Zadanie

2. *(10pt)* Rozważmy połączony graf $G = (V, E)$ o średnicy D, który reprezentuje sieć w modelu asynchronicznym. Wierzchołki $|V| = n$ grafu reprezentują procesy, a krawędzie dwukierunkową komunikację. Dodatkowo mamy zero lub więcej procesów zawierających specjalne dane. Załóżmy, że wszystkie procesy budzą się w czasie 0 i uruchamiają protokół który został im podany. Załóżmy, że każdy proces wie czy ma dane specjalne czy nie. Każdy proces (wierzchołek w grafie) zna również swoich sąsiadów, jednak procesy nie znają całkowitej liczby procesów n oraz średnicy sieci D. Zaprojektuj protokół, który pozwoli każdemu procesowi poprawnie wrócić liczbę procesów, które zawierają specjalne dane w czasie co najwyżej D.

Proponowany algorytm

```
1  initially do
2    special_pids = ∅
3    if has_special_data then
4      add pid to special_pids
5      send pid to all neighbours
6
7   upon receiving spec_pid from neighbour n do
8     if spec_pid not in special_pids then
9       add spec_pid to special_pids
10      send spec_pid to all neighbours except n
```

Złożoność czasowa algorytmu

Niech S będzie niepustym zbiorem wierzchołków (procesów) z danymi specjalnymi w grafie $G = (V, E)$ o średnicy D. Przez indukcję pokażemy, że dla każdego $s \in S$ i dla każdego $v \in V$, czas dotarcia wiadomości M, która jest identyfikatorem (*pid*) s, do v jest nie później niż $d(s, v) \leq D$.

- Dla stanu początkowego, kiedy $s = v$, $d(s, v) = 0$, więc v odbierze wiadomości w czasie 0 (linia 4)
- Niech $d(s, v) = k > 0$, wtedy v musi mieć sąsiada u takiego, że $d(s, u) = k - 1$. Załóżmy indukcyjnie, że u odbiera wiadomość M w czasie nie późniejszym niż $k - 1 > 1$. Zgodnie z algorytmem (linia 10) u wysyła M do wszystkich sąsiadów za wyjątkiem sąsiada n, od którego otrzymał M. Wśród tych sąsiadów będzie v, bo n nie może być v. Zgodnie z definicją czasu w systemie asynchronicznym, M zostanie dostarczone do v w czasie nie późniejszym niż $(k - 1) + 1 = k$.