

# 多因素实验设计总结

First Edition  
某赛/著  
2019/8/7

*This page intentionally left blank*

# 署名-非商业性使用-禁止演绎 4.0 国际 许可协议

## CC BY-NC-ND 4.0

### 您可以自由地

共享 — 在任何媒介以任何形式复制、发行本作品<sup>1</sup>

只要你遵守许可协议条款，许可人就无法收回你的这些权利。

### 惟须遵守下列条件

**署名** — 您必须给出适当的署名，提供指向本许可协议的链接，同时标明是否（对原始作品）作了修改。您可以用任何合理的方式来署名，但是不得以任何方式暗示许可人为您或您的使用的支持。

**非商业性使用** — 您不得将本作品用于商业目的<sup>2</sup>。

**禁止演绎** — 如果您再混合、转换、或者基于该作品创作，您不可以分发修改作品。

**没有附加限制** — 您不得适用法律术语或者 技术措施 从而限制其他人做许可协议允许的事情。

### 声明

您不必因为公共领域的作品要素而遵守许可协议，或者您的使用被可适用的 例外或限制所允许。

不提供担保。许可协议可能不会给与您意图使用的所必须的所有许可。例如，其他权利比如形象权、隐私权或人格权可能限制您如何使用作品。

本作品采用知识共享 署名-非商业性使用-禁止演绎 4.0 国际 许可协议进行许可。访问  
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/> 查看该许可协议

---

<sup>1</sup> 尽管本协议允许您以任何方式共享这份文件，但我们还是建议您直接分享这篇文档发布的网站，确保后来的读者下载到的是最新版本的文档。

<sup>2</sup>商业性使用是指主要目的为获得商业优势或金钱回报。

*This page intentionally left blank*

## 一、实验常用术语

因素 factor	自变量	
处理=处理水平 treatment	$a_1, a_2, b_1, b_2$	
处理水平的结合 treatment combination	$a_1a_2, b_1b_2$	
主效应 main effects	由一个因素的不同水平引起的变异	
交互作用 interaction	当一个因素的水平在另一个因素的不同水平上变化趋势不一致	
简单效应 simple effects	一个因素的水平在另一个因素的某个水平上的变异，在交互作用显著时说明其实质	
处理效应 treatment effect	总变异中由自变量引起的变异，主效应、简单效应、交互作用都是处理效应	
误差变异 error variance	单元内误差 within-cell error	接受同一处理的不同被试间的变异
	残差 residual error	1° 误差中除被试间误差之外的误差，本质是因素与被试的交互作用 2° 只要被试是随机选取的，它是不可能存在的 3° 因其不带个体差异，作为误差可以显著提高实验精度
比较 comparisons	对各处理水平平均数之间差异的估价，用于主效应显著且水平数多于 2，需要进一步说明主效应显著是由哪些水平差异显著导致的时	
嵌套 nested	<ul style="list-style-type: none"> <li>一个因素的每个水平只与另一个因素的某个水平相结合</li> <li>嵌套实验设计和混合试验设计中都可以看到嵌套</li> </ul>	

## 二、方差分析概论

统计在心理学研究中的作用	1、描述统计：用一个数对一群数据进行抽象的描述	
	1° 集中趋势：样本平均数 $\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$ 2° 离散趋势：样本标准差 $MS = \hat{\sigma}^2 = s^2 = \frac{SS}{df} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}}{n-1}$	
	2、推论功能：考察结论从被试样本中推广到没有在实验中被测试的被试	
	1° 建立关于总体的假说 2° F 检验 [补]自由度 degrees of freedom：考虑进入平方和计算独立信息的分数数量有关 用 $n$ 个样本观察值计算其平均值 $\bar{X}$ ，则估计总体变异时有 $n-1$ 个数字是自由的，自由度为 $n-1$ 自由度 = 独立观察的数量 - 受限的数量	
假设检验的基本思想	<b>研究假说/备择假说 Research/Alternative Hypothesis:</b> 关于变量间关系的一般预测 1° 对感兴趣的现象之间关系的猜测 2° 可建立变量之间“如果 xxx，那么 xxx”的推测 3° 可以用实验观察确定假说的真伪 <b>统计假说/虚无假说 Statistical/Null Hypothesis:</b> 备择假说的无差别形式，关于总体参数的精确假说 检验统计假说的虚无形式（虚无假说、备择假说） 1° 统计假说不等于实验假说 2° 并没直接检验原假设	
方差分析的基本思想	1° 检验多个平均数之间的差异 2° 把“平均数之间是否存在变异”转化为“变异是否存在” 3° 把处理效应放在一个噪音—误差变异—背景上，只有处理效应足够大到明显不同于噪音时，才说明处理效应是存在的（不是噪音，是一个实实在在的音）	
实验中各种变异的控制	系统变异 Max	1° 选取适当的自变量水平，使自变量水平的改变所引起的变异能在因变量中反映出来 2° 选择对自变量变化敏感的因变量
	无关变异 Control	1° 随机化 randomization <ul style="list-style-type: none"> <li>被试从一个更大的、研究者更感兴趣的总体中随机选择的</li> <li>被式随机分配给各个处理条件</li> </ul> 2° ×消除 elimination：使实验结果失去概括力 3° 匹配 matching 4° 附加自变量：将无关变量增加为自变量

		<p><b>5° 统计控制</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 区组：分离一个无关变量的变异</li> <li>• 拉丁方：分离两个无关变量的变异，但对变量要求很高</li> <li>• 重复测量：带走被试间差异/将误差分解为仅由特定因素引起的误差</li> </ul>
	<b>误差变异 Min</b>	<p>1° 接受处理的被试内在的差异：重复测量</p> <p>2° 测量误差：增加测量的可靠性</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 安排合适的实验环境</li> <li>• 使用可靠的测量仪器</li> </ul>
<b>三、实验的三个基本假设</b>		
<b>F 分布基本假设</b>	<b>正态分布 normality</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 实验中的观测值来自正态分布的总体</li> <li>• 人的许多心理特征与行为是以正态分布或类似正态分布的</li> <li>• 极端情况时，分布形式极端偏离，数据不可能正太分布时，要对观测值进行适合的转换</li> </ul>
	<b>变异的同质性 homogeneity of variance</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 处理组内被试的观测值的变异是同质的（相等）</li> <li>• 可用方差齐性检验计算是否同质</li> <li>• 方差齐性检验是事后做的</li> </ul>
	<b>独立性 independence</b>	一个被试的观测值独立于其他被试的观测值
<b>实验设计模型假设</b>		<p>1° 不同的实验设计类型有其不同的实验设计模型</p> <p>2° 模型揭示一个观测值的所有变异源</p> <p>3° 实验的总变异根据实验设计模型进行分解</p>
<b>总体和取样假设</b>	<b>固定效应模型/模型 I</b>	<p>实验选取研究者感兴趣、要得出推论有关的自变量水平，结果不能推广到实验未涉及的其他水平</p> <p>1° 根据理论或前人研究选择的水平已有效穷尽了可能有意义的水平</p> <p>2° 研究者通常选择自变量的某些重要水平去获得感兴趣的处理效应</p>
	<b>随机效应模型/模型 II</b>	处理水平是从更大的水平总体中随机取样的，可以推广到更大的总体
	<b>混合模式/模型 III</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 区组因素、被试因素、材料因素等经常是符合固定效应模型</li> <li>• 嵌套实验是混合模型的典型例子</li> </ul>
<b>实验变量的识别与选择</b>		
<b>自变量</b>	<b>分类</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 外部刺激：分为物理刺激与社会刺激</li> <li>• 被试固有特性（机体变量）：通常作为区组或被试间变量，还会附加可控制的变量（得不到严格的因果关系）</li> <li>• 被试的暂时特性：由实验操纵的外部刺激引起的、并影响被试的行为的中介心理变量，是心理学研究中最丰富、最巧妙，最具创造性的变量</li> </ul>
	<b>数量/水平</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 自变量数量的确定：研究问题的复杂程度和研究者所选用的实验设计方法</li> <li>• 自变量水平=检查点数量的确定：分类/数量[选择合适的步子]</li> </ul>
	<b>选择</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 研究的理论假说</li> <li>• 自变量水平的情况</li> <li>• 实验所关心的结论</li> </ul>
<b>因变量</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• 应对自变量水平的变化敏感</li> <li>• 应可靠，能得出一致的结果</li> <li>• 大体正态分布</li> <li>• 省时省力（可行性）</li> </ul>
<b>无关变量</b>	用精心设计各个变量和选择合适的实验设计来控制	
<b>变量的操作定义</b>	<b>意义</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 有利于研究结果评价：同行间分享</li> <li>• 有利于研究间交流：重复的基础是清楚的操作定义，明确这个操作确实引起对应心理变化</li> <li>• 保障可重复性</li> </ul>
	<b>获得</b>	<p>1° 使用现有信息（可以查得到的和明摆着的）</p> <p>2° 操纵、创建现有形态</p> <p>3° 前测评定（有些东西是查不到的）：用人群做，他们不参与正式的实验</p>

单因素实验设计								
	模型	数据表					平方和分解	
单因素完全随机实验设计	$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \varepsilon_{i(j)}$ *A 主效应为 0: $\alpha_j = 0$	<b>AS 表</b>	<b>[Y]</b> <b>[AS]</b> <b>[A]</b>	<b>a<sub>1</sub></b> <b>a<sub>2</sub></b> <b>a<sub>3</sub></b> <b>a<sub>4</sub></b>				
				组内求和	组内求和	组内求和	组内求和	总和
单因素随机区组实验设计	$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \pi_i + \varepsilon_{i(j)}$ *A 主效应为 0: $\alpha_j = 0$ *区组效应为 0: $\pi_i^2 = 0$	<b>AS 表</b>	<b>[Y]</b> <b>[AS]</b> <b>[A]</b> <b>[S]</b>	<b>a<sub>1</sub></b> <b>a<sub>2</sub></b> <b>a<sub>3</sub></b> <b>a<sub>4</sub></b> <b>Σ</b>	<b>b 求和<sup>(m)</sup></b> <b>block 1</b> <b>block 2</b> <b>block 3</b> <b>block 4</b> <b>block 5</b>	<b>b 求和<sup>(m)</sup></b> <b>b 求和</b> <b>b 求和</b> <b>b 求和</b> <b>b 求和</b>	$SS_{\text{总}} = SS_{\text{组间}} + SS_{\text{组内}}$ $SS_{\text{总}} = [AS] - [Y]$ $SS_{\text{组间}} = [A] - [Y]$ $SS_{\text{组内}} = SS_{\text{总}} - SS_{\text{组间}}$	$SS_{\text{总}} = SS_{\text{处理间}} + SS_{\text{处理内}} = SSA + (SS_{\text{区组}} + SS_{\text{残差}})$ $SS_{\text{总}} = [AS] - [Y]$ $SSA = [A] - [Y]$ $SS_{\text{组内}} = SS_{\text{总}} - SS_{\text{处理间}}$ $SS_{\text{区组}} = [S] - [Y]$ $SS_{\text{残差}} = SS_{\text{总}} - SSA - SS_{\text{区组}}$
				<b>Σ</b> <b>a 求和</b> <b>a 求和</b> <b>a 求和</b> <b>a 求和</b> <b>总和</b>				
单因素拉丁方实验设计	$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_j + \beta_k + \gamma_l + \varepsilon_{\text{pooled}}$ *A 主效应为 0: $\alpha_j = 0$ *无关变量 B 效应为 0: $\beta_k = 0$ *无关变量 C 效应为 0: $\gamma_l = 0$	<b>ABCS 表</b>	<b>[ABCS]</b>	<b>c<sub>1</sub></b> <b>c<sub>2</sub></b> <b>c<sub>3</sub></b> <b>c<sub>4</sub></b>	<b>注意: 每个处理组合下有多个被试</b>	$SS_{\text{总}} = SS_{\text{处理间}} + SS_{\text{处理内}}$ $= SSA + (SSB + SSC + SS_{\text{单元内}} + SS_{\text{残差}})$	$SS_{\text{总}} = [ABCS] - [Y]$ $SSA = [A] - [Y]$ $SSB = [B] - [Y]$ $SSC = [C] - [Y]$ $SS_{\text{残差}} = \{[ABC] - [Y]\} - SSA - SSB - SSC$	$SS_{\text{单元内}} = SS_{\text{总}} - SSA - SSB - SSC - SS_{\text{残差}}$
				<b>a<sub>1</sub></b> <b>a<sub>2</sub></b> <b>a<sub>3</sub></b> <b>a<sub>4</sub></b>				
				<b>b<sub>1</sub></b> <b>b<sub>2</sub></b> <b>b<sub>3</sub></b> <b>b<sub>4</sub></b>				
		<b>ABC 表</b>	<b>[ABC]</b> <b>[B]</b> <b>[C]</b> <b>[Y]</b>	<b>c<sub>1</sub></b> <b>c<sub>2</sub></b> <b>c<sub>3</sub></b> <b>c<sub>4</sub></b> <b>Σ</b>				
				<b>b<sub>1</sub></b> <b>b<sub>2</sub></b> <b>b<sub>3</sub></b> <b>b<sub>4</sub></b>				
		<b>A 表</b>	<b>[A]</b>	<b>n</b>	<b>B 求和</b>	$SS_{\text{总}} = SS_{\text{被试间}} + SS_{\text{被试内}}$ $= SS_{\text{被试间}} + (SSA + SS_{\text{残差}})$	$SS_{\text{总}} = [AS] - [Y]$ $SSA = [A] - [Y]$ $SS_{\text{被试间}} = [S] - [Y]$ $SS_{\text{残差}} = SS_{\text{总}} - SS_{\text{被试间}}$	$SS_{\text{被试内}} = SS_{\text{总}} - SSA - SSB - SSC - SS_{\text{残差}}$
				<b>Σ</b> <b>C 求和</b>				
单因素重复测量实验设计	$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \pi_i + \varepsilon_{i(j)}$	<b>AS 表</b>	<b>[Y]</b> <b>[AS]</b> <b>[A]</b> <b>[S]</b>	<b>a<sub>1</sub></b> <b>a<sub>2</sub></b> <b>a<sub>3</sub></b> <b>a<sub>4</sub></b> <b>Σ</b>				
				<b>被试 1</b> <b>被试 2</b> <b>被试 3</b> <b>被试 4</b> <b>被试 5</b> <b>被试 6</b>				
				<b>Σ</b> <b>a 求和</b> <b>a 求和</b> <b>a 求和</b> <b>a 求和</b> <b>总和</b>				

两因素被试间实验设计																			
	模型	数据表					平方和分解												
两因素完全随机实验设计	$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + \varepsilon_{i(jk)}$ <p>*A 主效应为 0: <math>\alpha_j = 0</math></p> <p>*B 主效应为 0: <math>\beta_k = 0</math></p> <p>*AB 交互作用为 0: <math>(\alpha\beta)_{jk} = 0</math></p>	<b>ABS 表</b>	<b>[ABS]</b>	$a_1$ $b_1$	$a_1$ $b_2$	$a_1$ $b_3$	$a_2$ $b_1$	$a_2$ $b_2$	$a_2$ $b_3$				$SS_{\text{总}} = SS_{\text{处理间}} + SS_{\text{处理内}}$ $= (SSA + SSB + SSAB) + SS_{\text{单元内}}$ $SS_{\text{总}} = [ABS] - [Y]$ $SSA = [A] - [Y]$ $SSB = [B] - [Y]$ $SSAB = [AB] - [Y] - SSA - SSB$ $SS_{\text{单元内}} = SS_{\text{总}} - SSA - SSB - SSAB$						
				$a_1$ $a_2$	$b_1$ $n=4$	$b_2$	$b_3$				$\Sigma$	$a$ 求和 $a$ 求和							
		<b>AB 表</b>	<b>[A]</b> <b>[B]</b> <b>[AB]</b> <b>[Y]</b>	$\Sigma$	$b$ 求和	$b$ 求和	$b$ 求和				总和								
两因素简单效应检验	<b>简单效应检验</b>	<b>AB 表</b>	将 $SSA + SSAB$ 分解成: $SSA$ (在 $b_1$ 水平上) $SSA$ (在 $b_2$ 水平上) $SSA$ (在 $b_3$ 水平上)	$b_1$ $n=4$	$b_2$	$b_3$													
				$a_1$ $a_2$	$b$ 求和	$b$ 求和	$b$ 求和				$\Sigma$	$a$ 求和 $a$ 求和							
				$\Sigma$	$b$ 求和	$b$ 求和	$b$ 求和				总和								
两因素随机区组实验设计	$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + \pi_i + \varepsilon_{i(jk)}$ <p>*A 主效应为 0: <math>\alpha_j = 0</math></p> <p>*B 主效应为 0: <math>\beta_k = 0</math></p> <p>*AB 交互作用为 0: <math>(\alpha\beta)_{jk} = 0</math></p> <p>*区组效应为 0: <math>\pi_i^2 = 0</math></p>	<b>ABS 表</b>	<b>[ABS]</b> <b>[S]</b>	$a_1$ $b_1$	$a_1$ $b_2$	$a_1$ $b_3$	$a_2$ $b_1$	$a_2$ $b_2$	$a_2$ $b_3$				$\Sigma$						
				区组 1	区组 2	区组 3	区组 4				$b$ 求和								
		<b>AS 表</b>	<b>[A]</b> <b>[B]</b> <b>[AB]</b> <b>[Y]</b>	$b_1$ $n=4$	$b_2$	$b_3$							$\Sigma$	$a$ 求和 $a$ 求和					

### 两因素重复测量实验设计

模型		数据表							平方和分解	
两因素 混合 实验设计	$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk}$ $+ \pi_{i(j)} + \beta\pi_{i(j)} + \varepsilon_{i(jk)}$ <p>*A 主效应为 0: <math>\alpha_j = 0</math></p> <p>*B 主效应为 0: <math>\beta_k = 0</math></p> <p>*AB 交互作用为 0: <math>(\alpha\beta)_{jk} = 0</math></p>	ABS 表	[ABS] [AS]		$b_1$	$b_2$	$b_3$	$\Sigma$	$SS_{\text{总}} = SS_{\text{被试间}} + SS_{\text{被试内}}$ $= (SSA + SS_{\text{被试}(A)}) + (SSB + SSAB + SS_{B \times \text{被试}(A)})$ $SS_{\text{总}} = [ABS] - [Y]$ $SS_{\text{被试间}} = [AS] - [Y] \text{ (not involved in cal)}^3$ $SSA = [A] - [Y]$ $SSB = [B] - [Y]$ $SS_{\text{被试}(A)} = SS_{\text{被试间}} - SSA$ $SS_{\text{被试内}} = SS_{\text{总}} - SS_{\text{被试间}}$ $SSAB = [AB] - [Y] - SSA - SSB$ $SS_{B \times \text{被试}(A)} = SS_{\text{被试内}} - SSB - SSAB$	
				$a_1$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	s 求和		
				$a_2$	$S_4$	$S_5$	$S_6$	s 求和		
		AB 表	[A] [B] [AB] [Y]		$b_1$	$b_2$	$b_3$	$\Sigma$	$SS_{\text{总}} = SS_{\text{被试间}} + SS_{\text{被试内}}$ $= SS_{\text{被试间}} +$ $(SSA + SS_{A \times S} + SSB + SS_{B \times S} + SSAB + SS_{A \times B \times S})$ $SS_{\text{总}} = [ABS] - [Y]$ $SS_{\text{被试间}} = [S] - [Y]$ $SS_{\text{被试内}} = SS_{\text{总}} - SS_{\text{被试间}}$ $SSA = [A] - [Y]$ $SS_{A \times \text{被试}} = [AS] - [Y] - SSA - SS_{\text{被试间}}$ $SSB = [B] - [Y]$ $SS_{B \times \text{被试}} = [BS] - [Y] - SSB - SS_{\text{被试间}}$ $SSAB = [AB] - [Y] - SSA - SSB$ $SS_{A \times B \times \text{被试}} = SS_{\text{被试内}} - SSA - SSB - SSAB$ $- SS_{B \times \text{被试}} - SS_{A \times \text{被试}}$	
				$a_1$	$n=3$			a 求和		
				$a_2$				a 求和		
				$\Sigma$	b 求和	b 求和	b 求和	总和		
两因素 被试内 实验设计	$Y_{ijk} = \mu + \pi_i$ $+ \alpha_j + (\alpha\pi)_{ij}$ $+ \beta_k + (\beta\pi)_{ik}$ $+ (\alpha\beta)_{jk} + (\alpha\beta\pi)_{ijk}$ $+ \varepsilon_{i(jk)}$ <p>*A 主效应为 0: <math>\alpha_j = 0</math></p> <p>*B 主效应为 0: <math>\beta_k = 0</math></p> <p>*AB 交互作用为 0: <math>(\alpha\beta)_{jk} = 0</math></p>	ABS 表	[ABS] [S]		$a_1$	$a_2$	$a_1$	$a_2$	$\Sigma$	$SS_{\text{总}} = SS_{\text{被试间}} + SS_{\text{被试内}}$ $= SS_{\text{被试间}} +$ $(SSA + SS_{A \times S} + SSB + SS_{B \times S} + SSAB + SS_{A \times B \times S})$ $SS_{\text{总}} = [ABS] - [Y]$ $SS_{\text{被试间}} = [S] - [Y]$ $SS_{\text{被试内}} = SS_{\text{总}} - SS_{\text{被试间}}$ $SSA = [A] - [Y]$ $SS_{A \times \text{被试}} = [AS] - [Y] - SSA - SS_{\text{被试间}}$ $SSB = [B] - [Y]$ $SS_{B \times \text{被试}} = [BS] - [Y] - SSB - SS_{\text{被试间}}$ $SSAB = [AB] - [Y] - SSA - SSB$ $SS_{A \times B \times \text{被试}} = SS_{\text{被试内}} - SSA - SSB - SSAB$ $- SS_{B \times \text{被试}} - SS_{A \times \text{被试}}$
				$S_1$	$S_2$	$S_3$		s 求和		
				$b_1$	$a_1$			b 求和		
		AB 表	[B] [A] [AB] [Y]	$b_2$				b 求和	$SS_{\text{总}} = SS_{\text{被试间}} + SS_{\text{被试内}}$ $= SS_{\text{被试间}} +$ $(SSA + SS_{A \times S} + SSB + SS_{B \times S} + SSAB + SS_{A \times B \times S})$ $SS_{\text{总}} = [ABS] - [Y]$ $SS_{\text{被试间}} = [S] - [Y]$ $SS_{\text{被试内}} = SS_{\text{总}} - SS_{\text{被试间}}$ $SSA = [A] - [Y]$ $SS_{A \times \text{被试}} = [AS] - [Y] - SSA - SS_{\text{被试间}}$ $SSB = [B] - [Y]$ $SS_{B \times \text{被试}} = [BS] - [Y] - SSB - SS_{\text{被试间}}$ $SSAB = [AB] - [Y] - SSA - SSB$ $SS_{A \times B \times \text{被试}} = SS_{\text{被试内}} - SSA - SSB - SSAB$ $- SS_{B \times \text{被试}} - SS_{A \times \text{被试}}$	
				$\Sigma$	a 求和	a 求和		总和		
		AS 表	[AS]		$a_1$	$a_2$		$\Sigma$		
				$n=3$						
				$S_1$	$S_2$	$S_3$		s 求和		
				$\Sigma$	a 求和	a 求和				
		BS 表	[BS]		$b_1$	$b_2$		$\Sigma$	$SS_{\text{总}} = SS_{\text{被试间}} + SS_{\text{被试内}}$ $= SS_{\text{被试间}} +$ $(SSA + SS_{A \times S} + SSB + SS_{B \times S} + SSAB + SS_{A \times B \times S})$ $SS_{\text{总}} = [ABS] - [Y]$ $SS_{\text{被试间}} = [S] - [Y]$ $SS_{\text{被试内}} = SS_{\text{总}} - SS_{\text{被试间}}$ $SSA = [A] - [Y]$ $SS_{A \times \text{被试}} = [AS] - [Y] - SSA - SS_{\text{被试间}}$ $SSB = [B] - [Y]$ $SS_{B \times \text{被试}} = [BS] - [Y] - SSB - SS_{\text{被试间}}$ $SSAB = [AB] - [Y] - SSA - SSB$ $SS_{A \times B \times \text{被试}} = SS_{\text{被试内}} - SSA - SSB - SSAB$ $- SS_{B \times \text{被试}} - SS_{A \times \text{被试}}$	
				$n=3$						
				$S_1$	$S_2$	$S_3$		s 求和		
				$\Sigma$	b 求和	b 求和				

<sup>3</sup> not involved in cal: not involved in calculation, 因为排版问题写成了 cal

模型/假说		数据表								平方和分解		
三因素完全随机实验设计	$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_j + \beta_k + \gamma_l + (\alpha\beta)_{jk} + (\alpha\gamma)_{jl} + (\beta\gamma)_{kl} + \varepsilon_{ijkl}$ <p>*A 主效应为 0: <math>\alpha_j = 0</math></p> <p>*B 主效应为 0: <math>\beta_k = 0</math></p> <p>*C 主效应为 0: <math>\gamma_l = 0</math></p> <p>*AB 交互作用为 0: <math>(\alpha\beta)_{jk} = 0</math></p> <p>*AC 交互作用为 0: <math>(\alpha\gamma)_{jl} = 0</math></p> <p>*BC 交互作用为 0: <math>(\beta\gamma)_{kl} = 0</math></p> <p>*ABC 交互作用为 0: <math>(\alpha\beta\gamma)_{jkl} = 0</math></p>	<i>ABCS</i> 表	[ <i>ABCS</i> ]	$a_1$ $b_1$ $c_1$	$a_1$ $b_1$ $c_1$	$a_1$ $b_1$ $c_1$	$a_2$ $b_1$ $c_1$	$a_2$ $b_1$ $c_1$	$a_2$ $b_2$ $c_1$	$SS_{\text{总}} = SS_{\text{处理间}} + SS_{\text{处理内}}$ $= (SSA + SSB + SSC + SSAB + SSAC + SSBC + SSABC) + SS_{\text{单元内}}$		
		<i>ABC</i> 表	[ <i>ABC</i> ]		$b_1$ $c_1$	$b_1$ $c_2$	$b_2$ $c_1$	$b_2$ $c_2$	$SS_{\text{总}} = [ABC] - [Y]$			
				$a_1$ $a_2$	$n=4$				$SSA = [A] - [Y]$			
		<i>BC</i> 表	[ <i>Y</i> ] [ <i>BC</i> ] [ <i>B</i> ]		$c_1$	$c_2$	$\Sigma$		$SSB = [B] - [Y]$			
				$b_1$ $b_2$	$np=8$			$b$ 求和	$SSC = [C] - [Y]$			
		<i>AB</i> 表	[ <i>AB</i> ] [ <i>A</i> ]		$b_1$	$b_2$	$\Sigma$		$SSAB = [AB] - [Y] - SSA - SSB$			
				$a_1$ $a_2$	$nr=8$			$a$ 求和	$SSAC = [AC] - [Y] - SSA - SSC$			
		<i>AC</i> 表	[ <i>AC</i> ] [ <i>C</i> ]		$a_1$	$a_2$	$\Sigma$		$SSBC = [BC] - [Y] - SSB - SSC$			
				$c_1$ $c_2$	$nq=8$			$c$ 求和	$SSABC = [ABC] - [Y] - SSA - SSB - SSC - SSAB - SSAC - SSBC$			
简单效应检验	低次交互作用趋势不同	在 $a_1$ 水平的 BC 表			$c_2$		$\Sigma$		$SS_{\text{单元内}} = SS_{\text{总}} - SSA - SSB - SSC - SSAB - SSAC - SSBC - SSABC$			
				$b_1$ $b_2$				$b$ 求和	$SSBC_{\text{在 } a_1 \text{ 水平}} = \frac{[BC1] - [Y1] - ([B1] - [Y1]) - ([C1] - [Y1])}{4}$			
				$\Sigma$	$c$ 求和	$c$ 求和	$\text{总和}$					
	最简单效应趋势不同	在 $a_2$ 水平的 BC 表			$c_1$	$c_2$	$\Sigma$		$SSBC_{\text{在 } a_2 \text{ 水平}} = \frac{[BC2] - [Y2] - ([B2] - [Y2]) - ([C2] - [Y2])}{4}$			
				$b_1$ $b_2$				$b$ 求和				
				$\Sigma$	$c$ 求和	$c$ 求和	$\text{总和}$					
		<i>ABC</i> 表			$a_1$ $c_1$	$a_1$ $c_2$	$a_2$ $c_1$	$a_2$ $c_2$	将 $SSB + SSAB + SSBC + SSABC$ 分解成:			
				$b_1$ $b_2$	$n=4$			$SSB$ (在 $a_1 c_1$ 结合)				
				$\Sigma$	$ac$ 求和	$ac$ 求和	$ac$ 求和	$ac$ 求和	$SSB$ (在 $a_1 c_2$ 结合)			

三因素重复测量实验设计（一）																																																																																																																																																																																							
	模型/假说	数据表					平方和分解																																																																																																																																																																																
重复测量 一个因素 的三因素 实验设计	$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_j + \gamma_l + (\alpha\gamma)_{jl} + \pi_{i(jl)} + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + (\beta\gamma)_{kl} + (\alpha\beta\gamma)_{jkl} + \varepsilon_{ijkl}$ <p>*A 主效应为 0: <math>\alpha_j = 0</math></p> <p>*B 主效应为 0: <math>\beta_k = 0</math></p> <p>*C 主效应为 0: <math>\gamma_l = 0</math></p> <p>*AB 交互作用为 0: <math>(\alpha\beta)_{jk} = 0</math></p> <p>*AC 交互作用为 0: <math>(\alpha\gamma)_{jl} = 0</math></p> <p>*BC 交互作用为 0: <math>(\beta\gamma)_{kl} = 0</math></p> <p>*ABC 交互作用为 0: <math>(\alpha\beta\gamma)_{jkl} = 0</math></p>	<p><b>ABCS 表</b></p> <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td><b><math>b_1</math></b></td> <td><b><math>b_2</math></b></td> <td><math>\Sigma</math></td> </tr> <tr> <td><b><math>a_1 c_1</math></b></td> <td><math>S_1</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>S_2</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>S_3</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>S_4</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td><b><math>a_1 c_2</math></b></td> <td><math>S_5</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>S_6</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>S_7</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>S_8</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td><b><math>a_2 c_1</math></b></td> <td><math>S_9</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>S_{10}</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>S_{11}</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>S_{12}</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td><b><math>a_2 c_2</math></b></td> <td><math>S_{13}</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>S_{14}</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>S_{15}</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>S_{16}</math></td> <td></td> <td></td> <td>S 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td><b>总和</b></td> </tr> </table> <p><b>ABC 表</b></p> <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td><b><math>b_1</math></b></td> <td><b><math>b_1</math></b></td> <td><b><math>b_2</math></b></td> <td><b><math>b_2</math></b></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td><math>c_1</math></td> <td><math>c_2</math></td> <td><math>c_1</math></td> <td><math>c_2</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><b><math>a_1</math></b></td> <td colspan="4"><math>n=4</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><b><math>a_2</math></b></td> <td colspan="4"></td> </tr> </table> <p><b>BC 表</b></p> <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td><b><math>c_1</math></b></td> <td><b><math>c_2</math></b></td> <td><math>\Sigma</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><b><math>b_1</math></b></td> <td colspan="2"><math>np=4</math></td><td></td> </tr> <tr> <td></td> <td><b><math>b_2</math></b></td> <td colspan="2"></td><td>b 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td colspan="2"></td><td>b 求和</td> </tr> </table> <p><b>AB 表</b></p> <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td><b><math>b_1</math></b></td> <td><b><math>b_2</math></b></td> <td><math>\Sigma</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><b><math>a_1</math></b></td> <td colspan="2"><math>nr=8</math></td><td></td> </tr> <tr> <td></td> <td><b><math>a_2</math></b></td> <td colspan="2"></td><td>a 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td colspan="2"></td><td>a 求和</td> </tr> </table> <p><b>AC 表</b></p> <table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td><b><math>a_1</math></b></td> <td><b><math>a_2</math></b></td> <td><math>\Sigma</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td><b><math>c_1</math></b></td> <td colspan="2"><math>nq=8</math></td><td></td> </tr> <tr> <td></td> <td><b><math>c_2</math></b></td> <td colspan="2"></td><td>c 求和</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td colspan="2" rowspan="18"></td><td>c 求和</td> </tr> </table>			<b><math>b_1</math></b>	<b><math>b_2</math></b>	$\Sigma$	<b><math>a_1 c_1</math></b>	$S_1$			S 求和		$S_2$			S 求和		$S_3$			S 求和		$S_4$			S 求和	<b><math>a_1 c_2</math></b>	$S_5$			S 求和		$S_6$			S 求和		$S_7$			S 求和		$S_8$			S 求和	<b><math>a_2 c_1</math></b>	$S_9$			S 求和		$S_{10}$			S 求和		$S_{11}$			S 求和		$S_{12}$			S 求和	<b><math>a_2 c_2</math></b>	$S_{13}$			S 求和		$S_{14}$			S 求和		$S_{15}$			S 求和		$S_{16}$			S 求和					<b>总和</b>			<b><math>b_1</math></b>	<b><math>b_1</math></b>	<b><math>b_2</math></b>	<b><math>b_2</math></b>			$c_1$	$c_2$	$c_1$	$c_2$		<b><math>a_1</math></b>	$n=4$					<b><math>a_2</math></b>							<b><math>c_1</math></b>	<b><math>c_2</math></b>	$\Sigma$		<b><math>b_1</math></b>	$np=4$				<b><math>b_2</math></b>			b 求和					b 求和			<b><math>b_1</math></b>	<b><math>b_2</math></b>	$\Sigma$		<b><math>a_1</math></b>	$nr=8$				<b><math>a_2</math></b>			a 求和					a 求和			<b><math>a_1</math></b>	<b><math>a_2</math></b>	$\Sigma$		<b><math>c_1</math></b>	$nq=8$				<b><math>c_2</math></b>			c 求和					c 求和							
		<b><math>b_1</math></b>	<b><math>b_2</math></b>	$\Sigma$																																																																																																																																																																																			
<b><math>a_1 c_1</math></b>	$S_1$			S 求和																																																																																																																																																																																			
	$S_2$			S 求和																																																																																																																																																																																			
	$S_3$			S 求和																																																																																																																																																																																			
	$S_4$			S 求和																																																																																																																																																																																			
<b><math>a_1 c_2</math></b>	$S_5$			S 求和																																																																																																																																																																																			
	$S_6$			S 求和																																																																																																																																																																																			
	$S_7$			S 求和																																																																																																																																																																																			
	$S_8$			S 求和																																																																																																																																																																																			
<b><math>a_2 c_1</math></b>	$S_9$			S 求和																																																																																																																																																																																			
	$S_{10}$			S 求和																																																																																																																																																																																			
	$S_{11}$			S 求和																																																																																																																																																																																			
	$S_{12}$			S 求和																																																																																																																																																																																			
<b><math>a_2 c_2</math></b>	$S_{13}$			S 求和																																																																																																																																																																																			
	$S_{14}$			S 求和																																																																																																																																																																																			
	$S_{15}$			S 求和																																																																																																																																																																																			
	$S_{16}$			S 求和																																																																																																																																																																																			
				<b>总和</b>																																																																																																																																																																																			
		<b><math>b_1</math></b>	<b><math>b_1</math></b>	<b><math>b_2</math></b>	<b><math>b_2</math></b>																																																																																																																																																																																		
		$c_1$	$c_2$	$c_1$	$c_2$																																																																																																																																																																																		
	<b><math>a_1</math></b>	$n=4$																																																																																																																																																																																					
	<b><math>a_2</math></b>																																																																																																																																																																																						
		<b><math>c_1</math></b>	<b><math>c_2</math></b>	$\Sigma$																																																																																																																																																																																			
	<b><math>b_1</math></b>	$np=4$																																																																																																																																																																																					
	<b><math>b_2</math></b>			b 求和																																																																																																																																																																																			
				b 求和																																																																																																																																																																																			
		<b><math>b_1</math></b>	<b><math>b_2</math></b>	$\Sigma$																																																																																																																																																																																			
	<b><math>a_1</math></b>	$nr=8$																																																																																																																																																																																					
	<b><math>a_2</math></b>			a 求和																																																																																																																																																																																			
				a 求和																																																																																																																																																																																			
		<b><math>a_1</math></b>	<b><math>a_2</math></b>	$\Sigma$																																																																																																																																																																																			
	<b><math>c_1</math></b>	$nq=8$																																																																																																																																																																																					
	<b><math>c_2</math></b>			c 求和																																																																																																																																																																																			
				c 求和																																																																																																																																																																																			
$SS_{\text{总}} = SS_{\text{被试间}} + SS_{\text{被试内}}$																																																																																																																																																																																							
$= (SSA + SSC + SSAC + SS_{\text{被试}(AC)})$																																																																																																																																																																																							
$+ (SSB + SSAB + SSBC + SSABC + SS_{B\times(AC)})$																																																																																																																																																																																							
$SS_{\text{总}} = [ABCS] - [Y]$																																																																																																																																																																																							
$SS_{\text{被试间}} = [ACS] - [Y]$																																																																																																																																																																																							
$SSA = [A] - [Y]$																																																																																																																																																																																							
$SSC = [C] - [Y]$																																																																																																																																																																																							
$SSAC = [AC] - [Y] - SSA - SSC$																																																																																																																																																																																							
$SS_{\text{被试}(AC)} = SS_{\text{被试间}} - SSA - SSC - SSAC$																																																																																																																																																																																							
$SS_{\text{被试间}} = SS_{\text{总}} - SS_{\text{被试间}}$																																																																																																																																																																																							
$SSB = [B] - [Y]$																																																																																																																																																																																							
$SSAB = [AB] - [Y] - SSA - SSB$																																																																																																																																																																																							
$SSBC = [BC] - [Y] - SSB - SSC$																																																																																																																																																																																							
$SSABC = [ABC] - [Y] - SSA - SSB - SSC$																																																																																																																																																																																							
$- SSAB - SSAC - SSBC$																																																																																																																																																																																							
$SS_{B\times\text{被试}(AC)} = SS_{\text{被试内}} - SSB - SSAB - SSBC$																																																																																																																																																																																							
$- SSABC$																																																																																																																																																																																							

### 三因素重复测量实验设计 (二)

模型/假说		数据表								平方和分解	
重复测量 二个因素 的三因素 实验设计	$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_j + \pi_{i(j)} + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + (\beta\pi)_{ki(j)}$ $+ \gamma_l + (\alpha\gamma)_{jl} + (\gamma\pi)_{li(j)}$ $+ (\beta\gamma)_{kl} + (\alpha\beta\gamma)_{jkl} + (\beta\gamma\pi)_{kli(j)}$ $+ \varepsilon_{ijkl}$ <p>*A 主效应为 0: <math>\alpha_j = 0</math></p> <p>*B 主效应为 0: <math>\beta_k = 0</math></p> <p>*C 主效应为 0: <math>\gamma_l = 0</math></p> <p>*AB 交互作用为 0: <math>(\alpha\beta)_{jk} = 0</math></p> <p>*AC 交互作用为 0: <math>(\alpha\gamma)_{jl} = 0</math></p> <p>*BC 交互作用为 0: <math>(\beta\gamma)_{kl} = 0</math></p> <p>*ABC 交互作用为 0: <math>(\alpha\beta\gamma)_{jkl} = 0</math></p>	<i>ABCS 表</i>	[ <i>ABCS</i> ] [ <i>AS</i> ] [ <i>Y</i> ]		<i>b<sub>1</sub></i> <i>c<sub>1</sub></i>	<i>b<sub>1</sub></i> <i>c<sub>2</sub></i>	<i>b<sub>2</sub></i> <i>c<sub>1</sub></i>	<i>b<sub>2</sub></i> <i>c<sub>2</sub></i>	$\Sigma$	$SS_{\text{总}} = SS_{\text{被试间}} + SS_{\text{被试内}}$ $= (SSA + SS_{\text{被试}(A)})$ $+ (SSB + SSAB + SS_{B \times \text{被试}(A)})$ $+ SSC + SSAC + SS_{C \times \text{被试}(A)}$ $+ SSBC + SSABC + SS_{B \times C \times \text{被试}(A)}$	
				<i>a<sub>1</sub></i>	<i>S<sub>1</sub></i> <i>S<sub>2</sub></i>						
		<i>ABC 表</i>	[ <i>ABC</i> ]	<i>a<sub>2</sub></i>	<i>S<sub>3</sub></i> <i>S<sub>4</sub></i>						
					<i>b<sub>1</sub></i> <i>c<sub>1</sub></i>	<i>b<sub>1</sub></i> <i>c<sub>1</sub></i>	<i>b<sub>2</sub></i> <i>c<sub>2</sub></i>	<i>b<sub>2</sub></i> <i>c<sub>2</sub></i>		$SS_{\text{总}} = [ABCS] - [Y]$ $SS_{\text{被试间}} = [ACS] - [Y]$ $SSA = [A] - [Y]$ $SS_{\text{被试}(A)} = SS_{\text{被试间}} - SSA$	
		<i>BC/AB /AC 表</i>	[ <i>AC</i> ] [ <i>BC</i> ] [ <i>AB</i> ]	<i>a<sub>1</sub></i> <i>a<sub>2</sub></i>	<i>n=2</i>						
				<i>c<sub>1</sub></i> <i>c<sub>2</sub></i>	<i>a<sub>1</sub></i> <i>a<sub>2</sub></i>	<i>a<sub>1</sub></i> <i>a<sub>2</sub></i>	<i>a<sub>1</sub></i> <i>a<sub>2</sub></i>	<i>a<sub>1</sub></i> <i>a<sub>2</sub></i>	$\Sigma$	$SS_{\text{被试内}} = SS_{\text{总}} - SS_{\text{被试间}}$ $SSB = [B] - [Y]$ $SSAB = [AB] - [Y] - SSA - SSB$ $SS_{B \times \text{被试}(A)} = [ABS] - [Y] - SS_{\text{被试间}} - SSB - SSAB$	
		<i>ABS 表</i>	[ <i>ABS</i> ]			<i>b<sub>1</sub></i>	<i>b<sub>2</sub></i>				
				<i>a<sub>1</sub></i>	<i>r=2</i> <i>S<sub>1</sub></i> <i>S<sub>2</sub></i>					$SSC = [C] - [Y]$ $SSAC = [AC] - [Y] - SSB - SSC$ $SS_{C \times \text{被试}(A)} = [ACS] - [Y] - SS_{\text{被试间}} - SSC - SSAC$ $SSBC = [BC] - [Y] - SSB - SSC$	
		<i>ACS 表</i>	[ <i>ABS</i> ] [ <i>AS</i> ]	<i>a<sub>2</sub></i>	<i>S<sub>3</sub></i> <i>S<sub>4</sub></i>						
						<i>c<sub>1</sub></i>	<i>c<sub>2</sub></i>	$\Sigma$		$SSABC = [ABC] - [Y] - SSA - SSB - SSC$ $- SSAB - SSAC - SSBC$ $SS_{B \times C \times \text{被试}(A)} = SS_{\text{被试内}} - SSB - SSAB - SS_{\text{被试}(A)}$ $- SSC - SSAC - SS_{C \times \text{被试}(A)}$ $- SSBC - SSABC$	

三因素重复测量实验设计 (三)																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
	模型/假说	数据表								平方和分解																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
	模型/假说	数据表								平方和分解																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
重复测量 三个因素的三因素 实验设计	$Y_{ijkl} = \mu + \pi_i + \alpha_j + (\alpha\pi)_{ij} + \beta_k + (\beta\pi)_{ik} + \gamma_l + (\gamma\pi)_{il} + (\alpha\beta)_{jk} + (\alpha\beta\pi)_{ijk} + (\alpha\gamma)_{jl} + (\alpha\gamma\pi)_{ijl} + (\beta\gamma)_{kl} + (\beta\gamma\pi)_{ikl} + (\alpha\beta\gamma)_{jkl} + (\alpha\beta\gamma\pi)_{ijkl} + \varepsilon_{ijkl}$ <p>*A 主效应为 0: <math>\alpha_j = 0</math></p> <p>*B 主效应为 0: <math>\beta_k = 0</math></p> <p>*C 主效应为 0: <math>\gamma_l = 0</math></p> <p>*AB 交互作用为 0: <math>(\alpha\beta)_{jk} = 0</math></p> <p>*AC 交互作用为 0: <math>(\alpha\gamma)_{jl} = 0</math></p> <p>*BC 交互作用为 0: <math>(\beta\gamma)_{kl} = 0</math></p> <p>*ABC 交互作用为 0: <math>(\alpha\beta\gamma)_{jkl} = 0</math></p>	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td rowspan="4" style="text-align: center;"><math>ABCS</math> 表</td> <td rowspan="4" style="text-align: center;"><math>[S]</math></td> <td><math>a_1</math></td><td><math>a_1</math></td><td><math>a_1</math></td><td><math>a_1</math></td><td><math>a_2</math></td><td><math>a_2</math></td><td><math>a_2</math></td><td><math>a_2</math></td><td><math>\Sigma</math></td> </tr> <tr> <td><math>b_1</math></td><td><math>b_1</math></td><td><math>b_2</math></td><td><math>b_2</math></td><td><math>b_1</math></td><td><math>b_1</math></td><td><math>b_2</math></td><td><math>b_2</math></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td><math>c_1</math></td><td><math>c_2</math></td><td><math>c_1</math></td><td><math>c_2</math></td><td><math>c_1</math></td><td><math>c_2</math></td><td><math>c_1</math></td><td><math>c_2</math></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td><math>S_1</math></td><td><math>S_2</math></td><td><math>S_3</math></td><td><math>S_4</math></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td><math>S</math> 求和</td> </tr> <tr> <td colspan="8"></td><td></td><td><math>S</math> 求和</td> </tr> <tr> <td colspan="8"></td><td></td><td><math>S</math> 求和</td> </tr> <tr> <td colspan="8"></td><td></td><td>总和</td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td><td><math>b_1</math></td><td><math>b_1</math></td><td><math>b_2</math></td><td><math>b_2</math></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td><td><math>c_1</math></td><td><math>c_1</math></td><td><math>c_2</math></td><td><math>c_2</math></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>n=4</math></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td><td><math>a_1</math></td><td><math>a_2</math></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>AB/BC/AC</math> 表</td><td><math>[AC]</math></td><td><math>[C]</math></td><td><math>a_1</math></td><td><math>a_2</math></td><td><math>\Sigma</math></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>[BC]</math></td><td><math>nq=8</math></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>[AB]</math></td><td><math>c_1</math></td><td></td><td><math>b_1</math></td><td></td><td><math>c_1</math></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><math>[A]</math></td><td><math>c_2</math></td><td></td><td><math>b_2</math></td><td></td><td><math>c_2</math></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td><td colspan="2" style="text-align: center;"><math>AB/BS/CS</math> 表</td><td><math>np=8</math></td><td></td><td><math>b_1</math></td><td><math>b_2</math></td><td><math>\Sigma</math></td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td><math>b_1</math></td><td></td><td><math>a_1</math></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td><math>b_2</math></td><td></td><td><math>a_2</math></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2" style="text-align: center;"><math>AS/BS/CS</math> 表</td><td><math>nr=8</math></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td><td><math>a_1</math></td><td><math>a_2</math></td><td><math>\Sigma</math></td> </tr> <tr> <td colspan="2"></td><td></td>&lt;</tr></table>	$ABCS$ 表	$[S]$	$a_1$	$a_1$	$a_1$	$a_1$	$a_2$	$a_2$	$a_2$	$a_2$	$\Sigma$	$b_1$	$b_1$	$b_2$	$b_2$	$b_1$	$b_1$	$b_2$	$b_2$			$c_1$	$c_2$	$c_1$	$c_2$	$c_1$	$c_2$	$c_1$	$c_2$			$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$						$S$ 求和										$S$ 求和										$S$ 求和										总和			$b_1$	$b_1$	$b_2$	$b_2$					$c_1$	$c_1$	$c_2$	$c_2$			$n=4$										$a_1$	$a_2$					$AB/BC/AC$ 表		$[AC]$	$[C]$	$a_1$	$a_2$	$\Sigma$			$[BC]$		$nq=8$							$[AB]$		$c_1$		$b_1$		$c_1$			$[A]$		$c_2$		$b_2$		$c_2$					$AB/BS/CS$ 表		$np=8$		$b_1$	$b_2$	$\Sigma$					$b_1$		$a_1$							$b_2$		$a_2$							$AS/BS/CS$ 表		$nr=8$									$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$							$a_1$	$a_2$	$\Sigma$			
$ABCS$ 表	$[S]$	$a_1$			$a_1$	$a_1$	$a_1$	$a_2$	$a_2$	$a_2$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
		$b_1$			$b_1$	$b_2$	$b_2$	$b_1$	$b_1$	$b_2$	$b_2$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
		$c_1$			$c_2$	$c_1$	$c_2$	$c_1$	$c_2$	$c_1$	$c_2$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
		$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$						$S$ 求和																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
									$S$ 求和																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
									$S$ 求和																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
									总和																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
		$b_1$	$b_1$	$b_2$	$b_2$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
		$c_1$	$c_1$	$c_2$	$c_2$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
$n=4$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																		
		$a_1$	$a_2$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																															
$AB/BC/AC$ 表		$[AC]$	$[C]$	$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
$[BC]$		$nq=8$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																
$[AB]$		$c_1$		$b_1$		$c_1$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
$[A]$		$c_2$		$b_2$		$c_2$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
		$AB/BS/CS$ 表		$np=8$		$b_1$	$b_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
				$b_1$		$a_1$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
				$b_2$		$a_2$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
				$AS/BS/CS$ 表		$nr=8$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
						$a_1$	$a_2$	$\Sigma$																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										



因素实验设计与计算的规律 (一)	
主效应 计算	$SS_{factor} = [factor] - [Y]$ 单因素: $SSA = [A] - [Y]$ 两因素: $SSA = [A] - [Y] \quad SSB = [B] - [Y]$ 三因素: $SSA = [A] - [Y] \quad SSB = [B] - [Y] \quad SSC = [C] - [Y]$ 四因素: $SSA = [A] - [Y] \quad SSB = [B] - [Y] \quad SSC = [C] - [Y] \quad SSD = [D] - [Y]$
交互作用 数量	<p><math>n</math> 个因素: <math>2^n - n - 1</math> (<math>n &gt; 2</math>) 个交互作用, 其中</p> <p>2 次交互作用 <math>C_n^2</math></p> <p>3 次交互作用 <math>C_n^3</math></p> <p>...</p> <p><math>k</math> 次交互作用 <math>C_n^k</math></p> <p>...</p> <p><math>n</math> 次交互作用 <math>C_n^n</math></p> <p>两因素: 1</p> <p>三因素: 4</p> <p>四因素: 11</p>
交互作用 计算	<p><math>n</math> 次交互作用 <math>SSAB \dots N = [AB \dots N] - [Y] - SSAB - SSAC - \dots - SSMN - SSABC - SSABD - \dots - SSBCDE \dots N</math></p> <p>两次交互作用 <math>SSAB = [AB] - SSA - SSB</math></p> <p>三次交互作用 <math>SSABC = [ABC] - SSA - SSB - SSC - SSAB - SSAC - SSBC - SSABC</math></p> <p>四次交互作用 <math>SSABCD = [ABCD] - SSA - SSB - SSC - SSD - SSAB - SSAC - SSAD - SSBC - SSBD - SSBCD - SSABC - SSABD - SSACD - SSBCD</math></p>
总变异计算	<p><math>SS_{total} = [factors] - [Y]</math></p> <p>单因素</p> <p>完全随机: <math>[A] - [Y]</math></p> <p>随机区组: <math>[AS] - [Y]</math></p> <p>拉丁方: <math>[ABC] - [Y]</math></p> <p>被试内: <math>[AS] - [Y]</math></p> <p>两因素</p> <p>完全随机: <math>[AB] - [Y]</math></p> <p>随机区组: <math>[ABS] - [Y]</math></p> <p>重复测量: <math>[ABS] - [Y]</math></p> <p>三因素</p> <p>完全随机: <math>[ABC] - [Y]</math></p> <p>重复测量: <math>[ABCS] - [Y]</math></p> <p>四因素</p> <p>完全随机: <math>[ABCD] - [Y]</math></p> <p>重复测量: <math>[ABCD] - [Y]</math></p>
非重复测量 误差计算	<p>非重复测量: <math>SS_{\text{单元内}} = SS_{total} - SS_{\text{处理间(处理效应)}}</math></p> <p>单因素</p> <p>完全随机: <math>SS_{\text{单元内}} = SS_{\text{总}} - SSA</math></p> <p>随机区组: <math>SS_{\text{残差}} = SS_{\text{总}} - SSA - SS_{\text{区组}}</math></p> <p>拉丁方: <math>SS_{\text{单元内}} = SS_{\text{总}} - SSA - SSB - SSC (n = 1) \quad SS_{\text{残差}} = [ABC] - [Y] - SSA - SSB - SSC (n &gt; 1)</math></p> <p>两因素</p> <p>完全随机: <math>SS_{\text{单元内}} = SS_{\text{总}} - SSA - SSB - SSAB</math></p> <p>随机区组: <math>SS_{\text{残差}} = SS_{\text{总}} - SSA - SSB - SSAB - SS_{\text{区组}}</math></p> <p>三因素</p> <p>完全随机: <math>SS_{\text{单元内}} = SS_{\text{总}} - SSA - SSB - SSC - SSAB - SSAC - SSBC - SSABC</math></p> <p>四因素</p> <p>完全随机: <math>SS_{\text{单元内}} = SS_{\text{总}} - SSA - SSB - SSC - SSD - SSAB - SSAC - SSAD - SSBC - SSBD - SSABC - SSABD - SSBCD - SSABCD</math></p>

## 因素实验设计与计算的规律（二）

### 误差数

被试内：每个主效应和交互作用应都有一个独特的误差项，共  $2^n - 1 = (C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n)$

单因素：1

两因素：3

三因素：7

四因素：15

混合：分成被试间因素和被试内因素，被试间因素仅1个误差，被试内因素按被试内处理  $k + 2^{n-k} - 1$   
两因素混合： $1+1=2$

重测一个因素的三因素混合： $1+1=2$

重测两个因素的三因素混合： $1+3=4$

重测一个因素的四因素混合： $1+1=2$

重测两个因素的四因素混合： $1+3=4$

重测三个因素的四因素混合： $1+7=8$

### 误差计算

重复测量：

$SS_{A \times B \times \dots \times \text{被试}}$  ①相减法 ②按交互作用计算， $S$  即被试间

$SS_{B \times \dots \times \text{被试}(A \dots)}$  同上两个方法，注意被试间因素会有嵌套

被试内

- 单因素被试内

$$SS_{\text{残差}} = SS_{\text{总}} - SS_{\text{被试间}} - SSA$$

- 两因素被试内

$$SS_{A \times \text{被试}} = [AS] - [Y] - SSA - SS_{\text{被试间}}$$

$$SS_{B \times \text{被试}} = [BS] - [Y] - SSB - SS_{\text{被试间}}$$

$$SS_{A \times B \times \text{被试}} = [ABS] - [Y] - SSA - SSB - SSAB - SS_{\text{被试间}}$$

$$= SS_{\text{被试内}} - SSA - SS_{A \times \text{被试}} - SSB - SS_{B \times \text{被试}} - SSAB$$

- 三因素被试内

$$SS_{A \times \text{被试}} = [AS] - [Y] - SSA - SS_{\text{被试间}}$$

$$SS_{B \times \text{被试}} = [BS] - [Y] - SSB - SS_{\text{被试间}}$$

$$SS_{C \times \text{被试}} = [CS] - [Y] - SSC - SS_{\text{被试间}}$$

$$SS_{A \times B \times \text{被试}} = [ABS] - [Y] - SSA - SSB - SSAB - SS_{\text{被试间}}$$

$$SS_{A \times C \times \text{被试}} = [ACS] - [Y] - SSA - SSC - SSAC - SS_{\text{被试间}}$$

$$SS_{B \times C \times \text{被试}} = [BCS] - [Y] - SSB - SSC - SSBC - SS_{\text{被试间}}$$

$$SS_{A \times B \times C \times \text{被试}} = SS_{\text{被试内}} - SSA - SS_{A \times \text{被试}} - SSB - SS_{B \times \text{被试}} - SSC - SS_{C \times \text{被试}} - SSAB - SS_{A \times B \times \text{被试}} - SSAC - SS_{A \times C \times \text{被试}} - SSBC - SS_{B \times C \times \text{被试}} - SSABC$$

混合

- 两因素混合

$$SS_{\text{被试}(A)} = SS_{\text{被试间}} - SSA$$

$$SS_{B \times \text{被试}(A)} = [ABS] - [Y] - SSB - SS_{\text{被试间}} = SS_{\text{被试内}} - SSB - SSAB$$

- 重测一个因素的三因素

$$SS_{\text{被试}(AC)} = SS_{\text{被试间}} - SSA - SSC - SSAC$$

$$SS_{B \times \text{被试}(AC)} = SS_{\text{被试内}} - SSB - SSAB - SSBC - SSABC$$

- 重测两个因素的三因素

$$SS_{\text{被试}(A)} = SS_{\text{被试间}} - SSA$$

$$SS_{B \times \text{被试}(A)} = [ABS] - [Y] - SSB - SS_{\text{被试间}}$$

$$SS_{C \times \text{被试}(A)} = [ACS] - [Y] - SSC - SS_{\text{被试间}}$$

$$SS_{B \times C \times \text{被试}(A)} = SS_{\text{被试内}} - SSB - SSAB - SS_{B \times \text{被试}(A)} - SSC - SSAC - SSBC - SS_{C \times \text{被试}(A)} - SSABC$$

重复测量  
误差计算

	总自由度: $df_{\text{总}} = \text{总试次} - 1$	单元内误差 $df$ : $df_{\text{单元内}} = pq \dots (n - 1)$
	主效应 $df$ : $df_A = p - 1$	残差 $df$ : $df_{\text{残差}} = (p - 1)(q - 1) \dots (n - 1)$
	交互作用 $df$ : $df_{A \times B \times \dots} = (p - 1)(q - 1) \dots$	合并误差 $df$ : $df_{\text{pooled}} = (p - 1)(p - 2)$ (拉丁方)
自由度 分解 (一)	单因素完全随机	$SSA$ $p - 1$ $SS_{\text{单元内}}$ $p(n - 1)$
	单因素随机区组	$SSA$ $p - 1$ $SS_{\text{区组}}$ $n - 1$ $SS_{\text{残差}}$ $(n - 1)(p - 1)$
	单因素拉丁方	$SSA$ $p - 1$ $SSB$ $p - 1$ $SSC$ $p - 1$ $SS_{\text{pooled}}$ $(p - 1)(p - 2)$
	单因素被试内	$SS_{\text{被试间}}$ $n - 1$ $SSA$ $p - 1$ $SS_{\text{残差}}$ $(n - 1)(p - 1)$
	两因素完全随机	$SSA$ $p - 1$ $SSB$ $q - 1$ $SSAB$ $(p - 1)(q - 1)$ $SS_{\text{单元内}}$ $pq(n - 1)$
	两因素随机区组	$SSA$ $p - 1$ $SSB$ $q - 1$ $SSAB$ $(p - 1)(q - 1)$ $SS_{\text{区组}}$ $n - 1$ $SS_{\text{残差}}$ $(n - 1)(p - 1)(q - 1)$
	两因素混合	$SSA$ $p - 1$ $SS_{\text{被试}(A)}$ $p(n - 1)$ $SSB$ $q - 1$ $SSAB$ $(p - 1)(q - 1)$ $SS_{B \times \text{被试}(A)}$ $p(n - 1)(q - 1)$
	两因素被试内	$SS_{\text{被试间}}$ $n - 1$ $SSA$ $p - 1$ $SS_{A \times \text{被试}}$ $(p - 1)(n - 1)$ $SSB$ $q - 1$ $SS_{B \times \text{被试}}$ $(q - 1)(n - 1)$ $SSAB$ $(p - 1)(q - 1)$ $SS_{A \times B \times \text{被试}}$ $(p - 1)(q - 1)(n - 1)$
	三因素完全随机	$SSA$ $p - 1$ $SSB$ $q - 1$ $SSC$ $r - 1$ $SSAB$ $(p - 1)(q - 1)$ $SSAC$ $(p - 1)(r - 1)$ $SSBC$ $(q - 1)(r - 1)$ $SSABC$ $(p - 1)(q - 1)(r - 1)$ $SS_{\text{单元内}}$ $pqr(n - 1)$
	重测一个因素的三因素	$SSA$ $p - 1$ $SSC$ $r - 1$ $SSAC$ $(p - 1)(r - 1)$ $SS_{\text{被试}(AC)}$ $pr(n - 1)$ $SSB$ $q - 1$ $SSAB$ $(p - 1)(q - 1)$ $SSBC$ $(q - 1)(r - 1)$ $SSABC$ $(p - 1)(q - 1)(r - 1)$ $SS_{B \times \text{被试}(AC)}$ $pr(n - 1)(q - 1)$

自由度 分解 (二)	重测两个因素的三因素  三因素被试内	$SSA$	$p - 1$
		$SS_{\text{被试}(A)}$	$p(n - 1)$
		$SSB$	$q - 1$
	重测两个因素的三因素	$SSAB$	$(p - 1)(q - 1)$
		$SS_{B \times \text{被试}(A)}$	$p(n - 1)(q - 1)$
		$SSC$	$r - 1$
		$SSAC$	$(p - 1)(r - 1)$
		$SS_{C \times \text{被试}(A)}$	$p(n - 1)(r - 1)$
		$SSBC$	$(q - 1)(r - 1)$
		$SSABC$	$(p - 1)(q - 1)(r - 1)$
		$SS_{B \times C \times \text{被试}(A)}$	$p(n - 1)(q - 1)(r - 1)$
	三因素被试内	$SS_{\text{被试间}}$	$n - 1$
		$SSA$	$p - 1$
		$SS_{A \times \text{被试}}$	$(p - 1)(n - 1)$
		$SSB$	$q - 1$
		$SS_{B \times \text{被试}}$	$(q - 1)(n - 1)$
		$SSC$	$r - 1$
		$SS_{C \times \text{被试}}$	$(r - 1)(n - 1)$
		$SSAB$	$(p - 1)(q - 1)$
		$SS_{A \times B \times \text{被试}}$	$(p - 1)(q - 1)(n - 1)$
		$SSAC$	$(p - 1)(r - 1)$
		$SS_{A \times C \times \text{被试}}$	$(p - 1)(r - 1)(n - 1)$
		$SSBC$	$(q - 1)(r - 1)$
		$SS_{B \times C \times \text{被试}}$	$(q - 1)(r - 1)(n - 1)$
		$SSABC$	$(p - 1)(q - 1)(r - 1)$
		$SS_{A \times B \times C \times \text{被试}}$	$(p - 1)(q - 1)(r - 1)(n - 1)$
	重测两个因素的四因素	$SSA$	$p - 1$
		$SSB$	$q - 1$
		$SSAB$	$(p - 1)(q - 1)$
		$SS_{\text{被试}(AB)}$	$pq(n - 1)$
		$SSC$	$r - 1$
		$SSAC$	$(p - 1)(r - 1)$
		$SSBC$	$(q - 1)(r - 1)$
		$SSABC$	$(p - 1)(q - 1)(r - 1)$
		$SS_{C \times \text{被试}(AB)}$	$pq(n - 1)(r - 1)$
		$SSD$	$t - 1$
		$SSAD$	$(p - 1)(t - 1)$
		$SSBD$	$(q - 1)(t - 1)$
		$SSABD$	$(p - 1)(q - 1)(t - 1)$
		$SS_{D \times \text{被试}(AB)}$	$pq(n - 1)(t - 1)$
		$SSCD$	$(r - 1)(t - 1)$
		$SSACD$	$(p - 1)(r - 1)(t - 1)$
		$SSBCD$	$(q - 1)(r - 1)(t - 1)$
		$SSABCD$	$(p - 1)(q - 1)(r - 1)(t - 1)$
		$SS_{C \times D \times \text{被试}(AB)}$	$pq(n - 1)(r - 1)(t - 1)$

嵌套实验设计	
适用	<ul style="list-style-type: none"> <li>固定社会团体，不能随机分配被试, i.e. 班级、车间、病房</li> <li>若用完全随机的方差分析则将团体效应混入主效应中，由自变量带来的误差没有那么大</li> </ul>
嵌套思想	<p>1° 一个因素的每个特定的水平只出现另一个因素的某个特定的水平上</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>若 <math>B</math> 因素不同水平并不是独立出现的，而是依赖于 <math>A</math> 的水平，如 <math>B_1, B_2, B_3</math> 只出现在 <math>A_1</math> 上，而 <math>B_4, B_5, B_6</math> 只出现在 <math>A_2</math> 上，则称 <math>B</math> 嵌套在 <math>A</math>，写作 <math>B(A)</math></li> </ul> <p>2° 分离出无关变量的效应，即团体效应 (<math>B(A)</math>)，以更精确地估价出自变量的效应</p> <p>3° 不能计算交互作用 (<math>AB</math> 表中有一半是空着的)</p> <p>4° 为了将检验更加严格，主效应的误差用团体效应的均方（通常团体效应还是比单元内误差大很多的）</p>
因素嵌套设计	<p>双因素：一个自变量，一个无关变量（即团体），团体嵌套在自变量中</p> <p>三因素：一个自变量，两个无关变量，无关变量 <math>B</math> 嵌套在自变量中，无关变量 <math>C</math> 嵌套在无关变量 <math>B</math> 中</p>

### 两因素完全随机嵌套实验设计

模型/假说	数据表						平方和分解
$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_{k(j)} + \varepsilon_{i(jk)}$	$ABS$ 表	[ $ABS$ ] [ $Y$ ]	$a_1 \quad a_1 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_2$ $b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \quad b_5 \quad b_6$				$SS_{\text{总}} = SSA + SS_{B(A)} + SS_{\text{单元内}}$ $SS_{\text{总}} = [ABS] - [Y]$ $SSA = [A] - [Y]$ $SSB(A) = ([AB] - [Y]) - SSA$ $SS_{\text{单元内}} = SS_{\text{总}} - SSA - SSB(A)$
*A 因素处理效应为 0							[注] $SSAB = ([AB] - [Y]) - SSA - SSB$ $([AB] - [Y]) - SSA = SSAB + SSB$ 而 $SSAB = 0$ $SSB = SSB(A)$
$\alpha_j = 0$							
*团体效应为 0							
$\sigma^2_{\beta} = 0$							

### 三因素完全随机嵌套实验设计

模型/假说	数据表						平方和分解
$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \beta_{k(j)} + \gamma_{l(jk)} + \varepsilon_{i(jk)}$	$ABCS$ 表	[ $ABCS$ ] [ $Y$ ]	$a_1 \quad a_1 \quad a_1 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_2 \quad a_2$ $b_1 \quad b_1 \quad b_2 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_3 \quad b_4 \quad b_4$ $c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5 \quad c_6 \quad c_7 \quad c_8$				$SS_{\text{总}} = SSA + SSB(A) + SSC(AB) + SS_{\text{单元内}}$ $SS_{\text{总}} = [ABCS] - [Y]$ $SSA = [A] - [Y]$ $SSB(A) = ([AB] - [Y]) - SSA$ $SSC(AB) = ([ABC] - [Y]) - SSA - SSB(A)$ $SS_{\text{单元内}} = SS_{\text{总}} - SSA - SSB(A) - SSC(AB)$
*A 因素处理效应为 0							
$\alpha_j = 0$							
*高一级团体效应为 0							
$\sigma^2_{\beta} = 0$							
*低一级团体效应为 0							
$\sigma^2 c = 0$							

## 多重比较

	<p><b>含义:</b> 主效应显著, 仅表明不同平均数间的差异是存在的, 但是到底是哪些平均数间差异显著还要进一步的检验</p> <p><b>每个比较中的 I 型错误率</b> error rate per comparison, <math>PC</math>: 研究者设置的 <math>\alpha</math>  <b>整个实验的错误率</b> experimentwise, <math>EW</math>: <math>\alpha_{EW} = 1 - (1 - \alpha_{PC})^c</math> [估算: <math>c</math> 的数目小时 <math>a_{EW} = c \times \alpha</math>]</p>
	<p><b>事前/后比较</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>事前比较:</b> 比较的计划在实验前就已作好, 根据某些理论假设或前人的研究确定</li> <li>• <b>事后比较:</b> 在实验数据收集后才确定比较方案, 因为没有特定的比较目的, 所以研究者穷尽所有成对比较去发现差异</li> </ul> <p><b>正交/非正交比较 (或对比)</b></p> <p><b>基本概念</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>正交:</b> 所有比较间没有关联, 其系数矩阵各列相乘, 再相加为 0, <math>\sum SS_{Acomp} = SSA</math>, 正交有非常特定的模式</li> <li>• <b>非正交:</b> 所有比较间有关联, 其系数矩阵各列相乘, 再相加不为 0, <math>\sum SS_{Acomp} &gt; SSA</math></li> </ul>
	<p><b>比较 comparison:</b> 泛指所有的多重比较</p> <p><b>对比 contrast:</b> 有计划的比较, 主要指事先的</p> <p><b>三类多重比较:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>事先正交对比:</b> 根据前人文献或者理论确定, 系数矩阵满足特定要求;</li> <li>• <b>事先非正交对比:</b> 提的是研究者感兴趣的问题, 只是不小心产生了冗余对比, 但对比的组数仍不多</li> <li>• <b>事后非正交对比:</b> 由于没有特定目的, 研究者想知道所有差异, 于是只有穷尽所有成对比较</li> </ul> <p><b>趋势分析 Trend Analysis:</b> 实验处理效应为线性或非线性趋势理论假设正确性的检验</p>

### 事先正交对比

$t \text{ 检验: } t = \frac{\sum_{j=1}^p C_j \bar{Y}_j}{\sqrt{MS_{error} \left( \sum_{j=1}^p \frac{C_j^2}{n_j} \right)}}$	$F \text{ 检验: } F = t^2$
---	--------------------------

### 事先非正交对比

<p><b>Dunn 多重比较/td 检验:</b> 将 <math>t</math> 表修改更加严格 (<math>tD</math> 表)</p> $tD = \frac{\sum_{j=1}^p C_j \bar{Y}_j}{\sqrt{MS_{error} \left( \sum_{j=1}^p \frac{C_j^2}{n_j} \right)}}$	<p><b>Dunn 检验方法:</b> <math>tD</math> 表</p> <p>研究者计划做 <math>p - 1</math> 个实验组平均数与控制组平均数的比较</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 两组被试数不相等: <math>tD = \frac{C_j \bar{Y}_j - C_{\bar{j}} \bar{Y}_{\bar{j}}}{\sqrt{MS_{within} \left( \frac{C_j^2}{n_j} + \frac{C_{\bar{j}}^2}{n_{\bar{j}}} \right)}}</math></li> <li>• 两组被试数相等: <math>tD = \frac{C_j \bar{Y}_j - C_{\bar{j}} \bar{Y}_{\bar{j}}}{\sqrt{\frac{2MS_{within}}{n}}}</math></li> </ul>
---	---

### 事后非正交对比

- **LSD 检验/最小差异检验:** 不做任何校正
- **Turkey-HSD 检验:** 温和的严格程度, 是一种  $q$  检验
- **N-K 检验:** 带梯度的检验, 不同阶梯上各个比较间差异检验在不同  $\alpha$  水平上, 下限是 LSD, 上限是 Turkey-HSD
- **Scheffe 检验:** 最严格校正

# **CREDIT**

Reference: 《心理与教育研究中的多因素实验设计 : 第 2 版》舒华著

Typography Tool: Microsoft Word 2010

PDF Maker: Adobe Acrobat Pro DC