

Professor: Daniel Sadoc

Alunos:

Abraham Banafo - 117074396

Claudio Netto - 113166858

Gabriel Martins Machado Christo - 117217732

Yago Alves da Costa - 115212477

Yuri Medeiros da Silva - 117061898

## [WIP] Primeiro trabalho de AD: Fila M/M/1 e Ruína do apostador

O trabalho a seguir é uma versão em desenvolvimento do relatório final (work-in-progress), apesar de testes já terem sido realizados alterações são passíveis de acontecerem.

---

### 1 Introdução

O objetivo do trabalho é a implementação de um simulador orientado a eventos discretos em uma fila seguindo as políticas de atendimento First Come First Served (FCFS) com tempo de simulação virtual. Visamos compreender a fila M/M/1 e entender a relação entre a fila M/M/1 e ruína do apostador. As simulações presentes foram executadas nas máquinas do google colab, com uma T4-GPU no colab. Os casos utilizados foram analisados com X rodadas e Y amostras, exceções serão especificadas no relatório

### 2. Filas M/M/1

Nessa primeira parte do trabalho focaremos no desenvolvimento e estudo da fila M/M/1 visando entender

- Como se comporta em regime transiente
- Como se comporta em regime estacionário

Nos 4 cenários a seguir

Fila M/M/1	$\rho$	$\lambda$	$\mu$
Cenário 1	0.5	1	2
Cenário 2	0.5	2	4
Cenário 3	1.05	1.05	1
Cenário 4	1.10	1.10	1

## 2.1 A implementação:

### 2.1.1 Intervalo de confiança

Para estimar os intervalos de confiança utilizamos o teste-t fórmula:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

$\mu$  = media de la población

$\bar{x}$  = media de la distribución de los datos

$n$  = tamaño de la muestra


$s$  = error estándar de la muestra

Para obtermos o intervalo de confiança, na linha 22, somamos e subtraímos com o valor obtido pelo teste t.

```
1 class Estimator:
2     def __init__(self):
3         self.samples_list = [] # amostras
4         self.samples_sum = 0.0 # Soma das amostras
5         self.squares_sum = 0.0 # Soma dos quadrados das amostras
6         self.n = 0 # Numero de amostras
7     def add_sample(self, sample):
8         self.samples_list.append(sample)
9         self.samples_sum += sample
10        self.squares_sum += (sample**2)
11        self.n += 1
12    def get_samples_list(self):
13        return self.samples_list
14    def mean(self):
15        return self.samples_sum / self.n
16    def variance(self):
17        term1 = self.squares_sum / (self.n - 1)
18        term2 = (self.samples_sum**2) / (self.n * (self.n - 1))
19        return term1 - term2
20    def tstudent_ci(self):
21        term = T_PERCENTILE * (math.sqrt(self.variance())/math.sqrt(N_RODADAS))
22        return self.mean() - term, self.mean() + term
23    def clear(self):
24        self.samples_sum = 0.0
25        self.samples_list = []
26        self.squares_sum = 0.0
27        self.n = 0
28
```

### 2.1.2 Implementação de Fila

A implementação pode ser vista no colab, futuras alterações podem ser feitas.

 simulador fila mm1.ipynb

## 2.2 Cenários:

Número de rodadas = 3200

mínimo de 100 clientes atendidos

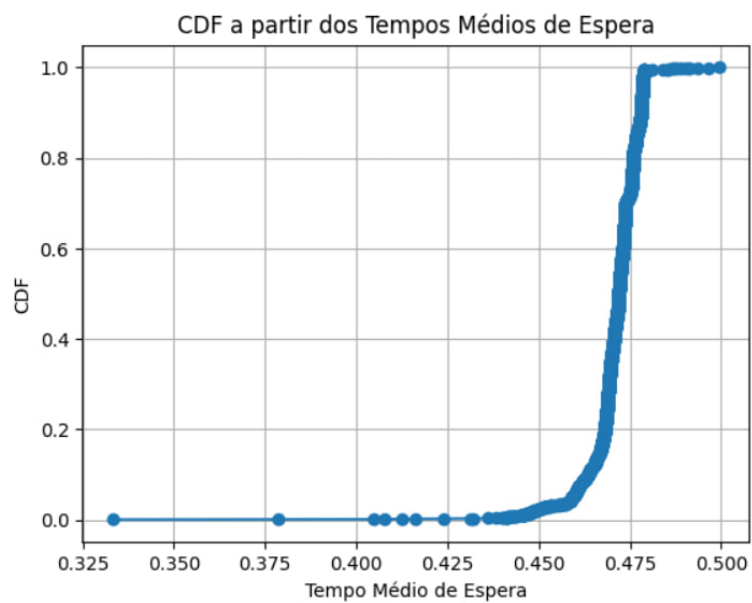
### 2.2.1 Cenário 1

Fila M/M/1	$\rho$	$\lambda$	$\mu$
Cenário 1	0.5	1	2

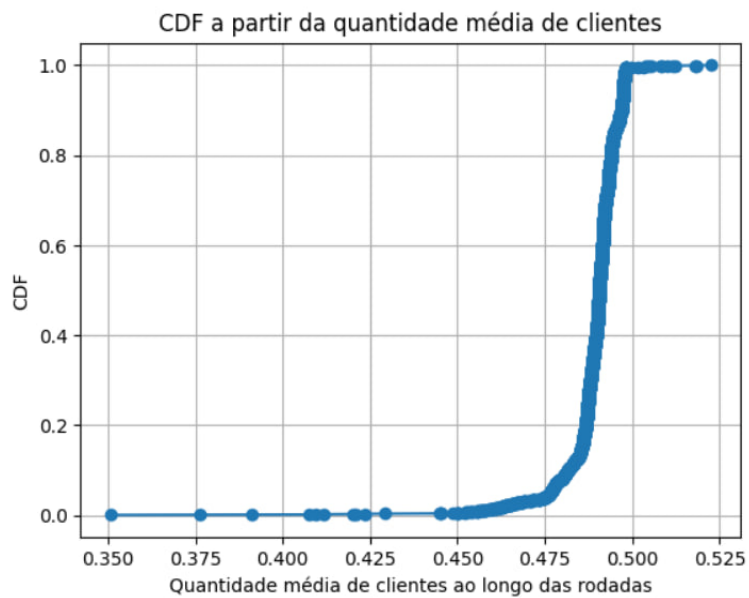
Média do número de clientes no sistema

	média do número de clientes na fila	variância	Média W - Tempo de espera na fila	Variância W	Média de vezes que o sistema atinge o estado zero por rodada
	0.487 - 0.507	1.1108 -1.1191	0.470 - 0.487	0.624 - 0.669	24.845 - 25.135
Número de rodadas = 3200 100 clientes na fila					

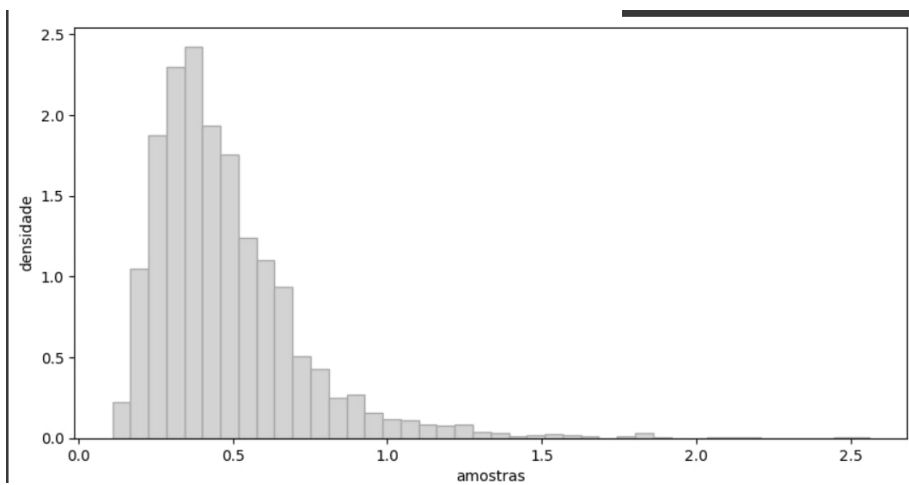
CDF do número de clientes no sistema



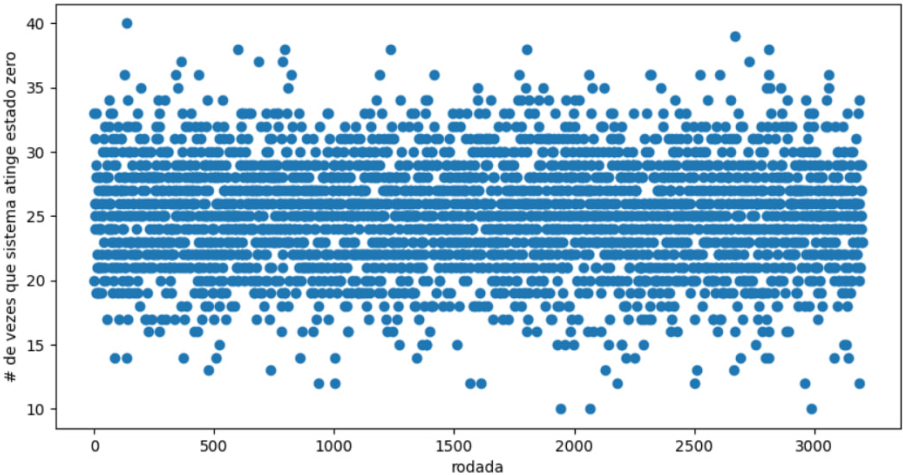
cdf clientes na fila



Valores gerados na distribuição exponencial com base nos parâmetros de chegadas e saídas



fração de vezes que o sistema atinge o estado 0



2.2.2 Cenário 2

Fila M/M/1	$\rho$	$\lambda$	$\mu$
Cenário 2	0.5	2	4

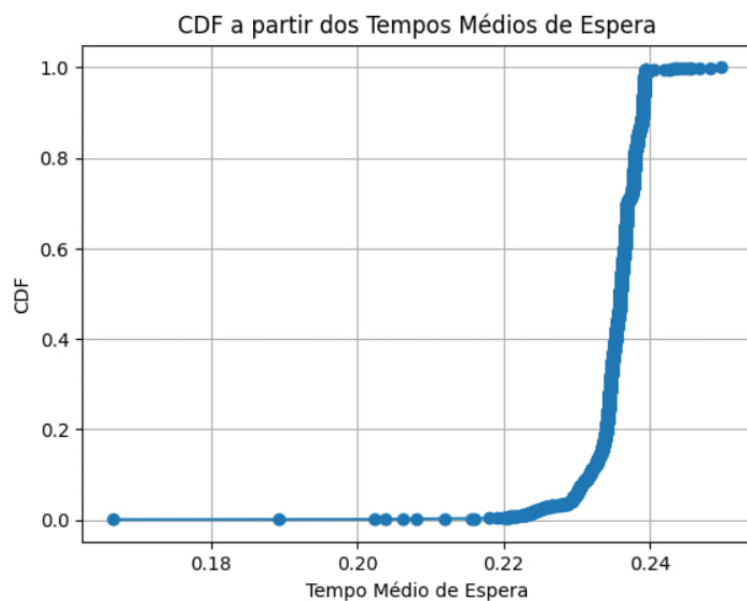
	média do número de clientes na fila	variância	Média W - Tempo de espera na fila	Variância W	Média de vezes que o sistema atinge o estado zero por rodada
	0.487 - 0.507	1.1108 - 1.1191	0.235 - 0.243	0.624 - 0.669	24.845 - 25.135

Número de rodadas = 3200  
mínimo de 100 clientes atendidos

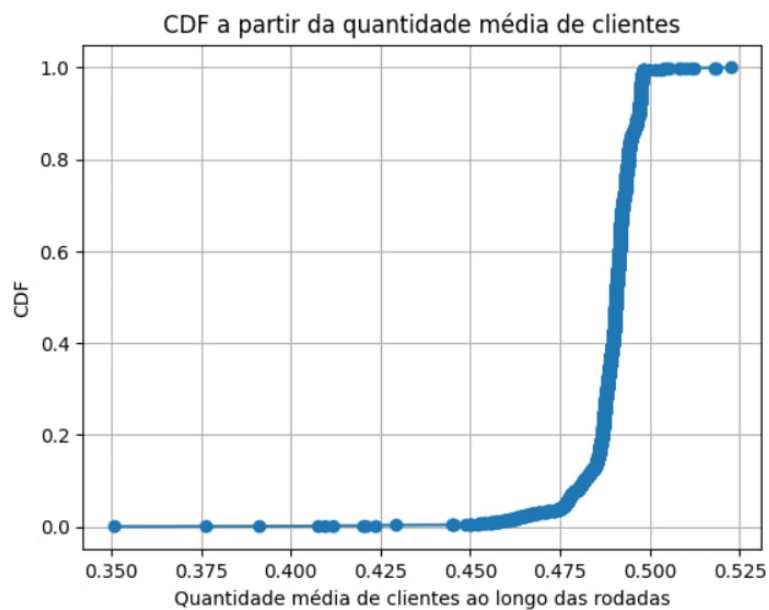
Retirado do enunciado do trabalho : *Em aula, nós argumentamos que o número médio de clientes nos sistemas 1 e 2 será o mesmo, mas que o tempo médio de espera no sistema 2 será metade daquele experimentado no sistema 1. Um dos propósitos do trabalho é você verificar que isso de fato ocorre na prática. Ou seja, você deverá verificar, na prática, que o sistema 1 se comporta como o sistema 2, mas em câmera lenta.*

Observamos que realmente acontece

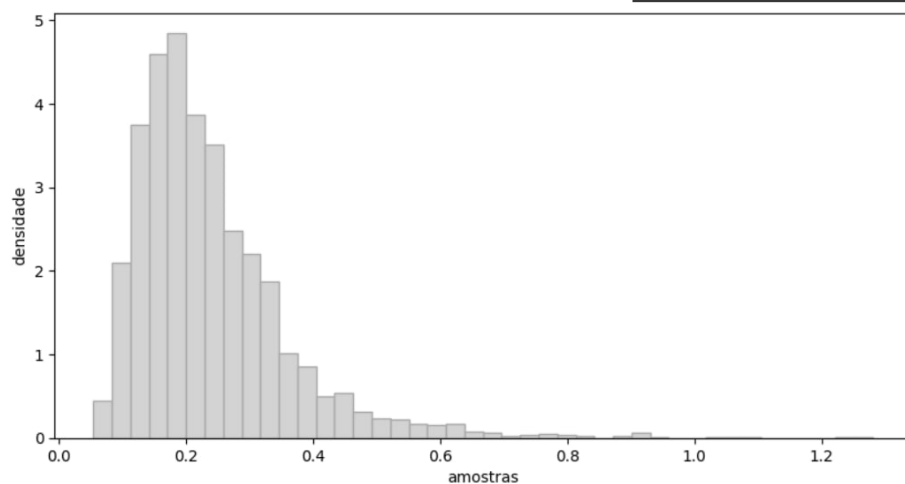
CDF do número de clientes no sistema



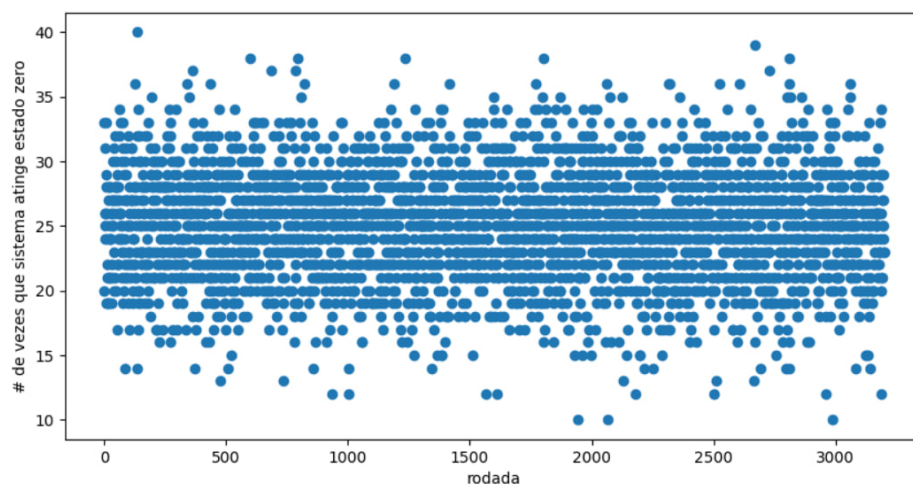
cdf clientes na fila



Valores gerados na distribuição exponencial com base nos parâmetros de chegadas e saídas



fração de vezes que o sistema atinge o estado 0

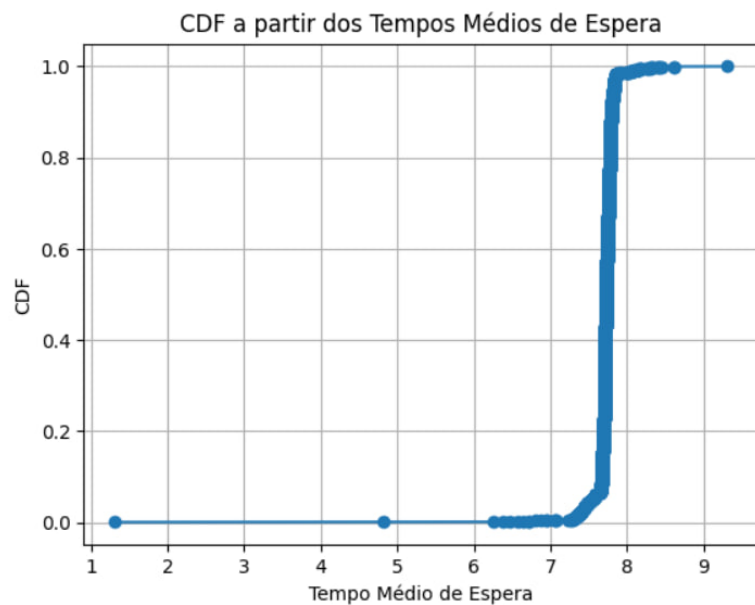


### 2.2.3 Cenário 3

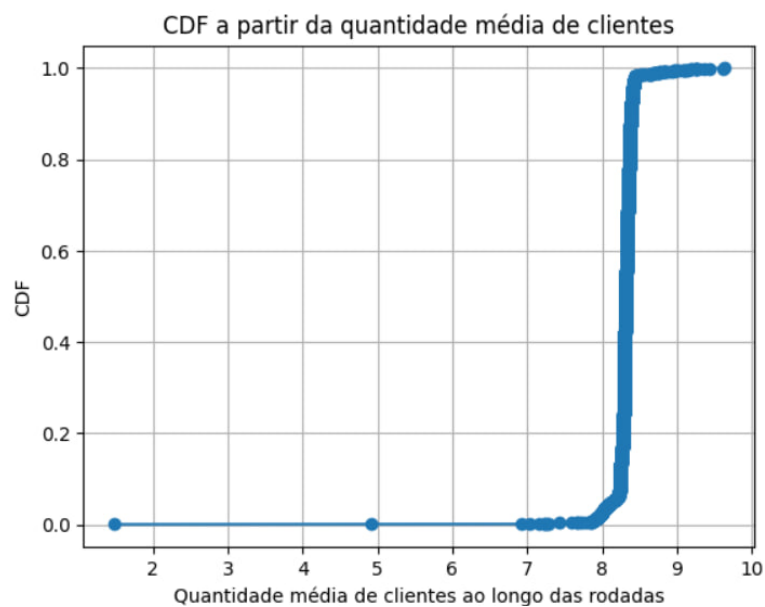
Fila M/M/1	$\rho$	$\lambda$	$\mu$
Cenário 3	1.05	1.05	1

	média do número de clientes na fila TODO: colocar clientes na fila	variância	Média W - Tempo de espera na fila	Variância W	Média de vezes que o sistema atinge o estado zero por rodada
	8.147 - 8.521	36.966 - 39.955	7.568 - 7.902	30.040 - 32.392	7.574 - 8.007
<p>Número de rodadas = 3200  mínimo de 100 clientes atendidos  Analisar se existe alguma correlação porque a média de vezes que o sistema atinge o estado zero por rodada é bem próxima do tempo de espera na fila.</p>					

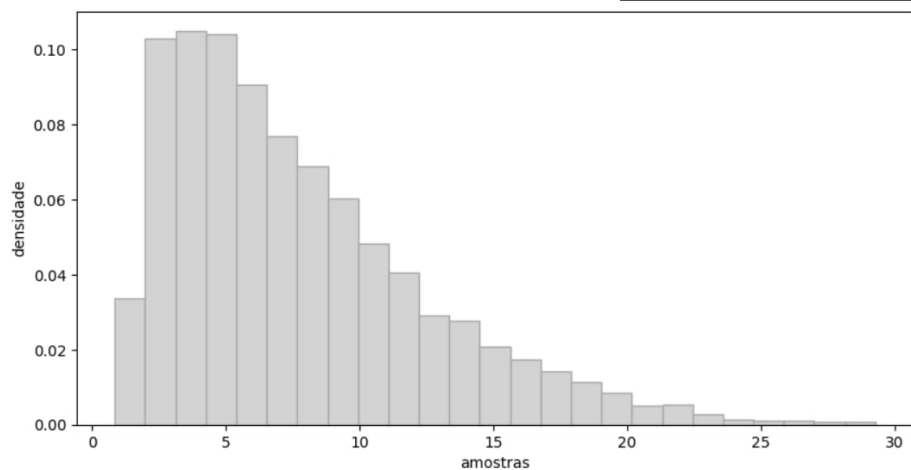
CDF do número de clientes no sistema



cdf clientes na fila

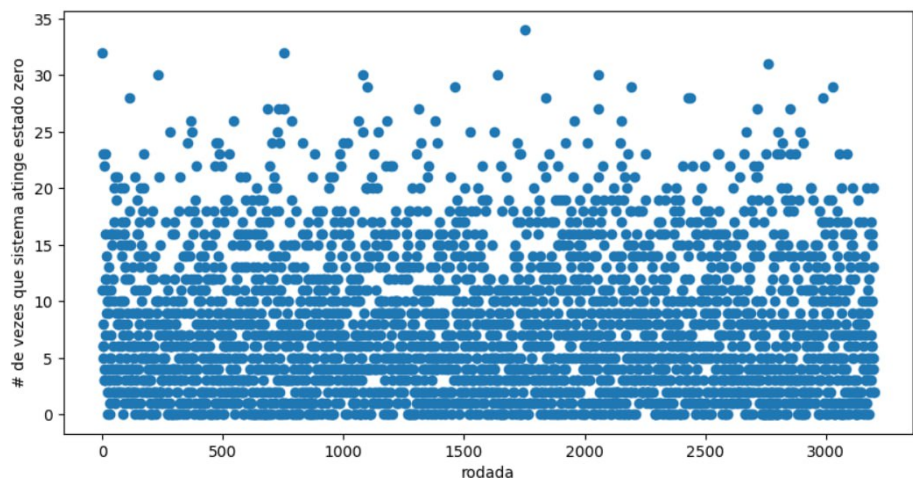


Valores gerados na distribuição exponencial com base nos parâmetros de chegadas e saídas



fração de vezes que o sistema atinge o estado 0



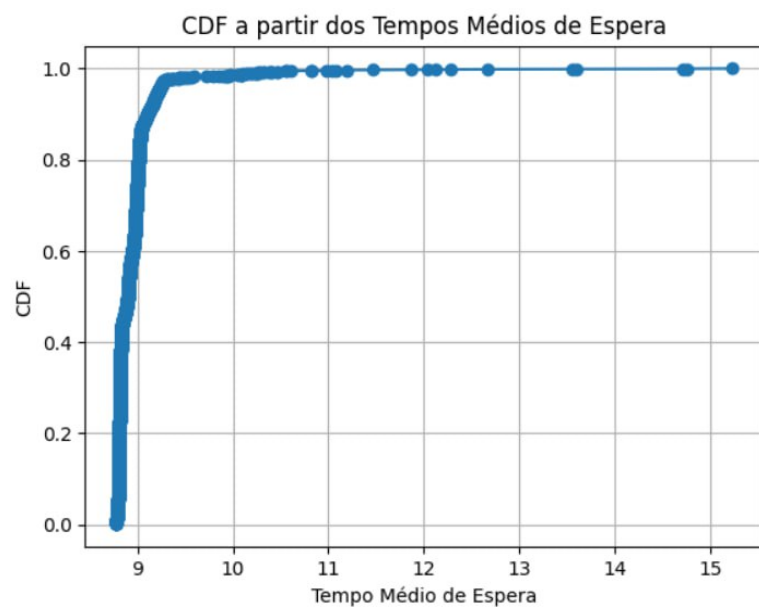


## 2.2.4 Cenário 4

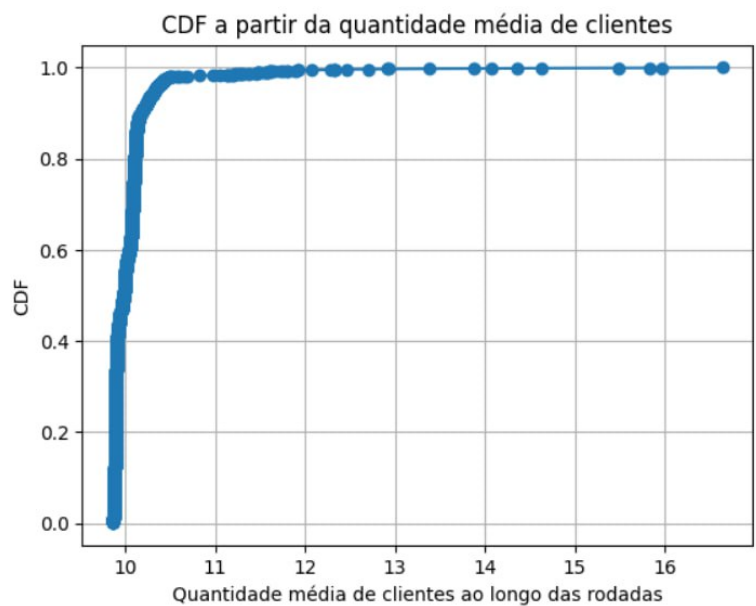
Fila M/M/1	$\rho$	$\lambda$	$\mu$
Cenário 4	1.10	1.10	1

	média do número de clientes na fila TODO: colocar clientes na fila	variância do número de clientes na fila	Média W - Tempo de espera na fila	Variância W	Média de vezes que o sistema atinge o estado zero por rodada
	9.722 - 10.140	48.492 - 52.354	8.660 - 9.016	36.309 - 39.039	6.298 - 6.695
<p>Número de rodadas = 3200</p> <p>mínimo de 100 clientes atendidos</p> <p>Analisar se existe alguma correlação porque a média de vezes que o sistema atinge o estado zero por rodada é bem próxima do tempo de espera na fila.</p>					

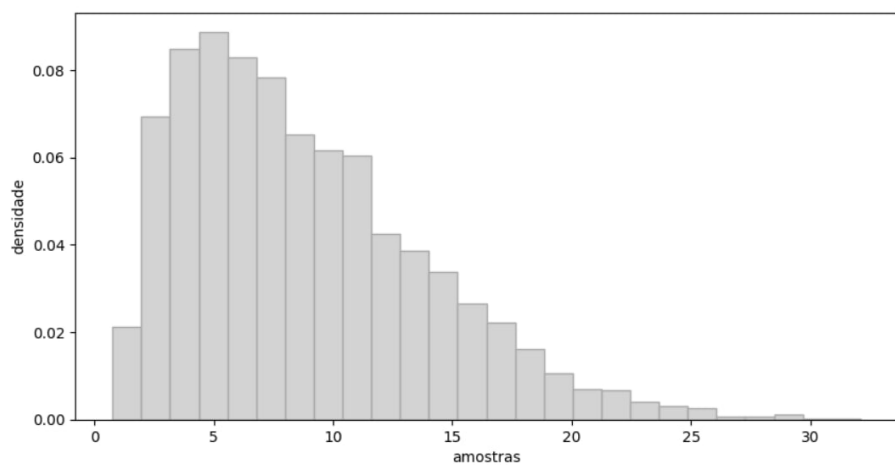
CDF do número de clientes no sistema



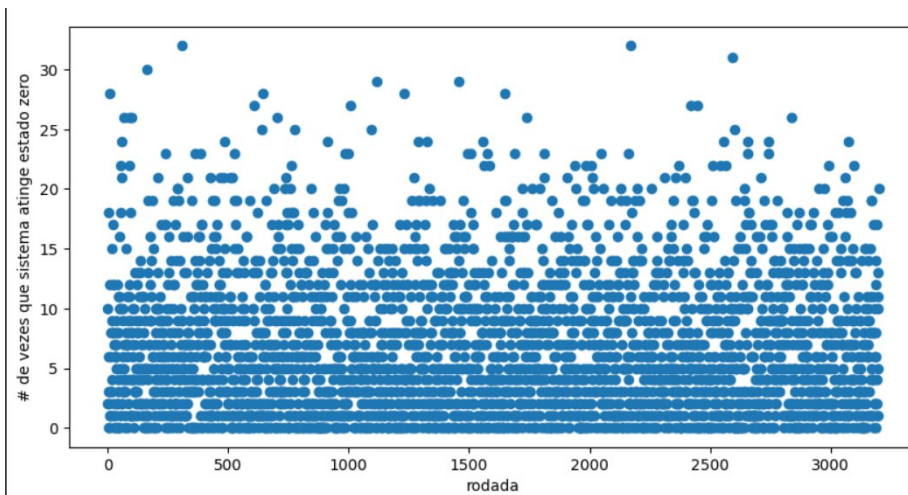
cdf clientes na fila



Valores gerados na distribuição exponencial com base nos parâmetros de chegadas e saídas

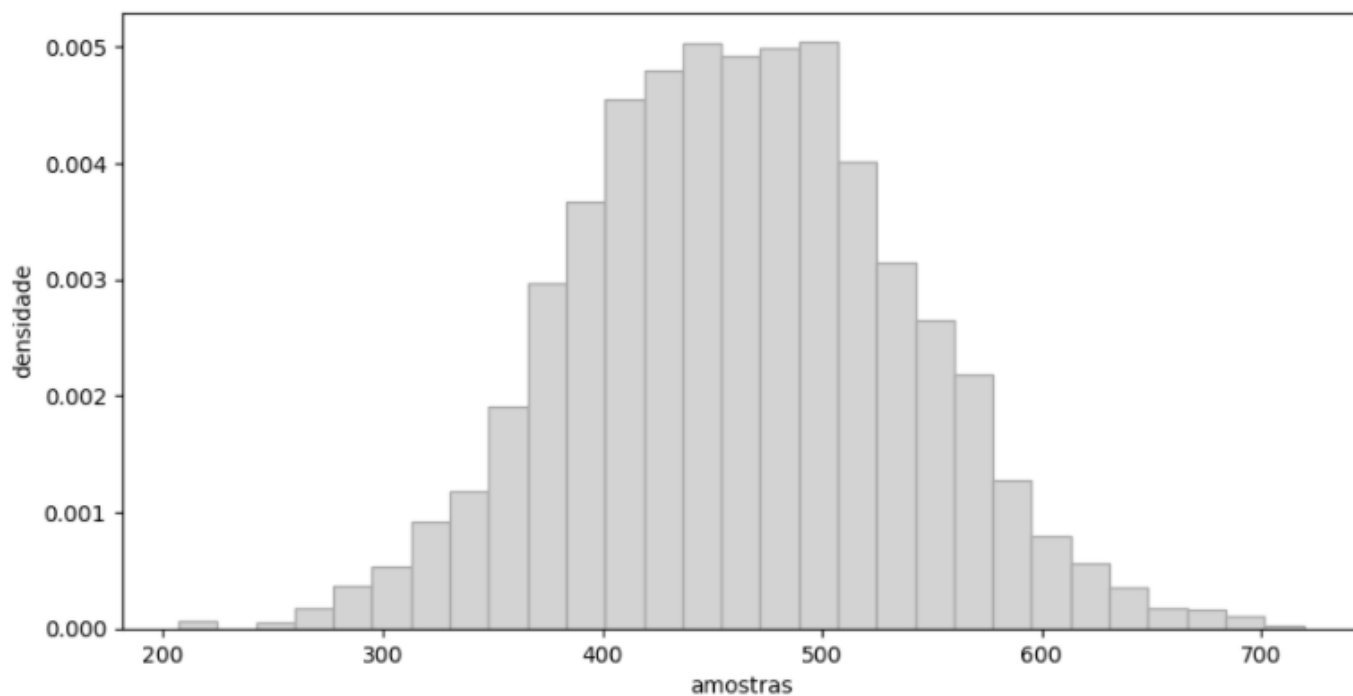


fração de vezes que o sistema atinge o estado 0



## 2.3 Dificuldades e Observações

Notamos que para um número grande de atendimentos no sistema, as amostras geradas pela exponencial passaram a apresentar uma distribuição normal.



Distribuição de amostras para número mínimo de atendimentos igual à 10.000

## 3. Ruína do Apostador

A ser desenvolvido

### 3.2 Dificuldades

## 4. Considerações finais

### 4.1 Dúvidas e Dificuldades gerais

$$\rho = \begin{cases} \lambda/\mu, & \text{se } \lambda < \mu \\ 1, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

pagina 14 apostila extra

- fórmula (1.8) se o  $\rho$  é 1 no caso onde  $\lambda < \mu$ , porque utilizamos o  $\rho$  como 1.05 e não como 1 ?
- Observamos também que aumentando o número mínimo de clientes a serem atendidos a amostra gerada pela exponencial começa a se aproximar de uma distribuição normal