Tarea 2. Herramientas matemáticas para la localización espacial.

Alumna:

Hernández Castillo Ana Yuritzi.

Grado y grupo:

8°A

UNIVERSIDAMateria: OLITÉCNICA
Cinemática de Robots.

ROPOLITANA DE GUADALAJA

Carrera:

Ingeniería Mecatrónica.

Capítulo 3. Herramientas matemáticas para la localización espacial.

3.1. Representación de la posición.

La localización de un cuerpo rígido en el espacio precisa de especificar tanto su posición como su orientación. Ambas deben ser establecidas en relación a un sistema de referencia definido, pudiéndose hacer uso de diferentes modos o herramientas para especificar la relación entre la posición y orientación del cuerpo rígido y los sistemas de referencia.

En un plano bidimensional, la posición de un cuerpo rígido precisa de dos grados de libertad y, por tanto, la posición del cuerpo quedará definida por dos componentes in-dependientes.

3.1.1 Sistema cartesiano de referencia.

Los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre sí con un origen definido. Éstos se denominan sistemas cartesianos

, y en el caso de trabajar en el plano (2 dimensiones), el sistema de referencia OXY correspondiente queda definido por dos vectores coordenados OX y OY perpendiculares entre sí con un punto de intersección común O. Si se trabaja en el espacio (tres dimensiones), el sistema cartesiano OXYZ estará compuesto por una terna ortonormal de vectores unitarios OX, OY y OZ.

3.1.2. Coordenadas cartesianas.

Si se trabaja en un plano, con su sistema coordenado OXY de referencia asociado, un punto

A vendrá expresado por las componentes (x, y) correspondientes a los ejes coordenados del sistema OXY. Este punto tiene asociado un vector p (x, y), que va desde el origen O del sistema OXY hasta el punto. Por tanto, la posición del extremo del vector p está caracterizada por las dos componentes (x, y), denominadas coordenadas cartesianas

del vector y que son las proyecciones del vector p sobre los ejes OX y OY.

3.1.3. Coordenadas polares y cilindros.

En esta representación r representa la distancia desde el origen O del sistema hasta el extremo del vector p (r, θ), donde θ es el ángulo que forma el vector p con el eje OX.

3.1.4. Coordenadas Esféricas.

También es posible utilizar coordenadas esféricas para realizar la localización de un vector en un espacio de tres dimensiones, el vector p tendrá como coordenadas esféricas (r, θ , ϕ), r=distancia desde el origen O hasta el extremo del vector p, θ = ángulo formado por la proyección del vector p sobre el plano OXY y ϕ = ángulo formado por el vector p con el eje OZ.

3.2. Representación de la orientación.

Una orientación tridimensional viene definida con tres grados de libertad o tres componentes linealmente independientes.

3.2.1. Matrices de rotación.

Son el método más extendido para la descripción de orientaciones, debido principalmente a la comodidad que proporciona el uso de álgebra matricial. Los vectores unitarios del sistema OXY son i_x , j_y , mientras que los sistemas o OUV son i_u , j_y .

3.2.2. Ángulos de Euler

Ángulos de Euler WUW

- 1.- Girar el sistema OUVW en un ángulo φ con respecto al eje OZ, convirtiéndose en el OU'V'W'.
- 2.- Girar el sistema OU'V'W' un ángulo θ con respecto al eje OU', convirtiéndose en el OU''V''W''.
- 3.- Girar el sistema OU''V''W'' un ángulo Ψ con respecto al eje OW'', convirtiéndose finalmente en el OU'''V'''W'''.

3.2.3 Par de rotación.

La representación de la orientación de un sistema OUVW con respecto al sistema de referencia OXYZ también puede realizarse mediante la definición de un vector $k(K_x,K_y,K_z)$ y un ángulo de giro θ .

3.2.4. Cuaternios.

Un cuaternio está constituido por cuatro componentes (q_0, q_1, q_2, q_3) que representan las coordenadas del cuaternio en base (e, i, j, k)

3.3. Matrices de transformación homogéneas.

De forma general, un vector $p=a_i+b_j+c_k$, donde i, j, k son vectores unitarios de los ejes OX, OY y OZ del sistema de referencia OXYZ.

3.3.2. Aplicación de matrices homogéneas.

Se utilizan para representar la orientación y posición de un sistema O'UVW.

3.3.3. Significado geométrico de las matrices homogéneas.

Se utilizan para representar la orientación y posición de un sistema O'UVW.

3.3.4. Composición de matrices homogéneas.

Las matrices homogéneas se componen para describir diversos giros y traslaciones consecutivos sobre un sistema de referencia determinado.

3.4. Aplicación de los sistemas cuaternarios.

3.4.1. Álgebra de los cuaternios.

Se definen tres operaciones algebraicas sobre los cuaternios: producto, suma y producto con escalar.

3.5. Relación y comparación entre los distintos métodos de localización espacial.

Cada uno de ellos presenta una serie de características que le hacen más o menos apto para una determinada aplicación. Así algunos solo sirven para la representación de orientación, mientras otras, por ejemplo, son especialmente útiles para composición de rotaciones.

3.5.1. Comparación de los métodos de localización espacial.

Las matrices de transformación homogénea tienen la capacidad de representación conjunta de posición y orientación.

Los ángulos e Euler solo son capaces de representar orientación.

El par de rotaciones solo sirve para la representación de orientaciones.

El cuaternio solo es capaz de representar la orientación relativa de un sistema.

3.6. Utilización de Matlab para el modelado y simulación de robots.

Matlab proporciona una valiosa herramienta de apoyo para el desarrollo de cálculos y operaciones habituales en robótica. Su capacidad para manipular de manera natural matrices, facilita cálculos habituales en el modelado de robots.

UNIVERSIDAD L'OLITÉCNICA

DE LA ZONA METROPOLITANA DE GUADALAJARA

Ana Yuntu Hernandez Cashillo Terb 14- Enero 19 Capitula 3. Herramientas motemáticas para la localiza ción esocial. 3.1. Representación de la posición La localización de un cuerpo rigido en el espacio precisa de especifical tanto su posición como su orienta-Clon. En un clano bidimensional, la posición de un cuerpo rigido piecisa de dos grados de libertad y por tanto, la posición del cuerpo quedará definida por dos componentes independientes 3.1.1. Sistema Cartesiano de referencia. Los sistemos de referencia se definén mediante ejes ceicendiculares entre si con un origen definicio. En los sistemas contecianos de dos dimensiones, el sustema correspondiente queda definido por dos vectores coordenados OX yOY perpendirolares entre si con un punto de intersección común Si se trabajor en el espacio (ties dimensiones), el sustema conteciano OXYZ estará compuesto par una teina ortanamal de vectores unitarios ox, oy y oz. 3. 7. 2. Coordenadas cartesianas Si se trataja en un clano, estará expresado por las companentes (x,y) correspondientes a los ejes coordenados, este punto tiene asociado un vector p(x, v), que va desde el origen O del sistema hasta el punto a por la tanta el vector p esta correctenzada por las dos componentes (x, y) denominadas coorde nadas cartecianas 3.1.3. Coordenados polares y cilíndricas En esta representación, r representa la distancia desde el

origen O del sistema hasta el extremadel vector o(1.9), donde a estel angulo que forma el vector o con el 3.1.4. Coordenadas Esféricas. Tambien es posible utilizar condenada esféricas para realizar la localización de un vector en un espacio de tres dimensiones, el vector o tendra como coordenadas estencas (v, Θ, Φ), v = distancia desde el origen. O houta el extremo del vector p, 0 = angula formado por la proyección del vector p sobre el plano OXY y o angulo formado por el vector o con el eje oz. 3.2 Representación de la orientación Una ottentación triclimensional viene definida por tres giados de litertaid o tres componentes linealmente independientes 3.2.1 Matrices de rotación Jon el métado más extendido para la descripción de anim taciones debido principalmente a la comodidad que proporcio na el uso del algebra matricial los vectores unitarios del sistema OXY son ix.) y, mientias que los del sistema OQV son in y Ju 3.2.2. Angulos de Euler. Angulos de Euler WWW 1. Girar el sistema OUVW un angulo o con respecto al ex OZ convinten 7 Givar el sistema ou'v'w' un àngulo & con importo al exe au, convi 3. Girar el sistema au v'un un angulo Y con respecto al eje own convirtiendase finalment en el ou v''w"

3.2.3. Par de votación La representación de la orientación de un sistemo ouvivión respecto al sistema de referencia Oxyz también purde realirouse mediante la définición de un vector le (14, xx, kz) y un angulo de gro 0. 3.2.4. Cuaternios Un augiternio esta constituido coi auctro componentes (quia, qua) que representan las coordenadas del autemio en boueleil, A 3.3. Matrices de transformación homogénea. Las matrices de transformación homogénea permiten la representación conjunta de cosición y oventación, facilitando su uso mediante el algebra matricial 3.3.1 Coordenadas y matrices homogéneas. De forma general, un vector parit bjeck, donde lijik son vectores unitarios de los ejes OX, OY y OZ del sistema de refr rencia Oxy7. 3.3.2. Aplicación de matrices homogénecu. Je utilizan para representar la quentación y posicion de un sistema O'UVW. 3.3.3. Significado geométrico de las matrices homogeneus. Silve para transformar un vector expresado en coordenadas homogéneas con respecto a un sistema O uvw., a su expiaus en las coordenadas del sistema de referencia OXYZ. 3.3.4 Composición de matrices homogéneas. matrices homogéneas se componen para describir divergiros y traslaciones consecutivos sobre un sistema de Las referencia determinado. SOS

3.4. Aplicación de los cuaternios. 3.4.7. Algebra de cuaternios. definen ties operaciones algebraicas sobre los cuatanics. producto, suma y producto con escalor 3.5 Relacion y comparación entre los distintos metodos de localización espacial. cida uno de ellos presenta una sene de conacterísticas que le hacen mais a menos apto para una determinada aplicación. Así, algunos solo sirven para la representación de Ottentación, inientias otras, por ejemplo, son especialmente útiles para composición de iolaciones. 3.5.1. Comparación de métodos de localización escacial. las matilices de transformación homogénea tienen la cococidad de representación conjunta de cosición y quentación. Los Angulos de Euler, solo son capaces de representar orientación. El par de ratación solo sirve para la representación de orienta ciones El cuaternio solo es capaz de representar la orientación relativa de un sistema. 3.6 Utilización de matlab cara el modelado y simula-MATLAB Proporciona una valiava herramienta de apoyo para el desarrollo de cálculos y operaciones habilitales en robotica. Su capacidad, para manipular de manera natural matrices, facilità calculos habituales en el modela do de votots.