Design and Analysis of Algorithms
Tutorial 2


许可 kexu@nlsde.buaa.edu.cn

童咏昕 yxtong@buaa.edu.cn

北京航空航天大学 计算机学院

问题1

- 使用归纳法证明下列问题。

(a)递归函数为

$$\mathrm{T}(1) = 1$$
$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + n \quad if\ n > 1$$

证明存在c使得$T(n) \leq c \cdot n$成立。

(b)递归函数为

$$T(1) = 1$$
$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2 \qquad if\ n > 1$$

证明存在c使得$T(n) \leq c \cdot n$成立。

问题1

(c) 递归函数为

$$T(1) = 1$$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + n \qquad if\ n > 1$$

证明存在c使得$T(n) \leq c \cdot n$成立。

(d) 递归函数为

$$T(1) = 1$$

$$T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n \qquad if\ n > 1$$

证明存在c_1, c_2使得$T(n) \leq c_1 \cdot n^2 - c_2 \cdot n$成立。

问题1

(e) 递归函数为

$$T(1) = 1$$

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2 \qquad if\ n > 1$$

证明存在c使得$T(n) \le c \cdot n^2$成立。

(f) 递归函数为

$$T(1) = 0, T(2) = 1$$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + \log_2 n \qquad if\ n > 2$$

证明存在c使得$T(n) \le c \cdot \log^2 n$成立。

问题2

- 令A[1..n]表示一列由正整数组成的数组，设计一个分治算法计算数组中A[j]-A[i]的最大值，其中，j≥i.同时分析所给算法的时间复杂度。

问题3

- 设计一个线性时间复杂度的算法解决最大子数组问题(Maximum Contiguous Subarray Problem)。

  提示:若已知A[1..j]的最大子数组(1≤j<n),则A[1..j+1]的最大子数组要么是A[1..j]的最大子数组,要么是某个子数组A[i..j+1](1≤i≤j+1)。