

Opracowanie zadania z geometrii obliczeniowej

Stepan Yurtsiv, 246437

23 maja 2022

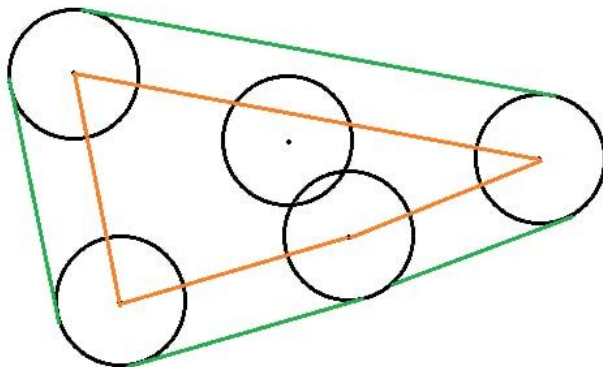
Zadanie

Niech S' będzie zbiorem środków okręgów jednostkowych ze zbioru S . Pokaż, że okrąg z S pojawia się na brzegu otoczki wypukłej wtedy i tylko wtedy, gdy jego środek leży na brzegu otoczki wypukłej S' . Podaj algorytm obliczania otoczki wypukłej S pracujący w czasie $O(n \log(n))$ (zadanie 26 na liście).

Rozwiązanie

Część pierwsza

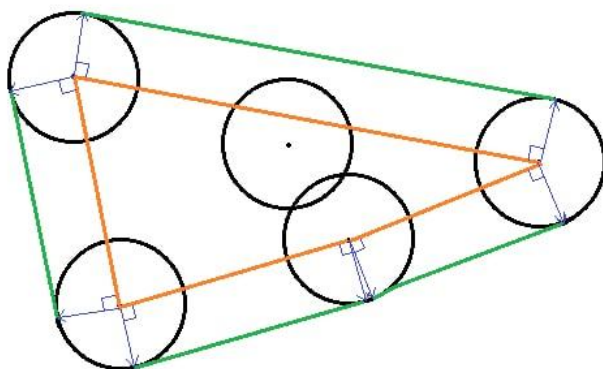
Na rysunku 1 na pomarańczowo jest narysowana otoczka wypukła S' oraz na zielono otoczka S . Widać że punkt wewnątrz otoczki S' musiałby leżeć na którymś z odcinków otoczki S' żeby odpowiedni okrąg był częścią S lub ten okrąg musiałby mieć większy promień od innych okręgów.



Rysunek 1: S i S'

Algorytm

Żeby znaleźć otoczkę wypukłą S , wystarczy najpierw stworzyć otoczkę wypukłą S' dla zbioru środków okręgów, następnie z każdego punktu otoczki S' poprowadzić proste prostopadłe do wychodzących z tego punktu odcinków i znaleźć punkty przecięcia z okręgiem. Te punkty będą tworzyć otoczkę wypukłą S (rysunek 2).



Rysunek 2: Ilustracja algorytmu

Mamy efektywne algorytmy do obliczania otoczki wypukłej dla n punktów. Jednym z nich jest algorytm Grahama, którego złożoność obliczeniowa jest $O(n \log(n))$. Ponieważ rozszerzenie otoczki wypukłej S' do S ma złożoność $O(n)$, to cały algorytm jest $O(n \log(n))$.