



廣西大學

基于现代控制理论的飞机 俯仰角度建模

学 院 电气工程学院

专 业 工程科学专业

班 级 工程科学创培 201 班

学 号 2001190137

姓 名 于若涛

指导教师 卢子广

二〇二二年十二月

摘 要

飞机在空中的运动十分复杂，在航运需求日益增长的今天，研究飞机的运动，并设计相应的控制系统，显得十分重要。由航天动力学可知，控制飞机运动的方程是一组非常复杂的六个非线性耦合微分方程。然而，在某些假设下，它们可以解耦并线性化为纵向和横向前方。俯仰是通过倾斜升降舵控制使飞机机头上升或下降，从而控制飞机运动状态的控制方法。飞机俯仰受纵向动力学控制。在本课程设计中，我们将设计一个控制系统，通过观测器状态反馈来控制 x 轴的斜率或俯仰角，以使飞机始终保持在位置设定点，将俯仰角稳定在 0 弧度值。基于影响观察到的增益矩阵（ L 增益）和矩阵状态反馈增益（ K 增益）的 Q 和 R 的增益值的变化，作者在三种不同的条件下测试了所应用的控制器。增益值 $Q = 10$ 和 $R = 0.1$ 的变化是三种测试的最佳结果，以最快的稳定处理时间（7 秒）达到稳定状态，最小俯仰角偏差值为 0.08 弧度。状态观测器的使用对飞机的俯仰角偏差有显著影响。使用状态观测器时，俯仰角偏差值为 0.08 弧度，没有状态观测器时为 0.2 弧度。较大的俯仰偏差角会影响飞行器运动的稳定性，并导致飞机在 x 轴上运动的斜率变大，从而导致飞行器更易坠落。

关键字：空气动力学， 现代控制理论， 状态观测器， 状态反馈

Abstract

The aerodynamics of an aircraft is complicated on a certain level. In the context of the rising need for transportation through aircraft, it is of significance that we study the movements of aircraft and design control systems in accordance. The studies of aerodynamics reveal that the equations governing the motion of an aircraft are a very complicated set of six nonlinear coupled differential equations. However, under certain assumptions, they can be decoupled and linearized into longitudinal and lateral equations. Aircraft pitch is governed by longitudinal dynamics. This research will design a control system controlling the slope of the x-axis or pitch with the observer-state feedback to keep the aircraft always in the position setpoint, the stabilization of the pitch angle at the value of 0 radians. The applied controller was tested under three different conditions based on the variation of the gain value of Q and R affecting the observed gain matrix (L gain) and the matrix state-feedback gain (K gain). The variation with the gain value of $Q = 10$ and $R = 0.1$ was the best result of three kinds of testing performed with the fastest stabilization processing time, which was 7 seconds, to reach a steady state condition and the minimum pitch angle deviation value of 0.08 radians. The use of an observer has a significant influence on the pitch angle deviation of the aircraft. When using an observer, the pitch angle deviation value was 0.08 radians, and 0.2 radians without an observer. A larger result of pitch deviation angle will affect the stability of the aircraft's motion and cause the slope of the movement on the x-axis to become greater so that the aircraft is prone to fall.

Keywords: Aerodynamics, Modern Control Theory, State Observer, State Feedback

目录

一. 飞行器的力学建模.....	4
1.1 飞行器的物理建模.....	4
1.2 飞行器的传递函数与系统状态空间表达式.....	5
二. 系统控制器设计.....	6
2.1 系统的能观性与能控性检验.....	6
2.2 状态观测器设计.....	6
三. 包含状态观测器的系统仿真.....	8
3.1 Simulink 仿真.....	8
3.2 MATLAB 仿真.....	8
四. 矩阵 Q , L 的变化对 L , K 的影响.....	10
4.1 $Q=1$, $R=1$	10
4.2 $Q=10$, $R=0.1$	11
4.3 $Q=0.1$, $R=10$	11
五. 结论.....	14
引用文献.....	15

一. 飞行器的力学建模

1.1 飞行器的物理建模

固定翼飞机依靠固定翼，将机身抬高以飞行。通常情况下，这种机翼是由特殊材料设计而成，以提供所需的升力，特别是当飞机达到一定的速度。固定翼飞机可以在空中滑翔，因为它可以利用螺旋桨产生的动力持续运动。图 1 给出了飞机俯仰角工况下的模型。

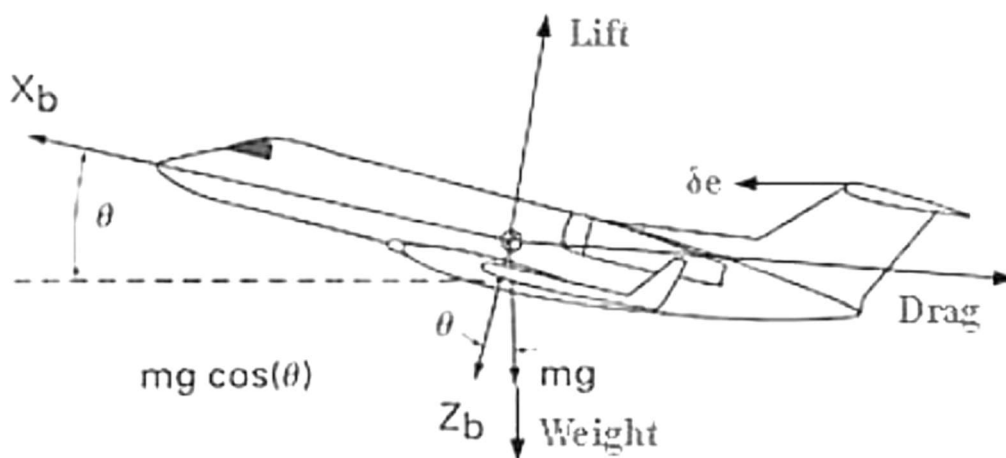


图 1

根据图 1 的飞机模型，由式 1、2、3 给出几个飞机纵向方程。在该系统中，系统的输入是电梯的倾斜角，而系统的输出是飞机的俯仰角。所有这些角度都是以弧度为单位的。[1], [2]

$$\dot{\alpha} = \mu \Omega \sigma \left[-(C_L - C_D) \alpha + \frac{1}{\mu - C_L} q - (C_w \sin \gamma) \theta + C_L \right] \quad (1)$$

$$\dot{q} = \frac{\mu \Omega}{2 I_{yy}} \{ [C_M - \eta(C_L + C_D)] \alpha + [C_M + \sigma C_M (1 - \mu C_L)] q + (\eta C_w \sin \gamma) \delta \} \quad (2)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (3)$$

根据波音商用飞机的数据和飞行动力学原理，式 1、2、3 可表示为式 4、5、6。[3]

$$\dot{\alpha} = -2.02 \alpha + q + 0.16 \delta \quad (4)$$

$$\dot{q} = -6.9868 \alpha - 2.9476 q + 11.7304 \delta \quad (5)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (6)$$

1.2 飞行器的传递函数与系统状态空间表达式

通过拉普拉斯变换将函数变换到 S 域，得到式 7、8、9。利用简单的代数运算，我们得到了表示系统传递函数的公式 10。状态空间表达式如式 11、12。

$$sA(s) = -2.02A(s) + Q(s) + 0.16\Delta(s) \quad (7)$$

$$sQ(s) = -6.9868A(s) - 2.9476Q(s) + 11.7304\Delta(s) \quad (8)$$

$$s\Theta(s) = Q(s) \quad (9)$$

$$P(s) = \frac{\Theta(s)}{\Delta(s)} = \frac{11.7304s + 22.578}{s^3 + 4.9676s^2 + 12.941s} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\alpha} \\ \Delta\dot{q} \\ \Delta\dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.02 & 1 & 0 \\ -6.9868 & -2.9476 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\alpha \\ \Delta q \\ \Delta\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.16 \\ 11.7304 \\ 0 \end{bmatrix} [\Delta\delta_e] \quad (11)$$

$$y = [0 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} \Delta\alpha \\ \Delta q \\ \Delta\theta \end{bmatrix} + [0] \quad (12)$$

由系统状态空间表达式：

$$A = \begin{bmatrix} -2.02 & 1 & 0 \\ -6.9868 & -2.9476 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.16 \\ 11.7304 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 0 \quad 1] \quad (13)$$

二. 系统控制器设计

2.1 系统的能观性与能控性检验

系统的能控性矩阵

$$M = [B, AB, A^2B] = \begin{bmatrix} 0.16 & 11.4072 & -58.736959 \\ 11.7304 & -35.694415 & 25.5130328 \\ 0 & 11.7304 & -35.694415 \end{bmatrix} \quad (14)$$

系统的能观性矩阵

$$N = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -6.9868 & -2.9476 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$\text{rank}(M)=3, \text{rank}(N)=3$, 故系统能控能观。

2.2 状态观测器设计

状态反馈矩阵

$$K = [-0.2615 \quad 0.8363 \quad 1] \quad (16)$$

通过状态反馈矩阵, 系统的控制信号

$$u = -Kx = -[-0.2615 \quad 0.8363 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

利用控制信号, 控制状态观测器的反馈信号

$$u = -K\tilde{x} = -[-0.2615 \quad 0.8363 \quad 1] \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} \quad (18)$$

联立 9 式, 得到观测器的增益矩阵

$$L = PC^TR^{-1} \quad (19)$$
$$L = \begin{bmatrix} 0.1759 & -0.1447 & -0.004 \\ -0.1447 & 0.5096 & 0.1321 \\ -0.004 & 0.1321 & 1.1243 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.004 \\ 0.1321 \\ 1.1243 \end{bmatrix}$$

设 $x(t)$ 的估计值为 \hat{x} , 状态观测器的系统空间表达式为

$$\dot{\hat{x}} = (A - LC)\hat{x} + Bu + Ly \quad (20)$$

$$u = -K\tilde{x} \quad (21)$$

计算得：

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} -1.9782 & 0.8662 & -0.156 \\ -3.9193 & -12.7578 & -11.8625 \\ 0 & 1 & -1.1243 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.004 \\ 0.1321 \\ 1.1243 \end{bmatrix} y$$

利用拉普拉斯变换，得到：

$$\tilde{X}(s) = (sI - A + LC + BK)^{-1}LY(s) \quad (22)$$

$$U(s) = -K(sI - A + LC + BK)^{-1}L \quad (23)$$

$$\frac{U(s)}{Y(s)} = -K(sI - A + LC + BK)^{-1}L \quad (24)$$

由此，我们完成了系统状态观测器的设计，后面，我们利用 MATLAB 与 Simulink 对设计的系统进行仿真。[4]–[6]

三. 包含状态观测器的系统仿真

3.1 Simulink 仿真

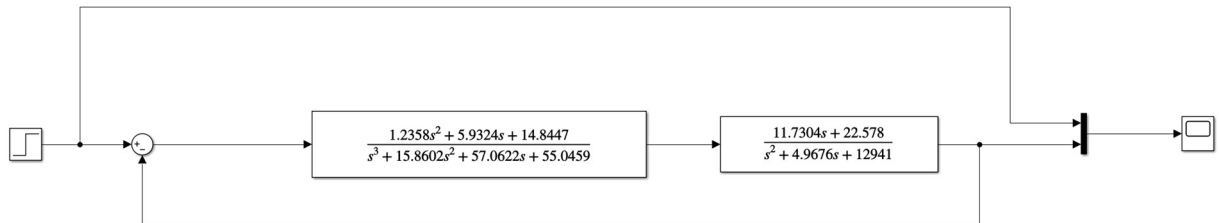


图 2

图 2 为传递函数形式的系统的方框图，图 3 为观测器状态反馈控制的系统框图。

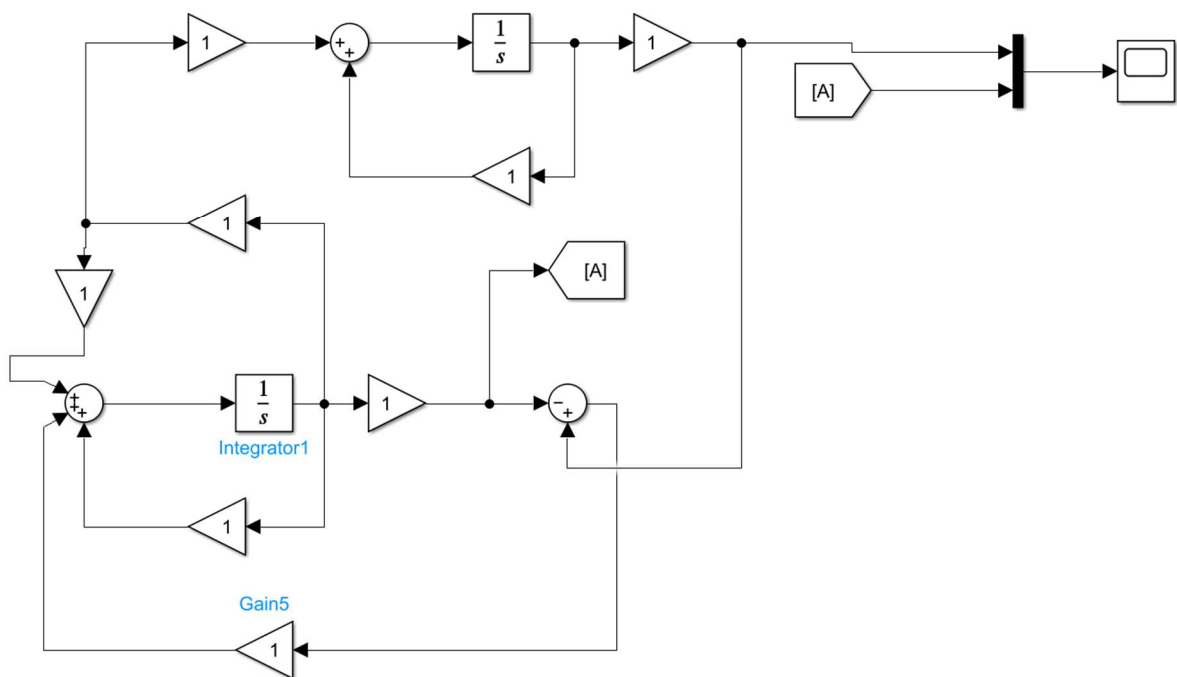


图 3

3.2 MATLAB 仿真

运行如下代码：

```

clear all
clc
A = [-2.02 1 0;-6.9868 -2.9476 0;0 1 0];
B = [0.16;11.7304;0];
C = [0 0 1];
D = [0];
G = [0 0 1]';
eig (A);
co = ctrb(A,B);
Controllability = rank(co);
p = 1;
Q = p*eye(3);
R = 1;
[Pk] = care(A,B,Q,R);
K = inv(R)*B'*Pk;
[P1]=care(A',C',Q,R);
L = P1*C'*inv(R);
AA = A-L*C-B*K;
BB = L;
CC = K;
DD = 0;
[num,den] = ss2tf(AA,BB,CC,DD)

```

得到仿真结果：

num =

0 1.2358 5.9324 14.8447

den =

1.0000 15.8602 57.0622 55.0459

四. 矩阵 Q, L 的变化对 L, K 的影响

通过改变加权矩阵 Q, L 的值, 我们对系统的性能进行分析。

4.1 Q=1, R=1

取

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 1 \quad (25)$$

如图 4, 根据权重 $Q=1$ 和 $R=1$ 的测试结果发现, 用 OSFC 方法将俯仰角稳定在 0 弧度值需要 7.5 秒的稳态时间, 俯仰角偏差的幅度为 0.08 弧度。此外, 在没有状态观测器的情况下, 系统对俯仰角的响应有 0.2 弧度的偏差, 稳定 0 弧度的俯仰角需要 7.5 秒的稳态时间。因此, 可以说, 使用 OSFC 方法是更有效的, 因为稳定过程比没有状态观测器的存在有更小的偏差。

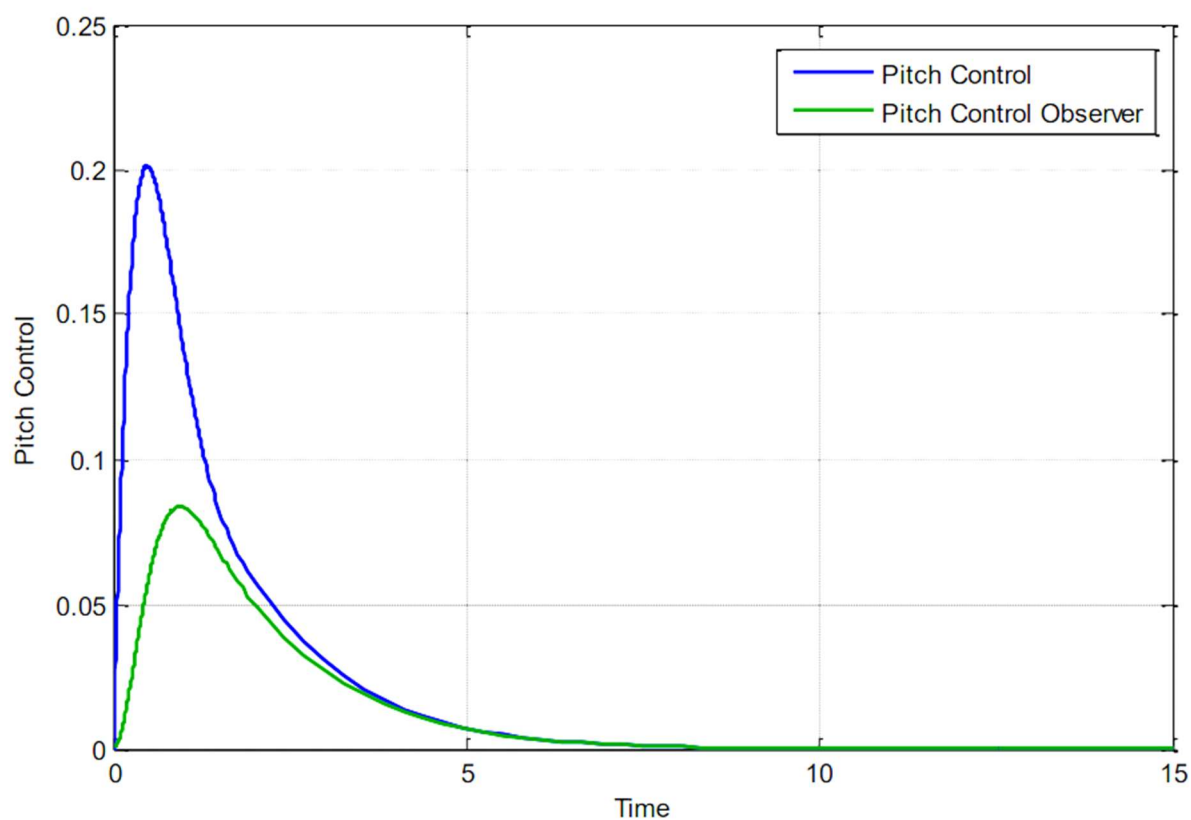


图 4

4.2 $Q=10, R=0.1$

取

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, R = 0.1 \quad (26)$$

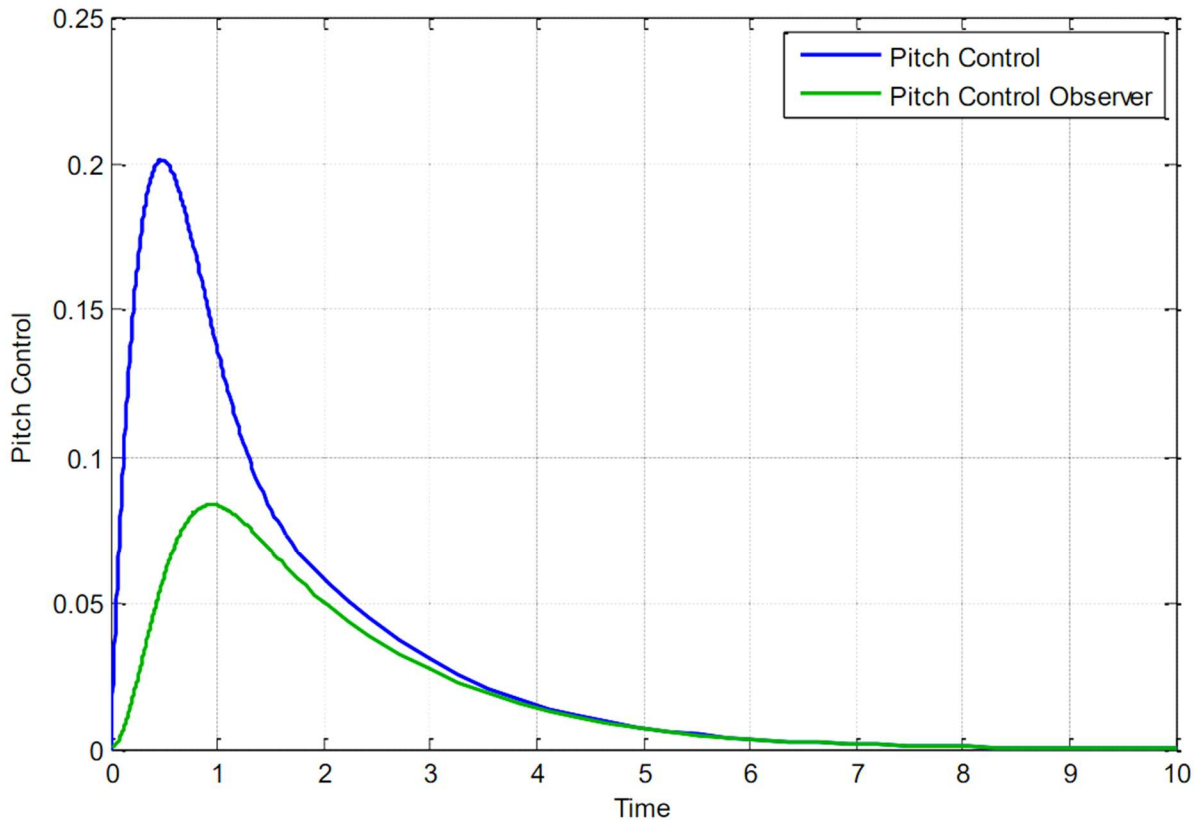


图 5

根据上面列出的第二次测试结果，图 5 可知，为了使角度稳定在 0 弧度处，在飞行器俯仰控制上使用 OSFC 控制器，俯仰角偏差高达 0.08 弧度。另一方面，没有观测器的俯仰控制显示 0.2 弧度的偏差角。应用这两种方法达到稳定状态所需的持续时间为 7 秒。从这些结果来看，俯仰控制的应用无论是否有状态观测器的存在，都需要在 0 弧度的稳定过程中持续相同时间。区别仅在于俯仰角偏差的大小。

4.3 $Q=0.1, R=10$

取

$$Q = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}, R = 10 \quad (27)$$

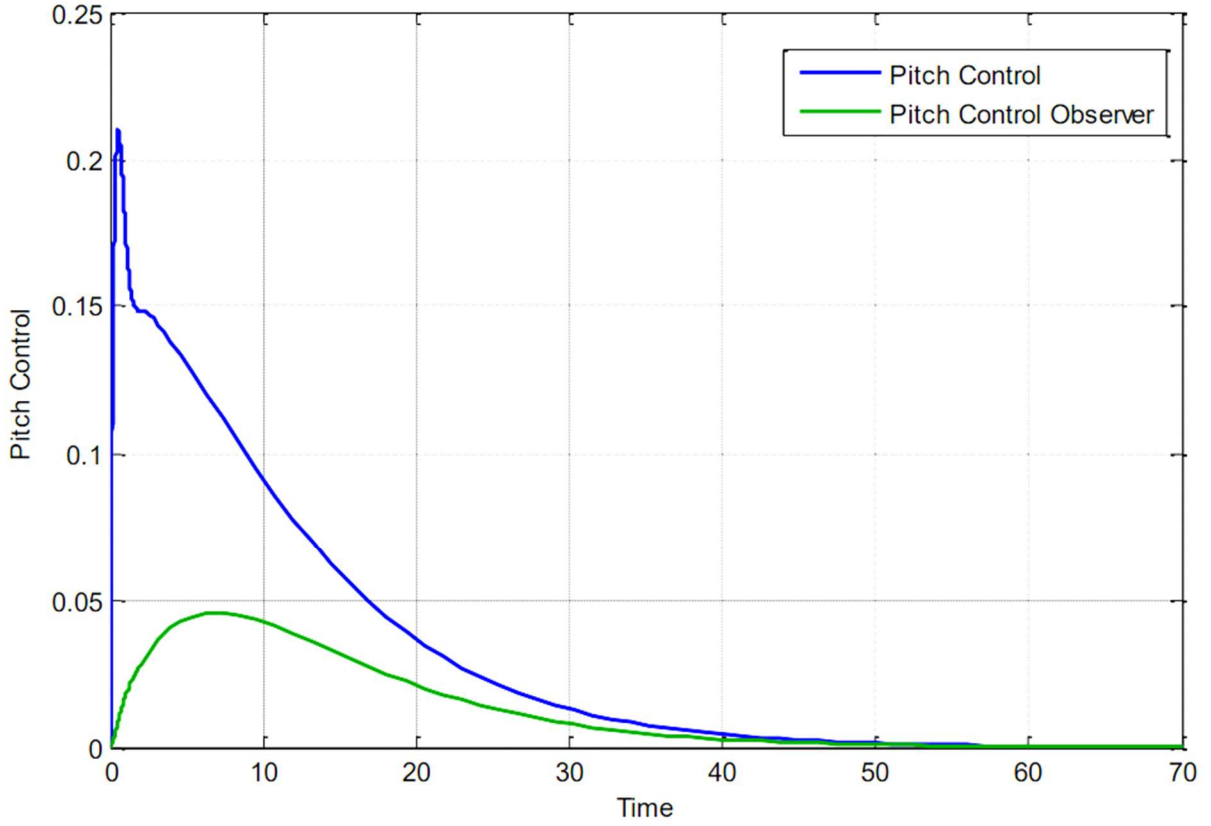


图 6

最后一次试验采用减小权重 Q ，增大 R 的方法进行：结果是俯仰角稳定过程的响应需要长达 48 秒的稳态。从时间需求的角度来看，该测试比前两个测试所需的时间要长得多。如果从偏离角度的大小来看，状态观测器的存在产生了 0.04 弧度的偏差，而没有状态观测器，产生的偏差为 0.21 弧度。

对矩阵 Q 和 R 进行三种不同的加权检验，得到的结果是 L 和 L 的矩阵值不同。因此，它影响稳定过程所需的时间和偏离角的大小。矩阵 Q 和 R 对矩阵 L 和 K 值的影响如表 1 所示，其中矩阵 L 为观测器增益矩阵，矩阵 K 为状态反馈增益矩阵。[4], [7], [8]

表 1

序号	Q	R	L	K
1	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	1	$\begin{bmatrix} -0.004 \\ 0.1321 \\ 1.1243 \end{bmatrix}$	$[-0.2615 \quad 0.8363 \quad 1]$
2	$\begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$	0.1	$\begin{bmatrix} -0.8256 \\ 4.0343 \\ 10.3956 \end{bmatrix}$	$[1.166 \quad 9.8238 \quad 10]$
3	$\begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$	10	$\begin{bmatrix} 0.0001 \\ 0.0016 \\ 0.1145 \end{bmatrix}$	$[-0.0579 \quad 0.0318 \quad 0.1]$

五. 结论

根据测试结果可以得出, Q 和 R 的加权值影响“观测器增益矩阵”(增益 L)和“状态反馈增益矩阵”(增益 K)的增减值。 Q 的增益值的增加影响增益值(增益 K), 而 R 的增加导致 K 的增益值的减小。

本课程论文采用观测器状态反馈控制(OSFC)方法进行飞机俯仰控制, 在稳定时间最快为 7 秒的第二次试验中采用适当的变化量, 以达到“稳态”条件和最小的“俯仰”角度偏差值 0.08%。观测器的使用对俯仰角偏差响应有显著影响。使用状态观测器时, 俯仰角的偏移角度值为 0.08 弧度, 不使用状态观测器时为 0.2 弧度。这一发现表明: 状态观测器对俯仰角的角度偏差有显著影响, 而俯仰角度偏差将直接影响飞机的稳定性。由此产生的螺距角偏差越大, 将导致运动的斜率在 x 轴上变大;因此, 使飞机更容易坠落。

引用文献

- [1] A. Levant, A. Pridor, R. Gitizadeh, I. Yaesh, and J. Z. Ben-Asher, "Aircraft pitch control via second-order sliding technique," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 23, no. 4, pp. 586–594, 2000.
- [2] Y. Huang, K. Xu, J. Han, and J. Lam, "Flight control design using extended state observer and non-smooth feedback," in *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 01CH37228)*, 2001, vol. 1, pp. 223–228.
- [3] L. S. Atheer, A. F. M. Haider, and S. G. Khalaf, "Flight PID controller design for a UAV quadrotor," *Scientific research and essays*, vol. 5, no. 23, pp. 3660–3667, 2010.
- [4] D.-W. Gu and F. W. Poon, "A robust state observer scheme," *IEEE Trans Automat Contr*, vol. 46, no. 12, pp. 1958–1963, 2001.
- [5] M. Soroush, "Nonlinear state-observer design with application to reactors," *Chem Eng Sci*, vol. 52, no. 3, pp. 387–404, 1997.
- [6] L. A. Jones and J. H. Lang, "A state observer for the permanent-magnet synchronous motor," *IEEE transactions on Industrial Electronics*, vol. 36, no. 3, pp. 374–382, 1989.
- [7] Q. Zheng, L. Q. Gao, and Z. Gao, "On validation of extended state observer through analysis and experimentation," *J Dyn Syst Meas Control*, vol. 134, no. 2, 2012.
- [8] W. Wang and Z. Gao, "A comparison study of advanced state observer design techniques," in *Proceedings of the 2003 American Control Conference, 2003.*, 2003, vol. 6, pp. 4754–4759.