

PRODUCTO CARTESIANO

Sean A y B conjuntos, el producto cartesiano de A con B ($A \times B$), es el conjunto de pares ordenados en los que la primera componente es elemento de A , y la segunda de B .

$$A \times B = \{ (a, b) / a \in A \wedge b \in B \}$$

Ejemplos:

1) Sea $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{a, b\}$

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$$

$$B \times A = \{(a, 1), (b, 1), (a, 2), (b, 2), (a, 3), (b, 3)\}$$

$$B \times B = \{(a, b), (a, a), (b, a), (b, b)\}$$

Propiedades

- Si $A \neq B \Rightarrow A \times B \neq B \times A$
- $A \times \emptyset = \emptyset$, $\emptyset \times A = \emptyset$
- Si A y B son conjuntos finitos $\Rightarrow \#(A \times B) = \#A \cdot \#B$.

Partición

Una partición de un conjunto es una familia de subconjuntos no vacíos de A , disjuntos dos a dos, cuya unión es A .

$$\text{Partición} = \left\{ A_i, 1 \leq i \leq n / A_i \subset A, A_i \cap A_j = \emptyset, \bigcup_{i=1}^n A_i = A, A_i \neq \emptyset \right\}$$

Ejemplo:

Sea $A = \{1, 2, 3\}$ Partición = $\{\{1, 2\}, \{3\}\}$
 $= \{\{1\}, \{2, 3\}\}$

RELACION

Una relación de A en B es un subconjunto del producto cartesiano $A \times B$, formado por los pares ordenados que cumplen una determinada propiedad.

Ejemplo

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{1, 2, 3\}$$

$$A \times B = \{(1,1)(1,2)(1,3)(2,1)(2,2)(2,3)(3,1)(3,2)(3,3)(4,1)(4,2)(4,3)\}$$

$$R: A \rightarrow B$$

$$R = \{(x, y) \in A \times B \mid x + y \geq 4\}$$

$$R = \{(1,3)(2,2)(2,3)(2,4)(3,1)(3,2)(3,3)(4,1)(4,2)(4,3)\}$$

DOMINIO

En una relación $A \rightarrow B$, el dominio es el conjunto de elementos de A , que pertenecen a R .

IMAGEN

En una relación $A \rightarrow B$, la imagen es el conjunto de elementos de B , que pertenecen a R .

Ejemplo

$$\text{Sea } A = \{1, 2, 3, 4\} \text{ y } B = \{a, b, c\}$$

$$R: A \rightarrow B \mid R = \{(1, a)(1, b)(2, a)(4, b)\}$$

$$\text{Dominio: } \{1, 2, 4\}$$

$$\text{Imagen: } \{a, b\}$$

REPRESENTACIÓN DE RELACIONES

Diagrama de Venn

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{a, b, c\}$$

$$R: A \rightarrow B / R = \{(1, a)(1, b)(2, a)(2, c)(4, a)\}$$

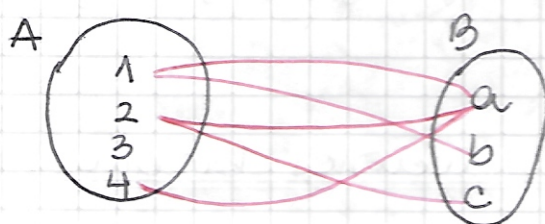


Tabla de doble entrada

A \ B	a	b	c
1	1	1	0
2	1	0	1
3	0	0	0
4	1	0	0

Matriz Booleana

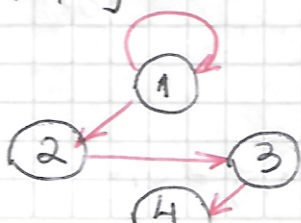
$$M \in \mathbb{M}^{4 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Las relaciones de A en A , se denominan relaciones binarias, y admiten otro tipo de representación:

Digrafo

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$R: A \rightarrow A / R = \{(1, 1)(1, 2)(2, 3)(3, 4)(4, 4)\}$$



En el digrafo, los elementos de A son nodos, y cada par ordenado perteneciente a la relación, se representa con una flecha unidireccional entre elementos.

La flecha puede ser bidireccional, cuando el par (a, b) y (b, a) pertenecen a la relación.

Los bucles son flechas cuyo origen y destino coinciden.

Digrafo

TRAYECTORIA: camino continuado de relaciones entre nodos o vértices.

ciclo: trayectoria que comienza y termina en el mismo vértice.
