

# Opracowanie zadania z geometrii obliczeniowej

Stepan Yurtsiv, 246437

25 maja 2022

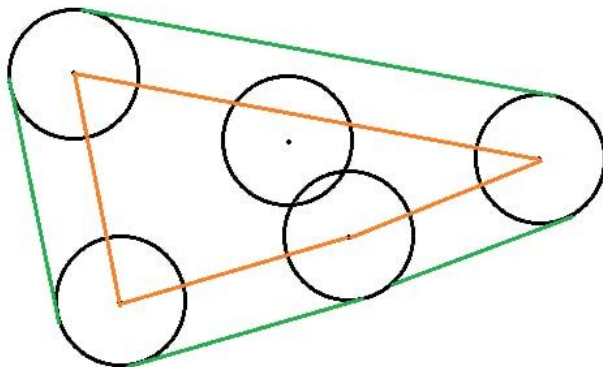
## Zadanie

Niech  $S'$  będzie zbiorem środków okręgów jednostkowych ze zbioru  $S$ . Pokaż, że okrąg z  $S$  pojawia się na brzegu otoczki wypukłej wtedy i tylko wtedy, gdy jego środek leży na brzegu otoczki wypukłej  $S'$ . Podaj algorytm obliczania otoczki wypukłej  $S$  pracujący w czasie  $O(n \log n)$  (zadanie 26 na liście).

## Rozwiązanie

### Część pierwsza

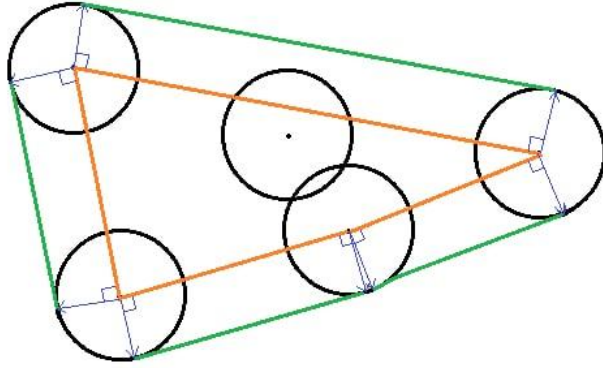
Na rysunku 1 na pomarańczowo jest narysowana otoczka wypukła  $S'$  oraz na zielono otoczka  $S$ . Widać że punkt wewnątrz otoczki  $S'$  musiałby leżeć na którymś z odcinków otoczki  $S'$  żeby odpowiedni okrąg był częścią  $S$  lub ten okrąg musiałby mieć większy promień od innych okręgów.



Rysunek 1:  $S$  i  $S'$

## Algorytm

Żeby znaleźć otoczkę wypukłą  $S$ , wystarczy najpierw stworzyć otoczkę wypukłą  $S'$  dla zbioru środków okręgów, następnie z każdego punktu otoczki  $S'$  poprowadzić proste prostopadłe do wychodzących z tego punktu odcinków i znaleźć punkty przecięcia z okręgiem. Te punkty będą definiować łuk który jest częścią otoczki  $S$  (rysunek 2). W zadaniu 25 udowodniliśmy, że każdy okrąg może występować na brzegu otoczki wypukłej co najwyżej raz, więc mamy gwarancję, że znaleziony łuk jest tylko jeden dla danego koła.



Rysunek 2: Ilustracja algorytmu

Mamy efektywne algorytmy do obliczania otoczki wypukłej dla  $n$  punktów. Jednym z nich jest algorytm Grahama, którego złożoność obliczeniowa jest  $O(n \log n)$ . Ponieważ rozszerzenie otoczki wypukłej  $S'$  do  $S$  ma złożoność  $O(n)$ , to cały algorytm jest  $O(n \log n)$ .