$

e) $2 \cdot \sqrt[3]{2}$



Exemplos

Colocar os coeficientes dentro dos radicais:

$$a) 3 \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{54}$$

$$b) 2^3 \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{(2^3)^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{2^9 \cdot 2^1}$$

$$c) 5^2 \cdot \sqrt[4]{5^2} = \sqrt[4]{(5^2)^4 \cdot 5^2} = \sqrt[4]{5^8 \cdot 5^2}$$

4 (Carlos Chagas – Fortaleza) Simplificando-se a expressão $\left(\sqrt[3]{2\sqrt{2}}\right)^4$ obtém-se número:

- a) primo
- b) quadrado perfeito
- c) irracional
- d) cubo perfeito
- e) múltiplo de 5

Racionalização de denominadores

Racionalizar o denominador de uma fração significa eliminar o(s) radical (is) que existe (m) no denominador da fração.

Exemplo

O valor de $\frac{6}{\sqrt[3]{2}}$ é equivalente a:

$$\frac{6}{\sqrt[3]{2}} = \frac{6}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{6\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{6\sqrt[3]{4}}{2} = 3\sqrt[3]{4}$$

5 (MAGOM – Londrina) A expressão $\frac{2}{\sqrt[5]{4}}$ é equivalente a:

- a) $\sqrt{4}$
- b) $\sqrt{8}$
- c) $\sqrt[4]{8}$
- d) $\sqrt[5]{8}$
- e) $\sqrt[5]{4}$

6 (MAGOM – Londrina) Racionalizando o denominador da

fração $\frac{3a}{5\sqrt[4]{a}}$, teremos:

- a) $\frac{3a\sqrt{a}}{5}$
- b) $\frac{3\sqrt{a}}{5}$
- c) $\frac{3\sqrt[4]{a^3}}{5}$
- d) $\frac{3\sqrt[4]{a}}{5}$
- e) $\frac{3\sqrt[4]{a}}{5a}$

3º Caso

Racionalizar o denominador da fração:

$$a) \frac{4}{5 - \sqrt{3}} = \frac{4 \cdot (5 + \sqrt{3})}{(5 - \sqrt{3}) \cdot (5 + \sqrt{3})} = \frac{4 \cdot (5 + \sqrt{3})}{5^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{4 \cdot (5 + \sqrt{3})}{25 - 3} = \frac{4 \cdot (5 + \sqrt{3})}{22} = 2(5 + \sqrt{3})$$

$$b) \frac{5}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{5 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{5 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{5 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{3 - 2} = 5(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

7 (UEM) Racionalizando o denominador da fração $\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$

temos:

- a) $1 - \sqrt{2}$
- b) $3 + \sqrt{2}$
- c) $3 - 2\sqrt{2}$
- d) $1 + 2\sqrt{2}$
- e) $3 + 2\sqrt{2}$



Exercícios propostos

1 (PUC – SP) Qual é o valor de $\frac{\sqrt{17 - \sqrt{225}}}{\sqrt{17 + \sqrt{225}}}$?

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $\frac{2}{\sqrt{2}}$
- e) $\frac{1}{8}$

2 (UEL) Para $a > b$, a expressão $\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt[3]{a-b}}$ é equivalente a:

- a) $\sqrt[3]{a-b}$
- b) $\sqrt[6]{a-b}$
- c) $(a-b) \cdot \sqrt[6]{a-b}$
- d) $\sqrt{a-b}$
- e) $\frac{\sqrt[3]{(a-b)^2}}{a-b}$

3 (Carlos Chagas – Fortaleza) Simplificando-se $\sqrt[5]{\sqrt[3]{3^{60}}}$, obtém-se:

- a) 3
- b) 3^2
- c) 3^3
- d) 3^4
- e) 3^5

4 (Carlos Chagas – Sergipe) Simplificando-se a expressão $\sqrt{\sqrt{\sqrt{20736}}}$, obtém-se:

- a) $2 \cdot \sqrt[3]{18}$
- b) $\sqrt[6]{6}$
- c) $2 \cdot \sqrt{3}$
- d) $4 \cdot \sqrt[5]{3}$
- e) $4 \cdot \sqrt{3}$

5 Escrevendo $\sqrt[4]{9^3 \sqrt{3}}$ na forma de um único radical teremos:

- a) $\sqrt[12]{3}$
- b) $\sqrt[12]{3^5}$
- c) $\sqrt[12]{3^7}$
- d) $\sqrt{3}$
- e) $\sqrt[3]{3}$

6 (UNIFOR – CE) Para todo número real x , $x > 0$, a expressão $\frac{\sqrt[6]{x^5}}{\sqrt[3]{x^2}}$ é equivalente a:

- a) $\sqrt[6]{x}$
- b) $\frac{\sqrt[6]{x}}{x}$
- c) $\frac{\sqrt[6]{x}}{x^2}$
- d) $\frac{\sqrt[3]{x}}{x}$
- e) $\frac{\sqrt[3]{x}}{x^2}$

7 O valor de $\sqrt[3]{\sqrt{9} \cdot \sqrt{3}}$ é igual a:

- a) $\sqrt[7]{3^4}$
- b) $\sqrt[7]{3^5}$
- c) $\sqrt[12]{3^5}$
- d) $\sqrt[12]{3^7}$
- e) $\sqrt[3]{3}$

8 (MAGOM – Londrina) A expressão $\sqrt[4]{x^3 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}$, com $x > 0$, é igual a:

- a) $x^{\frac{19}{24}}$
- b) $x^{\frac{15}{16}}$
- c) $x^{\frac{15}{24}}$
- d) $x^{\frac{5}{24}}$
- e) $x^{\frac{24}{5}}$

9 A expressão $\frac{18}{\sqrt[5]{9}}$ pode ser representado por:

- a) $6\sqrt[5]{9}$
- b) $6\sqrt[5]{6}$
- c) $6\sqrt[5]{27}$
- d) $15\sqrt[5]{27}$
- e) $6\sqrt[5]{3}$

10 (MAGOM – Londrina) O valor de $\frac{3}{\sqrt[4]{3^3}}$ é igual a:

- a) $\sqrt[3]{3}$
- b) $3 \cdot \sqrt[4]{3}$
- c) 3
- d) $\sqrt[4]{3^3}$
- e) $\sqrt[4]{3}$



11 (Carlos Chagas – Bahia) Racionalizando $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$, obtém-se:

- a) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
- b) $\sqrt{5}+1$
- c) $\frac{2(\sqrt{5}+1)}{5}$
- d) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$
- e) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

12 (FUVEST) O valor da expressão $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ é:

- a) $\sqrt{2}$
- b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- c) 2
- d) $\frac{1}{2}$
- e) $\sqrt{2}+1$

13 (Carlos Chagas) Racionalizando o denominador e simplificando-se $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$, obtém-se:

- a) $\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}$
- b) $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- c) $\frac{\sqrt{2}}{6}$
- d) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$
- e) $-\frac{1}{6}$

14 (Carlos Chagas) Racionalizando-se o denominador da fração $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$, obtém-se:

- a) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{2}$
- b) $\frac{\sqrt{15}+\sqrt{3}}{2}$
- c) $2(\sqrt{15}+\sqrt{3})$
- d) $\sqrt{15}+3$
- e) $\sqrt{15}-3$

15 (UEL) A expressão $1 - \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{1-\sqrt{2}}$ é igual a:

- a) $1-2\sqrt{2}$
- b) $-1+2\sqrt{2}$
- c) $1+\sqrt{2}$
- d) $\sqrt{2}$
- e) 1

16 (Carlos Chagas – Sergipe) Racionalizando-se o denominador da expressão $\frac{3+\sqrt{6}}{5\sqrt{3}-2\sqrt{12}-\sqrt{32}+\sqrt{50}}$, obtém-se:

- a) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$
- b) $\sqrt{3}$
- c) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$
- d) $2\sqrt{3}$
- e) $3\sqrt{2}$

17 (UEL) A expressão $\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$ é equivalente a:

- a) $-7\sqrt{6}$
- b) $-5\sqrt{5}$
- c) $-(2\sqrt{6}+5)$
- d) -1
- e) $-2\sqrt{6}+5$

18 (Carlos Chagas – Fortaleza) Se $m = \frac{\sqrt{8}-2}{2-\sqrt{2}}$, então m^{-2} é igual a:

- a) $\sqrt{2}$
- b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- e) -2

19 O valor da expressão $\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{22}-\sqrt{21}} - \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{22}-\sqrt{21}}$ é:

- a) $12\sqrt{77}$
- b) 1
- c) $\sqrt{22}-\sqrt{21}$
- d) -1
- e) $-1\sqrt{77}$



20 (UNIFOR - CE) Efetuando-se $30\sqrt{\frac{20}{9}} + 10\sqrt{\frac{4}{5}}$, obtém-se:

- a) $120\sqrt{5}$
- b) $24\sqrt{5}$
- c) $14\sqrt{5}$
- d) $12\sqrt{5}$
- e) $\frac{80\sqrt{21}}{7}$

21 (UFRS) O valor de $\sqrt{\frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{6}}}$ é:

- a) $\sqrt[3]{6}$
- b) $\sqrt[6]{6}$
- c) $\sqrt[12]{6}$
- d) $\sqrt[3]{\frac{1}{6}}$
- e) $\sqrt[6]{\frac{1}{6}}$

22 (UNIFOR) Sobre as sentenças:

- I. $\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{45} = 6\sqrt{5}$
- II. $2^{3^2} = 512$
- III. $64^{\frac{2}{3}} = 16$

É correto afirmar que:

- a) somente I e II são verdadeiras
- b) somente I e III são verdadeiras
- c) somente II e III são verdadeiras
- d) I, II e III são verdadeiras
- e) I, II, III são falsas

23 (Carlos Chagas) Sobre as sentenças:

- I. $2\sqrt{2} = \sqrt{4}$
- II. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{20} = 12\sqrt{3}$
- III. $2 \cdot \sqrt[6]{27} : \sqrt[4]{9} = 2$

É correto afirmar que apenas:

- a) I é verdadeira
- b) II é verdadeira
- c) III é verdadeira
- d) I e II são verdadeiras
- e) II e III são verdadeiras

24 (Carlos Chagas) Sejam a e b dois números reais estritamente positivos. Das sentenças:

I. $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

II. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

III. $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{\sqrt{a}}$

- a) apenas I é verdadeira
- b) apenas II é verdadeira
- c) apenas III é verdadeira
- d) apenas I e II são verdadeiras
- e) apenas II e III são verdadeiras



8 | Expressões algébricas

O estudo de expressões algébricas, está intimamente ligado com a geometria, no cálculo de área e volumes.

Expressões algébricas são as expressões matemáticas que envolvem números, letras, Algarismos e sinais de operações. Essa parte da matemática é chamada de álgebra.

Um dos responsáveis pela introdução de letras na matemática foi o advogado francês François Viète (1540 – 1603), que também era um perito decifrador de mensagens gravadas em código, durante a guerra entre França e Espanha.

O uso de letras e símbolos na resolução de problemas possibilitou um grande avanço da matemática e inaugurou uma nova fase na matemática.

Essa fase passou a facilitar a comunicação e a interpretação da linguagem matemática.

Sentença	Expressão algébrica
O quádruplo de um número	$4x$
O triplo de um número	$3x$
O dobro de um número	$2x$
A soma de dois números	$x + y$
A diferença de dois números	$x - y$
O produto de dois números	$x \cdot y$
O quociente entre dois números	$\frac{x}{y}$
O quadrado da soma de dois números	$(x + y)^2$
A soma do quadrado de dois números	$x^2 + y^2$
O quadrado do dobro de um número	$(2x)^2$
O dobro do quadrado de um número	$2x^2$

Valor numérico de uma expressão algébrica

É o número obtido quando substituímos as incógnitas (letras) por números e efetuamos as operações indicadas na expressão dada.

Exemplo

Determine o valor numérico da expressão $2x^2y + 2y^3$ quando:

a) $x = 3$ e $y = 1$

$$x^3 - 2x^2y + 2y^3$$

$$3^3 - 2 \cdot (+3)^2 \cdot 1 + 2 \cdot 1^3$$

$$27 - 18 + 2$$

$$11 \leftarrow \boxed{\text{valor numérico}}$$

a) $x = -2$ e $y = -1$

$$x^3 - 2x^2y + 2y^3$$

$$(-2)^3 - 2 \cdot (-2)^2 \cdot (-1) + 2 \cdot (-1)^3$$

$$-8 - 2(+4) \cdot (-1) + 2 \cdot (-1)$$

$$-8 + 8 - 2$$

$$-2 \leftarrow \boxed{\text{valor numérico}}$$

1 (OSEC – SP) O valor numérico da expressão

$$-x^2y + 5xy^3 - 6x \quad \text{para } x = -1 \text{ e } y = \frac{1}{2} \text{ é:}$$

a) $-\frac{38}{9}$

b) $-\frac{47}{9}$

c) 6

d) $\frac{39}{8}$

e) $\frac{47}{8}$

2 (UEL) O valor numérico da expressão

$$(x \cdot y^{-1} + y \cdot x^{-1})^{-1}, \text{ para } x = 2 \text{ e } y = -2, \text{ é:}$$

a) -2

b) $-\frac{1}{2}$

c) 0

d) 2

e) 8



Polinômios

Os sinais (+) e (–) dividem a expressão algébrica em partes que são chamadas de “termos.”

A expressão $2a^2b^3 - 4ab^2 + 7ab$ possui três termos.

A expressão algébrica em alguns casos recebe nome especial.

$$\frac{4}{3}ab^5 \rightarrow \text{um termo} \rightarrow \text{monômio}$$

$$-7a + 4x \rightarrow \text{dois termos} \rightarrow \text{binômio}$$

$$4x^3 - 2xy - 3x^2y \rightarrow \text{três termos} \rightarrow \text{trinômio}$$

Termos semelhantes

Os termos que possuem parte literais iguais são chamados de semelhantes.

Exemplo

Dada a expressão $4a^3 + 2a^2b + 7a + 8a - 2a^3 - a^2b$
Identifique os termos semelhantes.

São termos semelhantes:

$$4a^3 \text{ e } -2a^3$$

$$2a^2b \text{ e } -a^2b$$

$$7a \text{ e } 8a$$

Operações com expressões algébricas

Adição e Subtração

Numa expressão algébrica, só podemos efetuar a adição e subtração de termos semelhantes.

Exemplo

Dados os polinômios

$$P = 7x^3 - 8x^2 + x - 5 \text{ e}$$

$$Q = -5x^3 - 10x^2 - 5x + 12, \text{ calcular}$$

$$a) P + Q$$

$$(7x^3 - 8x^2 + x + 5) + (-5x^3 - 10x^2 - 5x + 12) \\ 2x^3 - 18x^2 - 4x + 7$$

$$b) P - Q$$

$$(7x^3 - 8x^2 + x + 5) - (-5x^3 - 10x^2 - 5x + 12) \\ 7x^3 - 8x^2 + x + 5 + 5x^3 + 10x^2 + 5x - 12 \\ 12x^3 + 2x^2 + 6x - 17$$

3 (MAGOM – Londrina) A expressão

$$\left(\frac{2x-y}{3} - \frac{x-y}{5}\right) \cdot 30 - 7x \text{ é equivalente a:}$$

$$a) -2y$$

$$b) 2y$$

$$c) 14x + 2y$$

$$d) 14x - 2y$$

$$e) 7x - 4y$$

Multiplicação

Para efetuar o produto de dois polinômios, multiplicamos cada termo do primeiro por todos os termos do segundo polinômio e adicionamos os termos semelhantes.

Exemplo

Efetuar o produto:

$$a) (x + 2) \cdot (x^2 - 4x + 5)$$

$$x^3 - 4x^2 + 5x + 2x^2 - 8x + 10$$

$$x^3 - 2x^2 - 3x + 10$$

$$b) (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3$$

$$a^3 + b^3$$

$$c) (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$$

$$a^3 - b^3$$

4 (Ateneu – Londrina) Considere as expressões

$$f = x^2 - 1$$

$$g = x + 2$$

$$h = 3x - 5$$

Calcule $f \cdot g - 2 \cdot h$

$$a) 3x^2 - 7x + 8$$

$$b) 3x^3 - 7x + 8$$

$$c) x^3 + 2x^2 - 7x + 8$$

$$d) x^3 + 2x^2 + 7x + 8$$

$$e) x^3 + 2x^2 - 7x - 8$$



Produtos notáveis

Desenvolver:

a) $(a + b)^2$
 $(a + b) \cdot (a + b)$
 $a^2 + ab + ab + b^2$
 $a^2 + 2ab + b^2$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

b) $(a - b)^2$
 $(a - b) \cdot (a - b)$
 $a^2 - ab - ab + b^2$
 $a^2 - 2ab + b^2$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

c) $(a - b) \cdot (a + b)$
 $a^2 + ab - ab - b^2$
 $a^2 - b^2$

$$(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$$

5 A expressão $(a + b)^2 - (a - b)^2$ é igual a:

- a) $4ab$
- b) $-4ab$
- c) ab
- d) 0
- e) $2a^2 + 2b^2$

6 (Ateneu – Londrina) Simplificando-se a expressão $\frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2}{8 - 4\sqrt{3}}$, obtém-se:

- a) -1
- b) 1
- c) $1 - \sqrt{3}$
- d) $1 + \sqrt{3}$
- e) 0

7 (FGV) Seja N o resultado da operação $375^2 - 374^2$. A soma dos algarismos de N é:

- a) 18
- b) 19
- c) 20
- d) 21
- e) 22

Exercícios propostos

1 (Ateneu - Londrina) As expressões

$$A = x^2 + 5x$$

$$B = -3xy^3$$

$$C = x^3 - 3x + 4$$

São, respectivamente:

- a) Binômio, Binômio, Trinômio
- b) Binômio, Trinômio, Trinômio
- c) Trinômio, Trinômio, Trinômio
- d) Binômio, Monômio, Trinômio
- e) Binômio, Binômio, Binômio



2 (Ateneu – Londrina) A alternativa que apresenta termos semelhantes é:

- a) $3x^2y$ e $3xy^2$
- b) $5x^3$ e $5x^2$
- c) $-x^2$ e $5x^2$
- d) $2x^3$ e $2x^3y$
- e) $3x$ e $3y$

3 Escreva a expressão algébrica que representa seguinte condição:

- a) A quarta parte de um número...
- b) O triplo do quadrado de um número...
- c) O cubo do dobro de um número...
- d) O quociente entre o número x e o seu quadrado...
- e) Sendo a um número inteiro, então o seu sucessor é...
- f) Sendo a um número natural, o seu antecessor é...
- g) A raiz quadrada de um número real positivo...
- h) A soma das raízes quadradas de dois números...

4 (MAGOM – Londrina) Simplificando a expressão $3x - (5x - 4) - (2x + 1) + (7x - 2)$ obteremos:

- a) $3x + 1$
- b) $-3x + 1$
- c) $-3x - 1$
- d) $3x - 1$
- e) $3x - 5$

5 (MAGOM – Londrina) Considere as expressões:

$$\begin{aligned}A &= 3ab + a^2 \\B &= ab - 5a^2 \\C &= 2ab - 7a^2\end{aligned}$$

Calculando $A - B + C$ obteremos:

- a) $4ab + a^2$
- b) $4a^2b^2 + a^2$
- c) $4a^2b^2 - a^2$
- d) $4ab - a^2$
- e) $-a^2$

6 (MAGOM – Londrina) Efetuando

$$(a^3 - 3a^2b + 2ab^2 - b^3) - (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3)$$

obteremos:

- a) $-a^6 + 9a^4b^2 - 6a^2b^4 + b^5$
- b) $-a^9 + 9a^4b^2 - 6a^2b^4 + b^6$
- c) $-6a^2b - ab^2 - 2b^3$
- d) $6a^2b + ab^2 + 2b^3$
- e) $-6a^2 + ab^2 + 2b^3$

7 (FUVEST) O valor da expressão $\frac{a+b}{1-ab}$, para $a = \frac{1}{2}$ e $b = \frac{1}{3}$ é:

- a) 5
- b) 1
- c) 0
- d) 3
- e) 6

8 (FMU – FIAM – SP) O valor de $\frac{2x+y}{3} + \frac{x-y}{5}$ para $x = 3$ e $y = 1$ é:

- a) $\frac{9}{8}$
- b) $\frac{29}{15}$
- c) $\frac{46}{15}$
- d) $\frac{3}{5}$
- e) $\frac{41}{15}$

9 (UEL) O valor numérico da expressão $\frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}$ para

$$x = -\frac{1}{2} \text{ e } y = 2, \text{ é:}$$

- a) 0
- b) $\frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}}$
- c) $-2 + \sqrt{2}$
- d) $2 + \sqrt{2}$
- e) $-\frac{1}{2} \cdot (1 - \sqrt{2})$

10 (Pelotas - RS) O valor da expressão $\frac{p \cdot q + q^2}{q}$ para que $p = -0,1$ e $q = 0,01$ é:

- a) 1,1
- b) 0,09
- c) 0,9
- d) $-0,09$
- e) 0,11

11 (MAGOM - Londrina) Considere o polinômio $P(x) = -x^2 + 3x + 1$.

O valor de $P(5)$ é:

- a) -9
- b) 41
- c) 9
- d) -41
- e) 0



12 (COPERVE-RS) Efetuando-se a subtração

$$\frac{2x+3y}{3} - \frac{x+2y}{2}, \text{ obtém-se:}$$

- a) $\frac{7x+12y}{6}$
- b) $\frac{x+12y}{6}$
- c) $\frac{7x}{6}$
- d) $\frac{5x}{6}$
- e) $\frac{x}{6}$

13 Simplificando a expressão

$$-4x \cdot (2x^2 - 3x) - (-2x) + 8x^3 - 2x \text{ teremos}$$

- a) $12x^2$
- b) $-12x^2$
- c) $6x^2$
- d) $-6x^2$
- e) x^2

14 (Ateneu - Londrina) A expressão $(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2$ é equivalente a:

- a) $42\sqrt{6}$
- b) $30+12\sqrt{6}$
- c) $30+6\sqrt{3}$
- d) $30+5\sqrt{6}$
- e) $30+5\sqrt{2}$

15 O valor da expressão $\left(\sqrt{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$ é:

- a) $\frac{5}{2}$
- b) 8
- c) $\frac{8}{3}$
- d) $\frac{9}{2}$
- e) $\frac{7}{2}$

16 (Carlos Chagas - Rio Grande do Norte) A expressão

$$\sqrt{10+\sqrt{10}} \cdot \sqrt{10-\sqrt{10}} \text{ é igual a:}$$

- a) 0
- b) $\sqrt{10}$
- c) $10-\sqrt{10}$
- d) $3 \cdot \sqrt{10}$
- e) 90

17 (Carlos Chagas - Bahia) A expressão

$$(x-y)^2 - (x+y)^2 \text{ é equivalente a:}$$

- a) 0 (zero)
- b) $2y^2$
- c) $-2y^2$
- d) $-4xy$
- e) $-2 \cdot (x+y)^2$

18 (Ateneu - Londrina) Simplificando a expressão

$$(3x+4)^2 - (3x-4)^2 + (3x+4)(3x-4) \text{ obteremos:}$$

- a) $9x^2 + 48x - 16$
- b) $9x^2 + 16$
- c) $3x^2 + 48x - 16$
- d) $3x^2 + 16$
- e) $9x^2 + 48x + 16$

19 (Carlos Chagas) Sobre as sentenças

$$\text{I. } (a+2b)^2 = a^2 + 4ab + b^2$$

$$\text{II. } (2a-b)^2 = 4a^2 - b^2$$

$$\text{III. } a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + b^2)$$

É correto afirmar que somente

- a) I é verdadeira
- b) II é verdadeira
- c) III é verdadeira
- d) I e II são verdadeiras
- e) I e III são verdadeiras

20 (UNIFOR-CE) Se y é o número real $\frac{1}{\frac{1}{1-x} - 1} - \frac{1}{1 - \frac{1}{1+x}}$

então y é igual a:

- a) $-\frac{2}{x}$
- b) $\frac{2}{x}$
- c) -2
- d) 2
- e) 0



9 | Fatoração

Fatorar uma expressão é transformar uma soma de duas ou mais parcelas em um produto de dois ou mais fatores

Tipos de Fatoração

1º caso: Fator comum

Quando tivermos uma expressão algébrica em que cada uma das parcelas apresentar um fator comum ele poderá ser colocado em evidência.

Exemplos

Fatore as expressões

a) $mx + nx = x(m + n)$

b) $5a - 10b + 15c = 5(a - 2b + 3c)$

c) $a^2bc + ab^2c + abc^2 = abc \cdot (a + b + c)$

d) $3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} = 3(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})$

e) $2\sqrt{7} + x\sqrt{7} + b\sqrt{7} = \sqrt{7}(2 + x + b)$

2º caso: Fatoração por agrupamento

Na Expressão

$$mx + nx + my + ny$$

Não tem nenhum fator comum nas quatro parcelas, porém podemos agrupar o fator comum x em $mx + nx$, e também agrupar o fator comum y em $my + ny$. Então a expressão

$$x(m + n) + y(m + n)$$

Foi transformada em duas parcelas em que aparece um novo fator comum $m + n$, logo

$$(m + n) \cdot (x + y)$$

Exemplos

a) $5ab - 15a - 7b \neq 21$

$$5a(\underline{b - 3}) - 7(\underline{b - 3})$$

$$(b - 3)(5a - 7)$$

b) $m^2 + mn + m + n$
$$\frac{m(\underline{m + n}) + 1(\underline{m + n})}{(m + 1)(m + n)}$$

c) $a^3 + 2a^2 - a - 2$
$$\frac{a^2(\underline{a + 2}) - 1(\underline{a + 2})}{(a + 2)(a - 1)}$$

1 (MAGOM - Londrina) Simplifique a expressão:

$$\frac{ax + bx + 2a + 2b}{2x + 4}, \text{ supondo } x \neq -2.$$

2 Fatore a expressão $a^2 + 2b^2 + 3ab + a + b$.

**3º caso: Trinômio quadrado perfeito**

Já vimos que:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(b-a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$$

ExemploFatorar $x^2 + 18xy + 81y^2$

Para verificar se o trinômio $x^2 + 18xy + 81y^2$ é um quadrado perfeito, temos que responder as seguintes perguntas:

1. Os termos x^2 e $81y^2$ são quadrados de monômios?

São, porque $(x)^2 = x^2$ e $(9y)^2 = 81y^2$.

2. O termo $18xy$ é o dobro do produto de x e $9y$?

É, porque $2x \cdot (x) \cdot (9y) = 18xy$.

Logo: $x^2 + 18xy + 81y^2 = (x + 9y)^2$

Fatorar $25a^2 + 80ab^2 + 64b^4$

1. $\sqrt{25a^2} = 5a$ e $\sqrt{64b^4} = 8b^2$

2. $80ab^2 = 2 \cdot (5a) \cdot (8b^2)$

Logo: $25a^2 + 80ab^2 + 64b^4 = (5a + 8b^2)^2$

3 (UNIFOR – CE) O número real $r = \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^2 + 2x + 1}$ é equivalente a:

a) $x^2 - x$

b) $x^2 - x + 1$

c) $x^2 - 2x + 1$

d) $x^2 + 2x + 1$

e) $x - 1$

4 (FGV) Simplificando-se a fração $\frac{m^2 + m}{5m^2 + 10m + 5}$ obtém-se:

a) $\frac{1}{11}$

b) $\frac{m}{5(m+1)}$

c) $\frac{m}{5(m-1)}$

d) $\frac{m+1}{5m}$

e) $\frac{m-1}{5m}$

Diferença de quadrados

Já vimos que

$$a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b)$$

5 (FGV) O valor da expressão $y = \frac{0,49 - x^2}{0,7 + x}$ para $x = -1,3$ é:

a) 2

b) -2

c) 2,6

d) 1,3

e) -1,3



6 (UNIFOR – CE) Se x e y são números reais tais que

$$y = \frac{2}{x-2} - \frac{5x+1}{x^2-4} + \frac{3}{x+2}, \text{ então } y \text{ é igual a:}$$

a) $-\frac{1}{x^2-4}$

b) $\frac{1}{x^2-4}$

c) $-\frac{3}{x^2-4}$

d) $\frac{3}{x^2-4}$

e) $-\frac{x}{x^2-4}$

8 O produto $(a-b).(a^2-ab+b^2)$ é:

a) a^3+b^3

b) $3a+3b$

c) a^3-b^3

d) a^2+b^2

e) a^2-b^2

9 (UNESP) Seja a expressão algébrica:

$$\frac{x^3-y^3}{x-y} - \frac{x^3+y^3}{x+y}$$

na qual x e y são números reais com $x \neq y$ e $x \neq -y$.
Simplifique a expressão algébrica dada.

Cálculos envolvendo

$$a^3 + b^3 \quad \text{e} \quad a^3 - b^3$$

7 O produto $(a+b).(a^2-ab+b^2)$ é:

a) a^3+b^3

b) $3a+3b$

c) a^3-b^3

d) a^2+b^2

e) a^2-b^2

Exercícios propostos

1 (Ateneu – Londrina) Simplificando $\frac{2a^2-6a}{a-3}$ obteremos:

a) 0

b) $2a$

c) $-2a$

d) a

e) $a-3$

2 (Ateneu – Londrina) Simplificando $\frac{x^2y-xy^2}{xy}$ obteremos:

a) xy

b) $-xy$

c) $x-y$

d) $y-x$

e) $2y-2x$

3 (Ateneu – Londrina) Simplificando $\frac{ab^2+a^2b}{a+b}$ obteremos:

a) $a+b$

b) a^2+b^2

c) $a.b$

d) $a-b$

e) 1



4 (Ateneu – Londrina) Simplificando $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x + y}$ obteremos:

- a) $x - 2xy + y$
- b) $x + y$
- c) $x - y$
- d) 2
- e) $4 - 2xy$

5 Simplificando $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - b^2}$ obteremos:

- a) $\frac{a-b}{a+b}$
- b) $\frac{a+b}{a-b}$
- c) $\frac{2}{a-b}$
- d) $-2ab$
- e) 1

6 (Carlos Chagas – Fortaleza) Sejam as expressões $A = m + n$, $B = am + bn$ e $C = na + bm$. A expressão $A + B + C$ é equivalente a:

- a) $m.(a + 1) + n.(b + 1)$
- b) $(m + n).(a + b + 1)$
- c) $(m + n).(a + b)$
- d) $a.(n + 1) + b.(m + 1)$
- e) $a.(m + n) + b.(m + 1)$

7 (FATEC – SP) Efetuando-se $(579865)^2 - (579863)^2$, obtém-se:

- a) 4
- b) 2 319 456
- c) 2 319 448
- d) 2 086 246
- e) 1 159 728

8 O mínimo múltiplo comum dos polinômios $x^2 - 2x$ e $x - 2$ é:

- a) $x - 2$
- b) x
- c) $x + 2$
- d) x^2
- e) $x^2 - 2x$

9 (UCSAL) O mínimo múltiplo comum dos polinômios $a^2 - a$ e $a^2 - 2a + 1$ é:

- a) $a^4 - 2a^3 + 2a - 1$
- b) $a^3 - 2a^2 - 2a + 1$
- c) $a^3 - a^2 - a + 1$
- d) $a^3 + a^2 + a + 1$
- e) $a^3 - 2a^2 + a$

10 (Ateneu – Londrina) Simplificando a fração $\frac{x^2 + xy - xz - yz}{x^2 - xz}$ obtemos:

- a) y
- b) $1 + y$
- c) $\frac{x+y}{x}$
- d) $\frac{x-y}{x}$
- e) $x + y$

11 (Ateneu – Londrina) Fatorando a expressão

$$(a^3 + 2a^2b + ab^2) \text{ obteremos:}$$

- a) $a.(a^2 + b^2)$
- b) $a.(a + b)^2$
- c) $a(1 + 2b + b^2)$
- d) $a(a - b)^2$
- e) $a(a + b).(a - b)$

12 (Ateneu – Londrina) Fatorando a expressão

$$(3x^2 - 6x + 3) \text{ obteremos:}$$

- a) $3.(x - 1)^2$
- b) $3.(x + 1)^2$
- c) $3.(x + 1).(x - 1)$
- d) $3.(x - 2)^2$
- e) $3.(x + 2)^2$

13 (Ateneu – Londrina) Simplificando a fração $\frac{x^3 - 9x}{x^2 - 3x}$ obteremos:

- a) $x - 3$
- b) $x + 3$
- c) $3x$
- d) $-3x$
- e) $3 - x$



14 (Ateneu – Londrina) Simplificando a fração

$$\frac{a^4 + ab^3}{a^3 - a^2b + ab^2} \text{ obteremos:}$$

- a) $a - b$
- b) $\frac{a - b}{ab}$
- c) $\frac{-a - b}{ab}$
- d) $a + b$
- e) $\frac{a + b}{ab}$

15 (Ateneu – Londrina) Simplificando a fração

$$\frac{x^2 + xy - xz - yz}{x^2 - xz} \text{ obteremos:}$$

- a) y
- b) $1 - y$
- c) $\frac{x - y}{x}$
- d) $\frac{x + y}{x}$
- e) $x - y$

16 (MACK) Simplificando-se a expressão

$$\frac{x^3y + 2x^2y^2 + xy^3}{x^2y + xy^2} \text{ obtém-se:}$$

- a) $x^2 - y$
- b) $x - y^2$
- c) $x^2 - y^2$
- d) $x + y$
- e) $xy - 1$

17 (UNIFOR) Sejam x e y números reais não nulos, tais que $x \neq \pm y$, e as sentenças:

$$\text{I } (-7x^2y) - (-4x^2y) = 3x^2y$$

$$\text{II } \frac{3}{4}xy \div (-2xy) = -\frac{3}{2}$$

$$\text{III } \frac{2x - 2y}{3x^2 - 3y^2} = \frac{2}{3(x + y)}$$

É correto afirmar que SOMENTE:

- a) I é verdadeira
- b) II é verdadeira
- c) III é verdadeira
- d) I e II são verdadeiras
- e) I e III são verdadeiras

18 Nas sentenças abaixo, a , b , c são números reais.

$$\text{I } (-3a^2b^3)^3 = -27a^6b^9$$

$$\text{II } (-8a^3b) \cdot (-ab^5) = 8a^3b^5$$

$$\text{III } (-ab) + (2bc) + (-3ab) + (-10bc) = -4b(a + c)$$

É correto afirmar que SOMENTE:

- a) I é verdadeira
- b) II é verdadeira
- c) III é verdadeira
- d) I e II são verdadeiras
- e) I e III são verdadeiras

19 (UCSAL) Para quaisquer números reais não nulos a , b , x , y , considere as sentenças abaixo.

$$\text{I } (xy) \cdot \left(-\frac{2}{5}ay^2\right) \cdot (-10bx^2y) = 4abx^3y^4$$

$$\text{II } \left[\left(\frac{x}{a^2y}\right)^2\right]^{-1} + \left[\left(\frac{a^4x}{y}\right)^{-2}\right]^3 = \left(\frac{a^7x}{y}\right)^4$$

$$\text{III } \left(+\frac{1}{3}x^2\right) + \left(-\frac{1}{5}x\right) - \left(\frac{1}{2}x^2\right) - \left(\frac{1}{3}x\right) = -\frac{1}{3}x \cdot \left(\frac{x}{2} + \frac{8}{5}\right)$$

- a) I, II e III são verdadeiras
- b) somente I e III são verdadeiras
- c) somente III é verdadeira
- d) somente II é verdadeira
- e) somente I é verdadeira

20 (UNIFOR – CE) Se a e b são números reais positivos, a

$$\text{expressão } \frac{a + b + 2\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \text{ é equivalente a:}$$

- a) $\sqrt{a + b}$
- b) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$
- c) $\sqrt{a - b}$
- d) $\sqrt{a} - \sqrt{b}$
- e) $a + b$

21 (UNIFOR – CE) O valor da expressão $x^2 - y^2$, para $x = 13940$ e $y = 13939$, é:

- a) 26 459
- b) 26 899
- c) 27 569
- d) 27 879
- e) 27 939



22 (UNIFOR – CE) Sobre as sentenças:

I $(a + 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$

II $(2a - b)^2 = 4a^2 - b^2$

III $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 - b^2)$

É correto afirmar que SOMENTE:

- a) I é verdadeira
- b) II é verdadeira
- c) III é verdadeira
- d) I e II são verdadeiras
- e) I e III são verdadeiras

23 (UNIFOR – CE) A expressão algébrica

$(3x + 4)^2 - 8(4x + 2) - 2(2 - 4x)$ é equivalente a:

- a) $(3x + 2)(3x - 2)$
- b) $9x^2 - 16x - 4$
- c) $(3x^2 - 2)^2$
- d) $3x^2 - 4$
- e) $(2x - 3)^2$

24 A expressão $\frac{2}{y+5} + \frac{3}{y-5} - \frac{30}{y^2-25}$ é igual a:

- a) $y + 5$
- b) 5
- c) $\frac{5}{y+5}$
- d) $\frac{y+5}{5}$
- e) $y - 5$

25 (UEL) Efetuando-se $\frac{2x-1}{x-2} - \frac{3x+2}{x^2-4}$ para $x \neq -2$ e $x \neq 2$, obtém-se:

- a) $\frac{2(x^2-2)}{x^2-4}$
- b) $\frac{2x^2-1}{x^2-4}$
- c) $\frac{2x^2+1}{x^2-4}$
- d) $-\frac{1}{2}$
- e) 2

26 (Carlos Chagas – Fortaleza) A expressão

$25a^2b^4 - 20ab^2c + 4c^2$ é equivalente a:

- a) $5 \cdot (ab + 2)^2$
- b) $5 \cdot (ab^2 - 2c)^2$
- c) $(5ab - 2c)^2$
- d) $(5ab^2)^2 - (2c)^2$
- e) $(5ab^2 - 2c)^2$

27 (UEL) Simplificando-se a expressão $\frac{x^{-6} - y^{-6}}{x^{-3} - y^{-3}}$, na qual $x \cdot y \neq 0$ e $x \neq y$, obtém-se:

- a) $x^3 - y^3$
- b) $x^3 + y^3$
- c) $x^{-9} - y^{-9}$
- d) $x^{-3} - y^{-3}$
- e) $x^{-3} + y^{-3}$

28 (COPERVE) A decomposição em fatores do

$y = \frac{(x^2 - 9) \cdot (x^3 - x^2 - 6x)}{(x^3 + 2x^2 - 9x - 18)}$ é:

- a) $x(x + 3)$
- b) $(x - 1)(x + 1)$
- c) $x(x - 3)$
- d) $x(x - 2)$
- e) $(x - 3)(x + 1)$

29 (FAAP – SP) Simplificando $\frac{(x^2 - 1)}{(x^2 - 2x)} \cdot \frac{(3x - 6)}{(4x + 4)}$ teremos:

- a) $3(x - 1)$
- b) $\frac{3(x - 1)}{4x}$
- c) $\frac{3(x - 1)}{4}$
- d) $\frac{3(x - 1)}{x}$
- e) $\frac{3(x + 1)}{x}$



Sendo as equações:

$$1^{\circ}) \frac{x}{4} - \frac{x-2}{2} = 1$$

$$2^{\circ}) 3x - 7 = x + 1$$

$$3^{\circ}) 4x - \sqrt{2} = 2x + 5\sqrt{2}$$

podemos afirmar que são equações do 1º grau, porque em todas o expoente de x é igual a 1.

Essas equações poderiam ser escritas na forma

$$ax + b = 0$$

Supondo x como variável na equação, o fator a ($a \neq 0$) que multiplica a variável é chamado de coeficiente.

O valor da variável (x) que torna a sentença verdadeira é chamada **solução** ou **raiz** da equação.

Analisando as sentenças:

$$\text{I } 5 \cdot 4 - 2 = 28$$

$$\text{II } 5 \cdot 6 - 6 = 28$$

$$\text{III } 5x - 2 = 28$$

podemos fazer as seguintes considerações:

a) A sentença (I) é falsa pois

$$5 \cdot 4 - 2$$

$$20 - 2$$

$$18 \neq 28$$

b) A sentença (II) é verdadeira pois

$$5 \cdot 6 - 2$$

$$30 - 2$$

$$28 = 28$$

c) A sentença $5x - 2 = 28$ não é verdadeira nem falsa, pois x , chamado **variável** pode assumir qualquer valor. Este tipo de sentença é um exemplo de **sentença aberta**.

Toda **sentença aberta** na forma de igualdade é chamada **equação**.

d) Substituindo **x por 6** a sentença aberta $5x - 2 = 28$ transforma-se em $5 \cdot 6 - 2 = 28$ que é uma sentença **verdadeira**. Dizemos, então que 6 é uma **raiz** (ou uma solução) da equação $5x - 2 = 28$.

e) substituindo x por 4, a sentença aberta $5x - 2 = 28$ transforma-se em $5 \cdot 4 - 2 = 28$, que é uma sentença falsa. Dizemos, então que 4 não é solução da equação $5x - 2 = 28$.

1 (UEL) O número que satisfaz à igualdade

$$\frac{x}{2} - \frac{5x-7}{6} = \frac{x-4}{3} \text{ é:}$$

a) $-3\frac{3}{4}$

b) $-\frac{3}{4}$

c) $-\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{4}$

e) $3\frac{3}{4}$

2 (UNESP) A agência Vivatur vendeu a um turista uma passagem que foi paga, à vista, com cédulas de 10, 50 e 100 dólares, num total de 45 cédulas. O valor da passagem foi 1950 dólares e a quantidade de cédulas recebidas de 10 dólares foi o dobro das de 100. O valor, em dólares, recebido em notas de 100 pela agência na venda dessa passagem, foi:

a) 1800

b) 1500

c) 1400

d) 1000

e) 800



3 (VUNESP) Dois produtos químicos P e Q são usados em um laboratório. Cada 1g (grama) do produto P custa R\$ 0,03 e cada 1g do produto Q custa R\$ 0,05. Se 100g de uma mistura dos dois produtos custam R\$ 3,60, a quantidade do produto P contida nesta mistura é:

- a) 70g
- b) 50g
- c) 65g
- d) 30g
- e) 60g

4 Uma piscina possui duas torneiras. A primeira leva 12 horas para encher a piscina. A segunda leva x horas. Juntas, elas enchem a piscina em 4 horas. Em quantas horas a segunda torneira enche, sozinha, a piscina?

5 (FUVEST) Determine todos os valores de m ($m \neq 0$) para os quais a equação

$$\frac{mx}{4} - \frac{x-2}{m} = 1$$

- a) admite uma única solução
- b) não admite solução
- c) admite infinitas soluções

Leitura complementar

Interpretação geométrica

Gráficos de $f(x) = ax + b$

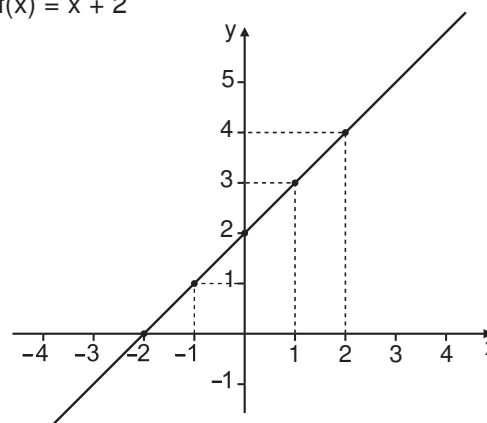
O gráfico cartesiano ou a representação gráfica dos pares (x, y) dos números reais que satisfazem $y = f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$ e b números reais, é uma **reta**.

Quanto temos $y = f(x) = 0$ estamos encontrando onde a reta intercepta o eixo x .

Exemplos

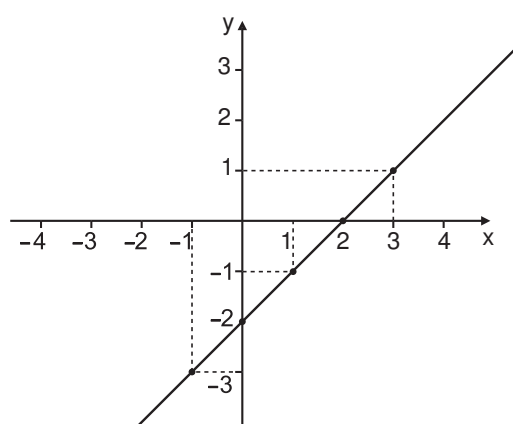
①

$$f(x) = x + 2$$



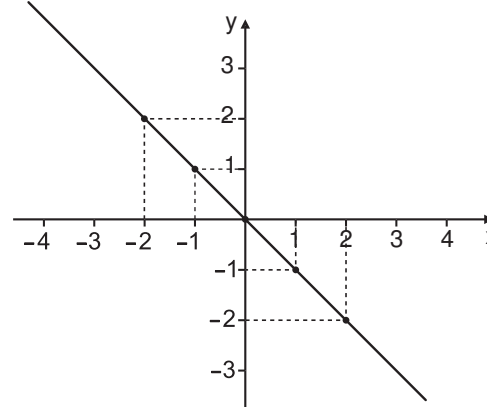
②

$$g(x) = x - 2$$



③

$$h(x) = -x$$





Exercícios propostos

- 1** (MACK – SP) Uma pesquisa realizada com k pessoas, a respeito da preferência de cada uma delas pela leitura de um dos jornais A, B ou C, revelou que $\frac{k}{4}$ preferem A, $\frac{7k}{20}$ preferem B, $\frac{3k}{8}$ preferem C e 70 pessoas não gostam de nenhum dos três jornais o número k de pessoas consultadas foi:
- 1600
 - 1800
 - 2000
 - 2400
 - 2800
- 2** (Carlos Chagas – SP) Dois números inteiros e consecutivos têm soma 63. O dobro do menor deles é:
- 58
 - 62
 - 64
 - 70
 - 80
- 3** (MACK) Se o dobro de um número inteiro é igual ao seu triplo menos 4, então a raiz quadrada desse número é:
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
- 4** (MACK) Uma pessoa gastou $\frac{2}{5}$ do seu salário e teve 40% do que sobrou. Se a pessoa ficou com R\$ 90,00, seu salário é:
- R\$ 275,00
 - R\$ 175,00
 - R\$ 250,00
 - R\$ 450,00
 - R\$ 600,00
- 5** (MACK) Um objeto é vendido em uma loja por R\$ 26,00. O dono da loja, mesmo pagando um imposto de 20% sobre o preço de venda, obtém um lucro de 30% sobre o preço de custo. O preço de custo desse objeto é:
- R\$ 16,00
 - R\$ 14,00
 - R\$ 18,00
 - R\$ 14,80
 - R\$ 16,80
- 6** (UNICAMP) Em uma empresa, $\frac{1}{3}$ dos funcionários tem idade menor que 30 anos, $\frac{1}{4}$ tem idade entre 30 e 40 anos e 40 funcionários têm mais de 40 anos.
- Quantos funcionários tem a referida empresa?
 - Quantos deles têm pelo menos 30 anos?
- 7** A quantia de R\$ 1280,00 deverá ser dividida entre 3 pessoas. Quanto receberá cada uma, se:
- a divisão for feita em partes diretamente proporcionais a 8, 5 e 7?
 - a divisão for feita em partes inversamente proporcionais a 5, 2 e 10?
- 8** (MACK) Um objeto é vendido em uma loja por R\$ 26,00. O dono da loja, mesmo pagando um imposto de 20% sobre o preço da venda, obtém um lucro de 30% sobre o preço de custo. O preço de custo desse objeto é:
- R\$ 16,00
 - R\$ 14,00
 - R\$ 18,00
 - R\$ 14,80
 - R\$ 16,80
- 9** (MAGOM – Londrina) O valor de x na igualdade $ax + 3b = bx + 3a$, sendo $(a - b) \neq 0$, é:
- $x = 0$
 - $x = 1$
 - $x = 2$
 - $x = 3$
 - $x = 6$
- 10** (UEL) Seja a a solução da equação $\frac{3 \cdot (x + 2)}{5} - \frac{3x + 1}{4} = 2$, em \mathbb{R} . Então:
- $2a = 14$
 - $a^3 = -21$
 - $a = -\frac{11}{3}$
 - $3a = -21$
 - $a + 1 = 0$
- 11** (MACK) Uma pessoa pagou 30% de uma dívida. Se R\$ 3500,00 correspondem a 20% do restante a ser pago, a pessoa pagou:
- R\$ 5.500,00
 - R\$ 6.000,00
 - R\$ 6.500,00
 - R\$ 7.000,00
 - R\$ 7.500,00



- 12** (MAGOM – Londrina) Um pedreiro sozinho faz uma parede em 12 dias e seu ajudante, trabalhando também sozinho leva 24 dias. Juntos os dois fazem a parede em:

Observação

Supor que os dois mantêm o mesmo desempenho quando trabalham juntos.

- a) 18 dias
- b) 9 dias
- c) 8 dias
- d) 10 dias
- e) 12 dias

- 13** (Pelotas - RS) O valor de “x” na equação

$$(x^{-1} + 3^{-1})^{-1} = \frac{1}{3} \text{ é igual a:}$$

- a) 3
- b) $\frac{3}{5}$
- c) $\frac{3}{8}$
- d) $\frac{8}{3}$
- e) 8

- 14** (UNICAMP) Roberto disse a Valéria: “pense um número, dobre esse número; some 12 ao resultado; divida o novo resultado por 2. Quanto deu?” Valéria disse “15”, ao que Roberto imediatamente revelou o número original que Valéria havia pensado. Calcule esse número.

- 15** (UNIFOR-CE) A soma de três números naturais é igual a 825. Se o primeiro número é igual ao dobro do segundo e o terceiro é igual à terça parte do primeiro então o:

- a) primeiro é igual a 425
- b) segundo é igual a 215
- c) terceiro é igual a 160
- d) segundo é igual a 125
- e) primeiro é igual a 450



Sistema de equações do primeiro grau

Resolver um sistema de duas equações com duas incógnitas (x e y) é encontrar os números que satisfazem às duas equações. O par ordenado (x, y) que satisfaz às duas equações é chamada de solução do sistema.

Dadas as equações

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$$

verificar se o par ordenado $(2, 1)$ é solução do sistema

Resolução

Para verificar se o par $(2;1)$ é solução do sistema temos que substituir os valores $x = 2$ e $y = 1$ nas equações e ver se encontramos sentenças verdadeiras

$$\begin{cases} 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 7 \\ 3 \cdot 2 - 5 \cdot 1 = 1 \end{cases} \quad \text{logo} \quad \begin{cases} 7 = 7 \\ 1 = 1 \end{cases}$$

Então podemos afirmar que o par ordenado $(2;1)$ é solução do sistema.

Métodos para resolver sistemas

Temos três métodos para resolver um sistema:

- **Método da Substituição**
- **Método da Adição**
- **Método da Comparação**

Método da substituição

Para resolver um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas podemos dividir em 3 etapas:

- 1ª) Isole uma das incógnitas em uma das equações;
- 2ª) Substituir a incógnita isolada na outra equação;
- 3ª) Obter uma nova equação com apenas uma incógnita.

Determinar o par (x, y) tal que

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

Resolução

1ª) Isolando a incógnita x na equação $x + 2y = 0$, teremos

$$x = -2y$$

2ª) Substituindo a incógnita x na outra equação $2x - 3y = 7$

$$2 \cdot (-2y) - 3y = 7$$

$$-4y - 3y = 7$$

$$-7y = 7$$

$$y = -1$$

3ª) Para encontrar o valor de x , substituir o valor de $y = -1$ em uma das equações dadas.

$$x + 2y = 0$$

$$x + 2 \cdot (-1) = 0$$

$$x = 2$$

Logo $(2, -1)$ é a solução

Método da comparação

No método da comparação podemos dividir o processo nas etapas:

- 1ª) Escolher uma incógnita e a isolar nas duas equações.
- 2ª) Comparar os valores encontrados.

Exemplo

Obter a solução (x, y) dos sistema

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

Resolução

1ª) Escolhendo a incógnita y para isolar, teremos

$$2x + y = 5 \rightarrow y = 5 - 2x$$

e

$$x - y = -2 \rightarrow y = x + 2$$

2ª) Comparando os valores encontrados

$$y = y$$

$$x + 2 = 5 - 2x$$

$$x + 2x = 5 - 2$$

$$x = 1$$



3º) Substituindo o valor de x , em uma das equações

$$y = x + 2$$

$$y = 1 + 2$$

$$y = 3$$

Logo, $(1, 3)$ é a solução pedida.

Método da adição

No método da adição temos que adicionar as duas equações membro a membro de modo a obter-se uma equação com apenas uma incógnita.

Exemplos

Determinar o par (x, y) que satisfaz o sistema

$$\begin{cases} x - 2y = 14 \\ 2x + y = -22 \end{cases}$$

Resolução

Observação: uma equação não se altera se multiplicarmos todos os seus membros por uma mesma constante (diferente de zero).

$$2x + y = -22 \quad (\times 2)$$

$$4x + 2y = -4$$

Somando-se

$$\begin{cases} x - 2y = 14 \\ 4x + 2y = -44 \end{cases}$$

$$5x = -30$$

$$x = -6$$

Substituindo $x = -6$ em

$$2x + y = -22$$

$$2 \cdot (-6) + y = -22$$

$$y = -10$$

Então, $(-6, -10)$ é a solução.

1 (Carlos Chagas – MG) Se o par $(a; b)$ é a solução do sistema

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - y = -5 \end{cases}, \text{ então}$$

a) $a + b = 3$

b) $a + b = -3$

c) $\frac{b}{a} = -1$

d) $\frac{a}{b} = 4$

e) $a \cdot b = 4$

2 (UEL) Os números reais x e y , que satisfazem

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = -3 \\ \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = -2 \end{cases}, \text{ são tais}$$

que sua soma é igual a:

a) -4

b) -2

c) 0

d) 2

e) 4



3 (PUCCAMP) Se os sistemas

$$\begin{cases} kx - 3y = 2 \\ x + ty = -1 \end{cases} \text{ e } \begin{cases} x - 2y = 3 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

são equivalentes, então $k + t$ é igual a:

- a) -3
- b) -1
- c) 0
- d) 1
- e) 3

4 (Carlos Chagas – Nordeste) Uma certa escola de 2º grau tem 107 alunos nas 1ª e 2ª séries, 74 nas 2ª e 3ª séries e 91 nas 1ª e 3ª séries. O total de alunos dessa escola é:

- a) 136
- b) 138
- c) 142
- d) 146
- e) 148

5 (UEL) Um grupo de jovens participava de uma festa. Às 23h retiram-se 12 garotas do grupo e o número de rapazes ficou sendo o dobro do de garotas. Em seguida, retiram-se 15 rapazes e o número de garotas ficou sendo o dobro do de rapazes. Inicialmente, o número de jovens do grupo era:

- a) 50
- b) 48
- c) 45
- d) 44
- e) 42

Ler para aprender

Sistema de equações

Dada a equação $x + y = 12$.

Observe que:

I.

- $\begin{cases} x = 8 \\ y = 4 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 5 \\ y = 8 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 14 \\ y = -2 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases}$

são algumas das soluções da equação $x + y = 12$.

Dada uma segunda equação $x - y = 8$.

II.

- $\begin{cases} x = 9 \\ y = 1 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 7 \\ y = -1 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 20 \\ y = 12 \end{cases}$
- $\begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases}$

são algumas das soluções da equação $x - y = 8$.

III. O sistema formado pelas equações

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

apresenta $x = 10$ e $y = 2$ como solução, pois esses dois valores tornam verdadeiras as duas equações simultaneamente.

IV. A solução de um sistema de duas equações a duas incógnitas x e y é qualquer par ordenado de valores $(x; y)$ que satisfaz a ambas as equações.



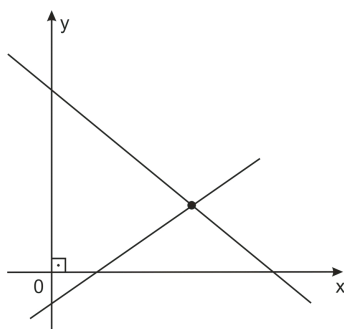
Interpretação geométrica

Como vimos no capítulo equação do 1º grau, o gráfico cartesiano dos pares $(x;y)$ dos números reais que satisfazem $y = f(x) = ax + b$, com a ($a \neq 0$) e b números reais é uma reta.

Portanto, resolver um sistema de duas equações do 1º grau a duas variáveis consiste em encontrar os pontos comuns a essas duas retas.

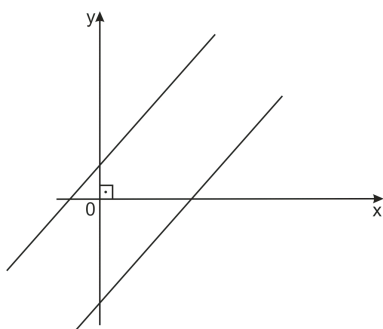
Assim, podem ocorrer três casos

1º caso: Retas concorrentes



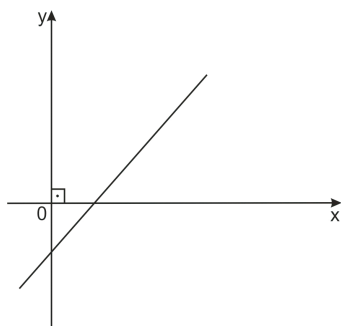
Nesse caso, há **uma única solução**. Dizemos que o sistema é **possível e determinado**

2º caso: Retas paralelas



Nesse caso, **não há solução**. Dizemos que o sistema é **impossível**.

3º caso: Retas coincidentes



Nesse caso, há **infinitas soluções**.

Dizemos que o sistema é **possível e indeterminado**.

Relaxamento matemático

A 'matemática' da caixa de fósforos

JOSÉ LUIZ PASTORE MELLO

ESPECIAL PARA A FOLHA



A maioria dos mágicos não revela os segredos de seus truques. Apesar de concordar com esse pacto informal, confesso que não resisto a contar os segredos de um curioso truque feito com caixas de fósforos devido ao tratamento matemático que o problema merece.

O truque consiste no seguinte: o mágico pede a uma pessoa que pegue aleatoriamente uma caixa de fósforos de um pacote fechado. Em seguida, ele solicita que a pessoa conte quantos palitos existem dentro da caixa. Feito isso, ele pede que retire da caixa a quantidade de palitos equivalente à soma dos algarismos do número de palitos existente na caixa. Por exemplo, se a pessoa contou 38 palitos na caixa, ela deverá retirar 11 ($3+8$), deixando a caixa com um total de 27 palitos. Depois disso, a pessoa devolve a caixa de fósforos ao mágico, que, após uma simples chacoalhada, adivinha a quantidade de Palitos existentes nela.

Apesar de a explicação dessa mágica ser de origem matemática, o truque exige certa habilidade do mágico, conforme discutiremos a seguir.

As dimensões de um palito e de uma **caixa** de fósforos simples impedem que haja muito mais do que 40 palitos em cada caixa. Admitindo que o número total de palitos da caixa seja escrito como XY , é razoável supor que o algarismo X das dezenas esteja entre 0 e 4 e que o algarismo Y das unidades seja um número entre 0 e 9. Em razão da definição dada para X e Y , podemos dizer que a caixa de fósforos terá um total de $10X+Y$ palitos. Quando o mágico pede que a pessoa retire do total de palitos da caixa ($10X+Y$) uma quantidade igual à soma dos algarismos do número de palitos existentes ($X+Y$), o número de palitos restantes na caixa de **fósforos** será $10X+Y-(X+Y)$, ou seja, $9X$ palitos. Se X é igual a 0, 1, 2, 3 ou 4, segue que o total de palitos remanescentes na caixa ($9X$) necessariamente terá que ser igual a 0, 9, 18, 27 ou 36. Um mágico bem treinado pode com um simples balançar da caixa determinar qual das cinco situações possíveis estará ocorrendo.



Que essa mágica nos remeta ao encantamento lúdico que a matemática pode proporcionar, apesar de ele ter sido tão pouco **valorizado** nos últimos tempos em exames tradicionais de vestibular, como a prova de matemática da primeira fase da Fuvest.

José Luiz Pastore Mello é professor de matemática do Colégio Visconde de Porto Seguro.

Exercícios propostos

- 1 Se o par $(a;b)$ é a solução do sistema $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - 3y = -7 \end{cases}$

então é verdade que:

- a) $a = 3$
- b) $b = -3$
- c) $a \cdot b = -1$
- d) $a^b = 8$
- e) $a \cdot b = 9$

- 2 (Carlos Chagas) Se o par ordenado $(x;y)$ é a solução do

sistema $\begin{cases} 3x + 9y = 4 \\ 2x - 5y = -1 \end{cases}$, então:

- a) $x \cdot y = 1$
- b) $x^y = \frac{1}{9}$
- c) $x + y = \frac{1}{6}$
- d) $x = y$
- e) $\frac{x}{y} = \frac{1}{9}$

- 3 (Carlos Chagas) Se o par ordenado de números reais

$(a;b)$ é a solução do sistema $\begin{cases} 3x + 4y = 30 \\ 5x + 7y = 54 \end{cases}$, então

$a + b$ é igual a:

- a) -8
- b) -6
- c) 3
- d) 6
- e) 8

- 4 (UNIFOR – CE) Em uma barraca na praia, um grupo de turistas pagou R\$ 23,40 pelo consumo de 6 cocos verdes e 12 pastéis, enquanto que outro grupo pagou R\$ 21,30 por 7 cocos verdes e 9 pastéis. Nessa barraca, 1 coco verde e 1 pastel custam, juntos,

- a) R\$ 2,10
- b) R\$ 2,30
- c) R\$ 2,50
- d) R\$ 2,70
- e) R\$ 2,90

- 5 (FUVEST) A solução do sistema

$$\begin{cases} \frac{2}{u} + \frac{3}{v} = 8 \\ \frac{1}{u} - \frac{1}{v} = -1 \end{cases}$$

a) $u = \frac{1}{2}$ e $v = 1$

b) $u = -\frac{1}{2}$ e $v = 1$

c) $u = 1$ e $v = -\frac{1}{2}$

d) $u = 1$ e $v = \frac{1}{2}$

e) $u = -1$ e $v = \frac{1}{2}$

- 6 (UNIFOR – CE) Os números inteiros x e y têm soma 565. Dividindo-se x por y têm-se quociente 21 e resto 15. Dessa forma, é verdade que:

- a) y é múltiplo de 11
- b) x é múltiplo de 8
- c) $y = x$
- d) $x = 540$
- e) $x \cdot y > 14\,000$

- 7 Os sistemas $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - 3y = 12 \end{cases}$ e $\begin{cases} ax - 2y = 4 \\ x + by = 3 \end{cases}$, nas

variáveis x e y , são equivalentes se

- a) a e b são números reais quaisquer
- b) $a = 0$ e $b = -2$
- c) $a = 3$ e $b = 0$
- d) $a = 3$ e $b = -2$
- e) $a = b = 0$

- 8 (Carlos Chagas) Uma pessoa tem 18 notas em sua carteira, totalizando a quantia de R\$ 5700,00. Se ela tem apenas notas de R\$ 200,00 e de R\$ 500,00, quantas são as notas de R\$ 200,00?

- a) 7
- b) 9
- c) 13
- d) 8
- e) 11



9 (Carlos Chagas) Uma escola recém-instalada tem apenas classes de 1º e 2º colegial. No total, a escola tem 129 alunos, sendo que o 1º colegial tem 25 alunos a mais que o 2º. Nessas condições, o número de alunos do 1º colegial é:

- a) 51
- b) 52
- c) 77
- d) 82
- e) 87

10 Resolva os sistemas de equações:

a)
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{3}{2x} + \frac{1}{y} = -1 \\ \frac{5}{2x} - \frac{3}{y} = -4 \end{cases}$$

11 (Carlos Chagas) Em uma sala de aula o número de garotas corresponde a 40% do total de alunos. Se o número de rapazes excede o de garotas em 9 unidades, o total de alunos dessa classe é um número:

- a) primo
- b) quadrado perfeito
- c) múltiplo de 18
- d) divisível por 16
- e) múltiplo de 15

12 (Carlos Chagas) Dividindo o número **a** pelo número **b**, obtém-se quociente 3 e resto 5. Se o quádruplo de **b**, dividido por **a**, dá quociente 1 e resto 7, então **a** e **b** são:

- a) $a + b = 28$
- b) $b - a = -15$
- c) $a \cdot b = 75$
- d) $a - b = 17$
- e) $b^a = 2048$

13 (Carlos Chagas) Para um evento musical, os ingressos serão vendidos a dois preços distintos, para os chamados setores A e B. Pela compra de dois ingressos de A e um de B deverão ser pagos R\$ 50,00. Pela compra de três ingressos de B e um de A R\$ 75,00. A quantia a ser paga pela compra de 4 ingressos, 2 de A e 2 de B, é:

- a) R\$ 55,00
- b) R\$ 65,00
- c) R\$ 70,00
- d) R\$ 60,00
- e) R\$ 75,00

14 (Carlos Chagas – Rio Grande do Norte) Numa caixa há bolas brancas e bolas pretas num total de 360. Se o número de brancas é o quádruplo do de pretas, então, o número de bolas brancas é:

- a) 18
- b) 72
- c) 120
- d) 240
- e) 288

15 Em uma lanchonete, Aline comeu uma coxinha e tomou um suco, pagando R\$ 2,00; Marcelo comeu uma coxinha e um quibe, pagando R\$ 2,20; Nilze comeu um quibe e tomou um suco, pagando R\$ 1,80. O preço de cada coxinha é:

- a) R\$ 1,40
- b) R\$ 1,20
- c) R\$ 1,00
- d) R\$ 0,80
- e) R\$ 0,60

16 (MAGOM – Londrina) A terra (a, b, c) é a solução do sistema

$$\begin{cases} x - y + 2z = 7 \\ y - z = -5 \\ 2x + 3z = 8 \end{cases}$$

A soma $a + b + c$ é igual a:

- a) 2
- b) 1
- c) 0
- d) -1
- e) -2



17 Em uma sala, havia certo número de jovens. Quando Paulo chegou, o número de rapazes presentes na sala ficou o triplo do número de garotas. Se, ao invés de Paulo, tivesse entrado na sala Alice, o número de garotas ficaria a metade do número de rapazes. O número de jovens que estavam inicialmente na sala (antes de Paulo chegar) era:

- a) 11
- b) 9
- c) 8
- d) 6
- e) 5

18 Considere três números inteiros tais que as somas de dois a dois deles, distintos, resultam 20, 15 e 19. A diferença entre o maior e o menor desses números é:

- a) 7
- b) 4
- c) 3
- d) 6
- e) 5

19 (UEL) Se o sistema $\begin{cases} kx + y = -1 \\ x - ty = 5 \end{cases}$ é equivalente ao

sistema $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + y = -3 \end{cases}$, os valores de k e t são,

respectivamente,

- a) 1 e 2
- b) -1 e 3
- c) 2 e -1
- d) -1 e -2
- e) 3 e -1



12 | Razão

Razão: divisão (em geral na forma de fração)

A razão entre os números reais **a** e **b** (com $b \neq 0$) é o quociente de **a** por **b**, isto é, $\frac{a}{b}$ ou **a : b**.

(Leitura: **a** está para **b**)

Exemplo

Dos 360 alunos do 3º colegial, 90 são meninos e 270 são meninas. A razão entre o número de meninos e o número de meninas é

$$\frac{n^{\circ} \text{meninos}}{n^{\circ} \text{meninas}} = \frac{90}{270} = \frac{1}{3}$$

Isto significa que para cada 1 menino temos 3 meninas.

Velocidade média

Velocidade média de um móvel é a razão entre o espaço percorrido e o tempo gasto para percorrê-lo.

Exemplo

A velocidade média de um carro que percorre 200 km em 4 horas é dada pela razão:

$$v = \frac{200\text{km}}{4\text{h}} = 60\text{km/h}$$

Densidade demográfica

Densidade demográfica é a razão entre o número de habitantes de uma região e a área dessa região.

Exemplo

Londrina tem uma área aproximada de 1500 km².

A população de Londrina é de aproximadamente 450 000 habitantes. Logo, a densidade demográfica de Londrina é:

$$d = \frac{450000\text{hab}}{1500\text{km}^2} = 300\text{hab/km}^2$$

- 1 (UNIFOR) Se $A = 1\text{cm} + 500\text{mm} + 3\text{m}$ e $B = 5,2\text{m} - 50\text{cm} + 10\text{mm}$, então a razão entre A e B, nessa ordem, é igual a:

- a) $\frac{1260}{13}$
- b) $\frac{117}{157}$
- c) $\frac{102}{157}$
- d) $\frac{351}{571}$
- e) $\frac{80}{157}$

- 2 A densidade demográfica média D_n de nosso planeta é o quociente entre o número de habitantes (cerca de $5,5 \cdot 10^9$) e a área das terras emersas (cerca de $1,5 \cdot 10^8\text{km}^2$). Dos números abaixo, aquele que mais se aproxima de D_n é:

- a) $3,6 \cdot 10^4\text{hab/km}^2$
- b) $4,3 \cdot 10^2\text{hab/km}^2$
- c) 40hab/km^2
- d) 36hab/km^2
- e) $0,36\text{hab/km}^2$



Proporção

A igualdade entre duas razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ é chamada de proporção

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ou } a : b = c : d$$

Leitura: **a** está para **b** assim como **c** está para **d**.

a e d: extremos

b e c: meios

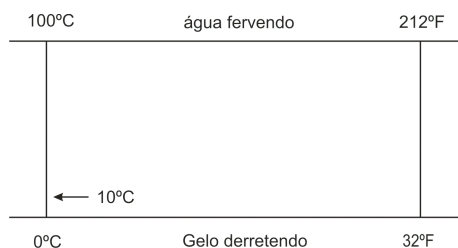
Em toda proporção o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

$$a \cdot d = b \cdot c$$

3 (UEL) Num determinado concurso a razão entre o número de vagas e o número de candidatos é de 1 para 4. Havendo 1560 inscrições, o número de candidatos NÃO aprovados é:

- a) 390
- b) 520
- c) 1040
- d) 1170
- e) 1248

4 (MAGOM – Londrina) A figura abaixo mostra uma comparação feita entre duas escalas de temperatura: a escala Celsius e a escala Fahrenheit



Observe a figura, concluímos que 0°C corresponde a 32°F e que 100°C correspondem a 212°F . A que temperatura na escala Fahrenheit corresponde a temperatura de 10°C ?

Médias

Média Aritmética

Média Aritmética de dois ou mais números é o quociente da soma desses números pelo número de parcelas.

Média Aritmética entre valores a , b , c e d .

$$M_A = \frac{a+b+c+d}{4}$$

5 (FUVEST) A média aritmética dos números $\frac{3}{5}$, $\frac{13}{4}$ e

$\frac{1}{2}$ é:

- a) $\frac{29}{20}$
- b) $\frac{87}{20}$
- c) $\frac{20}{29}$
- d) $\frac{20}{87}$
- e) 29

6 (Carlos Chagas) A média aritmética de 11 números dados é 12. Retirando-se um dos 11 números, a média aritmética dos 10 números restantes será 12,4. O número retirado é:

- a) 10
- b) 8
- c) 7
- d) 6
- e) 4



Média Ponderada

Média ponderada de dois ou mais números, é igual a soma dos produtos desses números pelos respectivos pesos, dividida pela soma dos pesos.

Média Ponderada dos valores a, b e c de pesos P_a , P_b e P_c , respectivamente:

$$M_P = \frac{a.P_a + b.P_b + c.P_c}{P_a + P_b + P_c}$$

- 7 (FUVEST) A distribuição dos salários de uma empresa é dada na tabela abaixo:

SALÁRIO (em R\$)	Nº DE FUNCIONÁRIOS
500,00	10
1000,00	5
1500,00	1
2000,00	10
5000,00	4
10500,00	1
TOTAL	31

A média dos salários dessa empresa é:

- a) 1500,00
- b) 2000,00
- c) 2500,00
- d) 1900,00
- e) 2100,00

Média Geométrica

Média geométrica de n números é a raiz n-ésima do produto desses números.

Média Geométrica entre os números a, b e c:

$$M_G = \sqrt[n]{a.b.c}$$

- 8 (Carlos Chagas - Rio Grande do Norte) Considere os números 3 e 27. A razão entre a média aritmética e a média geométrica destes números é:

- a) $\frac{5}{81}$
- b) $\frac{5}{27}$
- c) $\frac{5}{9}$
- d) $\frac{5}{3}$
- e) 5



Leitura para entender

Média harmônica

Sejam **a** e **b** dois números reais positivos. A média harmônica de **a** e **b** é o inverso da média aritmética dos inversos desses números:

$$M_H = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{2}}$$

Onde aparece a média harmônica:

É inevitável a pergunta que alunos costumam fazer:

- Para que serve o estudo da média harmônica?
- Onde se aplica a média harmônica?

O problema a seguir mostra a presença da média harmônica.

O problema das velocidades

Um automóvel subiu uma ladeira a uma velocidade média de 60 km/h e, em seguida, desceu a mesma ladeira a velocidade média de 100 km/h. A velocidade média desse veículo no percurso inteiro foi de:

Resolução

Sendo **x**, o comprimento da ladeira,

v_1 , a velocidade média na subida.

t_1 , o tempo gasto na subida.

v_2 , velocidade média na descida.

t_2 , o tempo gasto na descida.

Então:

$$x = v_1 t_1 = v_2 t_2$$

v , velocidade média no percurso todo.

Logo:

$$2x = v \cdot (t_1 + t_2)$$

$$2x = v \cdot \left(\frac{x}{v_1} + \frac{x}{v_2} \right)$$

$$2x = v \cdot x \left(\frac{v_1 + v_2}{v_1 \cdot v_2} \right)$$

$$v = \frac{2 \cdot v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}$$

Então podemos afirmar que a velocidade média no percurso todo é a média harmônica das velocidades na subida e na descida.

$$v = \frac{2 \cdot 60 \cdot 100}{60 + 100}$$

$$v = \frac{120 \cdot 100}{160}$$

$$v = 75 \text{ km/h}$$

Leitura complementar

A proporção divina

Divisão Áurea

A busca incessante da perfeição e a procura do harmonioso levaram os gregos à descoberta da razão áurea.

Diz-se que um ponto **P** de um segmento **AB** divide este segmento em média e extrema razão se, e somente se,

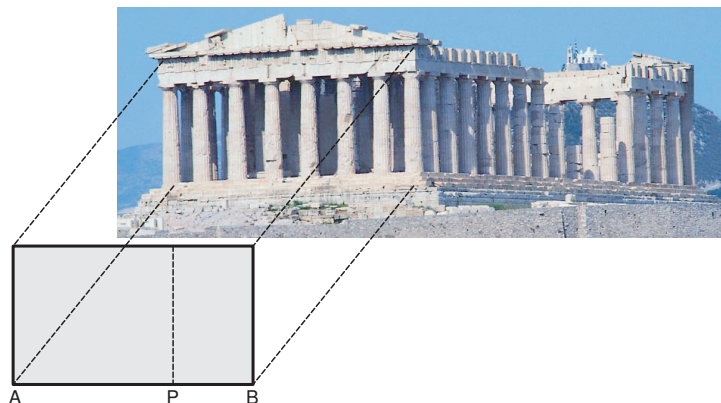


$$\frac{AP}{AB} = \frac{PB}{AP}$$

O número $\frac{PB}{AP}$ conhecido como razão áurea, ou número de ouro, e um retângulo cujas dimensões estão nessa proporção denomina-se retângulo áureo.

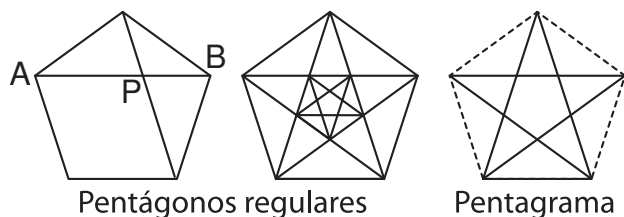
Na Antiguidade

Essa razão foi usada na construção do templo Partenon em Atenas, no governo de Péricles (século V a.C.). A fachada do templo são os lados de um retângulo áureo.





Nos pentágonos regulares, as diagonais interceptam-se segundo a razão áurea. Os matemáticos e filósofos seguidores de Pitágoras (séc. V a.C.), encantados com a profusão da razão áurea nesses polígonos, adotaram o pentagrama como símbolo da escola pitagórica.



Na Idade Média

No século XII, Baixa Idade Média, iniciou-se a construção da catedral de Notre Dame de Paris, cuja arquitetura baseava-se na proporção áurea.



No Renascimento

Na Europa, no Renascimento, há a busca da retomada dos valores estéticos da Grécia Antiga. Leonardo da Vinci, em 1492, usando a razão áurea, desenhou o “Homem Vitruviano” relacionado com a estrutura ideal do corpo humano.



Na Atualidade

Ainda hoje, artistas e arquitetos utilizam as proporções do retângulo áureo em várias de suas obras.



Casa aos arredores de Paris, projetada pelo arquiteto Le Corbusier (1927)

O nome “divisão áurea” foi dado por Kepler (1571-1630) que escreveu: “A Geometria possui dois grandes tesouros: um é o Teorema de Pitágoras; o outro, a divisão de um segmento em média e extrema razão. Podemos comparar o primeiro a uma porção de ouro e o segundo a uma jóia preciosa.”

Exercícios propostos

- 1 Num bolão, sete amigos ganharam vinte e um milhões, sessenta e três mil e quarenta e dois reais. O prêmio foi dividido em sete partes iguais. Logo, o que cada um recebeu, em reais, foi:
 - a) 3.009.006,00
 - b) 3.009.006,50
 - c) 3.090.006,00
 - d) 3.090.006,50
 - e) 3.900.060,50
- 2 (UEL) Se $x = \frac{1}{5} \cdot \frac{20}{8}$ e $y = \left(-\frac{2}{3}\right)^2$, a razão entre x e y é:
 - a) maior que 1
 - b) igual a $\frac{2}{3}$
 - c) um número inteiro
 - d) um número negativo
 - e) um número entre 0 e $\frac{1}{2}$



3 (FMU - SP) Se $7a = 10$ então $a : 2$ vale:

- a) $\frac{20}{7}$
- b) $\frac{7}{5}$
- c) $\frac{7}{20}$
- d) $\frac{3}{20}$
- e) $\frac{5}{7}$

4 (Carlos Chagas) Dividindo-se os números inteiros x e y obtém-se quociente 2 e resto 29. Se a razão entre $x + 21$ e $y + 1$, nessa ordem, é 3, então $x - y$ é igual a:

- a) 68
- b) 84
- c) 96
- d) 76
- e) 87

5 (Carlos Chagas) 60 das 520 galinhas de aviário não foram vacinadas: morreram 92 galinhas vacinadas. Para as galinhas vacinadas, a razão entre o número de mortas e vivas é:

- a) 1 : 4
- b) 4 : 1
- c) 5 : 4
- d) 1 : 5
- e) 4 : 5

6 (Carlos Chagas) Se a razão entre dois números é $\frac{2}{3}$ e sua diferença é 8, então o máximo divisor comum, entre esses números é:

- a) 6
- b) 8
- c) 12
- d) 16
- e) 24

7 (FGV) A equação $\frac{5x-3}{x-2} - \frac{5x+3}{x+2} = 0$ tem uma raiz que é um número:

- a) maior que 2
- b) menor que -2
- c) par
- d) primo
- e) divisor de 10

8 (FGV) A equação $\frac{5}{x-3} - \frac{7}{12-4x} = 0$ tem:

- a) uma raiz inteira
- b) uma raiz fracionária
- c) uma raiz irracional
- d) conjunto solução vazio
- e) uma raiz negativa

9 Nas eleições do dia 1 de outubro passado, dos eleitores que compareceram às urnas em uma determinada cidade, 29% deles votaram, para prefeito, no candidato U, 36% no candidato V, 25% no candidato W e 20000 eleitores restantes votaram em branco ou anularam seus votos. Com base nesses dados pode-se afirmar que o número de eleitores que votou no candidato V foi:

- a) 50 000
- b) 58 000
- c) 72 000
- d) 180 000
- e) 200 000

10 (UNIFOR - CE) Se a razão entre dois números é $\frac{3}{5}$, a razão entre o quádruplo do primeiro e a terça parte do segundo é igual a:

- a) $\frac{1}{9}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) 1
- d) 3
- e) 9

11 (UNIFOR - CE) Num concurso vestibular, a razão entre os números de candidatos do sexo feminino e do sexo masculino, nessa ordem é igual a $\frac{5}{7}$. Nesse concurso, a porcentagem de candidatos do sexo masculino é de, aproximadamente.

- a) 56,45%
- b) 57,18%
- c) 58,33%
- d) 59,12%
- e) 60%



12 (MACK) Um feirante comprou 33 caixas de tomates e cada uma custou R\$ 20,00. Se na compra seguinte o preço de cada caixa aumentou em 10%, o feirante, com a mesma quantia gasta na primeira vez, pôde comprar um número de caixas igual a:

- a) 31
- b) 32
- c) 29
- d) 28
- e) 30

13 (Carlos Chagas - Bahia) A média de um conjunto de 11 números é 45. Se o número 8 for retirado do conjunto, a média aritmética dos números restantes será:

- a) 48,7
- b) 48
- c) 47,5
- d) 42
- e) 41,5

14 (UEL) A média aritmética de 50 números é 38,5. Retirando-se um dos 50 números, a média aritmética dos 49 números passou a ser 36. O número retirado foi:

- a) 56
- b) 128
- c) 156
- d) 161
- e) 182

15 (UEL) A média aritmética de 5 números é 8,5. Se um desses números acrescentarmos 2 unidades, a média aritmética passará a ser:

- a) 8,3
- b) 8,3
- c) 8,7
- d) 8,9
- e) 10,5

16 (Carlos Chagas) A tabela abaixo apresenta as notas de avaliação em provas de matemática durante um ano letivo, com seus respectivos pesos:

prova	I	II	III	IV	V
nota	5,0	3,0	4,5	5,0	X
peso	1	2	2	2	3

Se o aluno foi aprovado com média final ponderado igual a 5,4 calculada entre a nota que obteve na prova V foi:

- a) 6,5
- b) 7,0
- c) 7,5
- d) 8,0
- e) 8,5

17 (FUVEST) Em uma equipe de basquete a distribuição de idades dos seus jogadores é a seguinte:

idade	Nº de jogadores
22	1
25	3
26	4
29	1
31	2
32	1

A média das idades de todos os jogadores é:

18 (UCSAL) Um certo metal é obtido fundindo-se 15 partes de cobre com 6 partes de zinco. Para obter-se 136,5 kg desse metal, são necessários:

- a) 91,8 kg de cobre
- b) 41,5 kg de zinco
- c) 92 kg de cobre
- d) 45 kg de zinco
- e) 97,5 kg de cobre



13 | Grandezas diretamente proporcionais

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando seus valores correspondentes y e x são tais que

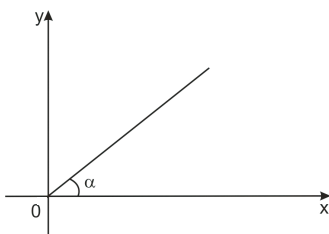
$$y = k \cdot x$$

onde k , constante positiva, é chamada constante de proporcionalidade.

Gráfico

O gráfico que representa a função de equação $y = k \cdot x$ ($k > 0$) é uma reta que passa pela origem do referencial cartesiano. Essa função também é chamada de função linear.

Gráfico da função: $y = k \cdot x$



- 2 (UEL) Os 152 pães de um cesto foram divididos entre três famílias, na razão direta do número de pessoas em cada uma. Se a família A tinha 5 pessoas, B tinha 6 e C tinha 8, o número que coube à família B foi:

- a) 40
- b) 48
- c) 50
- d) 56
- e) 64

Grandezas Inversamente Proporcionais

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando seus valores correspondentes y e x são tais que

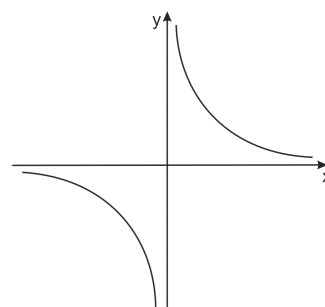
$$y \cdot x = k \quad \text{ou} \quad y = \frac{k}{x}$$

onde k , constante positiva, é chamada constante de proporcionalidade inversa.

Gráfico

O gráfico que representa a função $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) é uma hipérbole.

Gráfico da função: $y = \frac{k}{x}$



- 1 (UNIFOR – CE) Dividindo-se o número 204 em partes

diretamente proporcionais aos números 4 e $\frac{1}{4}$, a menor

das partes será:

- a) 8
- b) 12
- c) 34
- d) 48
- e) 68



- 3** (UFPI) Se as seqüências (a, 2, 5) e (3, 6, b) são de números inversamente proporcionais então a razão $\frac{b}{a}$ é igual a:

a) 15

b) $\frac{5}{12}$

c) $\frac{1}{15}$

d) $\frac{5}{4}$

e) $\frac{3}{5}$

- 4** (UEL) Sabe-se que a seqüência (x;y;z) é inversamente proporcional à seqüência $\left(\frac{1}{2}; 2; 4\right)$. Se $x + y + z = 176$, então $x - y$ é igual a:

a) $-\frac{z}{8}$

b) $-\frac{z}{4}$

c) 2z

d) 4z

e) 6z

Regra de três

Podemos resolver problemas de regras de três simples usando o conceito de grandezas proporcionais.

Exemplo

- ① Se um padeiro faz 60 pães com 4 kg de farinha quantos pães ele fará com 6 kg de farinha?

Resolução

quantidade de farinha	quantidade de pães
4 kg	60
6 kg	x

Ao comparar as grandezas (farinha e pães) notamos que aumentando a quantidade de farinha, a quantidade de pães aumenta na mesma razão.

Logo, as grandezas são proporcionais (**ou diretamente proporcionais**).

Então, podemos formar a seguinte proporção

$$\frac{60}{x} = \frac{4}{6}$$
$$4x = 360$$
$$x = 90$$

- ② Um trem rodando a velocidade média de 45 km/h, vai de uma cidade a outra em 8 horas. Em quantas horas percorreria o mesmo trajeto se rodasse à velocidade média de 60 km/h?

Resolução

velocidade do trem	tempo de viagem
45 km/h	8 h
60 km/h	x

Se a velocidade do trem aumenta, o tempo da viagem **diminui** na mesma razão logo, as grandezas são inversamente proporcionais, logo, a proporção será:

$$\frac{8}{x} = \frac{60}{45}$$
$$60x = 8.45$$
$$x = 6 \text{ horas}$$



5 Uma fábrica funcionando 6 horas por dia, com todas as suas máquinas, produz 90 000 peças. Se as mesmas máquinas trabalharem 8 horas por dia, produzirão quantas peças?

6 Uma pessoa realizou certo trabalho de datilografia em 10 dias. Para isso, trabalhou 6 horas por dia, datilografando em média 60 letras por minuto. Se outra pessoa for realizar o mesmo serviço, trabalhando 4 horas por dia e datilografando 50 letras por minuto, quanto tempo levará para fazer o serviço?

7 (VUNESP) Uma loja vende um produto no valor de R\$ 200,00 e oferece duas opções de pagamento aos clientes: à vista, com 10% de desconto, ou em duas prestações mensais de mesmo valor, sem desconto, a primeira sendo paga no momento da compra. A taxa mensal de juros embutida na venda a prazo é de:

- a) 5%
- b) 10%
- c) 20%
- d) 25%
- e) 90%

8 (MACK) No ano de 2003, no Brasil, foram emplacados aproximadamente 1320000 veículos nacionais e 15000 veículos importados, sendo que 43% dos importados eram japoneses. Do total de veículos emplacados no Brasil, em 2003, a alternativa mais próxima da porcentagem de carros japoneses é:

- a) 1 %
- b) 0,5%
- c) 2 %
- d) 1,5%
- e) 0,9%

Exercícios propostos

1 (MACK) Um taxista inicia o dia de trabalho com o tanque de combustível de seu carro inteiramente cheio. Percorre 325km e reabastece, sendo necessários 25 litros para completar o tanque. Em seguida, percorre 520km até esvaziar completamente o tanque, concluindo, então, que a capacidade do tanque do carro, em litros, é:

- a) 40
- b) 45
- c) 50
- d) 55
- e) 60

2 (VUNESP) O número de diagonais de um polígono convexo de x lados é dado por $N(x) = \frac{x^2 - 3x}{2}$. Se o polígono possui 9 diagonais, seu número de lados é:

- a) 10
- b) 9
- c) 8
- d) 7
- e) 6

3 (MACK) Numa loja, um determinado produto de preço p é posto em promoção do tipo “leve 5 e pague 3”. O desconto que a promoção oferece sobre o preço p do produto é de:

- a) 40%
- b) 35%
- c) 30%
- d) 25%
- e) 20%

4 (MACK) Na forma líquida, 16 esferas iguais de gelo ou 40 cubos de gelo também iguais enchem completamente um recipiente. Se, no recipiente, já tiver sido armazenado o volume de água correspondente a 4 esferas, poderemos ainda armazenar um volume de água correspondente a:

- a) 30 cubos de gelo
- b) 24 cubos de gelo
- c) 32 cubos de gelo
- d) 28 cubos de gelo
- e) 25 cubos de gelo



- 5 (FGV) Um vidro de perfume é vendido à vista por R\$ 48,00 ou a prazo, em dois pagamentos de R\$ 25,00 cada um, o primeiro no ato da compra e o outro um mês depois. A taxa mensal de juros do financiamento é aproximadamente igual a:
- 6,7%
 - 7,7%
 - 8,7%
 - 9,7%
 - 10,7%
- 6 (FUVEST) Um nadador, disputando a prova dos 400 metros, nado livre, completou os primeiros 300 metros em 3 minutos e 51 segundos. Se este nadador mantiver a mesma velocidade média nos últimos 100 metros, completará a prova em:
- 4 minutos e 51 segundos
 - 5 minutos e 8 segundos
 - 5 minutos e 28 segundos
 - 5 minutos e 49 segundos
 - 6 minutos e 3 segundos
- 7 (VUNESP) Uma ponte é feita em 120 dias por 16 trabalhadores. Se o número de trabalhadores for elevado para 24, o número de dias necessários para a construção da mesma ponte será:
- 180
 - 128
 - 100
 - 80
 - 60
- 8 (UEL) Numa gráfica, 5 máquinas de mesmo rendimento imprimem um certo número de cópias de certo folheto em 8 horas de funcionamento. Se 2 delas quebrassem, em quanto tempo de funcionamento as máquinas restantes fariam o mesmo serviço?
- 4 horas e 8 minutos
 - 4 horas e 48 minutos
 - 13 horas e 20 minutos
 - 13 horas e 33 minutos
 - 20 horas
- 9 Os números x , y e z são respectivamente proporcionais aos números 3, 5 e 6. Admitindo-se que $x + y + z = 420$, calcular x , y e z .
- 10 (FGV) Uma empresa vende habitualmente café em pacotes de 1 quilo. Numa tentativa de aumentar suas vendas passou a comercializá-lo em embalagens contendo 20% a mais de café mas mantendo o mesmo preço dos pacotes de 1 quilo. Em quanto por cento foi reduzido o preço do quilo do café?
- 11 (Carlos Chagas - Fortaleza) Lendo a cada dia, x páginas de um livro, demoro 18 dias para terminar a leitura. No entanto, se eu ler 5 páginas a mais por dia, terminarei a leitura em apenas 12 dias. Obtendo-se o valor de x , verifica-se que é um número:
- quadrado perfeito
 - múltiplo de 3
 - racional não inteiro
 - múltiplo de 5
 - maior do que 13
- 12 As idades de Marco, Gabriela e Gregório são números inversamente proporcionais a 3, 4 e 6. A soma das idades dos três é 45 anos. Qual é a idade do mais novo entre eles?
- 13 (FUVEST) Na tabela abaixo, y é inversamente proporcional ao quadrado de x ($x > 0$) calcular os valores de p e de m .
- | x | y |
|-----|-----|
| 1 | 2 |
| 2 | p |
| m | 8 |
- $p = \frac{1}{8}$ e $m = \frac{1}{4}$
 - $p = \frac{1}{2}$ e $m = \frac{1}{2}$
 - $p = \frac{1}{2}$ e $m = \frac{1}{4}$
 - $p = \frac{3}{4}$ e $m = \frac{3}{4}$
 - $p = \frac{1}{4}$ e $m = \frac{1}{8}$
- 14 (UEL) Na compra de um artigo, no valor de R\$ 1.800, foi dado um desconto de 12,5%. A quantia paga pelo comprador foi de:
- R\$ 1600
 - R\$ 1575
 - R\$ 1500
 - R\$ 1700
 - R\$ 1325
- 15 (UEL) Dois números x e y , são inversamente proporcionais e, se $x = 6$, tem-se $y = -2$. O valor de y , para $x = -5$, é:
- 2, 4
 - 1, 2
 - 0, 6
 - 1, 2
 - 2, 4



14 | Equação do 2º grau

A equação $ax^2 + bx + c = 0$, onde $(a \neq 0)$, b e c representam números reais, na variável x é do 2º grau, pois o maior expoente x é igual a 2.

Coefficiente da Equação

Exemplo

Os coeficientes de $4x^2 - 100 = 0$ são:

$$4x^2 + 0x - 100 = 0$$

$$a = 4$$

$$b = 0$$

$$c = -100$$

Raiz da Equação

Um número m é raiz ou solução da equação $ax^2 + bx + c = 0$, se, e somente, a sentença $am^2 + bm + c = 0$ for uma sentença verdadeira.

Exemplo

O número -2 é uma das raízes da equação $3x^2 + 10x + 8 = 0$?

Resolução

Substituindo x por -2 , teremos

$$3 \cdot (-2)^2 + 10 \cdot (-2) + 8 =$$

$$12 - 20 + 8 =$$

$$0$$

Portanto, -2 é uma das raízes da equação $3x^2 + 10x + 8 = 0$

Conjunto da Solução Equação

Resolver a equação do 2º grau, com, no conjunto universo U significa obter o conjunto de todas as raízes dessa equação que pertencem a U . O conjunto das raízes é chamado de conjunto solução ou conjunto verdade.

Exemplo

No conjunto \mathbb{R} o conjunto solução da equação $x^2 + 4x - 12 = 0$

$$V = \{-6; 2\}$$

Fórmula de Bháskara

Para encontrar as raízes de uma equação completa do 2º grau aplicar a fórmula de Bháskara.

$$x = -\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Para chegar a fórmula de Bháskara podemos seguir os seguintes passos.

1º passo: dividir todos os termos por a

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a}$$

2º passo: passar o termo $\frac{c}{a}$ para 2º membro

$$x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$$

3º passo: somar em ambos os membros $\frac{b^2}{4a^2}$ para completar um trinômio quadrado perfeito.

$$x^2 + \frac{b}{a} \cdot x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

4º passo: fatorar o 1º membro

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

5º passo: supondo-se $b^2 - 4ac \geq 0$, extrair a raiz quadrada

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

6º passo: isolar a variável x

$$x = -\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Nesse último passo obtivemos a fórmula de Bháskara.

**Exemplo**

Resolver em \mathbb{R} , a equação $2x^2 - 3x - 2 = 0$.

Resolução

Seendo $a = 2$, $b = -3$ e $c = -2$ e aplicando a fórmula de Bháskara, teremos:

$$x = -\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$x' = \frac{3+5}{4} = 2$$

$$x'' = \frac{3-5}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$V = \left\{ -\frac{1}{2}, 2 \right\}$$

- 1** (UEL) Sejam a e b , com $a < b$, as raízes reais da equação $3x^2 - 10x - 8 = 0$. Nessas condições, é verdade que:

a) $a^2 = \frac{4}{9}$

b) $b^{-1} = \frac{1}{2}$

c) $a^b = \frac{2}{3}$

d) $b^2 = 4$

e) $a^{-1} = \frac{3}{2}$

Equações Incompletas

A equação do 2º grau será incompleta se pelo menos um dos coeficientes b ou c for nulo. Para resolver equações incompletas do 2º grau podemos continuar usando a fórmula de Bhaskara ou outros processos que mostraremos a seguir.

Exemplo

- a) Resolver em \mathbb{R} a equação $x^2 + 6x = 0$.

Resolução

Fatorando o primeiro membro obtemos:

$$x^2 + 6x = 0$$

$$x \cdot (x + 6) = 0$$

Logo, $x = 0$ ou $x = -6$

$$V = \{-6, 0\}$$

- b) Qual é a solução de $x^2 - 64 = 0$, em \mathbb{R} ?

Resolução

Fatorando o primeiro membro obtemos:

$$x^2 - 64 = 0$$

$$x^2 = 64$$

$$x = \pm\sqrt{64}$$

$$x = \pm 8$$

$$V = \{-8, 8\}$$

- 2** O conjunto verdade da equação

$$\frac{10}{x^2 - 4} + \frac{1}{x + 2} = 2 + \frac{1}{x + 2}, \text{ em } \mathbb{R} \text{ é:}$$



3 O conjunto solução da equação

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{x} = \frac{6}{x^2 - 9}, \text{ no universo } \mathbb{R}, \text{ é:}$$

- a) $V = \{-2; 3\}$
- b) $V = \{-3; 2\}$
- c) $V = \{-3\}$
- d) $V = \{-2\}$
- e) $V = \{2; 3\}$

4 Um grupo de amigos vai fazer uma homenagem a um personagem ilustre para comemorar o seu aniversário. A despesa total será de R\$ 360,00. Como 6 pessoas desistiram da homenagem, a parte de cada um aumentou em R\$ 2,00. quantos amigos pertencem ao grupo sem as desistências?

Discriminante

Na fórmula de Bhaskara de discriminante e representado pela letra grega Δ (delta maiúscula).

Logo:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

As soluções de uma equação do 2º grau são determinadas pelo discriminante (Δ)

Se $\Delta > 0$, a equação tem **duas raízes reais diferentes**.

Se $\Delta = 0$, a equação tem **duas raízes iguais**.

Se $\Delta < 0$, a equação **não admite raízes reais**.

Exemplo

Determinar o valor de **m** para que a equação $x^2 - 4x + m = 0$ tenha duas raízes reais iguais.

Resolução

Para que a equação $x^2 - 8x + m = 0$ tenha raízes reais e iguais o valor do discriminante tem que ser igual a zero.

$$\Delta = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = 0$$

$$64 = 4m$$

$$m = 16$$

Soma e produto das raízes de uma equação do segundo grau

Para obter a soma e o produto das raízes de uma equação do 2º grau, o coeficiente de x^2 tem que ser igual a 1. então, dada a equação:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

para obter o coeficiente de x^2 igual a 1, devemos dividir a equação por a ($a \neq 0$).

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

oposto da soma

Produto

Logo,

$$\text{soma} = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{produto} = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

**Exemplo**

Determinar a soma e o produto das raízes nas equações:

$$\text{a) } x^2 + 5x - 14 = 0 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 \cdot x_2 = -14 \end{cases}$$

$$\text{b) } x^2 - 7x + 12 = 0 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 \cdot x_2 = 12 \end{cases}$$

$$\text{c) } x^2 - 6 - 27 = 0 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = -27 \end{cases}$$

5 Determinar as raízes reais, se existirem, das equações:

$$\text{a) } x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$\text{b) } x^2 - x + 12 = 0$$

$$\text{c) } 2x^2 + 8x - 10 = 0$$

$$\text{d) } 2x^2 - 3x + 1 = 0$$

Exercícios propostos

1 (UCSAL) Sobre as soluções reais da equação $2x^2 + 15x - 27 = 0$, é verdade que:

- a) são números inteiros
- b) a maior delas é 9
- c) pertencem ao intervalo $[-10, 2]$
- d) a menor delas é $\frac{2}{3}$
- e) são ambas negativas

2 (UCSAL) É proposto o seguinte problema: “Achar um número que somado com 2 seja igual ao seu inverso.” Uma equação associada a esse problema é:

- a) $x^2 - 2x + 1 = 0$
- b) $x^2 - 2x - 1 = 0$
- c) $x^2 + 2x - 1 = 0$
- d) $x^2 + x - 2 = 0$
- e) $x^2 + x + 2 = 0$

3 (UEL) Em certo concurso vestibular observou-se que, somando-se o quadrado do número de vagas oferecidas ao quádruplo desse número de vagas, obtinha-se o total de candidatos inscritos. Se estavam inscritos 1 400 candidatos, o número de vagas oferecidas era:

- a) 25
- b) 30
- c) 35
- d) 40
- e) 45

4 (VUNESP) O conjunto solução da equação

$$\frac{x^2 - 1}{x + 1} - 2x = 0, \text{ em } \mathbb{R} \text{ é:}$$

- a) $\{-1\}$
- b) $\{1\}$
- c) $\{2, 3\}$
- d) \mathbb{R}
- e) \emptyset

5 (Carlos Chagas) As raízes reais da equação

$$\frac{9x^2}{4} - 4 = 0 \text{ são:}$$

- a) inexistentes
- b) inteiras e simétricas
- c) não inteiras e simétricas
- d) inteiras e negativas
- e) não inteiras e positivas



6 (Carlos Chagas) O produto de dois números inteiros positivos consecutivos é 240. o dobro do máximo divisor comum desses números é:

- a) 1
- b) 2
- c) 30
- d) 240
- e) 480

7 (UNIFOR - CE) O produto de dois números naturais ímpares consecutivos é 483. nestas condições, é verdade que o:

- a) maior deles é um quadrado perfeito
- b) menor deles é menor que 18
- c) maior deles é um número primo
- d) menor deles é múltiplo de 6
- e) maior deles é múltiplo de 7

8 A maior raiz real da equação

$$\left(x + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{6}\right) = 0$$

- a) $-\frac{2}{3}$
- b) $-\frac{5}{12}$
- c) $-\frac{1}{3}$
- d) $-\frac{1}{6}$
- e) $-\frac{1}{12}$

9 O conjunto verdade da equação $x + \frac{3}{x-3} = \frac{x}{x-3}$ é dado por:

- a) $V = \{1, 3\}$
- b) $V = \{1\}$
- c) $V = \{3\}$
- d) $V = \{-3, 1\}$
- e) $V = \emptyset$

10 A(s) raiz(es) inteira(s) da equação $\frac{4y}{y+3} - \frac{y+3}{y^2+3y} = \frac{5}{y}$

- a) $V = \{-1, 3\}$
- b) $V = \{3\}$
- c) $V = \{0\}$
- d) $V = \{0, 3\}$
- e) $V = \{0, -3\}$

11 O conjunto solução da equação $\frac{4x}{x^2-16} + \frac{x}{x+4} = 1$ é:

- a) $V = \{4\}$
- b) $V = \{-4\}$
- c) $V = \{-4, 4\}$
- d) $V = \emptyset$
- e) $V = \{1\}$

12 (UEL) Os valores de m, para os quais a equação $3x^2 - mx + 4 = 0$ tem duas raízes reais iguais, são:

- a) $-\sqrt{5}$ e $2\sqrt{5}$
- b) $-4\sqrt{3}$ e $4\sqrt{3}$
- c) $3\sqrt{2}$ e $-3\sqrt{2}$
- d) 2 e 5
- e) -6 e 8

13 (CESGRANRIO) O produto das raízes da equação

$$\frac{x+11}{x} = 7 - \frac{9+4x}{x^2} \quad \text{é:}$$

- a) $\frac{7}{6}$
- b) $-\frac{7}{2}$
- c) $\frac{7}{2}$
- d) $-\frac{3}{2}$
- e) $\frac{3}{2}$

14 (Carlos Chagas) O produto das raízes da equação

$$\frac{4}{(x-1)^2} - \frac{3}{x-1} = 1 \quad \text{é:}$$

- a) 6
- b) 5
- c) 1
- d) -1
- e) -6

15 (FUVEST) A equação $\frac{x}{1-x} + \frac{x-2}{x} - 1 = 0$ tem duas raízes. A soma e o produto dessas são iguais a:

- a) -2
- b) 0
- c) 3
- d) -4
- e) 1

16 (MAGOM - Londrina) As despesas de um condomínio totalizam R\$ 6.000,00. Três condôminos que não puderam pagar a sua parte, obrigam cada condômino a pagar um adicional de R\$ 450,00. Determinar o número de condôminos do prédio.



15 | Equação biquadrada

É toda equação que pode ser colocada na forma $ax^2 + bx + c = 0$, sendo a, b e c números reais com $a \neq 0$.

Exemplo 1

Resolver no conjunto \mathbb{R} , a equação $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$:

Resolução

Se representarmos x^2 por m ou seja:

$$x^2 = m$$

Se $x^2 = m$, então $(x^2)^2 = m^2$ isto é:

$$x^4 = m^2$$

Substituindo m e m^2 na equação dada

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \text{ teremos:}$$

$$m^2 - 5m + 4 = 0$$

$$\text{logo: } m = 1 \quad m = 4$$

então:

$$\begin{array}{ll} x^2 = m & x^2 = m \\ x^2 = 1 & x^2 = 4 \\ x = \pm 1 & x = \pm 2 \end{array}$$

$$V = \{-2, -1, 1, 2\}$$

Fatoração de $ax^2 + bx + c = 0$

Sendo $\{x_1; x_2\}$ o conjunto verdade em \mathbb{R} da equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, então a forma fatorada de $f(x) = ax^2 + bx + c$ é dada por:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Demonstração

Sendo x_1 e x_2 as raízes de $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$.

Lembrando que:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

então:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

$$f(x) = a \left(x^2 - \left(-\frac{b}{a} \right)x + c \right)$$

$$f(x) = a \left[x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) \right]$$

$$f(x) = a \left[x^2 - x_1 \cdot x - x_2 \cdot x + x_1 \cdot x_2 \right]$$

$$f(x) = a \left[x(x - x_1) - x_2(x - x_1) \right]$$

$$f(x) = a \left[(x - x_1) \cdot (x - x_2) \right]$$

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Exemplo 2

Fatorar o trinômio $p(x) = x^2 - 2x - 15$, em \mathbb{R}

Resolução

Primeiro temos que determinar as raízes de $p(x)$.

Então:

$$p(x) = 0$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = +5$$

Substituindo x_1 e x_2 em

$$p(x) = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

$$p(x) = 1(x - (-3)) \cdot (x - (+5))$$

$$p(x) = (x + 3) \cdot (x - 5)$$

Exemplo 3

A forma fatorada de $f(x) = 2x^2 - 7x + 3$ é:

As raízes $f(x) = 0$ serão dadas por $2x^2 - 7x + 3 = 0$.

Aplicando Bhaskara teremos:

$$x_1 = 3 \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{1}{2}$$

Logo,

$$f(x) = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

$$f(x) = 2(x - 3) \cdot \left(x - \frac{1}{2} \right)$$

$$f(x) = (x - 3) \cdot (2x - 1)$$



1 A expressão $y = \frac{x+2}{x^2-2x-8}$ é equivalente a:

a) $y = \frac{1}{x+2}$

b) $y = \frac{1}{x-4}$

c) $y = x+2$

d) $y = x-2$

e) $y = 1$

Recordando

Propriedades das raízes da equação do 2º grau:

Sejam x_1 e x_2 as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, sejam ainda S e A a soma e o produto dessas raízes, respectivamente. Então:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Exemplo 4

Dada a equação $3x^2 - 2x + 5 = 0$, obter:

a) a soma das suas raízes: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$

b) o produto das suas raízes: $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$

c) o inverso da soma das raízes: $\frac{1}{x_1 + x_2} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$

d) a soma dos inversos das raízes:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{2}{5}$$

e) o quadrado da soma das raízes:

$$(x_1 + x_2)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

f) a soma dos quadrados das raízes. Lembrando que:

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1 \cdot x_2 + x_2^2$$

tem-se que:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$$

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{4}{9} - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{4}{9} - \frac{10}{3} = \frac{4-30}{9} = -\frac{26}{9}$$

2 (MAGOM – Londrina) Seja a equação do 2º grau $2x^2 - 6x + k = 0$, onde k é uma constante real. Se uma das raízes é 8, então k é igual a:

a) 40

b) -80

c) -5

d) 5

e) 11

Recordando

Recordando que se quisermos escrever uma equação do 2º grau cujas raízes sejam x_1 e x_2 um outro modo seria:

$$x^2 - Sx + P = 0, \text{ em que: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 \\ P = x_1 \cdot x_2 \end{cases}$$



3 (CESGRANRIO) Se m e n são as raízes da equação $7x^2 + 9x + 21 = 0$ então $(m + 7) \cdot (n + 7)$ vale:

- a) 49
- b) 43
- c) 37
- d) 30
- e) $\frac{30}{7}$

Se $x = 4$, temos:

$$\sqrt{4-3} = 4-5$$

$$1 \neq -1 \text{ (falso)}$$

Se $x = 7$, temos:

$$\sqrt{7-3} = 7-5$$

$$2 = 2 \text{ (verdadeiro)}$$

Portanto, a única raiz da equação é 7.

$$V = \{7\}$$

4 (MAGOM - Londrina) No universo \mathbb{R} , a equação $x = \sqrt{2x-1} + 2$ admite como conjunto solução:

- a) $V = \{-5, -1\}$
- b) $V = \{5\}$
- c) $V = \{1, 5\}$
- d) $V = \{-5, -4, -3\}$
- e) $V = \{-5, -4, 4, 5\}$

Equação irracional

É toda equação em que a variável aparece dentro de um radical.

É importante observar que, ao elevar os membros de uma equação ao quadrado podemos no final obter resultados que não satisfazem a equação inicial.

Seja por exemplo, a equação $x = 3$. Elevando ao quadrado ambos os membros, teremos $x^2 = 9$. Então, $x = \pm 3$. Mas o valor de x era apenas o número 3 positivo. Daí a necessidade de verificarmos as raízes obtidas nas equações irracionais.

Exemplo 5

Determinar o conjunto solução da equação $\sqrt{x-3} = x-5$, no universo \mathbb{R} .

Resolução

Elevando ambos os membros ao quadrado:

$$(\sqrt{x-3})^2 = (x-5)^2$$

$$x-3 = x^2 - 10x + 25$$

$$x^2 - 11x + 28 = 0$$

$$x = +4 \quad x = +7$$

Verificando os valores encontrados, obtemos:

$$\sqrt{x-3} = x-5$$

5 Dada a equação $(x^2 - 6)^2 - 22 \cdot (x^2 - 6) + 57 = 0$, o conjunto verdade, no universo \mathbb{R} é dado por:

- a) $V = \{-5, -3, 3, 5\}$
- b) $V = \{9, 25\}$
- c) $V = \{3, 4\}$
- d) $V = \{1\}$
- e) $V = \{5\}$



6 (UNIFOR – CE) Se y é o número real

$$\frac{3}{x-2} + \frac{3x}{x^2 - 6x + 8}, \text{ então } y \text{ é igual a:}$$

- a) $x - \frac{3}{2}$
- b) $\frac{x+6}{x-4}$
- c) $\frac{x+3}{x-2}$
- d) $\frac{3}{x-2}$
- e) $\frac{6}{x-4}$

Exercícios propostos

1 O conjunto verdade da equação $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$, no conjunto \mathbb{R} é:

- a) $V = \{-1, 1\}$
- b) $V = \{-2, -1, 1, 2\}$
- c) $V = \{-2, 2\}$
- d) $V = \{1, 2\}$
- e) $V = \emptyset$

2 O maior valor real que satisfaz a equação $2y^4 + 3y^2 = 2$ é:

- a) $\frac{1}{2}$
- b) -2
- c) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- e) $\frac{1}{4}$

3 (PUC – SP) A solução da equação $x - \sqrt{-x+3} = 3$ é:

- a) 1
- b) -1
- c) 2
- d) 3
- e) 7

4 (Santa Casa – SP) Seja o número real k a solução da equação $\sqrt{x-2} + x - 2 = 0$. O número k é:

- a) par
- b) irracional
- c) maior que 10
- d) divisor de 9
- e) múltiplo de 6

5 O conjunto solução em \mathbb{R} da equação $x^2 + 8x = 0$ é:

- a) $\{0, 8\}$
- b) $\{-8, 0\}$
- c) $\{0\}$
- d) $\{8\}$
- e) $\{0, 4\}$

6 (Carlos Chagas) Relativamente à equação $\sqrt{2x-1} = 1 - 2x$, no universo \mathbb{R} , é correto afirmar que ela admite:

- a) apenas uma raiz, que é inteira
- b) apenas uma raiz, que é racional e não inteira
- c) duas raízes irracionais
- d) duas raízes inteiras
- e) duas raízes, sendo uma inteira e outra não inteira

7 Dada a equação $(x^2 - 4)^2 - 17 \cdot (x^2 - 4) + 60 = 0$ podemos afirmar que o conjunto solução, no universo \mathbb{R} é:

- a) $V = \{3, 4\}$
- b) $V = \{-4, 4\}$
- c) $V = \{-4, -3\}$
- d) $V = \{-4, -3, 3, 4\}$
- e) $V = \{5, 12\}$



- 8** Se uma das raízes reais da equação $2x^2 + kx - 2 = 0$ é $\frac{1}{2}$, então a outra raiz é:
- a) -4
 - b) -2
 - c) 1
 - d) 2
 - e) 4
- 9** O menor valor real que satisfaz a equação $x^4 + 6x^2 - 27 = 0$ é:
- a) 3
 - b) 9
 - c) $-\sqrt{3}$
 - d) $\sqrt{3}$
 - e) -9
- 10** (Carlos Chagas – SP) Se a equação $x^2 + bx + c = 0$ apresenta raízes $x' = 3$ e $x'' = -3$, é correto afirmar que a diferença $b - c$ é igual a:
- a) 9
 - b) 6
 - c) 0
 - d) -6
 - e) -9
- 11** (Carlos Chagas) A média aritmética entre dois números é $\frac{5}{4}$. Se o produto desses números é 1 , então eles são raízes da equação:
- a) $4x^2 + 5x + 4 = 0$
 - b) $4x^2 - 5x + 4 = 0$
 - c) $2x^2 + 5x + 4 = 0$
 - d) $2x^2 - 5x + 4 = 0$
 - e) $4x^2 + 5x + 1 = 0$
- 12** (Carlos Chagas) Seja a equação $x^2 + kx + t$, com k e t constantes reais. Se o produto das raízes dessa equação é -6 e uma delas é -2 , então $k - t$ é igual a:
- a) -7
 - b) -5
 - c) 3
 - d) 5
 - e) 7

- 13** (Carlos Chagas) Seja a equação do segundo grau $8x^2 - 10x + k = 0$, onde k é uma constante real. Se uma das raízes dessa equação é igual a $\frac{2}{3}$ da outra, então k é igual a:
- a) 6
 - b) 3
 - c) 1
 - d) $\frac{1}{3}$
 - e) $\frac{1}{6}$
- 14** (Carlos Chagas) Seja, em \mathbb{R} , a equação $2x^2 - 7x + p = 0$. Se a diferença entre as duas raízes é $\frac{5}{2}$, então o número p é:
- a) positivo e menor que 2
 - b) inteiro e negativo
 - c) quadrado perfeito
 - d) irracional
 - e) primo
- 15** (Carlos Chagas) Um aluno deveria resolver a equação do 2º grau $x^2 + ax + c = 0$, entretanto cometeu um engano e resolveu a equação $x^2 + (a + 1)x + (c + 1) = 0$, achando as raízes -2 e 4 . a equação original era:
- a) $x^2 + 3x - 7 = 0$
 - b) $x^2 - 3x - 9 = 0$
 - c) $x^2 - 3x - 7 = 0$
 - d) $x^2 + 3x - 9 = 0$
 - e) $x^2 - 3x + 9 = 0$
- 16** (UNIFOR – CE) Se x e y são números reais tais que $y = \frac{x}{x^2 + 8x + 15} - \frac{1}{x^2 - 9}$, então y é equivalente a:
- a) $\frac{x + 1}{(x + 3) \cdot (x - 3) \cdot (x + 5)}$
 - b) $\frac{(x + 1) \cdot (x + 5)}{(x + 3) \cdot (x - 3) \cdot (x - 5)}$
 - c) $\frac{x + 1}{(x + 3) \cdot (x - 3)}$
 - d) $\frac{(x - 5) \cdot (x + 1)}{(x + 3) \cdot (x - 3) \cdot (x + 5)}$
 - e) $\frac{x - 5}{(x + 3) \cdot (x + 5)}$



17 (UCSAL) Se os dois números reais x e y são tais que

$$y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3} + \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}, \text{ então } y \text{ é igual a:}$$

- a) $2(x + 1)$
- b) $2(x + 3)$
- c) $2(x + 4)$
- d) $2(x + 5)$
- e) $2(x + 6)$

18 (UNIFOR – CE) Se um número real

$$y = \frac{1}{x - 3} + \frac{x}{x^2 - 9x + 18}, \text{ então } y \text{ é equivalente a:}$$

- a) $\frac{1}{x - 6}$
- b) $\frac{2}{x - 6}$
- c) $\frac{1}{x - 3}$
- d) $\frac{2}{x - 3}$
- e) $\frac{2}{x + 6}$

19 (UCSAL) No universo \mathbb{R} , a equação $\sqrt{3x - 1} = 1 - 3x$, admite:

- a) duas raízes irracionais
- b) duas raízes inteiras
- c) uma única raiz inteira
- d) uma única raiz, que é menor que $\frac{1}{2}$
- e) uma única raiz, que é maior que 3

20 (Carlos Chagas) A equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $c \neq 0$, admite as raízes reais x_1 e x_2 . A equação cujas raízes

$$\text{são } \frac{1}{x_1} \text{ e } \frac{1}{x_2} \text{ é:}$$

- a) $bx^2 + ax + c = 0$
- b) $bx^2 + cx - a = 0$
- c) $cx^2 + bx + a = 0$
- d) $cx^2 - bx + a = 0$
- e) $cx^2 + bx - a = 0$

21 (PUCCAMP) Se v e w são as raízes da equação $x^2 + ax + b = 0$, onde a e b são coeficientes reais, então $v^2 + w^2$ é igual a:

- a) $a^2 - 2b$
- b) $a^2 + 2b$
- c) $a^2 - 2b^2$
- d) $a^2 + 2b^2$
- e) $a^2 - b^2$

22 (UNIFOR – CE) Seja a equação $x^2 + 4x + k = 0$, em que k é uma constante real. Se uma das raízes da equação é igual à terça parte da outra, então o número k é tal que:

- a) $k \leq -4$
- b) $-4 < k \leq 0$
- c) $0 < k \leq 2$
- d) $2 < k \leq 4$
- e) $k > 4$



1 | Números naturais

- 1** (UFSC) Um determinado corpo celeste é visível da Terra a olho nu de 63 em 63 anos, tendo sido visto pela última vez no ano de 1968. De acordo com o calendário atualmente em uso, o primeiro ano da era Cristã em que esse corpo celeste visível a olho nu da Terra foi o ano:
- a) 15
 - b) 19
 - c) 23
 - d) 27
 - e) 31
- 2** (MACK) Na divisão $\frac{n}{3q} \frac{17}{q}$, n e q são naturais maiores que zero. A soma do maior com o menor dos possíveis valores de n é:
- a) 120
 - b) 130
 - c) 110
 - d) 95
 - e) 105
- 3** (MACK) A soma dos naturais positivos, que divididos por 29 dão resto igual ao cubo do quociente, é:
- a) 166
 - b) 178
 - c) 180
 - d) 210
 - e) 239
- 4** (MAGOM - Londrina) Considere os naturais n , $100 \leq n \leq 140$, que divididos por 9, deixam resto 2. A quantidade deles é:
- a) 2
 - b) 3
 - c) 4
 - d) 5
 - e) 6
- 5** (MACK) Considere os maiores valores possíveis para os naturais a , b e c , de modo que $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$ seja divisor de 1800. Dessa forma $a + b + c$ vale:
- a) 6
 - b) 7
 - c) 8
 - d) 9
 - e) 10
- 6** (ESAM) O número natural $n = 180 \cdot p$, onde p é um número primo, possui 27 divisores naturais. O valor de p é:
- a) 2
 - b) 3
 - c) 5
 - d) 7
 - e) 11
- 7** (ESAM) Com base nas propriedades de números inteiros, é correto afirmar:
- a) Todo número que é divisível por 2 e por 4 é divisível também por 8
 - b) Sempre que um número x é primo, o número $x + 5$ também é primo
 - c) Sempre que dois números são primos, o produto dos mesmos também é um número primo
 - d) O mínimo múltiplo comum de dois números é sempre o produto deles
 - e) O valor absoluto de qualquer número é sempre maior ou igual ao próprio número.
- 8** (UEL) Se o máximo divisor comum dos números $A = 2^x \cdot 3^2$ e $B = 2^4 \cdot 3$ é 24, então o mínimo múltiplo comum entre A e B é:
- a) 48
 - b) 72
 - c) 144
 - d) 768
 - e) 3456
- 9** (UEL) Em 1982 ocorreu uma conjunção entre os planetas Júpiter e Saturno, o que significa que podiam ser vistos bem próximos um do outro quando avistados da Terra. Se Júpiter e Saturno dão uma volta completa ao redor do Sol aproximadamente a cada 12 e 30 anos, respectivamente, em qual dos anos seguintes estiveram em conjunção no céu da Terra?
- a) 1840
 - b) 1852
 - c) 1864
 - d) 1922
 - e) 1960
- 10** (UNICAMP) A divisão de um certo número inteiro positivo N por 1994 deixa resto 148. O resto da divisão de $N + 2000$ pelo mesmo número 1994 é igual a:
- a) 148
 - b) 154
 - c) 2 000
 - d) 2 148
 - e) 2 154



11 (VUNESP) Se p natural maior que 1 não é divisível por 2 nem por 3, então $p^2 - 1$ é divisível por:

- a) 18
- b) 36
- c) 27
- d) 24
- e) 9

12 (Carlos Chagas) A letra y deve ser substituída, por um algarismo, no número representado por 304y58. O menor valor de y para que o número assim obtido seja divisível por 3 é:

- a) 9
- b) 4
- c) 0
- d) 7
- e) 1

13 (UNICAMP) O teorema fundamental da aritmética garante que todo número natural $n > 1$ pode ser escrito como um produto de números primos. Além disso, se $n = p_1^{t_1} p_2^{t_2} \dots p_r^{t_r}$, onde p_1, p_2, \dots, p_r são números primos distintos então o número de divisores positivos de n é $d(n) = (t_1 + 1)(t_2 + 1) \dots (t_r + 1)$.

- a) Calcule $d(168)$, isto é, o número de divisores positivos de 168
- b) Encontre o menor número natural que tem exatamente 15 divisores positivos

14 (UEL) Os divisores primos positivos de um número natural N são a , b e c . É correto afirmar que N é múltiplo de:

- a) $a + 5$
- b) $b + c$
- c) $2a$
- d) b^2
- e) $a \cdot c$

15 (UEL) O máximo divisor comum dos números A e B é 12. Esses números podem ser:

- a) 6 e 12
- b) 144 e 228
- c) 176 e 240
- d) 360 e 400
- e) 576 e 350

16 (UFSC) Um determinado corpo celeste é visível da Terra a olho nu de 63 em 63 anos, tendo sido visto pela última vez no ano de 1968. De acordo com o calendário atualmente em uso, o primeiro ano da era Cristã em que esse corpo celeste esteve visível a olho nu da Terra foi o ano:

- a) 15
- b) 19
- c) 23
- d) 27
- e) 31

17 No sistema decimal de numeração, seja o número 213XY, onde X e Y são os algarismos das dezenas e das unidades, respectivamente. Se o número dado é divisível por 15, quantos valores distintos pode assumir X e Y ?

- a) 2
- b) 4
- c) 5
- d) 7
- e) 10

Capítulo

2 | Aplicações da fatoração

18 (UEL) Dividindo-se o número inteiro A por 45, obtém-se quociente 2 e resto 30. O máximo divisor comum dos números A e 45 é:

- a) 3
- b) 5
- c) 9
- d) 15
- e) 45

19 (UEL) Em 1982 ocorreu uma conjunção entre os planetas Júpiter e Saturno, o que significa que podiam ser vistos bem próximos um do outro quando avistados da Terra. Se Júpiter e Saturno dão uma volta completa ao redor do Sol aproximadamente a cada 12 e 30 anos, respectivamente, em qual dos anos seguintes estiveram em conjunção no céu da Terra?

- a) 1840
- b) 1852
- c) 1864
- d) 1922
- e) 1960



20 (MAGOM – Londrina) Numa indústria há 3 máquinas cuja manutenção é feita, respectivamente, de 3 em 3 dias, de 4 em 4 dias e de 5 em 5 dias, incluindo domingos e feriados. Se no dia 3 abril deste ano foi feita a manutenção das três máquinas, qual será a próxima vez que a manutenção das três máquinas será feita num mesmo dia?

- a) Em 18 de abril
- b) Em 3 de maio
- c) Em 2 de junho
- d) Em 3 de junho
- e) Em 4 de junho

21 Um médico receitou dois remédios a um paciente: um para ser tomado a cada 12 horas e outro a cada 15 horas. Se às 14 horas do dia 10/10/90 o paciente tomou ambos os remédios, ele voltou a tomá-los juntos novamente às:

- a) 17 horas do dia 11/10/90
- b) 14 horas do dia 12/10/90
- c) 18 horas do dia 12/10/90
- d) 2 horas do dia 13/10/90
- e) 6 horas do dia 13/10/90

22 Existem, para doação para escolas, 2000 ingressos de um espetáculo e 1575 de outro. Cada escola deve receber ingressos para somente um dos espetáculos e todas as escolas devem receber a mesma quantidade de ingressos. Distribuindo-se todos os ingressos, o número mínimo de escolas que poderão ser contempladas nessa doação é:

- a) 117
- b) 123
- c) 128
- d) 135
- e) 143

23 (FUVEST) Seja a e b o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum de 360 e 300, respectivamente. Então o produto $a.b$ vale:

- a) $2^4 \cdot 3^4 \cdot 5^3$
- b) $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$
- c) $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^3$
- d) $2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$
- e) $2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2$

24 (MACK) Uma editora recebeu das livrarias A, B e C os pedidos da tabela abaixo, relativos a um determinado livro. Os livros foram remetidos em p pacotes, cada um com o mesmo número de exemplares, sendo p menor possível. O valor de p é:

Livraria	Número de exemplares
A	110
B	165
C	275

- a) 8
- b) 10
- c) 11
- d) 12
- e) 13

25 (Carlos Chagas - BA) Um fabricante de calçados deve entregar a um cliente 36 caixas de sapatos infantis, 60 de sapatos femininos e 84 de sapatos masculinos, cada caixa contendo um único par de sapato. Para o transporte, serão feitos pacotes contendo um único tipo de sapato em cada um. Se todos os pacotes devem conter o mesmo número de caixas, o menor número de pacotes a serem feitos é.

- a) 16
- b) 25
- c) 14
- d) 13
- e) 12

26 (FUVEST) No alto de uma torre de uma emissora de televisão duas luzes “piscam” com frequências diferentes. A primeira “pisca” 15 vezes por minuto e a segunda “pisca” 10 vezes por minuto. Se num certo instante as luzes piscam simultaneamente, após quantos segundos elas voltarão a piscar simultaneamente?

- a) 12
- b) 10
- c) 20
- d) 15
- e) 3

27 (FUVEST) Maria quer cobrir o piso de sua sala com lajotas quadradas, todas com lado de mesma medida inteira, em centímetros. A sala é retangular, de lados 2m e 5m. Os lados das lajotas devem ser paralelos aos lados da sala, devendo ser utilizadas somente lajotas inteiras. Quais são os possíveis valores do lado das lajotas?



28 (MACK) Um painel decorativo retangular, com dimensões 2,31m e 92,4cm, foi dividido em número mínimo de quadrados de lados paralelos aos lados do painel e áreas iguais. Esse número de quadrados é:

- a) 10
- b) 8
- c) 16
- d) 14
- e) 12

29 (Carlos Chagas) Sejam m e M , respectivamente, o mínimo múltiplo comum e o máximo divisor comum dos números 150 e 120. Escrevendo-se o produto $m \cdot M$ na forma $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d$, é verdade que:

- a) $a = 3$
- b) $b = 1$
- c) $c = 1$
- d) $d = 1$
- e) $a = 4$

30 O máximo divisor comum entre os polinômios:

$$\begin{cases} A(x) = (2x - 1)(x + 3) \\ B(x) = (x + 3)^3 \\ C(x) = (x - 3)(2x - 1)(x + 3) \end{cases} \quad \text{é:}$$

- a) 1
- b) $x - 3$
- c) $x + 3$
- d) $(x + 3)(2x - 1)(x - 3)$
- e) $(x + 3)(2x - 1)$

31 (UEL) Na divisão de um número inteiro A por 64, obtêm-se quociente Q e resto R . Se R é múltiplo de 18 e Q é múltiplo de 30, então A é:

- a) um número ímpar
- b) sempre quadrado perfeito
- c) divisível por 6
- d) menor que 500
- e) sempre maior que 1920

32 (UEL) O máximo divisor comum dos números inteiros x e y , ambos diferentes de zero, é 10. A soma de todos os divisores positivos, comuns a x e y , é um número:

- a) divisível por 5
- b) múltiplo de 6
- c) maior que 100
- d) menor que 12
- e) primo

33 (MACK) Se um número natural n é múltiplo de 9 e de 15, então, certamente, n é:

- a) múltiplo de 27
- b) múltiplo de 30
- c) divisível por 45
- d) divisível por 90
- e) múltiplo de 135

Capítulo

3 | Números racionais

34 (VUNESP) Dados os números $a = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$, $b = \frac{5}{4} - \frac{1}{2}$ e $c = 0,12$, pode-se afirmar que:

- a) $c < b < a$
- b) $a < b < c$
- c) $c < a < b$
- d) $b < c < a$
- e) $b < a < c$

35 (UEL) Tome um número real x e acrescente-lhe a sua quinta parte. Do resultado obtido, subtraia a metade de x . Multiplique o novo resultado por 5. O resultado final corresponde a:

- a) $5x$
- b) $3,5x$
- c) $\frac{5}{3}x$
- d) $0,14x$
- e) 0

36 (FUVEST) Se $A = \frac{\frac{2}{5} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}}$, então A é igual a:

- a) $-0,1$
- b) $+0,2$
- c) $-0,3$
- d) $+0,4$
- e) $-0,5$

37 (UNIFOR – CE) Em uma escola, o número de estudantes do sexo masculino representa $\frac{9}{16}$ do total de alunos. Nessa escola, a porcentagem de estudantes do sexo feminino é:

- a) 40,75%
- b) 41,25%
- c) 41,5 %
- d) 43,75%
- e) 45,5 %



38 (Carlos Chagas-SP) A quinta parte de 205 milésimos somada com 3% de 12 centésimos é igual a:

- a) 0,4112
- b) 0,161
- c) 0,053
- d) 0,0446
- e) 0,0161

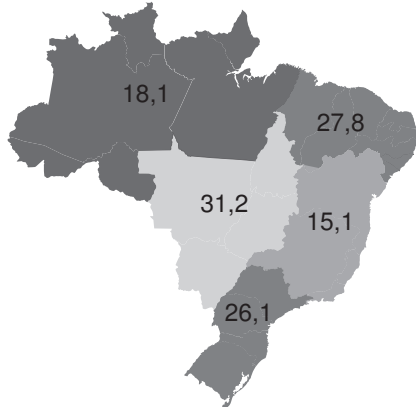
39 (UEL) Calculando-se $\left(1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}\right) : \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}\right)$, obtém-se:

- a) -1,66...
- b) -0,6
- c) -0,3
- d) 0,6
- e) 1,66...

40 (UNIFOR-CE) Efetuando-se $\frac{7}{9} \times \frac{27}{21} \div \frac{9}{8} + \frac{1}{4}$, obtém-se:

- a) $\frac{8}{11}$
- b) $\frac{64}{85}$
- c) $\frac{333}{324}$
- d) $\frac{41}{36}$
- e) $\frac{6}{5}$

41 (UNIFOR-CE) O trabalho infantil é um grave problema no Brasil. Suponha que no mapa tem-se, nas diversas regiões do país, a indicação da porcentagem da população trabalhadora infantil em relação ao total de crianças da região.



Se a população infantil na região centro-oeste é de 4,5 milhões de crianças, o total de crianças trabalhadoras nessa região é, aproximadamente,

- a) 1.255.800
- b) 1.404.000
- c) 1.442.308
- d) 4.500.000
- e) 14.040.000

42 (FUVEST) Dividir um número por 0,0125 equivale a multiplicá-lo por:

- a) $\frac{1}{125}$
- b) $\frac{1}{8}$
- c) 8
- d) 12,5
- e) 80

43 (UNESP) Do tempo gasto para executar o projeto e a construção de uma casa, $\frac{1}{5}$ foi empregado para a elaboração do projeto e $\frac{4}{15}$ para o levantamento das paredes e cobertura. A fração de tempo no acabamento foi:

- a) $\frac{16}{30}$
- b) $\frac{17}{30}$
- c) $\frac{18}{30}$
- d) $\frac{19}{30}$
- e) $\frac{20}{30}$

44 (UEL) A expressão $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{n}\right)$ é igual a:

- a) $1 + \frac{1}{n^2}$
- b) $\frac{1}{n+1}$
- c) $\frac{n+1}{2}$
- d) $\frac{n^2+1}{n}$
- e) $\frac{2}{n}$

46 (FUVEST) O valor da expressão $\frac{a+b}{1-ab}$ para $a = \frac{1}{2}$ e

- b) $\frac{1}{3}$ é:
- a) 5
- b) 1
- c) 0
- d) 3
- e) 6



47 (Carlos Chagas - RN) Dados os números

$$a = \frac{1}{3}, b = \frac{1}{2}, c = \frac{3}{2}, \text{ então:}$$

- a) $b < a$
- b) $a \cdot b > c$
- c) $ac > b$
- d) $c < \frac{a}{b}$
- e) $a + b < c$

48 (Santa Casa - SP) A expressão $\frac{1 + \frac{1}{1+1}}{1 + \frac{1}{1+1}}$ é igual a:

- a) $\frac{5}{2}$
- b) $\frac{9}{10}$
- c) $\frac{8}{9}$
- d) $\frac{2}{5}$
- e) $\frac{1}{3}$

49 (MAGOM - Londrina) Simplificando-se expressão

$$\frac{1}{(x+y)} \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \text{ teremos:}$$

- a) $\frac{1}{xy}$
- b) $\frac{x+y}{xy}$
- c) xy
- d) $\frac{xy}{x+y}$
- e) $\frac{x}{y}$

50 (Carlos Chagas) Somando-se as frações geratrizes das dízimas periódicas 0,060606... e 0,888... obtém-se:

- a) $\frac{94}{99}$
- b) $\frac{92}{99}$
- c) $\frac{89}{99}$
- d) $\frac{86}{99}$
- e) $\frac{83}{99}$

51 (Carlos Chagas) Seja $\frac{a}{b}$ a fração geratriz da dízima 1,6060... . Se a e b são primos entre si, então a diferença $a - b$ é um número:

- a) Primo
- b) Divisível por 3
- c) Múltiplo de 5
- d) Divisível por 7
- e) Múltiplo de 11

52 (UNIFOR) Se a fração irredutível $\frac{p}{q}$ é a geratriz da dízima $0,2\bar{3} = 0,2333...$, então a fração $\frac{4p}{7q}$ é a geratriz da dízima:

- a) $0,\bar{3}$
- b) $0,\bar{6}$
- c) $0,1\bar{3}$
- d) $0,1\bar{6}$
- e) $0,2\bar{6}$

53 (Carlos Chagas-Salvador) Se o valor da expressão $0,2666... : \left(\frac{1}{6} - 0,1 \right)$ for representado pela fração irredutível $\frac{a}{b}$, então $2a - b$ é igual:

- a) 0
- b) 2
- c) 7
- d) 8
- e) 9

54 (MACK) Um pintor pintou 30% de um muro e outro pintou 60% do que sobrou. A porcentagem do muro que falta pintar é:

- a) 10%
- b) 15%
- c) 23%
- d) 28%
- e) 33%

55 (MACK) Um automóvel foi comprado por R\$ 8.000,00 e vendido dois anos depois, tendo sofrido, nesse período, uma desvalorização de 20% no primeiro ano e de 15% no segundo ano. O preço de venda do veículo foi:

- a) R\$ 5.200,00
- b) R\$ 5.440,00
- c) R\$ 6.220,00
- d) R\$ 6.400,00
- e) R\$ 4.800,00



56 (CESGRANRIO) Considere a expressão

$$0,999... + \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}}.$$

Efetue as operações indicadas e simplificando, obtenha:

- a) $\frac{9}{10}$
- b) 2
- c) $\frac{19}{10}$
- d) $\frac{15}{9}$
- e) 1

Capítulo

4 | Potenciação em \mathbb{R}

57 (FUVEST-SP) Qual desses números é igual a 0,064?

- a) $\left(\frac{1}{80}\right)^2$
- b) $\left(\frac{1}{8}\right)^2$
- c) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$
- d) $\left(\frac{1}{800}\right)^2$
- e) $\left(\frac{8}{10}\right)^3$

58 A expressão $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^{-1}$, para $x \neq -y \neq 0$, é equivalente a:

- a) $x + y$
- b) $x^{-1} + y^{-1}$
- c) $\frac{xy}{x + y}$
- d) $\frac{x - y}{xy}$
- e) $-\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

59 (PUC - SP) O valor da expressão $\frac{10^{-3} \cdot 10^5}{10 \cdot 10^4}$ é:

- a) 10^3
- b) 10
- c) 10^{-1}
- d) 10^{-2}
- e) 10^{-3}

60 (UEL) Simplificando-se a expressão

$$\left[\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right)\right]^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$$
 é:

- a) $\frac{1}{3}$
- b) $\frac{4}{9}$
- c) $\frac{2}{3}$
- d) $\frac{3}{2}$
- e) $\frac{9}{4}$

61 (MACK) O valor de $2^{x+1} \cdot 4^x$ é igual a:

- a) 2^{2x^2+2x}
- b) 2^{3x+1}
- c) 4^{3x+1}
- d) 8^{2x+1}
- e) 8^{x^2+x}

62 (FUVEST) O valor da expressão $\frac{1 - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}}$ é:

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{3}{4}$
- c) $\frac{7}{6}$
- d) $\frac{3}{5}$
- e) $-\frac{3}{5}$

63 (VUNESP) $10^4 + 10^3$ é igual a:

- a) 11×10
- b) 11×10^3
- c) 11×10^4
- d) 10^7
- e) 10^{12}

64 (Carlos Chagas-RN) Simplificando-se a expressão

$$\left[2^9 : (2^2 \cdot 2)^3\right]^{-3},$$
 obtém-se:

- a) 2^{36}
- b) 2^{-30}
- c) 2^{-6}
- d) 1
- e) $\frac{1}{3}$



65 (UEL) A expressão $a^b \cdot a^{b \cdot c}$ é equivalente a:

- a) $a^{b^2 \cdot c}$
- b) $2a^{b \cdot c}$
- c) $(a^{2b})^c$
- d) $a^{b(1+c)}$
- e) a^{2b+c}

66 (MACK) O valor de $2x^0 + x^{\frac{3}{4}} + 18x^{-\frac{1}{2}}$, quando $x = 81$, é:

- a) 30
- b) 31
- c) 35
- d) 36
- e) 38

67 (Carlos Chagas - RN) A expressão $\frac{2^{\frac{3}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{2}}}{8^{\frac{5}{6}}}$ é igual a:

- a) 1
- b) 2
- c) $\frac{1}{4^2}$
- d) $\frac{3}{8^4}$
- e) $\frac{7}{8^6}$

68 (MACK) Qualquer que seja o natural n , $(2^{n+1} + 2^n) \cdot (3^{n+1} - 3^n) : 6^n$, é sempre igual a:

- a) 6^n
- b) 6^{n+1}
- c) $\frac{1}{6}$
- d) 1
- e) 6

69 (FGV) O valor de $\frac{2}{3} \cdot 8^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3} \cdot 8^{-\frac{2}{3}}$ é igual a:

- a) 2,5
- b) 0
- c) 2^3
- d) 1
- e) -1

70 (Carlos Chagas - RN) Simplificando-se a expressão

$$\left[\left(\frac{1}{2^2} \right)^3 \right]^{\frac{1}{6}}, \text{ obtém-se:}$$

- a) $2^{\frac{1}{4}}$
- b) $2^{\frac{1}{3}}$
- c) $2^{\frac{1}{2}}$
- d) $2^{\frac{5}{3}}$
- e) $2^{\frac{3}{2}}$

71 (UEL) Efetuando-se as operações

$$\left[8^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{25} \right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{0,2}{\sqrt{2}} \right)^0 \right] \cdot \frac{1}{0,888...} \text{ obtém-se um número:}$$

- a) inteiro menor que 3
- b) racional maior que 7
- c) múltiplo de 4
- d) cubo perfeito
- e) irracional

72 (UNESP) Se $m = (3^5 \cdot 4^3)^2 \cdot (3^2 \cdot 4^{-6})^{-1}$, então:

- a) $m = (3^2 \cdot 4^2)^2$
- b) $m = (3^2 \cdot 4^3)^4$
- c) $m = (3^7 \cdot 4^3)^2$
- d) $m = (3^{10} \cdot 4^{18})^2$
- e) $m = (3^6 \cdot 4^2)^4$

73 (Carlos Chagas-BA) Qualquer que seja o valor de n ,

$$\text{natural, } \frac{3^{n+3} - 9 \cdot 3^n}{6 \cdot 3^{n+2}} \text{ é sempre igual a:}$$

- a) 3
- b) -3
- c) $\frac{1}{3}$
- d) 9
- e) -9



74 (FUVEST) O menor número natural n , diferente de zero, que torna o produto 3888 por n um cubo perfeito é:

- a) 6
- b) 12
- c) 15
- d) 18
- e) 24

75 (UEL) Simplificando $\frac{3^{n-1} + 3^{n-2} + 3^{n-3}}{3^{n+2} + 3^{n+1} + 3^n}$:

Auxílio: $3^{n-1} = \frac{3^n}{3^1}$ e $3^{n-2} = \frac{3^n}{3^2}$

- a) $\frac{1}{27}$
- b) $\frac{1}{9}$
- c) 27
- d) 3^{n-1}
- e) 3^n

76 (UEL) Simplificando-se a expressão $(3^{n+1} - 3^n) \cdot (5^{n+1} - 5^n) : 15^{n+1}$ obtém-se:

- a) $\frac{8}{15}$
- b) $\frac{8}{45}$
- c) $\frac{8^n}{15}$
- d) 15^{-n}
- e) 15^n

77 O número de algarismos do produto $4^9 \cdot 5^{13}$ é:

- a) 20
- b) 22
- c) 18
- d) 15
- e) 17

78 (Carlos Chagas) Simplificando-se a expressão

$$\frac{3^{3-n} + 3 \cdot 3^{2-n} - 9 \cdot 3^{1-n}}{9 \cdot 3^{2-n}}, \text{ para } n \in \mathbb{R}, \text{ obtém-se:}$$

- a) $\frac{1}{6}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $6 \cdot 3^{n-1}$
- d) $1 - 3^{1-n}$
- e) -3^{n+1}

79 (ESPM-SP) Entre as alternativas abaixo, assinale a de maior valor:

- a) 81^8
- b) 16^7
- c) 3^{31}
- d) 246^6
- e) 8^{10}

Capítulo

5 | Potenciação em \mathbb{R}

80 (UEL) Calculando-se o valor de $\frac{(-2)^{-2} \cdot (-1) - (-2) \cdot (-1)^{-2}}{(-2)^2 - (1)^{-3}}$ obtém-se:

- a) $\frac{12}{5}$
- b) $\frac{7}{12}$
- c) $\frac{2}{3}$
- d) $\frac{3}{2}$
- e) $\frac{21}{4}$

81 (UNIFOR) O valor da expressão

$$\frac{(-1)^2 \cdot 1^{-1} - (-1)^{-1} \cdot 1^2}{(-1)^{-1} - 1^{-1}}, \text{ é:}$$

- a) -2
- b) -1
- c) 0
- d) 2
- e) 8



82 (ESPM) A expressão numérica $(-2)^{3^2} \cdot (-2)^{2^3} \cdot (-2^2)^3 \cdot (-2^3)^2$ equivale a:

- a) 2^{29}
- b) -2^{29}
- c) 2^{24}
- d) -2^{24}
- e) 2^{26}

83 (VUNESP) Se $\frac{(0,1) \cdot (0,001) \cdot (10^{-1})}{10 \cdot (0,0001)}$, então:

- a) $x = 10^{-1}$
- b) $x = 10^{-2}$
- c) $x = 10^{-3}$
- d) $x = 10^{-4}$
- e) $x = 10^{-5}$

84 (FUVEST) O valor de $(0,2)^3 + (0,16)^2$ é:

- a) 0,0264
- b) 0,0336
- c) 0,1056
- d) 0,2568
- e) 0,6256

85 (UEL) O valor numérico da expressão

$$\left[2 \cdot (-2)^{-1} + (-2) \cdot 2^{-1} \right]^{-1} \text{ é:}$$

- a) -2
- b) $-\frac{1}{2}$
- c) 0
- d) 2
- e) 8

86 (Carlos Chagas–Uberaba) A expressão $(4\%)^{-\frac{1}{2}}$ é um dos modos de se indicar o número:

- a) 0,02
- b) 5
- c) 6,25
- d) 12,5
- e) 25

87 (Carlos Chagas – Fortaleza) A massa em gramas de um elétron é dada por um número que pode ser representado assim:

$$0, \underbrace{\quad}_{27 \text{ zeros}} 911$$

Esse número também pode ser representado como:

- a) $9,11 \times 10^{28}$
- b) $9,11 \times 10^{-27}$
- c) $9,11 \times 10^{-28}$
- d) 911×10^{-27}
- e) 911×10^{-28}

88 (Católica–Salvador) Comparando-se os números $x = 0,008 \cdot 10^{-5}$ e $y = 4000 \cdot 10^{-10}$ é correto concluir que:

- a) $x = 400 + y$
- b) $y = 400 + x$
- c) $x = 200y$
- d) $x = 5y$
- e) $y = 5x$

89 (Carlos Chagas – RN) Simplificando-se a expressão $(0,012 + 1,5) : \frac{84}{5}$, obtém-se:

- a) 0,28
- b) 0,15
- c) 0,14
- d) 0,09
- e) 0,06

90 (Carlos Chagas – Fortaleza) O quociente $\frac{0,075 + 0,0024}{(0,06) \cdot (0,5)}$ é igual a:

- a) 0,0019
- b) 0,154
- c) 0,33
- d) 2,58
- e) 3,3

91 (UNIFOR-CE) A expressão $\frac{0,375 \cdot 10^{-12}}{0,0125 \cdot 10^{-8}}$ é equivalente a:

- a) 0,03%
- b) 0,15%
- c) 0,3%
- d) 1,5%
- e) 3%



92 (Carlos Chagas-Nordeste) Calculando-se os 3% de quarenta e nove milésimos obtém-se:

- a) $1,47 \cdot 10^{-6}$
- b) $1,47 \cdot 10^{-5}$
- c) $1,47 \cdot 10^{-4}$
- d) $1,47 \cdot 10^{-3}$
- e) $1,47 \cdot 10^{-2}$

93 (ACAFE - SC) O valor da expressão

$$\left[\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}} \cdot 0,666... + \sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^0 - \left(\frac{4}{3}\right)^{-1}} \right]^{-2} \text{ é:}$$

- a) $\frac{5}{2}$
- b) $\frac{2}{5}$
- c) $\frac{25}{4}$
- d) $\frac{4}{25}$
- e) $\sqrt{\frac{5}{2}}$

94 (UEL) Se $a = 0,125 \cdot 10^{-5}$ e $b = 0,0004 \cdot 10^{-2}$, então $\frac{a}{b}$ é equivalente:

- a) 0,3125%
- b) 3,125%
- c) 31,25%
- d) 312,5%
- e) 3125%

95 (UEL) Calculando-se 125% do produto de 16.800 por 10^{-4} obtém-se um número k tal que:

- a) $0 < k < 5$
- b) $5 < k < 10$
- c) $10 < k < 20$
- d) $20 < k < 50$
- e) $k > 50$

96 (Carlos Chagas - Nordeste) O valor da expressão

$$\left(\frac{0,025}{0,5} \right) : 0,3125 \text{ é:}$$

- a) $\frac{1}{25}$
- b) $\frac{2}{25}$
- c) $\frac{3}{25}$
- d) $\frac{4}{25}$
- e) $\frac{5}{25}$

97 (UEL) Qual dente as sentenças seguintes é verdadeira?

- a) $32^3 : 2^4 = 2^{11}$
- b) $25^8 + 25^4 = (25^2 + 25)^4$
- c) $12^{2^3} = 144^3$
- d) $(21 - 4)^5 = 21^5 - 4^5$
- e) $6^5 \cdot 10^5 = 60^{11}$

98 (Carlos Chagas-MG) O valor da expressão

$$\left(\frac{34,3 \cdot 10^{-2}}{0,125} \right)^{\frac{1}{3}} : 0,875 \text{ é:}$$

- a) $\frac{1}{40}$
- b) $\frac{5}{8}$
- c) $\frac{7}{5}$
- d) $\frac{8}{5}$
- e) $\frac{16}{5}$

99 (UEL) A expressão $\frac{2^{n+3} \cdot 2 - 2^{n-1} \cdot 7}{5 \cdot 2^{n-4}}$ é igual a:

- a) 40
- b) 30
- c) $\frac{5}{8}$
- d) -2^{-2}
- e) -2^6

100 (Carlos Chagas - SP) A expressão $\frac{5^{6x} \cdot (25)^x}{(100)^{2x}}$ é

equivalente a:

- a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{5x}$
- b) $\left(\frac{25}{16}\right)^{3x}$
- c) $\left(\frac{625}{16}\right)^x$
- d) $\left(\frac{1}{20}\right)^{4x}$
- e) $\frac{5^{6x}}{400}$



101 (Carlos Chagas - MG) A quarta parte de 48 centésimos somada com o triplo de 12 milésimos é iguala:

- a) 1,56
- b) 0,48
- c) 0,156
- d) 0,048
- e) 0,0156

102 (Carlos Chagas – BA) Simplificando-se a expressão $9 \times 0,216^{-\frac{2}{3}} - 0,04^{-\frac{1}{2}}$, obtém-se:

- a) $2\sqrt{5}$
- b) $5\sqrt{2}$
- c) 20
- d) 27,5
- e) 30

103 (UEL) Simplificando a expressão

$$(0,0016)^{-\frac{3}{4}} + (0,04)^{-0,5} - 9.(0,216)^{-\frac{2}{3}}$$

obtém-se um número:

- a) ímpar e negativo
- b) par e maior que 15
- c) irracional e menor que 10
- d) racional positivo e menor que 1
- e) ímpar e múltiplo de 7

104 (Carlos Chagas – Pelotas) Simplificando-se a expressão

$$\left[32^{0,4} - (-8)^{-\frac{2}{3}} \right] \cdot (0,001)^{0,333...}$$

- a) $\frac{3}{40}$
- b) $\frac{4}{15}$
- c) $\frac{3}{8}$
- d) $\frac{2}{5}$
- e) $\frac{17}{40}$

105 (UNIFOR–CE) Dados os números

$$x = 3,5 \cdot 10^{-5} \cdot 4 \cdot 10^{-5}, y = 1,1 \cdot 10^{-9} \text{ e } z = 17 \cdot 10^{-9}$$

é verdade que:

- a) $x > y > z$
- b) $z > y > x$
- c) $z > x > y$
- d) $y > z > x$
- e) $y > x > z$

Capítulo

6 | Radiação em \mathbb{R}

106 (Carlos Chagas – BA) Simplificando-se $\sqrt{2520}$:

- a) $10\sqrt{5}$
- b) $6\sqrt{35}$
- c) $12\sqrt{35}$
- d) $6\sqrt{70}$
- e) $12\sqrt{70}$

107 (Carlos Chagas - Fortaleza) Se $x = 2\sqrt{24} - \sqrt{54}$, então x é tal que:

- a) $x < 0$
- b) $0 \leq x < 2$
- c) $2 \leq x < 3$
- d) $3 \leq x < 6$
- e) $6 \leq x < 10$

108 Simplificando-se a expressão $5\sqrt{3} - 2\sqrt{12} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$, obtém-se:

- a) $\sqrt{5}$
- b) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$
- c) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$
- d) $\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$
- e) $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

109 (MACK) A raiz cúbica de $(64)^2$ é:

- a) $4\sqrt[3]{3}$
- b) 16
- c) $3\sqrt[3]{4}$
- d) 8
- e) $2\sqrt{3}$



110 (MACK) Calculando-se o produto $x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{3}}$, obtém-se:

- a) $\sqrt[6]{x^5}$
- b) $\sqrt[5]{x^6}$
- c) $\sqrt[3]{x^2}$
- d) $\sqrt[6]{x}$
- e) $\frac{1}{\sqrt[6]{x}}$

111 (PUCCAMP) Efetuando-se $\sqrt[3]{\frac{14}{125}} + \sqrt{\frac{3}{5} - \frac{11}{25}}$, obtém-se:

- a) $\frac{\sqrt[3]{14} + 2}{5}$
- b) $\frac{\sqrt[3]{114}}{5}$
- c) $\frac{6}{5}$
- d) $\frac{4}{5}$
- e) $\frac{3}{5}$

112 (Carlos Chagas) Se $x > 0$, simplificando a expressão $\sqrt{9x^3} - \sqrt[6]{64x^9} + \sqrt[4]{625x^6} + \sqrt[10]{x^{15}}$, obtém-se:

- a) $5\sqrt[3]{x}$
- b) $7x\sqrt{x}$
- c) $\sqrt[9]{x}$
- d) $7\sqrt[3]{x}$
- e) $7\sqrt[3]{x^2}$

113 Simplificando-se a expressão, com $x \neq 0$, $(\sqrt[3]{8x^7} \cdot \sqrt[3]{125x^2})^{-1}$, obtém-se:

- a) $-10x^3$
- b) $10x$
- c) $\frac{1}{10x^3}$
- d) $\frac{10}{x^3}$
- e) $-10x^{-3}$

114 O produto $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{2}$ é igual a:

- a) $6\sqrt[6]{2}$
- b) $2\sqrt[6]{7}$
- c) $2\sqrt[6]{2}$
- d) $2\sqrt[6]{3}$
- e) 2

115 (Carlos Chagas) Seja $x = \sqrt{9} - \frac{6}{5} + 5^2 - 4,8$. Então o valor de 0,3% de x é:

- a) 0,066
- b) 0,66
- c) 2,2
- d) 6,6
- e) 22

116 (PUC-SP) O valor da expressão $\left[\frac{(-10) + 5 - (-4)}{\sqrt{9} + \sqrt[3]{-8}} \right]^3$ é:

- a) 1
- b) -1
- c) 2
- d) -2
- e) zero

117 (MACK-SP) A expressão $\sqrt{2} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{18}$ é igual a:

- a) $\sqrt{2+54}$
- b) $\sqrt{6+6}$
- c) $\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$
- d) $\sqrt{56}$
- e) 27

118 (Carlos Chagas-Fortaleza) O valor da expressão $(x^x)^x : x$ para $x = \sqrt{3}$, é:

- a) $3\sqrt{3}$
- b) $2\sqrt{3}$
- c) 3
- d) $\sqrt{3}$
- e) $\sqrt[3]{3}$

119 (UEL) O valor da expressão $\sqrt{x+y} \cdot (x-y)^{-1}$, para $x = \frac{1}{2}$ e $y = -\frac{1}{4}$, é:

- a) $\frac{3}{8}$
- b) $\frac{2}{3}$
- c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- d) $\frac{3}{\sqrt{2}}$
- e) $3\sqrt{2}$



120 (Carlos Chagas) A expressão $\sqrt{5000} + \sqrt{500}$ é igual a:

- a) $60\sqrt{2}$
- b) $10\sqrt{55}$
- c) $50\sqrt{2} + 10\sqrt{5}$
- d) $50\sqrt{2} + 5\sqrt{5}$
- e) $60\sqrt{5}$

121 Para $a > b$ a expressão $\sqrt{a-b} \cdot \sqrt[3]{a-b}$ é equivalente a:

- a) $\sqrt[3]{(a-b)}$
- b) $\sqrt[6]{(a-b)}$
- c) $(a-b)^{\frac{6}{5}}$
- d) $(a-b)^{\frac{5}{6}}$
- e) $(a-b)$

122 (FUVEST) O valor de $\sqrt[3]{\frac{2^{28} + 2^{30}}{10}}$ é igual a:

- a) $\frac{2^8}{5}$
- b) $\frac{2^9}{5}$
- c) 2^8
- d) 2^9
- e) $\left(\frac{2^{58}}{10}\right)^{\frac{1}{3}}$

123 (UNIFOR–CE) A expressão $24^{\frac{2}{3}} \cdot 18^{\frac{3}{2}} \cdot 27^{\frac{1}{4}}$ é equivalente a:

- a) $648\sqrt[12]{2^6 \cdot 3^5}$
- b) $648\sqrt[12]{2}$
- c) $108\sqrt[12]{2 \cdot 3^2}$
- d) $108\sqrt[4]{2^3 \cdot 3^2}$
- e) $56\sqrt[8]{2^6 \cdot 3^7}$

124 (UNIFOR–CE) Qual dentre os números seguintes é racional?

- a) $\sqrt{\pi^4}$
- b) $\sqrt[3]{0,1}$
- c) $\sqrt[3]{0,27}$
- d) $\sqrt[3]{-0,064}$
- e) $\sqrt[4]{0,016}$

125 (UNIFOR–CE) Em qual das alternativas seguintes não está impresso um número inteiro?

- a) $(0,125)^{-1}$
- b) $\sqrt[3]{-64}$
- c) $3.(0,666\dots)$
- d) $(\sqrt[3]{6})^6$
- e) $\frac{1}{0,375}$

126 (ESPM) A metade de $2^{1,2}$ e o triplo de $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ valem,

respectivamente:

- a) $2^{0,6}$ e $\frac{1}{3}$
- b) $\sqrt[5]{2}$ e 1
- c) 1 e $\sqrt[3]{9}$
- d) $\sqrt[5]{2}$ e $\sqrt[3]{9}$
- e) $\sqrt[5]{8}$ e $\sqrt[3]{3}$

Capítulo

7 | Radiciação em \mathbb{R}

127 (Carlos Chagas) se x e y são números reais estritamente positivos, então a expressão $10\sqrt[3]{x^2y} : 4\sqrt[4]{x^2y}$ é equivalente a:

- a) $\frac{5}{2}$
- b) $\frac{5}{2}\sqrt[6]{x^2y}$
- c) $\frac{2xy}{5\sqrt[12]{x^2y}}$
- d) $\frac{5x^2y}{2}$
- e) $\frac{5}{2}\sqrt[12]{x^2y}$



128 (MAGOM – Londrina) O valor de $\frac{\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{32}}{\sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{2}}$ é igual a:

- a) $\sqrt[3]{2}$
- b) $2^{\frac{2}{3}}$
- c) 2^3
- d) $\sqrt{8}$
- e) n.r.a

129 (Carlos Chagas) Simplificando-se a expressão

$$\frac{(5^2)^3 \cdot \sqrt{125}}{\frac{1}{5} \cdot 25^{-4} \cdot \sqrt{625}}, \text{ obtém-se:}$$

- a) $5^{\frac{17}{2}}$
- b) $5^{\frac{21}{2}}$
- c) $5^{\frac{29}{2}}$
- d) $5^{\frac{31}{2}}$
- e) $5^{\frac{33}{2}}$

130 (Federal-RS) O valor de $\sqrt{\frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{6}}}$ é:

- a) $\sqrt[3]{6}$
- b) $\sqrt[6]{6}$
- c) $\sqrt[12]{6}$
- d) $\sqrt[3]{\frac{1}{6}}$
- e) $\sqrt[6]{\frac{1}{6}}$

131 (UEL) A expressão $\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \sqrt[3]{\frac{y}{x}}}$, com $x > 0$ e $y > 0$, é igual a:

- a) $\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$
- b) $\sqrt[6]{\frac{x}{y}}$
- c) $\sqrt[6]{\frac{y}{x}}$
- d) $\sqrt{\frac{x}{y}}$
- e) $\sqrt[3]{x \cdot y}$

132 (UEL) A expressão $3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}$ é equivalente a:

- a) $\sqrt[6]{3^{10}}$
- b) $3 \cdot \sqrt[6]{3}$
- c) $3 \cdot \sqrt[6]{3^5}$
- d) $\sqrt[6]{3^4}$
- e) $3 \cdot \sqrt[8]{3^7}$

133 (UEL) Racionalizando-se $\frac{10}{\sqrt{18} + 2\sqrt{2}}$:

- a) $\sqrt{2}$
- b) $2\sqrt{2}$
- c) $3\sqrt{2}$
- d) $4\sqrt{2}$
- e) $5\sqrt{2}$

134 (Carlos Chagas–Uberaba) Simplificando-se a expressão

$$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{20}}{\sqrt[4]{25} - 2\sqrt[6]{125}} \text{ obtém-se:}$$

- a) $-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[6]{150}}$
- b) -1
- c) $-\sqrt{5}$
- d) -3
- e) $-3\sqrt{5}$

135 (Carlos Chagas–BA) Simplificando-se a expressão

$$\sqrt{\frac{9}{2}} - \sqrt{\frac{2}{9}} \text{ obtém-se:}$$

- a) $\frac{3 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{3}}$
- b) $\sqrt{\frac{77}{18}}$
- c) $\frac{7\sqrt{2}}{3}$
- d) $\frac{7\sqrt{2}}{6}$
- e) $\frac{\sqrt{2}}{18}$



136 (F.M.U.-SP) A expressão $(3^{-1} + 2^{-1})^{-1} \cdot 2^{-\frac{1}{2}}$ é:

- a) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
- b) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$
- c) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$
- d) $\frac{5}{4}$
- e) $\frac{5}{18}$

137 (Carlos Chagas - Fortaleza) A expressão $\frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}}{\sqrt{15}}$ é igual a:

- a) $-2\sqrt{2}$
- b) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$
- c) $\sqrt{2}$
- d) $2\sqrt{2}$
- e) $\frac{2\sqrt{30}}{15}$

138 (FMU) A expressão $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{3}}}{\sqrt{12}}$ é igual a:

- a) $\frac{\sqrt{10} - 2}{14}$
- b) $-\frac{1}{3}$
- c) $\frac{5 - 2\sqrt{10} + 2}{7}$
- d) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$
- e) $\frac{1}{3}$

139 (UEL) Simplificando a expressão $\frac{\sqrt{5} \cdot 5^{-2} + 5^2 \cdot (\sqrt{5})^{-1}}{5^{-2}}$ obtém-se:

- a) $1 + \sqrt{5}$
- b) $5 + \sqrt{5}$
- c) $25\sqrt{5}$
- d) $76\sqrt{5}$
- e) $126\sqrt{5}$

140 (UEL) Simplificando-se a expressão $\left(8^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}$ obtém-se:

- a) $\frac{1}{5}$
- b) $\frac{\sqrt{2}}{6}$
- c) $\frac{\sqrt{10}}{10}$
- d) $\frac{1}{2}$
- e) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

141 (Carlos Chagas - AL) Racionalizando-se o denominador

de $\frac{3 - \sqrt{2}}{5 + \sqrt{2}}$, obtém-se:

- a) $\frac{17 - 8\sqrt{2}}{23}$
- b) $\frac{13 - 2\sqrt{2}}{21}$
- c) $\frac{13 - 8\sqrt{2}}{21}$
- d) $\frac{17}{23}$
- e) $\frac{13}{23}$

142 (Carlos Chagas - Salvador) A expressão $\frac{\sqrt{75} + \sqrt{27}}{1 + \sqrt{3}}$ é equivalente a:

- a) $-4 \cdot (\sqrt{3} - 3)$
- b) $8 \cdot (1 - \sqrt{3})$
- c) $4 \cdot (1 + \sqrt{3})$
- d) 8
- e) 4

143 (FUVEST) $\frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ é igual a:

- a) $\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt[3]{4}$
- b) $\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}$
- c) $\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt[3]{2}$
- d) $\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt[3]{4}$
- e) $\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{4}$



144 (PUC-SP) O número $3 + \sqrt{3} + \frac{1}{3 - \sqrt{3}} - \frac{1}{3 + \sqrt{3}}$ é igual a:

- a) $3 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$
- b) $3 + \frac{4\sqrt{3}}{3}$
- c) $3 - \frac{4\sqrt{3}}{3}$
- d) $\frac{3 + 2\sqrt{3}}{3}$
- e) $\frac{3 - 2\sqrt{3}}{3}$

145 (MAGOM – Londrina) O número real $y = \frac{\sqrt{a^5x} - \sqrt{ax^5}}{a + x}$ também pode ser indicado por:

- a) $(a - x) \cdot \sqrt{ax}$
- b) $a^2 \cdot \sqrt{x} - x^2 \cdot \sqrt{a}$
- c) $\frac{a^2x^2}{a + x}$
- d) $a - x$
- e) $ax \cdot \sqrt{a^3 - x^3}$

146 (Carlos Chagas – Fortaleza) Se a e b são números reais estritamente positivos, simplificando-se a expressão

$$\sqrt{\frac{a\sqrt{b}}{3\sqrt{ab}}} \cdot \sqrt[4]{b}, \text{ obtém-se:}$$

- a) $\sqrt[3]{ab}$
- b) \sqrt{ab}
- c) $ab \cdot \sqrt{ab}$
- d) ab
- e) $\frac{a}{b}$

147 (Carlos Chagas – Fortaleza) Se o produto $\sqrt{18} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot x$ é um número racional, então x pode ser igual a:

- a) $\sqrt[6]{16}$
- b) $\sqrt[6]{2}$
- c) $\sqrt[3]{2}$
- d) $\sqrt{2}$
- e) um número racional

148 (MAGOM - Londrina) Racionalizando-se o denominador

da fração $\frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3} + \sqrt{7}}$, obtém-se:

- a) $\frac{6 + \sqrt{3} - \sqrt{7}}{12}$
- b) $\frac{2 + \sqrt{3} - \sqrt{7}}{4}$
- c) $\frac{6 + \sqrt{3} + \sqrt{7}}{12}$
- d) $\frac{2 - \sqrt{3} - \sqrt{7}}{4}$
- e) $\frac{2 - \sqrt{3} - \sqrt{7}}{12}$

149 (MACK) Supondo $\sqrt[4]{8} = 1,68$, o valor mais próximo de

$$\sqrt{\frac{0,09}{\sqrt{2}}} \text{ é:}$$

- a) 25,2
- b) 0,252
- c) 0,0252
- d) 2,5
- e) 0,00252

Capítulo

8 | Expressões algébricas

150 (PUCCAMP) Se $A = x^2 - x$, $B = \sqrt{x^3 - 6x}$ e $C = (x + 1)^2$ então o valor da expressão $A \cdot B + C$, para $x = -2$, é:

- a) um número não real
- b) -6
- c) -3
- d) 10
- e) 13

151 (FUVEST) O valor da expressão $a^3 - 3a^2 \cdot x^2 \cdot y^2$, para $a = 10$, $x = 2$ e $y = 1$, é:

- a) 100
- b) 50
- c) 250
- d) -150
- e) -200



152 (UNIFOR - CE) O valor da expressão $3^{x^2} - 5^{x+1} \cdot 2^{2x}$, para $x = -1$, é:

- a) $-\frac{5}{36}$
- b) $\frac{11}{4}$
- c) 3
- d) $\frac{37}{9}$
- e) 7

153 (FMU) O valor número de $\frac{A \cdot B - A^2}{B \cdot \sqrt{B}}$ para $A = -0,4$ e $B = 0,04$ é:

- a) -48
- b) -22
- c) $\frac{18}{1000}$
- d) 0,016
- e) 4^{-1}

154 (UEL) Ao dividirmos o polinômio p por $(x - 2)$, obtemos quociente $3x^2 - 5x - 1$ e resto -3. O polinômio p é:

- a) $3x^2 - 6x - 4$
- b) $3x^3 - 5x^2 + x - 9$
- c) $3x^3 - 11x^2 + 11x + 1$
- d) $3x^3 - 11x^2 + 11x - 5$
- e) $3x^3 - 11x^2 + 11x - 2$

155 Calculando $(a + b)(a + b)(a + b)$, obtemos:

- a) $a^3 + b^3$
- b) $a^3 - b^3$
- c) $a^3 - a^2b + ab^2 + b^3$
- d) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- e) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

156 Determinando $(a - b)(a - b)(a - b)$, temos:

- a) $a^3 + b^3$
- b) $a^3 - b^3$
- c) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- d) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- e) $a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$

157 (UEL) Se $a \in \mathbb{R}$ e $a > 0$, a expressão $\left(\sqrt{a} + \sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2$ é equivalente a:

- a) 1
- b) 2
- c) $\frac{a^2 + 1}{a}$
- d) $\frac{a^4 + 1}{a^2}$
- e) $\frac{a^2 + 2a + 1}{a}$

158 (Carlos Chagas - BA) Se a e b são números reais positivos e tais que $a > b$, então a expressão $\sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \cdot \sqrt{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ é:

- a) $\sqrt[4]{a - b}$
- b) $\sqrt{a} - \sqrt{b}$
- c) $\sqrt{a^2 - b^2}$
- d) $\sqrt{a - b}$
- e) $a - b$

159 (PUC-SP) simplificando $\frac{a + \frac{1}{b}}{b + \frac{1}{a}}$ obtém-se:

- a) $\frac{a}{b}$
- b) $\frac{b}{a}$
- c) $\frac{b+1}{a+1}$
- d) $\frac{a+1}{b}$
- e) $\frac{b+1}{a}$

160 O produto $(x^{-3} - y^{-3}) \cdot (x^{-3} + y^{-3})$

- a) $x^{-9} - y^{-9}$
- b) $x^9 - y^9$
- c) $x^6 - y^6$
- d) $x^{-6} - y^{-6}$
- e) $x^{-6} + y^{-6}$

161 O valor de $(x^n - y^n) \cdot (x^n + y^n)$ é:

- a) $x^{n^2} - y^{n^2}$
- b) $x^{n^2} + y^{n^2}$
- c) $x^{2n} + y^{2n}$
- d) $x^{2n} - y^{2n}$
- e) $2x^n - 2y^n$

**162** Desenvolvendo $(\sqrt{5} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3}) - (\sqrt{7} + 2) \cdot (\sqrt{7} - 2)$ teremos:

- a) 1
- b) -1
- c) 0
- d) 5
- e) -5

163 (MAGOM – Londrina) Simplificando a expressão $(a+b)^2 + (a-b)^2 - (a+b) \cdot (a-b)$ obteremos:

- a) $a^2 + 3b^2$
- b) $a^2 + b^2$
- c) $3a^2 + b^2$
- d) $a^2 - 3b^2$
- e) $3a^2 + b^2$

164 (PUC – SP) A expressão $(2a+b)^2 - (a-b)^2$ é igual a:

- a) $3a^2 + 2b^2$
- b) $3a \cdot (a+2b)$
- c) $4a^2 + 4ab + b^2$
- d) $2ab \cdot (2a+b)$
- e) $5a^2 + 2b^2 - ab$

165 (MAGOM – Londrina) Simplificando a expressão $x - [y - (z - x)] + y - [z - (y - x)]$ obteremos:

- a) $x - y$
- b) $y - x$
- c) $x - z$
- d) $z - x$
- e) $y - z$

166 (MACK) Se $A = \sqrt{1+\sqrt{5}} \cdot \sqrt{\sqrt{5}-1}$ então o valor de \sqrt{A} é:

- a) 1
- b) $\sqrt{2}$
- c) 2
- d) 5
- e) 4

167 (UEL) Sejam as sentenças:

I. $(x-y)^2 = x^2 - y^2$

II. $16^{\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)} = 4^{2x^2 - 1}$

III. $\sqrt{xy} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$

nos quais x e y são números reais estritamente positivos.
Assinale a alternativa correta:

- a) Apenas a sentença II é falsa.
- b) Apenas a sentença I é falsa.
- c) Apenas a sentença III é verdadeira.
- d) Apenas a sentença II, é verdadeira.
- e) Apenas a sentença I é verdadeira.

168 (COPERVE-RS) Se $x + y = 6$ e $x \cdot y = 8$ então o valor de $x^2 + y^2$ é:

- a) 116
- b) 68
- c) 36
- d) 26
- e) 20

169 (Carlos Chagas – Fortaleza) Sejam os números a e b, tais que $a + b = 2ab = 4$. Nestas condições, o valor de

$\frac{1}{b^2} + \frac{1}{a^2}$ é:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

170 (UNIFOR – CE) Se $A = \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{2}}}$ e $B = \frac{1}{\sqrt{3-\sqrt{2}}}$,

então o produto A.B está compreendido entre:

- a) 2,4 e 2,5
- b) 1,2 e 1,3
- c) 0,37 e 0,38
- d) 0,2 e 0,3
- e) 0 e 0,1



9 | Fatorar

- 171** (Católica - Salvador) Efetuando-se $\frac{3b^2}{2a^3} - \frac{3b}{2a^2} + \frac{3}{8a}$, com $a \neq 0$, obtém-se:

- a) $\frac{3.(b-1)^2}{8a^3}$
- b) $\frac{3.(b-a)^2}{4a^3}$
- c) $\frac{3.(b-a)^3}{8a}$
- d) $\frac{3.(2b-a)^2}{8a^3}$
- e) $\frac{3.(b-a)^2}{8a^3}$

- 172** (UNIFOR-CE) Se x é um número real tal que $|x| \neq 1$, simplificando-se a expressão $\frac{x^3}{x+1} + \frac{x^2}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}$ obtém-se:

- a) x^2
- b) $x^2 + 2$
- c) $x^2 - 2$
- d) $x^2 - 2x$
- e) $x^2 - 2x + 2$

- 173** (UNIFOR-CE) Se x e y são números reais tais que

$$y = \left(x^{-4} - \frac{1}{x^{-4}} \right) : \left(x^{-2} - \frac{1}{x^{-2}} \right), \text{ então } y \text{ é igual a:}$$

- a) $x^{-2} + 1$
- b) $x^{-2} - 1$
- c) $x^{-2} + x^2$
- d) $1 - x^2$
- e) $x^{-2} - 1$

- 174** (Univ. F. de Santana) Simplificando a expressão

$$\frac{x^2 + xy}{xy - y^2} \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2 + 2xy}, \text{ obtém-se:}$$

- a) $\frac{1}{x^2 + y^2}$
- b) $\frac{x}{y}$
- c) $\frac{y}{x}$
- d) $x^2 + y^2$
- e) $x \cdot y$

- 175** (UNIFOR-CE) O valor da expressão $\frac{a^4 - 1}{a + 1} \cdot \frac{a - 1}{a^2 + 1}$ para $a = 101$, é:

- a) 101
- b) 1 101
- c) 9 801
- d) 9 900
- e) 10 000

- 176** (Carlos Chagas) O valor da expressão $\frac{x^2 - y^2}{x + y} \cdot \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x - y}$ para $x = 1,25$ e $y = -0,75$ é:

- a) $-0,25$
- b) $-0,125$
- c) 0
- d) 0,125
- e) 0,25

- 177** (UNIFOR-CE) Fatorando-se a expressão $8a^2b^2 - 4xb^2 + 2xya^2 - x^2y$, obtém-se:

- a) $(4b^2 + y) \cdot (a^2 - x)$
- b) $(4b^2 + xy) \cdot (2a^2 - x)$
- c) $(4b + xy) \cdot (2a^2b^2 - x)$
- d) $(2b^2 + y) \cdot (2a^2 - x)$
- e) $(2b^2 + xy) \cdot (4a^2 - x)$

- 178** (UNIFOR-CE) O número $\frac{2^{2024} + 2^{2023} + 2^{2022} + 2^{2021}}{120 \cdot 2^{2008}}$ está compreendido entre:

- a) 1.000 e 2.000
- b) 500 e 1.000
- c) 300 e 500
- d) 100 e 300
- e) 0 e 100



179 (UNIFOR - CE) Efetuando-se $\frac{a^2 + 4a + 4}{3a + 9} : \frac{a + 2}{a^2 - 9}$, com $a \neq 3$, $a \neq -3$ e $a \neq 2$, obtém-se:

- a) $(a + 2)^2 \cdot (a - 3)$
- b) $(a + 2) \cdot (a - 3)$
- c) $\frac{(a + 2) \cdot (a - 3)}{3}$
- d) $\frac{(a + 2)^3}{3(a + 3)^2 \cdot (a - 3)}$
- e) $\frac{(a + 2)^3}{(3a + 9) \cdot (a - 3)}$

180 (UEL) Efetuando-se $\frac{x + 1}{3x^2 - 6x + 3} : \frac{x + 1}{(x - 1)^2}$, com $x \neq 1$, obtém-se:

- a) $\frac{x + 1}{3(x - 1)}$
- b) $\frac{3}{x - 1}$
- c) $\frac{x + 1}{3}$
- d) 3
- e) $\frac{1}{3}$

181 (UNIFOR - CE) Para todos os números reais x e y tais que $x \cdot y \neq 0$, a expressão $(x^4 - y^4) : (x^2 + y^2)$ é equivalente a:

- a) $\frac{x^2 - y^2}{xy}$
- b) $\frac{(x - y)^2}{x^2 y^2}$
- c) $\frac{x^2 + y^2}{xy}$
- d) $\frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2}$
- e) $\frac{(x + y)^2}{x^2 y^2}$

182 (Carlos Chagas) A expressão $\frac{3m^2 n^2}{10a^2 b^5} + \frac{6mn^3}{5a^3 b^4}$ é equivalente:

- a) $\frac{3mn^2(am + 4bn)}{10a^3 b^5}$
- b) $\frac{9m^3 n^5}{10a^3 b^5}$
- c) $\frac{3m^3 n^5}{5a^5 b^9}$
- d) $\frac{3mn^2(m + 2n)}{10a^3 b^5}$
- e) $\frac{3mn^2(m + 2a)}{5a^2 b^4 \cdot (2b + a)}$

183 (Carlos Chagas) Se os números reais x e y são tais que

$$y = \frac{-2x}{x^3 - 5x^2} + \frac{4}{x^2 - 25} \text{ então } y \text{ é igual a:}$$

- a) $\frac{2}{x(x + 5)}$
- b) $\frac{5}{x(x - 5)}$
- c) $\frac{2x}{x + 5}$
- d) $\frac{5x}{x + 5}$
- e) $\frac{x}{(x - 5) \cdot (x + 5)}$

184 (Carlos Chagas) Simplificando-se a expressão $\frac{xy - x^2}{xy - y^2} + \frac{x^2 - y^2}{xy}$, onde $x \neq y$ e $x \cdot y \neq 0$, obtém-se:

- a) $-\frac{y}{x}$
- b) $-\frac{x}{y}$
- c) $-y^2$
- d) $\frac{y - 2x}{y}$
- e) $x - 2y$

185 (Carlos Chagas) Sejam a, b e x números reais tais que $x = \frac{(a^{-1} - b^{-1})^{-1} \cdot (a^2 - b^2)}{a^2 + ab}$. Se $b > 1$, então

- a) $x < -1$
- b) $\frac{1}{2} < x < 1$
- c) $\frac{1}{2} < x < 2$
- d) $x > 1$
- e) $x = -\frac{1}{2}$

186 (UNIFOR-CE) Simplificando-se a expressão

$$\frac{2^{6n} - 1}{2^{6n} + 2^{3n+1} + 1}, \text{ na qual } n \in \mathbb{N}, \text{ obtém-se:}$$

- a) 0
- b) 2^{3n}
- c) $-\frac{1}{2^{3n}}$
- d) $\frac{2^{3n} + 1}{2^{3n}}$
- e) $\frac{2^{3n} - 1}{2^{3n} + 1}$



187 (UNIFOR - CE) A expressão $(x-1)^3 + (x-1) \cdot (x^2-1)$ é equivalente a:

- a) $2 \cdot (x^3 - 2x^2 + x - 1)$
- b) $2x^3 - 2x^2 - 1$
- c) $2x \cdot (x^2 - x + 1)$
- d) $2x \cdot (x^2 + 1)$
- e) $2x \cdot (x - 1)^2$

188 (UNIFOR - CE) Para todos os números reais x e y , tais

que $x \neq \pm y$. A expressão $\frac{x-y}{2(x+y)} + \frac{x+y}{2(y-x)} - \frac{2x^2}{(x^2-y^2)}$ é equivalente a:

- a) $\frac{-2xy}{y-x}$
- b) $\frac{2x}{y-x}$
- c) $\frac{-2xy}{x+y}$
- d) $\frac{2y}{y-x}$
- e) $-2x(x+y)$

189 (UEL) Simplificando-se a expressão $\sqrt{25x^2 + \frac{1}{25x^2}} + 2$, na qual $x > 0$, obtém-se:

- a) $\frac{25x^2 + 1}{5x}$
- b) $\frac{25x + 1}{5x}$
- c) $5x + \frac{1}{5x} + 1$
- d) $\frac{25x^2 + 5x + 2}{5x}$
- e) $5x + \frac{1}{5x} + \sqrt{2}$

190 (UNIFOR-CE) Se x e y são números reais positivos, a

expressão $\sqrt{\left(\frac{x^2 - y^2}{2xy}\right)^2} + 1$ é equivalente a:

- a) $\frac{x^2 - y^2}{2xy} + 1$
- b) $\frac{x^2 + y^2}{2xy} + 1$
- c) $\frac{x}{2y} - \frac{y}{2x}$
- d) $\frac{x}{2y} + \frac{y}{2x}$
- e) $\frac{(x+y)^2}{4xy}$

191 (Carlos Chagas-Fortaleza) Simplificando-se a expressão

$$\sqrt{\left(\frac{a^8 - 1}{2a^4}\right)^2} + 1 \text{ onde } a \neq 0, \text{ obtém-se:}$$

- a) $\frac{a^8 - 2a^4 - 1}{2a^4}$
- b) $\sqrt{\frac{a^8 + 1}{2a^4}}$
- c) $\sqrt{\frac{a^8 - 1}{2a^4}}$
- d) $\frac{a^8 - 1}{2a^4}$
- e) $\frac{a^8 + 1}{2a^4}$

192 (Santa Casa-SP) Simplificando a expressão

$$\frac{\left[1 - \left(\frac{x}{y}\right)^{-2}\right] \cdot x^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 2\sqrt{xy}}, \text{ com } x > y > 0, \text{ obtemos:}$$

- a) $x + y$
- b) $x - y$
- c) $y - x$
- d) -1
- e) 0

193 (Carlos Chagas - Fortaleza) A expressão

$(a^2 - b^2) \cdot \left(1 - \frac{3}{a+b}\right) \cdot \left(1 + \frac{3}{a-b}\right)$, onde $a^2 \neq b^2$, é equivalente a:

- a) $a^2 - (b-3)^2$
- b) $a^2 + (b-3)^2$
- c) $a^2 - b^2 - 9$
- d) $a^2 - b^2 + 9$
- e) $a^2 - b^2 - 6a^2b^2$

194 (UNIFOR-CE) O valor da expressão $2a^3 - 2ab^2 - a^2b + b^3$, para $a = 15$ e $b = 14$, é um número:

- a) divisível por 8
- b) múltiplo de 3
- c) quadrado perfeito
- d) maior que 500
- e) ímpar



195 (UNIFOR - CE) O número real $y = \frac{a^2 - (2b - c)^2}{c^2 - (a + 2b)^2}$ é equivalente a:

- a) $\frac{a + 2b - c}{a - 2b - c}$
- b) $\frac{2b - a + c}{2b - a - c}$
- c) $\frac{c - a - 2b}{c + a + 2b}$
- d) $\frac{2b - a - c}{2b + a + c}$
- e) $\frac{a - 2b + c}{a + 2b + c}$

196 (MACK) O valor de $\frac{x^4 - y^4}{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3}$ para $x = 111$ e $y = 112$ é:

- a) 215
- b) 223
- c) 1
- d) -1
- e) 214

197 (UNIFOR - CE) Se a e b são números reais, tais que

$|a| \neq |b|$ e $a.b = \frac{1}{2}$, o valor da expressão

$$\frac{a^3 + b^3}{a + b} - \frac{a^3 - b^3}{a - b} \text{ é:}$$

- a) -2
- b) -1
- c) 0
- d) 1
- e) 2

Capítulo

10 | Equação do primeiro grau

198 (UNIFOR-CE) Certo dia, César digitou, pela manhã, $\frac{2}{5}$ do total de páginas de um texto, à tarde $\frac{1}{3}$ do número de páginas restantes. Se ele deixou as últimas 36 páginas para digitar no dia seguinte, o total de páginas do texto era:

- a) 87
- b) 90
- c) 92
- d) 95
- e) 98

199 (UEL) O número que deve ser somado aos termos da fração $\frac{3}{5}$, de modo a obter-se uma fração equivalente a $\frac{7}{8}$, é:

- a) múltiplo de 2
- b) divisível por 3
- c) múltiplo de 5
- d) divisível por 7
- e) primo

200 (MACK) Numa escola, um professor ganha R\$ 15,00 por aula dada e tem uma carga horária de 20 aulas por semana. Eventuais aulas de reforço são pagas com acréscimo de 40% por aula dada. Cumprida a sua carga horária, se em uma determinada semana o salário desse professor foi de R\$ 552,00, o número de aulas de reforço dadas por ele nessa semana foi:

- a) 18
- b) 16
- c) 14
- d) 12
- e) 10

201 (FUVEST) Que número deve ser somado ao numerador e ao denominador da fração $\frac{2}{3}$ para que ela tenha um aumento de 20%?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

202 (FUVEST) A diferença entre $\frac{1}{3}$ e seu valor aproximado 0,333 é igual a x% do valor exato. Então o valor de x é:

- a) 0,001
- b) 0,001
- c) 0,01
- d) 0,1
- e) 0,3

203 (MACK) Paula digita uma apostila em 2 horas, enquanto Ana o faz em 3 horas. Se Paula iniciar o trabalho, digitando nos primeiros 50 minutos, o tempo necessário para Ana terminar a digitação da apostila é:

- a) 120 minutos
- b) 90 minutos
- c) 95 minutos
- d) 105 minutos
- e) 110 minutos



204 (FGV) Os trabalhadores A e B, trabalhando separadamente, levam cada um 9 e 10 horas, respectivamente, para construir um mesmo muro de tijolos. Trabalhando juntos no serviço, sabe-se que eles assentam 10 tijolos a menos por hora em relação ao que se esperaria da combinação da velocidade de trabalho de cada um. Se juntos os dois trabalhadores constroem o muro em 5 horas, o número de tijolos assentados no serviço é igual a:

- a) 450
- b) 600
- c) 900
- d) 1.550
- e) 1.800

205 (FGV) O Sr. Eduardo gasta integralmente seu salário em 4 despesas: moradia, alimentação, vestuário e transporte. Ele gasta $\frac{1}{4}$ do salário com moradia, 35% do salário com alimentação, R\$ 400,00 com vestuário e R\$ 300,00 com transporte. Sua despesa com moradia é igual a:

- a) R\$ 430,00
- b) R\$ 432,50
- c) R\$ 435,00
- d) R\$ 437,50
- e) R\$ 440,00

206 (UEL) Se $(x^{-1} + y^{-1})^{-1} = 2$ então y é igual a:

- a) $\frac{x}{1-2x}$
- b) $\frac{-x}{1-2x}$
- c) $\frac{2x}{x-2}$
- d) $\frac{x-2}{2x}$
- e) $\frac{x}{1+2x}$

207 (MACK) Num grupo de 400 pessoas, 70% são não fumantes. O número de fumantes que devemos retirar do grupo, para que 80% das pessoas restantes sejam não fumantes, é:

- a) 35
- b) 40
- c) 45
- d) 50
- e) 55

208 (MACK) Um produto de preço inicial x recebeu dois descontos iguais e sucessivos de k%, de modo que no seu preço final obteve-se um desconto de 36% sobre x. O valor de k é:

- a) 16
- b) 16,5
- c) 18
- d) 18,5
- e) 20

209 (ESPM) Se $x = \frac{xy}{2y+1} - \frac{x-2}{2+\frac{1}{y}}$, então:

- a) $y = \frac{x}{2-2x}$
- b) $y = \frac{2x}{2x+1}$
- c) $y = \frac{x-2}{x}$
- d) $y = \frac{2x}{x-2}$
- e) $y = \frac{x}{2+2x}$

210 Três torneiras, quando abertas ao mesmo tempo, levam 4 horas para encher um reservatório. Uma delas, sozinha, enche o reservatório em 8 horas. Outra leva 12 horas. Qual o tempo que a terceira torneira sozinha, leva para encher esse reservatório?

211 (MACK) Um mesmo produto é vendido em lojas A e B, sendo R\$ 40,00 mais caro na loja B. Se B oferecer 10% de desconto no preço do produto, este, ainda assim será 5% mais caro do que custa na loja A. O preço do produto em A é:

- a) R\$ 300,00
- b) R\$ 280,00
- c) R\$ 260,00
- d) R\$ 240,00
- e) R\$ 220,00

212 (MACK) Um produto teve um aumento total de preço de 61%, através de dois aumentos sucessivos. Se o primeiro aumento foi de 15%, então o segundo foi de:

- a) 38%
- b) 40%
- c) 42%
- d) 44%
- e) 46%



213 (MACK-SP) Dos n alunos da escola, 20% têm 10% de desconto na mensalidade e 10% têm 20% de desconto na mesma mensalidade. Caso o equivalente a esses descontos fosse distribuído igualmente para cada um dos n alunos, caberia, a cada um deles, na mensalidade, um desconto de:

- a) 4%
- b) 2%
- c) 3%
- d) 1%
- e) 5%

214 (FUVEST) Um supermercado adquiriu detergentes nos aromas limão e coco. A compra foi entregue, embalada em 10 caixas, com 24 frascos em cada caixa. Sabendo-se que cada caixa continha 2 frascos de detergentes a mais no aroma limão do que no aroma coco, o número de frascos entregues, no aroma limão, foi:

- a) 110
- b) 120
- c) 130
- d) 140
- e) 150

Capítulo

11 | Sistema de equações do primeiro grau

215 Somando-se os $\frac{2}{3}$ de número x com os $\frac{3}{5}$ de um número y obtém-se 84. Se o número x é metade do número y , então a diferença $y - x$ é igual a:

- a) 18
- b) 25
- c) 30
- d) 45
- e) 60

216 (UNICAMP) Sabe-se que o número natural D , quando dividido por 31, deixa resto $r \in \mathbb{N}$ e que o mesmo número D , quando dividido por 17, deixa resto $2r$.

- a) Qual é o maior valor possível para o número natural r ?
- b) Se o primeiro quociente for igual a 4 e o segundo quociente for igual a 7, calcule o valor numérico de D .

217 Cíntia e Fábio querem dividir R\$ 3.600,00, de modo que Cíntia receba 80% da quantia que Fábio receberá. A parte que caberá a Fábio será:

- a) R\$ 1.500,00
- b) R\$ 1.600,00
- c) R\$ 1.800,00
- d) R\$ 2.000,00
- e) R\$ 2.400,00

218 (Carlos Chagas - MG) Num grupo de jovens, a razão entre o número de rapazes e o número de moças é de 3 para 5. Se 24 moças deixarem o grupo e 24 rapazes entrarem para o grupo, a razão tornar-se-á de 5 para 3. A quantidade de moças no grupo original é:

- a) 12
- b) 20
- c) 30
- d) 36
- e) 60

219 (Carlos Chagas-MG) Dividindo o número A pelo número B , obtém-se quociente 3 e resto 5. Se o quádruplo de B , dividido por A , dá quociente 1 e resto 7, então A e B são tais que?

- a) $A + B = 28$
- b) $B - A = -15$
- c) $A \cdot B = 75$
- d) $A - B = 17$
- e) $B^A = 2048$

220 Num bar, paga-se 5,80 por 5 pastéis e 3 copos de refrigerante. No mesmo local, 3 pastéis e 2 copos de refrigerante custam R\$ 3,60. Nesse caso, cada copo de refrigerante custa:

- a) R\$ 0,70
- b) R\$ 0,50
- c) R\$ 0,30 a menos do que o preço de cada pastel
- d) R\$ 0,20 a mais do que o preço de cada pastel
- e) R\$ 0,20 a menos do que o preço de cada pastel

221 (FGV) Numa garagem, entre carros e motos, há 23 veículos. O número total de rodas é 74. supondo-se que cada moto possa transportar duas pessoas e cada carro, 5 pessoas, qual o número de pessoas que esses veículos poderão transportar?

- a) 64
- b) 128
- c) 68
- d) 88
- e) 96



222 (UNICAMP-SP) Em um restaurante, todas as pessoas de um grupo pediram um mesmo prato principal e uma mesma sobremesa. Com o prato principal o grupo ganhou R\$ 56,00 e com a sobremesa R\$ 35,00; cada sobremesa custou R\$ 3,00 a menos do que o prato principal.

- a) Encontre o número de pessoas neste grupo.
- b) Qual o preço do prato principal?

223 Em um campeonato de futebol, cada time participante jogou 15 vezes, tendo, um time A, um aproveitamento de 60% dos pontos que disputou. Nesse campeonato, a pontuação final de cada time foi obtida considerando-se 3 pontos por vitória e 1 por empate. Se o time A sofreu 2 derrotas, então o número de empates desse time foi:

- a) 5
- b) 8
- c) 7
- d) 6
- e) 9

224 (MACK) Um fazendeiro comprou vacas de duas raças diferentes, a um custo total de R\$ 10.000,00. Se cada vaca de uma das raças custou R\$ 250,00 e cada uma da outra raça custou R\$ 260,00, o total de vacas compradas pelo fazendeiro foi:

- a) 25
- b) 30
- c) 32
- d) 41
- e) 39

225 (FUVEST) O salário de Antônio é igual a 90% do salário de Pedro. A diferença entre os salários é de R\$ 50,00. Então, o salário de Antônio é:

- a) R\$ 500,00
- b) R\$ 600,00
- c) R\$ 400,00
- d) R\$ 450,00
- e) R\$ 550,00

226 Se os sistemas $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases}$ e $\begin{cases} ax - 3y = 0 \\ 2x - by = 0 \end{cases}$ são equivalentes, então $a + b$ é igual a:

- a) $-\frac{7}{2}$
- b) -4
- c) $-\frac{9}{2}$
- d) -5
- e) $-\frac{11}{2}$

227 Um trem, ao iniciar uma viagem, tinha em um de seus vagões um certo número de passageiros. Na primeira parada não subiu ninguém e desceram desse vagão 12 homens e 5 mulheres, restando nele um número de mulheres igual ao dobro do de homens. Na segunda parada não desceu ninguém, entretanto subiram, nesse vagão, 18 homens e 2 mulheres, ficando o número de homens igual ao de mulheres. Qual o total de passageiros no vagão no início da viagem?

- a) 42
- b) 65
- c) 68
- d) 73
- e) 75

228 Dividindo-se A por B, A e B números inteiros, obtêm-se quociente 19 e resto 2. Se o quociente e o resto da divisão de $A - 5$ por $B + 5$ são, respectivamente, 14 e 2, então B é igual a:

- a) 10
- b) 12
- c) 15
- d) 16
- e) 20

229 (Carlos Chagas) Um número natural tem dois algarismos e o algarismo das dezenas é igual aos $\frac{2}{3}$ das unidades. Invertendo-se a ordem dos algarismos obtém-se um número que tem 27 unidades a mais do que o primeiro, o número original é:

- a) divisível por 17
- b) divisível por 23
- c) menor que 50
- d) primo
- e) par

230 Em uma festa junina, uma barraca de tiro ao alvo oferece R\$ 15,00 ao participante cada vez que acertar o alvo. Entretanto, se errar, o participante paga R\$ 10,00. Um indivíduo deu 30 tiros e recebeu R\$ 175,00.

Nessas condições, o número de vezes que ele errou o alvo foi:

- a) 11
- b) 13
- c) 17
- d) 19
- e) 21



231 (Univ. Fortaleza) Pepe e Roni têm, 75 reais. Se Pepe der a Roni a metade do que tem, este ficará com o quádruplo da quantia que sobrar para Pepe. Assim sendo, quantos reais Roni tem a mais do que Pepe?

- a) 9
- b) 12
- c) 15
- d) 18
- e) 20

232 (MACK) Uma pessoa quer distribuir, entre seus amigos, um determinado número de convites. Se der 2 convites a cada amigo, sobrarão 25 convites; entretanto, se pretender dar 3 convites a cada amigo, faltarão 15 convites. Caso essa pessoa pretenda dar 4 convites para cada amigo, ela precisará ter mais:

- a) 45 convites
- b) 55 convites
- c) 40 convites
- d) 80 convites
- e) 70 convites

Capítulo

12 Razão

233 (MACK) Um mapa está numa escala 1:20.000.000, o que significa que uma distância de uma unidade, no mapa, corresponde a uma distância real de 20.000.000 unidades. Se no mapa a distância entre duas cidades é de 2cm, então a distância real entre elas é de:

- a) 2.400 km
- b) 2.400.000 cm
- c) 400.000 cm
- d) 400 km
- e) 40.000 m

234 Duas grandezas x e y são inversamente proporcionais e para $x = -\frac{2}{3}$, tem-se $y = 5$. O valor de x , para $y = \frac{1}{6}$, é:

- a) -20
- b) -10
- c) -2
- d) 10
- e) 20

235 (MACK) O setor de recursos humanos de uma empresa entrevistou pessoas pretendentes a empregos, sendo $\frac{2}{3}$ a razão entre o número de aprovados e o de reprovados. Dos entrevistados, forma aprovados:

- a) 30%
- b) 32%
- c) 36%
- d) 40%
- e) 45%

236 (FUVEST) Segundo um artigo da revista Veja, durante o ano de 1988, os brasileiros consumiram 261 milhões de litros de vinhos nacionais e 22 milhões de litros de vinhos importados. O artigo informou ainda que a procedência dos vinhos importados consumidos é dada pela seguinte tabela:

Itália	→ 23%	Alemanha	→ 13%
Portugal	→ 20%	Argentina	→ 6%
Chile	→ 16%	outros	→ 6%
França	→ 16%		

O valor aproximado do total de vinhos importados da Itália e de Portugal, em relação ao total de vinhos consumido pelos brasileiros, em 1998, foi de:

- a) 2,3%
- b) 3,3%
- c) 4,3%
- d) 5,3%
- e) 6,3%

237 (MACK) O consumo de combustível de um carro de fórmula 1 é de 2 litros por km rodado. A bomba de reabastecimento injeta 12 litros por segundo. Durante uma parada para reabastecer, supondo que o tanque esteja vazio, injeta-se gasolina por 7 segundos. Se a extensão da pista é de 3,5km, a quantidade máxima de voltas que ele pode percorrer, antes de um novo reabastecimento, é:

- a) 13
- b) 14
- c) 15
- d) 12
- e) 16



238 (MACK) Nas últimas eleições, três partidos políticos tiveram direito, por dia, a 90s, 108s e 144s de tempo gratuito de propaganda na televisão, com diferentes números de aparições. O tempo de cada aparição, para todos os partidos, foi sempre o mesmo e o maior possível. A soma das aparições diárias dos partidos na TV foi de:

- a) 15
- b) 16
- c) 17
- d) 19
- e) 21

239 (UNIFOR-CE) Uma mistura contém duas substâncias A e B que estão entre si na razão de 3 para 8, respectivamente. A porcentagem de B nessa mistura, é aproximadamente:

- a) 72,73%
- b) 73,8%
- c) 75,64%
- d) 77,6%
- e) 78,42%

240 (UNIFOR-CE) Em certa eleição municipal foram obtidos os seguintes resultados:

Candidato	Porcentagem do total de votos	Números de votos
A	26%	
B	24%	
C	22%	
Nulos ou em Branco		196

O número de votos obtido pelo candidato vencedor foi:

- a) 178
- b) 182
- c) 184
- d) 188
- e) 191

241 (UEL) No mês de maio, trabalhador recebia um salário mensal de R\$ 500,00. Em junho, seu salário sofreu um reajuste de 30% e no mês de julho o reajuste foi de 25%. A razão entre o salário do mês de julho e o do mês de maio, nessa ordem, é:

- a) 1,25
- b) 1,35
- c) 1,5
- d) 1,625
- e) 1,75

242 (MACK-SP) A média aritmética de n números positivos é 7. Retirando-se do conjunto desses números o número 5, a média aritmética dos números que restam passa a ser 8. O valor de n é:

- a) 2
- b) 3
- c) 5
- d) 6
- e) 9

243 (Carlos Chagas-RN) O quadro seguinte apresenta as notas de Matemática de três alunos A, B e C, durante o ano letivo de 2005.

	1º Bimestre	2º Bimestre	3º Bimestre	4º Bimestre	Exame
A	3,0	5,0	6,0	4,5	6,0
B	5,0	2,5	4,0	6,0	5,5
C	6,0	5,0	6,0	4,0	3,5

Sabendo que o 1º bimestre tem peso 1, os 2º, 3º e 4º peso 2, o exame peso 3, e que para o aluno ser aprovado sua média deve ser igual ou superior a 5,0; então:

- a) A, B e C foram aprovados
- b) somente B e C foram aprovados
- c) somente A e B foram aprovados
- d) somente A e C foram aprovados
- e) somente A foi aprovado

244 (Santa Casa - SP) A média dos elementos de um conjunto de 28 números é 27. Se retirarmos desse conjunto três números, de valores 25, 28 e 30, a média aritmética dos elementos do novo conjunto é:

- a) 26,92
- b) 26,80
- c) 26,62
- d) 26,38
- e) 25,48

245 (UEL) Seja M a média aritmética de 15 números quaisquer. Subtraindo-se 10 unidades de cada um desses números, obtém-se 15 novos números, cuja média aritmética é:

- a) $M - 150$
- b) $M + 150$
- c) $M - 10$
- d) $M + 10$
- e) $10M$



246 (UCSAL) A média aritmética de n números é igual a 16. Se dois desses números são 26 e 48 e todos os restantes são iguais a 2, então n é igual a:

- a) 5
- b) 8
- c) 10
- d) 12
- e) 16

247 (Federal-RS) A média aritmética das idades dos estudantes de uma turma é 18 anos. Quando separados por sexo, essa média é 19 anos para o grupo de rapazes e 16 anos para o grupo de moças. A razão entre o número de rapazes e de moças é:

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{2}{3}$
- c) 2
- d) $\frac{3}{2}$
- e) 3

248 (UEL) Um veículo percorre $\frac{x}{4}$ metros em y segundos. Se sua velocidade média for mantida, então em 40 minutos ele percorrerá:

- a) $\frac{3x}{5y}$ Km
- b) $\frac{4x}{5y}$ Km
- c) $\frac{5x}{3y}$ Km
- d) $\frac{3y}{5x}$ Km
- e) $\frac{4y}{5x}$ Km

249 (UNIFOR-CE) Se os números reais A e B são tais que $A = \left(\frac{5}{9}x^9\right) : \left(\frac{10}{3}x^4\right)$ e $B = (x^5y^2) : (x^2y^5)$, então é verdade que $\frac{A}{B}$ é igual a:

- a) $\frac{3x^2y^3}{2}$
- b) $\frac{2x^2y^3}{3}$
- c) $\frac{x^2y^3}{6}$
- d) $\frac{x^3y^2}{6}$
- e) $\frac{6}{x^3y^2}$

250 (MACK) A média das notas de todos os alunos de uma turma é 5,8. Se a média dos rapazes é 6,3 e a das moças é 4,3, a percentagem de rapazes na turma é:

- a) 60%
- b) 65%
- c) 70%
- d) 75%
- e) 80%

251 (FUVEST-SP) Para que fosse feito um levantamento do número de infrações de trânsito, fora escolhidos 50 motoristas. O número de infrações cometidas por esses motoristas, nos últimos cinco anos, produziu a seguinte tabela:

Nº de infrações	Nº de motoristas
de 1 a 3	7
de 4 a 6	10
de 7 a 9	15
de 10 a 12	13
de 13 a 15	5
maior ou igual a 16	0

Pode-se então afirmar que a média do número de infrações, por motorista, nos últimos cinco anos para este grupo, está entre:

- a) 6,9 e 9,0
- b) 7,2 e 9,3
- c) 7,5 e 9,6
- d) 7,8 e 9,9
- e) 8,1 e 10,2

Capítulo 13 | Grandezas Diretamente Proporcionais

252 (UNICAMP) Segundo dados do Ministério do Trabalho e Emprego (MTE), no período de julho de 2000 a junho de 2001, houve dez milhões, cento e noventa e cinco mil, seiscentos e setenta e uma admissões ao mercado formal de trabalho no Brasil, e os desligamentos somaram nove milhões, quinhentos e cinquenta e quatro mil, cento e noventa e nove. Pergunta-se:

- a) Quantos novos empregos formais foram criados durante o período referido?
- b) Sabendo-se que esse número de novos empregos resultou em um acréscimo de 3% no número de pessoas formalmente empregadas em julho de 2000, qual o número de pessoas formalmente empregadas em junho de 2001?



253 (UNICAMP) Uma comissária de bordo foi convocada para fazer hora extra, trabalhando em um voo noturno da ponte aérea entre as cidades A e B. O pagamento das horas extras é feito em minutos decorridos entre a decolagem do aeroporto da cidade A e a aterrissagem no mesmo aeroporto, após a volta da cidade B. O tempo de voo entre A e B e B e A é o mesmo. A diferença de fuso horário entre as duas cidades é de uma hora. Sabe-se que a decolagem de A ocorreu às 2h00m (horário local), a aterrissagem em B às 2h55m (horário local) e a decolagem de B, para a viagem de volta, às 3h25m (horário local). Pergunta-se:

a) Qual foi a duração do voo entre A e B?

b) Supondo que a referida comissária receba R\$ 30,00 por hora extra, quanto deve receber pelo trabalho em questão?

254 (MACK) Um jardineiro, trabalhando sempre no mesmo ritmo, demora 3 horas para carpir um canteiro circular de 3m de raio. Se o raio fosse igual a 6m, ele demoraria:

a) 8 horas

b) 9 horas

c) 6 horas

d) 12 horas

e) 15 horas

255 (MAGOM - Londrina) Se 30 meninas recolhem 720 caixas de morango em 8 horas, quantas meninas serão necessárias para recolher 1080 caixas em 6 horas?

a) 60

b) 40

c) 70

d) 90

e) 50

256 (UEL) Em uma gráfica 144.000 impressos deveriam ser preparados em 3 dias. Esse serviço poderia ser feito por 3 máquinas de mesmo rendimento, operando ininterruptamente com velocidade constante durante 4 horas por dia. Entretanto, ao encerrar o expediente do primeiro dia, uma das máquinas apresentou um defeito que só seria sanado após uma semana. Para cumprir o prazo previsto, as outras duas máquinas deveriam operar, nos dois dias seguintes, por um período diário de:

a) 5 horas e meia

b) 6 horas

c) 6 horas e meia

d) 7 horas

e) 7 horas e meia

257 (FGV) Uma máquina de lavar roupa é vendida à vista por 1.200,00, ou então a prazo com R\$ 300,00 de entrada mais uma parcela de R\$ 1.089,00 dois meses após a compra. A taxa mensal de juros compostos do financiamento é:

a) 10%

b) 11%

c) 12%

d) 13%

e) 14%

258 (UNESP) Para manter funcionando um chuveiro elétrico durante um banho de 15 minutos e um forno de microondas durante 5 minutos, as quantidades de água que precisam passar pelas turbinas de certa usina hidrelétrica são, respectivamente, 4000 litros e 200 litros. Suponha que, para esses eletrodomésticos, a redução de consumo será proporcional à redução da quantidade de água que passa pelas turbinas. Com base nisso, se o banho for reduzido para 9 minutos e o tempo de utilização do microondas for reduzido de 20%, a quantidade total de água utilizada na usina para movimentar as turbinas, durante o banho mais o uso do microondas, será, após as reduções, de:

a) 2.400

b) 2.416

c) 2.560

d) 3.700

e) 3.760

259 (UCSAL) O custo por passageiro de uma viagem e ônibus é diretamente proporcional à distância e é inversamente proporcional ao número de passageiros. Se uma viagem de 500 km, com 20 passageiros, o custo por passageiro é de R\$ 12,50, numa viagem de 600 km com 10 passageiros esse custo, em reais, será:

a) 18

b) 20

c) 35

d) 30

e) 42

260 (UCSAL) Numa promoção do tipo “pague 3 e leve 4”, levei 4 tubos de creme dental, pagando R\$ 4,50. Se esse for realmente o preço de 3 tubos, posso dizer que, na promoção, comprei 4 tubos com desconto de:

a) 33,3%

b) 30%

c) 28%

d) 22,5%

e) 25%



261 (PUCCAMP) Um industrial encomendou a uma gráfica 100.000 cópias de um panfleto publicitário. Esse serviço foi realizado em 5 dias por 4 máquinas de mesmo rendimento, funcionando 6 horas por dia. Se uma dessas máquinas tivesse quebrado, as outras três teriam realizado a metade do serviço no mesmo prazo se funcionassem por dia:

- a) 3 horas e 10 minutos
- b) 4 horas
- c) 5 horas
- d) 5 horas e 20 minutos
- e) 6 horas

262 (Carlos Chagas) Se as seqüências $(a; 2; 5)$ e $(3; 6; b)$ são de números inversamente proporcionais, então a razão

$\frac{b}{a}$ é igual a:

- a) 15
- b) $\frac{5}{12}$
- c) $\frac{1}{15}$
- d) $\frac{5}{4}$
- e) $\frac{3}{5}$

263 (Carlos Chagas) Dividindo-se o número 204 em partes diretamente proporcionais aos números 4 e $\frac{1}{4}$, a menor das partes será:

- a) 8
- b) 12
- c) 34
- d) 48
- e) 68

264 (Carlos Chagas) Um número x é diretamente proporcional ao número y e inversamente proporcional ao número z , se para $x = \frac{1}{2}$ têm-se $y = 4$ e $z = 6$, o valor de x para $y = 6$ e $z = 4$ é:

- a) $\frac{9}{8}$
- b) 1
- c) $\frac{7}{8}$
- d) $\frac{3}{4}$
- e) $\frac{1}{2}$

265 (Carlos Chagas - AL) A distância Terra-Sol é, aproximadamente, $1,5 \times 10^8$ km. Uma nave espacial, percorrendo 5×10^3 km a cada hora, cobriria essa distância em:

- a) 1.500 horas
- b) 3.000 horas
- c) 15.000 horas
- d) 30.000 horas
- e) 45.000 horas

266 (Carlos Chagas-Fortaleza) Se um aluguel foi reajustado de R\$ 1.200,00 para R\$ 2.664,00 qual foi o percentual de aumento?

- a) 222%
- b) 222%
- c) 122%
- d) 120%
- e) 118%

267 A quantia de R\$ 1.280,00 deverá ser dividida entre 3 pessoas. Quanto receberá cada uma, se:

- a) A divisão for feita em partes diretamente proporcionais a 8, 5 e 7?
- b) A divisão for feita em partes inversamente proporcionais a 5, 2 e 10?

268 (UEL) Três grandezas X , Y e Z são tais que X é diretamente proporcional a Y e inversamente proporcional

a Z . Quando x vale $\frac{2}{3}$ tem-se Y valendo $\frac{3}{5}$ e Z valendo $\frac{9}{5}$. Assim, se Y vale $\frac{7}{8}$, e Z vale $\frac{1}{4}$, x vale:

- a) $\frac{1}{7}$
- b) $\frac{2}{7}$
- c) $\frac{5}{7}$
- d) $\frac{7}{2}$
- e) 7



14 | Equação do 2º grau

269 (UNIFOR-CE) Seja o problema seguinte: “Qual é o número que somado com o dobro de seu inverso é igual a 3?”. A equação que nos dá a solução desse problema é:

- a) $2x^2 - 6x + 1 = 0$
- b) $2x^2 + 6x - 1 = 0$
- c) $x^2 - 2x + 3 = 0$
- d) $x^2 + 3x + 2 = 0$
- e) $x^2 - 3x + 2 = 0$

270 (Carlos Chagas) Sejam a e b , com $a < b$, as raízes da equação $3x^2 - 10x - 8 = 0$. Nessas condições, é verdade que:

- a) $a^2 = \frac{4}{9}$
- b) $b^{-1} = \frac{1}{2}$
- c) $a^b = \frac{2}{3}$
- d) $b^2 = 4$
- e) $a^{-1} = \frac{3}{2}$

271 (FUVEST) O conjunto verdade da equação $\frac{x+2}{2} + \frac{2}{x-2} = -\frac{1}{2}$ é dado por:

- a) $V = \{-2, -1\}$
- b) $V = \{-1, 2\}$
- c) $V = \{1, 2\}$
- d) $V = \{-2, 1\}$
- e) $V = \{3, 5\}$

272 O conjunto verdade da equação $\frac{2}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} = -1$ é:

- a) $v = \{-1, 0\}$
- b) $v = \{0, 1\}$
- c) $v = \{1\}$
- d) $v = \{ \}$
- e) $v = \{0\}$

273 (PUCCAMP) Considere as equações:

- I. $x^2 + 4 = 0$
- II. $x^2 - 2 = 0$
- III. $0,3x = 0,1$

Sobre as soluções dessas equações é verdade que em:

- a) II são números irracionais
- b) III é número irracional
- c) I e II são números reais
- d) I e III são números não reais
- e) II e III são números racionais

274 (Carlos Chagas) Caco e Sula tinham, juntos, R\$ 56,00. Caco disse a Sula: O quadrado da quantia que você tem excede em R\$ 136,00 o triplo da quantia que tenho. Nessas condições, Caco tem:

- a) R\$ 18,00 a mais que Sula
- b) R\$ 18,00 a menos que Sula
- c) R\$ 24,00 a mais que Sula
- d) R\$ 18,00 a menos que Sula
- e) R\$ 37,00 a mais que Sula

275 (Carlos Chagas) Sejam x e y dois números naturais tais que seu produto é 486 e x está para y assim como 3 está para 2. O número x é:

- a) fator de 54
- b) divisor de 90
- c) múltiplo de 5
- d) primo
- e) par

276 (UNIFOR-CE) A equação $x^2 - (k+1)x + k = 0$, de incógnita x , tem duas raízes iguais. Qual é o valor de k ?

- a) -5
- b) -3
- c) 1
- d) 3
- e) 5



277 (UNIFOR-CE) Qual é a menor das raízes reais da equação $\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{5}\right) + \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$?

- a) $-\frac{7}{10}$
- b) $-\frac{1}{2}$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) $\frac{7}{20}$
- e) $\frac{1}{5}$

278 (UEL) A soma de um número racional não inteiro com o dobro do seu inverso multiplicativo é $\frac{33}{4}$. Esse número está compreendido entre:

- a) 5 e 6
- b) 1 e 5
- c) $\frac{1}{2}$ e 1
- d) $\frac{3}{10}$ e $\frac{1}{2}$
- e) 0 e $\frac{3}{10}$

279 (UNESP) Em um acidente automobilístico, foi isolada uma região retangular, como mostrado na figura.

Se 17m de corda (esticada e sem sobras) foram suficientes para cercar 3 lados da região, a saber, os dois lados menores de medida x e um lado maior de medida y , dados em metros, determine:

- a) a área (em m^2) da região isolada, em função do lado menor;
- b) a medida dos lados x e y da região retangular, sabendo-se que a área da região era de $36m^2$ e a medida do lado menor era um número inteiro

280 (MACK) O produto das raízes da equação

$$(x^2 - 4x + 3)(x + 2) = 0 \text{ é:}$$

- a) -6
- b) 4
- c) 3
- d) -4
- e) 6

281 Uma transportadora entrega, com caminhões, 60 toneladas de açúcar por dia. Devido a problemas operacionais, em um certo dia cada caminhão foi carregado com 500kg a menos que o usual, tendo sido necessário, naquele dia, alugar mais 4 caminhões.

- a) Quantos caminhões foram necessários naquele dia?
- b) Quantos quilos transportou cada caminhão naquele dia?

282 (MACK) Se a soma das raízes da equação $x^2 - 2mx + m = 0$ é 4, então o produto delas é:

- a) 4
- b) 3
- c) 16
- d) 2
- e) 1

283 (FGV) A quantia de 4.000,00 deverá ser repartida para um certo número de crianças. No entanto, quatro crianças deixaram de comparecer aumentando com isso em 50,00 a quantia para cada uma das crianças restantes. Qual era o número inicial de crianças.

- a) 10
- b) 20
- c) 30
- d) 40
- e) 50

284 A soma das raízes da equação

$$(x^2 - 2\sqrt{2}x + \sqrt{3})(x^2 - \sqrt{2}x - \sqrt{3}) = 0 \text{ vale:}$$

- a) 0
- b) $2\sqrt{3}$
- c) $3\sqrt{2}$
- d) $5\sqrt{6}$
- e) $6\sqrt{5}$



285 (UEL) Um comerciante comprou um lote de camisas por R\$ 600,00. Se ele tivesse feito negócio com outro fabricante, com a mesma quantia teria comprado 20 camisas a mais, cada uma delas custando R\$ 1,50 a menos. Nessas condições, cada camisa do lote comprado custou:

- a) R\$ 6,00
- b) R\$ 6,50
- c) R\$ 7,00
- d) R\$ 7,50
- e) R\$ 8,00

286 Seja a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com coeficientes reais e $a \neq 0$. Se suas raízes têm produto positivo e soma negativa, então:

- a) a maior delas é 0
- b) as raízes são opostas entre si
- c) as raízes são inteiras
- d) as raízes são negativas
- e) as raízes são positivas

Capítulo

15 Equação biquadrada

287 (Carlos Chagas) A equação $x^4 - 2x^2 = 0$ admite:

- a) uma raiz dupla e duas simples
- b) quatro raízes não reais
- c) duas raízes positivas e duas negativas
- d) duas raízes reais e duas não reais
- e) três raízes reais e uma não real

288 (UEL) No universo \mathbb{R} , a equação $x - \sqrt{9 - x^2} = 3$ admite:

- a) apenas uma raiz negativa
- b) apenas uma raiz positiva
- c) duas raízes de sinais contrários
- d) duas raízes positivas
- e) duas raízes negativas

289 (Carlos Chagas-Salvador) A solução real da equação $13 + (x + 1)^{\frac{1}{2}} = x$ é um número:

- a) primo
- b) inteiro negativo
- c) racional não inteiro
- d) irracional positivo
- e) par positivo

290 (UNIFOR-CE) No universo \mathbb{R} , a equação $\sqrt{2 - 3x} = 3x - 2$ admite:

- a) duas raízes inteiras
- b) duas raízes irracionais
- c) duas raízes racionais e não inteiras
- d) uma única raiz racional e não inteira
- e) uma única raiz inteira

291 (UEL) Se m é a solução da equação $x = \sqrt{x + 2}$, no universo \mathbb{R} , então $\sqrt{(m + 1)^{-1}}$, tem valor igual a:

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- d) $\sqrt{2}$
- e) $\sqrt{3}$

292 (UEL) Sejam a solução da equação $x = \sqrt{x - x^2}$, em \mathbb{R}^* . Então 2^{m-1} é igual a:

- a) $\sqrt{2}$
- b) $-\sqrt{2}$
- c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- d) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- e) 1

293 (PUCCAMP) Fatorando-se a expressão $x^3 - 7x^2 - 60x$, obtém-se:

- a) $x \cdot (x - 12) \cdot (x + 5)$
- b) $x \cdot (x + 12) \cdot (x - 5)$
- c) $x \cdot (x - 7) \cdot (x - 60)$
- d) $(x^2 - 12) \cdot (x + 5)$
- e) $(x - 1) \cdot (x - 6) \cdot (x - 10)$

294 (UEL) O mínimo múltiplo comum dos polinômios $p = x^2 - 9$ e $q = 2x^2 + 12x + 18$ é o polinômio.

- a) $x^3 + 6x^2 - 9x - 27$
- b) $2x^3 + 6x^2 - 18x - 54$
- c) $2x^3 + 2x^2 - 9x - 36$
- d) $2x^3 + 2x^2 - 9x + 36$
- e) $x^4 + 15x^3 + 18x^2 - 108x - 162$



- 295** A maior solução real que verifica $(x^2 + 1)^2 - 15(x^2 + 1) + 50 = 0$ é:
- a) -3
b) -2
c) 2
d) 3
e) 10
- 296** O menor valor real que satisfaz a equação $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = 0$ é:
- a) -1
b) -2
c) 2
d) 3
e) -3
- 297** (UEL) No universo \mathbb{R} , a equação $x - \sqrt{9 - x^2} = 3$ admite:
- a) apenas uma raiz negativa
b) apenas uma raiz positiva
c) duas raízes de sinais contrários
d) duas raízes positivas
e) duas raízes negativas
- 298** (CESGRANRIO) As raízes da $x^2 + 5x + 3 = 0$ são α e β . Uma equação de raízes α^2 e β^2 é:
- a) $x^2 - 19x + 9 = 0$
b) $x^2 + 9x - 19 = 0$
c) $x^2 + 25x + 9 = 0$
d) $x^2 - \alpha x + \beta = 0$
e) $x^2 + \beta^2 - \alpha^2 = 0$
- 299** A equação $x^4 - 2x^2 = 0$ admite:
- a) uma raiz dupla e duas simples
b) quatro raízes não reais
c) duas raízes negativas e duas positivas
d) duas raízes reais e duas não reais
e) três raízes reais e uma não real
- 300** (MACK) Se x e y são números reais positivos tais que $x^2 + y^2 + 2xy + x + y - 6 = 0$, então $x + y$ vale:
- a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6
- 301** (UNIFOR) Se o trinômio $x^2 + 36x + c$ é um quadrado perfeito, o número real c é divisível por:
- a) 24
b) 27
c) 72
d) 216
e) 243
- 302** Seja y um número real dado pela expressão $y = \frac{x^3 + x^2 - 2x}{x^2 - 1} : \frac{x^3 + 2x^2}{(x + 1)^2}$. Escrevendo-se y na sua forma mais simples, obtém-se:
- a) $y = 1 + \frac{1}{x}$
b) $y = 2 + \frac{1}{x}$
c) $y = x + \frac{1}{x}$
d) $y = \frac{x + 1}{x + 2}$
e) $y = \frac{x + 2}{x + 1}$
- 303** Simplificando-se a expressão $\frac{2x^2 - 3x + 1}{2x^2 + x + 1}$, onde $x \neq -1$ e $x \neq \frac{1}{2}$, obtém-se:
- a) $\frac{x - 1}{x + 1}$
b) $\frac{1 - 3x}{x - 1}$
c) $\frac{2x - 1}{2x + 1}$
d) $\frac{x - 2}{x + 2}$
e) $\frac{2 - 3x}{x}$
- 304** Se as raízes reais a e b da equação $3x^2 + 2x + k = 0$ são tais que $a^2 + b^2 = 1$, então o valor de k é:
- a) $-\frac{7}{6}$
b) $\frac{5}{8}$
c) $-\frac{5}{6}$
d) $\frac{6}{7}$
e) $-\frac{2}{3}$



305 (UEL) A equação $ax^2 + bx + c$, com $c \neq 0$, admite as raízes reais x_1 e x_2 . a equação cujas raízes são $\frac{1}{x_1}$ e $\frac{1}{x_2}$ é:

- a) $bx^2 + ax + c = 0$
- b) $bx^2 + cx - a = 0$
- c) $cx^2 + bx + a = 0$
- d) $cx^2 - bx + a = 0$
- e) $cx^2 + bx - a = 0$

306 (UEL) Sabe-se que os números reais α e β são as raízes da equação $x^2 - kx + 6 = 0$, na qual $k \in \mathbb{R}$. A equação do 2º grau que admite as raízes $\alpha + 1$ e $\beta + 1$ é:

- a) $x^2 + (k + 2)x + (k + 7) = 0$
- b) $x^2 - (k + 2)x + (k + 7) = 0$
- c) $x^2 + (k + 2)x - (k + 7) = 0$
- d) $x^2 - (k + 1)x + 7 = 0$
- e) $x^2 + (k + 1)x + 7 = 0$



Gabarito

Capítulo 1 | Números Naturais

1. e
2. a
3. c
4. d
5. d
6. b
7. a
8. e
9. e
10. c
11. b
12. a
13. e
14. d
15. a
16. c
17. c
18. c
19. d
20. b
21. e
22. d
23. c
24. d
25. c

Capítulo 2 | Aplicações da Fatoração

1. c
2. b
3. c
4. a
5. c
6. e
7. d
8. 49
9. d
10. c
11. a
12. c
13. d
14. b
15. e

Capítulo 3 | Números Racionais

1. a
2. c
3. b
4. d
5. c
6. c
7. c
8. e
9. e
10. a
11. a
12. a
13. e
14. b
15. e
16. b
17. e
18. c
19. d
20. b
21. a
22. b
23. c
24. e

Capítulo 4 | Potenciação em \mathbb{R}

1. e
2. d
3. a
4. a
5. b
6. c
7. b
8. d
9. c
10. a
11. a
12. d
13. c
14. a
15. b
16. c
17. e
18. a
19. c
20. d
21. c
22. d
23. d

Capítulo 5 | Potenciação em \mathbb{R}

1. a
2. b
3. a
4. b
5. e
- 6a. $a = 27$; $b = -8$; $c = \frac{1}{9}e$
- $d = -\frac{1}{8}$
- 6b. $b < d < c < a$
7. d
8. a
9. e
10. a
11. d
12. b
13. a
14. e
15. c
16. a
17. d
18. c
19. b
20. c
21. a
22. a
23. a
24. e
25. e

Capítulo 6 | Radiciação em \mathbb{R}

1. a
2. b
3. c
4. d
5. a
6. d
7. d
8. a
9. b
10. a
11. b
12. b
13. c
14. d
15. b
16. b
17. d
18. $\sqrt[3]{3}$
19. d
20. e



Capítulo

7 | Radiciação em \mathbb{R}

1. c
2. b
3. b
4. c
5. c
6. a
7. c
8. b
9. c
10. e
11. a
12. a
13. a
14. d
15. a
16. b
17. c
18. c
19. b
20. b
21. c
22. d
23. c
24. e

Capítulo

8 | Expressões algébricas

1. d
2. c
3. a. $\frac{1}{4}x$
b. $3x^2$
c. $8x^3$
d. $\frac{1}{x}$
e. $a+1$
f. $a-1$
g. \sqrt{x}
h. $\sqrt{x} + \sqrt{y}$
4. a
5. d
6. c
7. b
8. e
9. c
10. d
11. a

12. e
13. d
14. b
15. d
16. d
17. d
18. a
19. a
20. c

Capítulo

9 | Fatoração

1. b
2. c
3. c
4. b
5. a
6. b
7. b
8. e
9. e
10. c
11. b
12. a
13. b
14. d
15. d
16. d
17. c
18. a
19. b
20. b
21. d
22. a
23. a
24. c
25. a
26. e
27. e
28. c
29. b

Capítulo

10 | Equação do 1º grau

1. e
2. b
3. b
4. a
5. a
- 6a. 96
- 6b. 63
- 7a. 320, 448 e 512

- 7b. 320, 800, 160
8. a
9. d
10. d
11. e
12. c
13. c
14. 9
15. e

Capítulo

11 | Equação do 1º grau

1. d
2. d
3. d
4. d
5. d
6. d
7. e
8. e
9. c
- 10a. $x = 2$ e $y = 2$
- 10b. $x = -1$ e $y = 2$
11. e
12. d
13. c
14. e
15. b
16. b
17. a
18. e
19. b

Capítulo

12 | Razão

1. a
2. a
3. e
4. d
5. a
6. b
7. c
8. a
9. c
10. e
11. c
12. e
13. a
14. d
15. d
16. d
17. $m = 27$
18. e



Capítulo

13**Grandezas
diretamente
proporcionais**

1. a
2. e
3. a
4. a
5. c
6. b
7. d
8. c
9. $x = 90$, $y = 150$, $z = 180$
10. 0,166
11. d
12. $M = 20$, $G = 15$, $Gr = 10$
13. b
14. b
15. e

Capítulo

14**Equação do 2º grau**

1. a
2. c
3. c
4. e
5. c
6. e
7. c
8. d
9. b
10. b
11. d
12. b
13. d
14. e
15. a
16. 8 condôminos

Capítulo

15**Equação
Biquadrada**

1. a
2. d
3. d
4. a
5. b
6. d
7. d
8. b
9. c
10. e
11. b
12. d

13. b
14. e
15. d
16. d
17. c
18. b
19. c
20. a
21. a
22. d

Testes

1. a
2. a
3. d
4. d
5. b
6. c
7. e
8. c
9. d
10. b
11. d
12. e
- 13a. 16
- 13b. 144
14. e
15. b
16. a
17. d
18. d
19. d
20. c
21. d
22. e
23. c
24. b
25. b
26. a
27. $\{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$
28. a
29. e
30. c
31. c
32. b
33. c
34. a
35. b
36. e
37. d
38. d
39. b
40. d

41. b
42. e
43. a
44. c
46. b
47. e
48. b
49. a
50. a
51. c
52. c
53. c
54. d
55. b
56. b
57. c
58. c
59. e
60. c
61. b
62. d
63. b
64. d
65. d
66. b
67. a
68. e
69. a
70. a
71. b
72. b
73. c
74. b
75. a
76. a
77. d
78. b
79. b
80. b
81. b
82. b
83. b
84. b
85. b
86. b
87. c
88. e
89. d
90. d
91. c
92. d
93. d
94. c
95. a
96. d



97. a	152. b	207. d
98. d	153. b	208. e
99. a	154. d	209. e
100. c	155. d	210. 24h
101. e	156. c	211. d
102. c	157. e	212. b
103. e	158. d	213. a
104. c	159. a	214. c
105. e	160. d	215. d
106. d	161. d	216. 8; 129
107. c	162. b	217. d
108. b	163. a	218. e
109. b	164. b	219. d
110. d	165. b	220. e
111. d	166. b	221. d
112. b	167. d	222. 7; R\$ 8,00
113. c	168. e	223. d
114. c	169. c	224. e
115. b	170. c	225. d
116. b	171. d	226. e
117. c	172. b	227. a
118. c	173. c	228. c
119. b	174. a	229. d
120. c	175. e	230. a
121. d	176. e	231. c
122. d	177. b	232. b
123. a	178. a	233. d
124. d	179. c	234. a
125. e	180. e	235. d
126. d	181. d	236. b
127. e	182. a	237. d
128. a	183. a	238. d
129. c	184. a	239. a
130. c	185. a	240. b
131. a	186. e	241. d
132. e	187. e	242. b
133. a	188. b	243. e
134. d	189. a	244. a
135. d	190. d	245. c
136. b	191. e	246. a
137. b	192. b	247. c
138. e	193. a	248. a
139. e	194. d	249. c
140. b	195. d	250. d
141. a	196. b	251. a
142. a	197. b	252. 641 472
143. d	198. b	253. 1h 55min; 130
144. b	199. e	254. d
145. a	200. d	255. a
146. a	201. b	256. c
147. b	202. a	257. b
148. b	203. d	258. c
149. b	204. c	259. d
150. e	205. d	260. e
151. e	206. c	261. b



- 262. e
- 263. b
- 264. a
- 265. d
- 266. c
- 267. 512, 320, 448; 320, 800, 160
- 268. e
- 269. a
- 270. d
- 271. e
- 272. e
- 273. a
- 274. c
- 275. d
- 276. c
- 277. c
- 278. b
- 279a. $A = -x^2 + 17x$
- 279b. $x = 4$ e $y = 9$
- 280. a
- 281a. 24 caminhões
- 281b. 2500 kg
- 282. a
- 283. 20
- 284. c
- 285. d
- 286. d
- 287. a
- 288. b
- 289. d
- 290. d
- 291. b
- 292. c
- 293. a
- 294. b
- 295. d
- 296. b
- 297. b
- 298. a
- 299. a
- 300. a
- 301. b
- 302. a
- 303. c
- 304. c
- 305. a
- 306. b