编译技术

胡春明
hucm@buaa.edu.cn

2019.9-2019.12

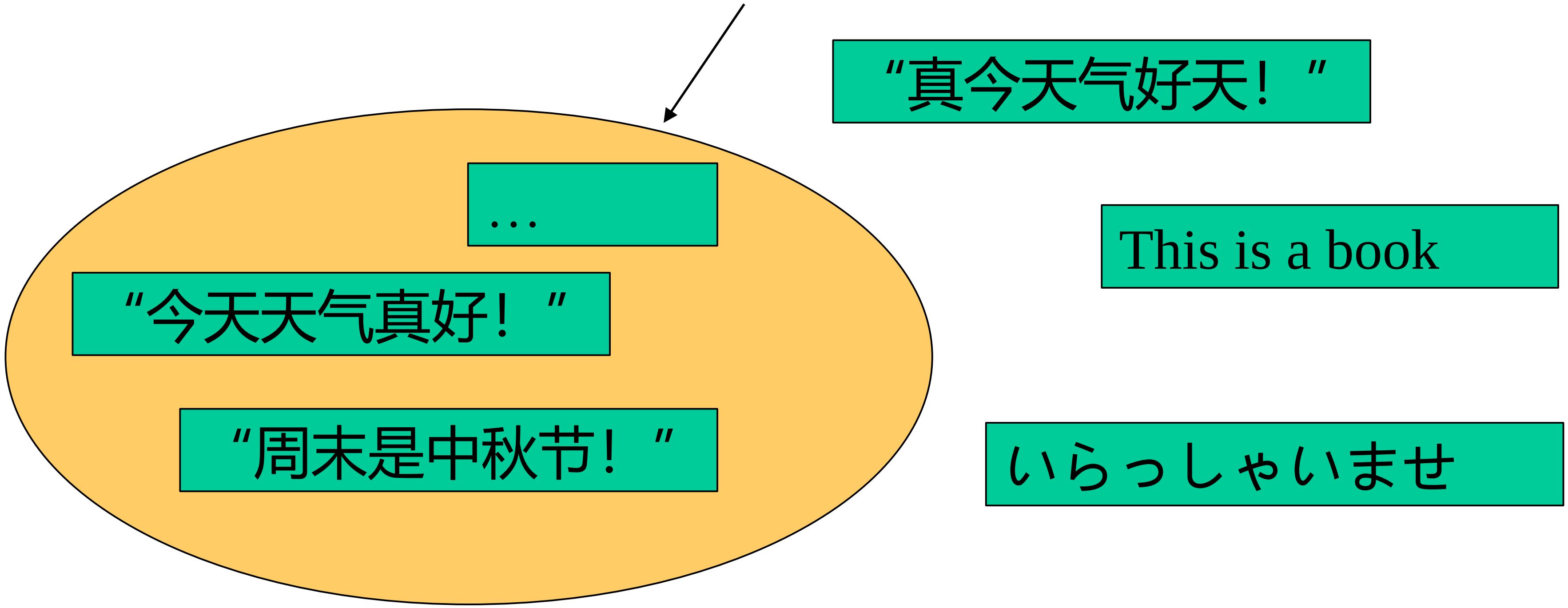
第二章 文法和语言的概念和表示

- 预备知识 - 形式语言基础
- 文法和语言的定义
- 若干术语和重要概念
- 文法的表示：扩充的BNF范式和语法图
- 文法和语言的分类

到底什么是“语言”？

词法分析、语法分析的依据是什么?

首先需要知道语言的构成规则



集合：

字母表：$\boldsymbol{\Sigma}$ ，字母表的闭包： $\boldsymbol{\Sigma}^{+}, \boldsymbol{\Sigma}^{*}$

语言：$\boldsymbol{L} \subseteq \boldsymbol{\Sigma}^{*}$，语言的闭包： $\boldsymbol{L}^{+}, \boldsymbol{L}^{*}$

空语言：$\boldsymbol{\phi}$

集合元素：

字符串：$\forall \boldsymbol{x} \epsilon \boldsymbol{\Sigma}^{*}$ ，空字符串：$\boldsymbol{\varepsilon}$

句子： $\forall \boldsymbol{x} \epsilon \boldsymbol{L}$

- 若把字符看作符号，则单词就是符号串，单词集合就是符号串的集合。(词法)
- 若把单词看作符号，则句子就是符号串，而所有句子的集合（即语言）就是符号串的集合。 (句法)

习题：p29 3,4

2.3 文法和语言的形式定义

2.3.1文法的定义

$V = V_n \cup V_t$
称为文法的字汇表

定义1. 文法G=（Vn，Vt，P，Z)

Vn：非终结符号集
Vt：终结符号集
P：产生式或规则的集合
Z：开始符号（识别符号） Z∈Vn

规则：U ::= x
$U \in V_n$，$x \in V^*$

规则的定义：

规则是一个有序对(U, x), 通常写为:

$U ::= x$ 或$U \rightarrow x$ ，　$|U| = 1$　$|x| \geq 0$

例：无符号整数的文法：

G[<无符号整数>]=（Vn，Vt，P，Z）

Vn = {<无符号整数>,<数字串>, <数字>}

Vt = {0, 1, 2, 3, …… 9}

P = {<无符号整数> → <数字串> ，

<数字串> → <数字串> <数字>,

<数字串> → <数字> ，

<数字> →0 ，

<数字> →1 ，

…………

<数字> →9 }

Z = <无符号整数>

★ **几点说明**：

产生式左边符号构成集合Vn，且 Z ∈Vn

有些产生式具有相同的左部，可以合在一起

文法的BNF表示

例：<无符号整数> → <数字串>
<数字串> → <数字串> <数字> | <数字>
<数字> →0 | 1 | 2 | 3 | …… | 9

给定一个 文法，需给出产生式（规则）集合，并指定识别符号

例： G[<无符号整数>]：
<无符号整数> → <数字串>
<数字串> → <数字串> <数字> | <数字>
<数字> →0 | 1 | 2 | 3 | …… | 9

2.3.2 推导的形式定义

定义2：文法G：$v = xUy$，$w = xuy$，

其中x、y $\in V^*$，$U \in V_n$，$u \in V^*$，

若$U ::= u \in P$，则$v \underset{G}{\Rightarrow} w$。

若$x = y = \varepsilon$，有$U ::= u$，则$U \underset{G}{\Rightarrow} u$

根据文法和推导定义，可推出终结符号串，所谓通过文法能推出句子来。

例如：G[<无符号整数>]

(1) <无符号整数> → <数字串>

(2) <数字串> → <数字串> <数字>

(3) <数字串> → <数字>

(4) <数字> →0

(5) <数字> →1

....

(13) <数字> →9

<无符号整数> $\underset{(1)}{==>}$ <数字串> $\underset{(2)}{==>}$ <数字串> <数字>

$\underset{(3)}{==>}$ <数字><数字> $\underset{(4)}{==>}$ 1 <数字>

$\underset{(5)}{==>}$ 1 0

当符号串已没有非终结符号时，推导就必须终止。因为终结符不可能出现在规则左部，所以将在规则左部出现的符号称为非终结符号。

定义3：文法G，$u_0, u_1, u_2, \ldots\ldots, u_n \in V^+$

$$\text{if } v = u_0 \underset{G}{==>} u_1 \underset{G}{==>} u_2 \underset{G}{==>} \ldots\ldots \underset{G}{==>} u_n = w$$

$$\text{则 } v \overset{+}{\underset{G}{==>}} w$$

例：<无符号整数>==> <数字串> ==> <数字串> <数字>

==> <数字><数字> ==>1 <数字>

==>1 0

即 <无符号整数> $\overset{+}{\underset{G}{==>}}$ 10

定义4：文法G，有v，w $\in V^+$

if v $\overset{+}{\underset{G}{\Rightarrow}}$ w , 或v=w，则 v $\overset{*}{\underset{G}{\Rightarrow}}$ w

定义5：规范推导：有xUy ==> xuy，若 y $\in V_t^*$,则此推导为规范的，记为 xUy =|=> xuy

直观意义：规范推导＝最右推导

最右推导：若规则右端符号串中有两个以上的非终结符时，先推右边的。

最左推导：若规则右端符号串中有两个以上的非终结符时，先推左边的。

若有v = u_0 =|=> u_1 =|=> u_2 =|=>……=|=> u_n = w, 则 v $\overset{+}{=|=>}$ w

2.3.3 语言的形式定义

文法G[Z]所产生的所有句子的集合

定义6：文法G[Z]

（1）句型：x是句型 ⇔ $Z \overset{*}{\Rightarrow} x$，且 $x \in V^*$；

（2）句子：x是句子 ⇔ $Z \overset{+}{\Rightarrow} x$，且 $x \in V_t^*$；

（3）语言：L（G[Z]）$=\{x \mid x \in V_t^*, Z \overset{+}{\Rightarrow} x\}$；

形式语言理论可以证明以下两点：

（1） $G \rightarrow L(G)$；

（2） $L(G) \rightarrow G1, G2, \ldots\ldots, Gn$；

已知文法，求语言，通过推导；

已知语言，构造文法，无形式化方法，更多是凭经验。

例：{ $ab^na \mid n \geq 1$}，构造其文法

$G_1[Z]$：

$Z \rightarrow aBa$,

$B \rightarrow b \mid bB$

$G_2[Z]$：

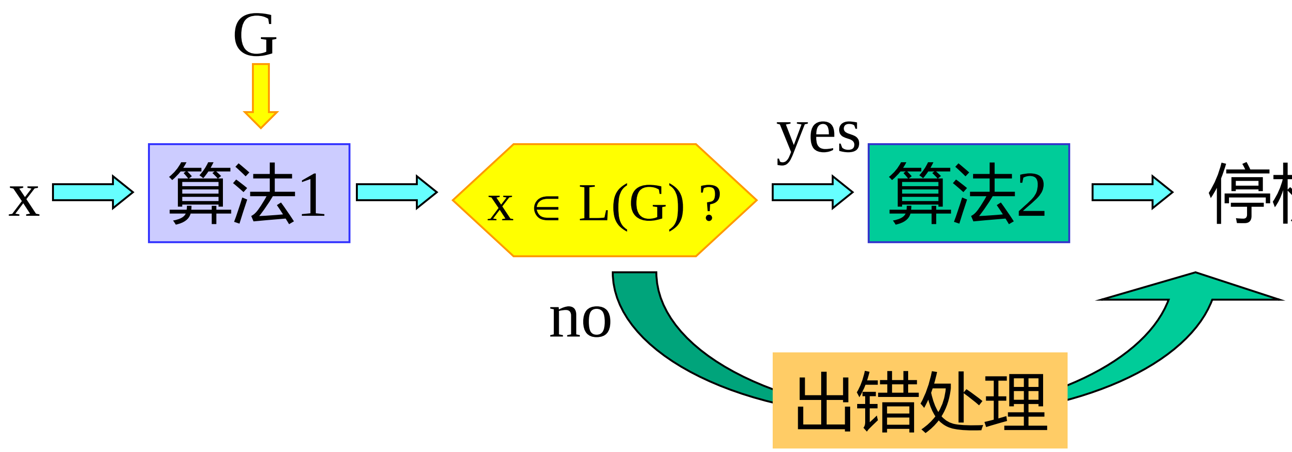
$Z \rightarrow aBa$,

$B \rightarrow b \mid Bb$

定义7. G和G'是两个不同的文法，若 L(G) = L(G') ，则G和G'为**等价文法**。

编译感兴趣的问题是:

- 给定句子 x 以及文法 G，求 $x \in L(G)$？



2.3.4 递归文法

1.**递归规则**：规则右部有与左部相同的符号（非终结符）

对于 U::= xUy

若x=ε，即U::= Uy，左递归

若y=ε，即U::= xU，右递归

若x, y≠ε，即U::= xUy，自嵌入递归

2.**递归文法**：文法G，存在U ∈Vn

if $U \stackrel{+}{\Longrightarrow} \ldots U \ldots$, 则G为递归文法；

if $U \stackrel{+}{\Longrightarrow} U \ldots$, 则G为左递归文法；

if $U \stackrel{+}{\Longrightarrow} \ldots U$, 则G为右递归文法。

3. 递归文法的优点：可用有穷条规则，定义无穷语言

会造成死循环（后面将详细论述）

4. 左递归文法的缺点：不能用自顶向下的方法来进行语法分析

例：对于前面给出的无符号整数的文法是左递归文法，用13条规则就可以定义出所有的无符号整数。若不用递归文法，那将要用多少条规则呢?

<无符号整数> → <数字串>
<数字串> → <数字串> <数字> | <数字>
<数字> →0 | 1 | 2 | 3 | …… | 9

例1：

G[<无符号整数>]

<无符号整数> → <数字串>；

<数字串> → <数字串> <数字> | <数字>；

<数字> →0 | 1 | 2 | 3 | …… | 9

L(G[<无符号整数>]) = Vt^{+}

Vt = {0,1,2,…,9}

例2：

G[S]: S::= aB | bB

B::=a | b

L(G[S]) ={ aa, ab, ba, bb }

2.3.5 句型的短语、简单短语和句柄

定义8. 给定文法G[Z]，$w = xuy \in V^+$，为该文法的句型,

若 $Z \overset{*}{\Longrightarrow} xUy$, 且$U \overset{+}{\Longrightarrow} u$, 则u是句型w相对于U的短语；

若 $Z \overset{*}{\Longrightarrow} xUy$, 且$U \Longrightarrow u$, 则u是句型w相对于U的简单短语。

其中$U \in V_n$，$u \in V^+$，$x, y \in V^*$

直观理解：短语是前面句型中的某个非终结符所能推出的符号串。

任何句型本身一定是相对于识别符号Z的短语。

定义9. 任一句型的最左简单短语称为该句型的句柄。

给定句型找句柄的步骤：

短语 → 简单短语 → 句柄

例: 文法G[<无符号整数>], w = <数字串>1

<无符号整数> => <数字串> => <数字串><数字>
=> <数字串>1

求：短语、 简单短语和句柄。

短语：<数字串>1，1； 简单短语：1；句柄：1

例: 文法G[<无符号整数>], w = <数字串>1

定义8. 给定文法G[Z]，$w=xuy \in V^{+}$，为该文法的句型，

若 $Z \stackrel{*}{\Rightarrow} xUy$, 且$U \stackrel{+}{\Rightarrow} u$, 则u是句型w相对于U的短语；

若 $Z \stackrel{*}{\Rightarrow} xUy$, 且$U \Rightarrow u$, 则u是句型w相对于U的简单短语。

其中$U \in V_n$， $u \in V^{+}$， $x,y \in V^{*}$

x U y x U y x U y x u y

<无符号整数>=> <数字串> => <数字串> <数字> ==> <数字串>1

x U y U u

(1) <无符号整数> $\stackrel{*}{\Rightarrow}$ <无符号整数> <无符号整数> $\stackrel{+}{\Rightarrow}$ <数字串>1

注意：短语、简单短语是相对于句型而言的，一个句型可能有多个短语、简单短语，而句柄只能有一个。

复习： **文法**：G=（Vn，Vt，P，Z）

- 若有规则U ::= u，且 v = x Uy，w = xuy,

  则有**推导** x Uy =>xuy ,即 v ⇒w

- 注意弄清 => $\overset{+}{=}>$ $\overset{*}{=}>$ $\not\Rightarrow$ $\overset{+}{\not\Rightarrow}$的概念

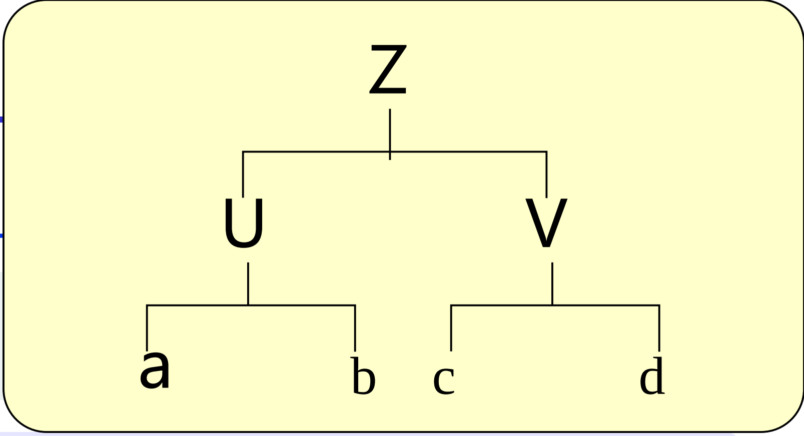
- 文法G对应的**语言** L（G[Z]）={x| x∈V_t*, Z$\overset{+}{\Rightarrow}$ x };
- 递归U$\overset{+}{=}>$…U…
- 有句型w=xuy，若 Z$\overset{*}{=}>$ xUy, 且U$\overset{+}{=}>$u,

  则u是句型w相对于U的**短语**

- 简单短语和最左简单短语（句型）的概念

2.4 语法树与二义性文法

2.4.1 推导与语法（推导）树



（1）语法（推导）树：句子(句型）结构的图示表示法，
它是有向图，由结点和有向边组成。

结点：符号

根结点：识别符号（非终结符）
中间结点：非终结符
叶结点：终结符或非终结符

有向边：表示结点间的派生关系

(2)句型的推导及语法树的生成（自顶向下）

给定G[Z]，句型w：

可建立推导序列，$Z \overset{*}{\underset{G}{\Longrightarrow}} w$

可建立语法树，以Z为树根结点，每步推导生成语法树的一枝，最终可生成句型w的语法树。

注意一个重要事实：文法所能产生的句子，可以用不同的推导序列（使用产生式顺序不同）将其推导出来。语法树的生长规律不同，但最终生成的语法树形状完全相同。某些文法有此性质，而某些文法不具此性质。

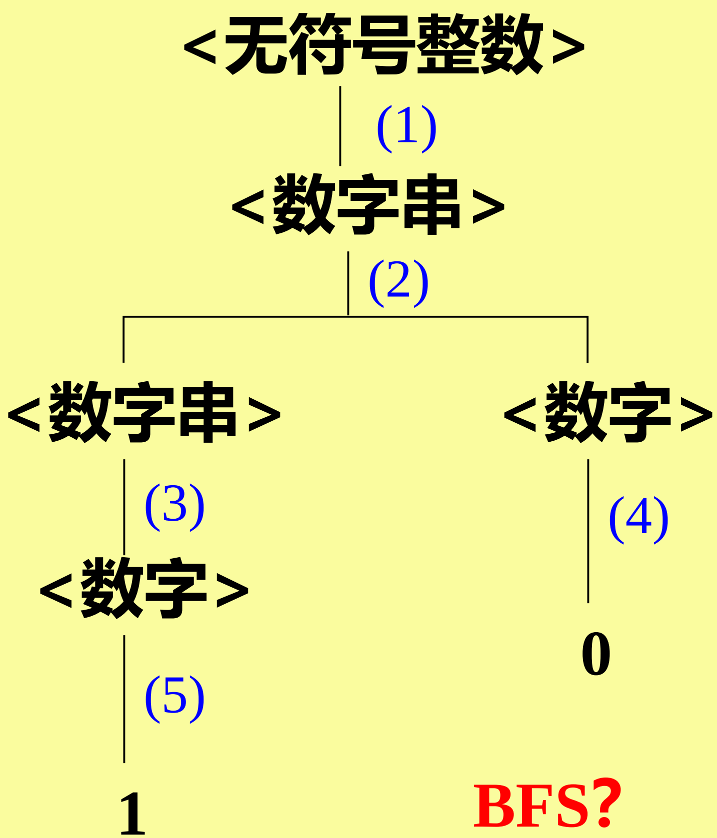
G[<无符号整数>]:

<无符号整数> → <数字串>

<数字串> → <数字串> <数字> | <数字>

<数字> →0 | 1 | 2 | 3 | …… | 9

一般推导:



BFS?

G[<无符号整数>]:

<无符号整数> → <数字串>

<数字串> → <数字串> <数字> | <数字>

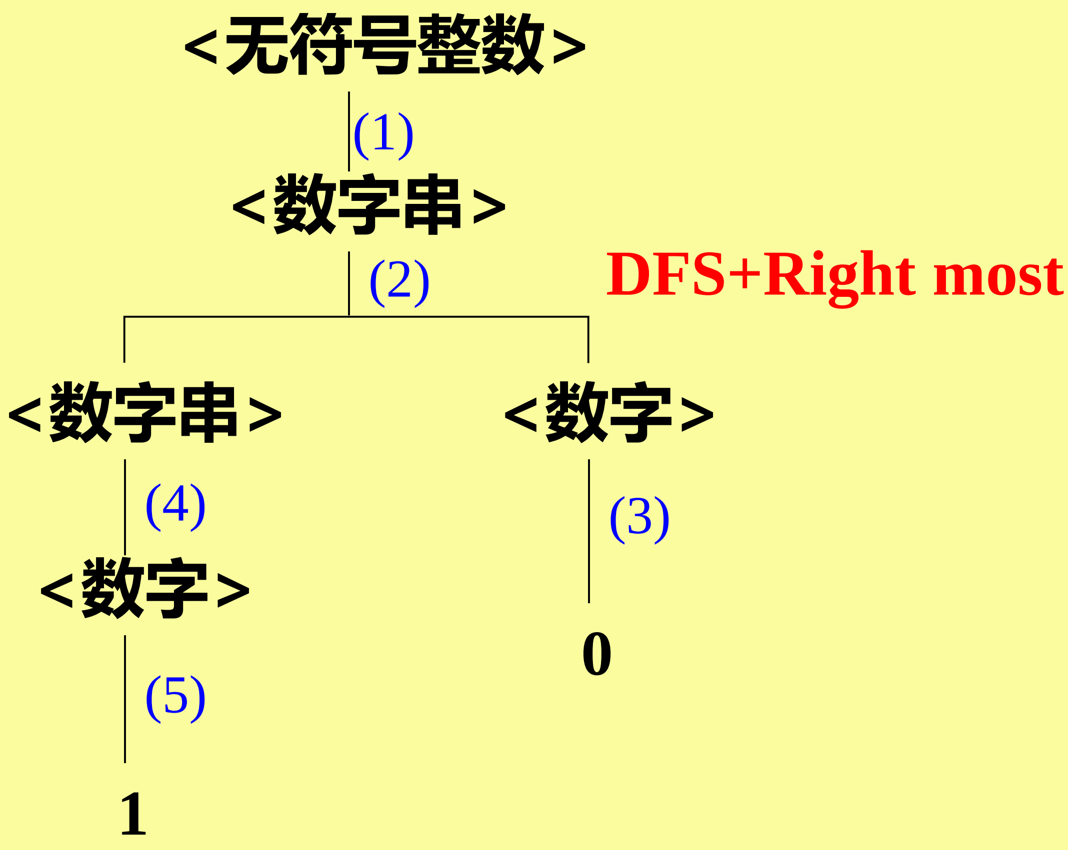
<数字> →0 | 1 | 2 | 3 | …… | 9

最左推导:

G[<无符号整数>]:

<无符号整数> → <数字串>
<数字串> → <数字串> <数字> | <数字>
<数字> →0 | 1 | 2 | 3 | …… | 9

最右推导



思考：

给定一个文法G，不同的推导（一般推导、最左推导、最右推导）**产生的文法树总是一致的吗?**

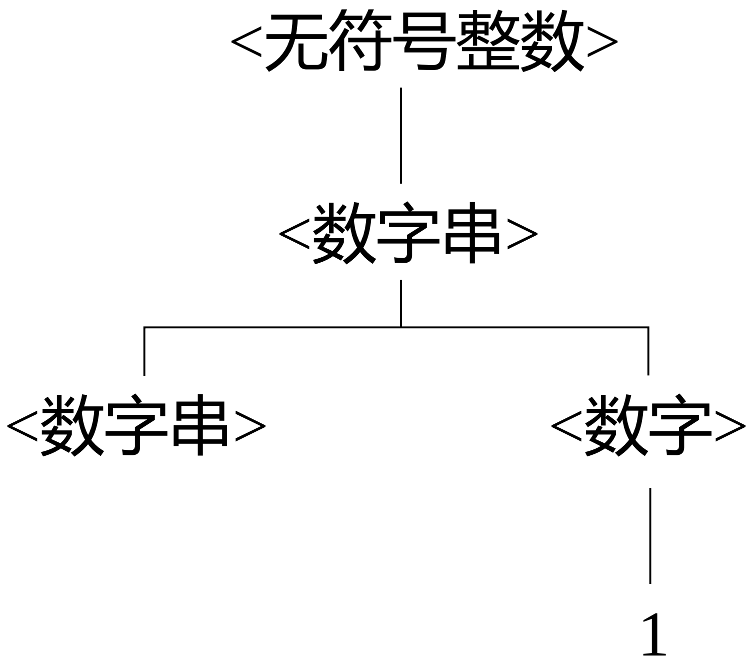
(3) 子树与短语

子树：语法树中的某个结点（子树的根）连同它向下派生的部分所组成。

定理 某子树的末端结点按**自左向右**顺序为句型中的符号串，则该符号串为该句型的**相对于该子树根**的短语。

只需画出句型的语法树，然后根据**子树**找**短语**→**简单短语**→**句柄**。

例：G[<无符号整数>]　　**句型**　<数字串>1

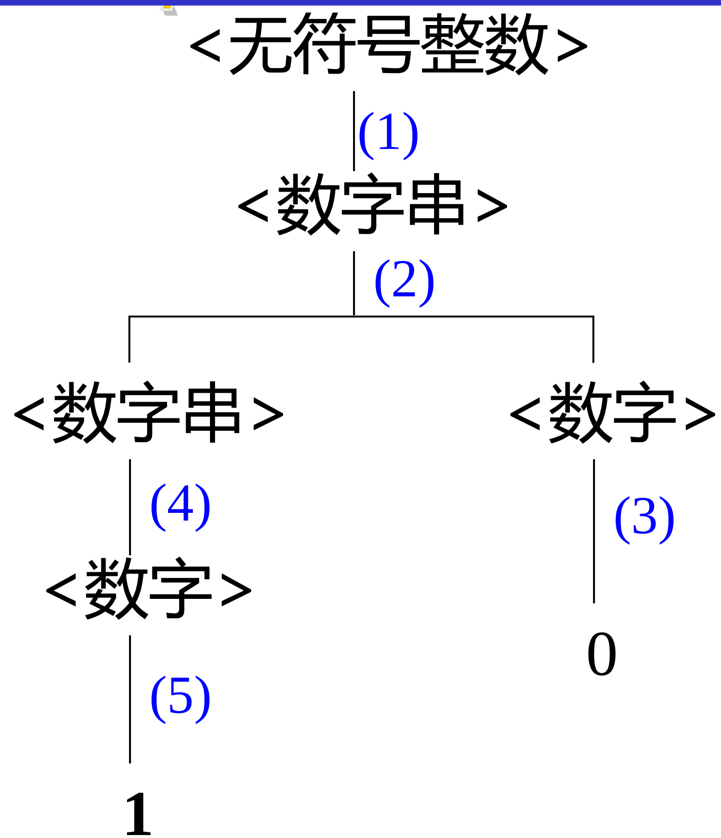


<无符号整数> $\Rightarrow$ <数字串>

$\Rightarrow$ <数字串> <数字>

$\Rightarrow$ <数字串>1

短语：<数字串>1，1　　**简单短语：1**　　**句柄：1**



<无符号整数>=> <数字串>

=> <数字串> <数字>

=> <数字串>0

=> <数字>0

=> 10

句型	**<数字串>**	**<数字串> <数字>**	**<数字串>0**	**<数字>0**	**10**
短语	**<数字串>**	**<数字串> <数字>**	**<数字串>0，0**	**<数字>0, <数字>,0**	**10, 1,0**
简单短语	**<数字串>**	**<数字串> <数字>**	**0**	**<数字>，0**	**1,0**
句柄	**<数字串>**	**<数字串> <数字>**	**0**	**<数字>**	**1**

（4）树与推导

句型推导过程 <==> 该句型语法树的生长过程

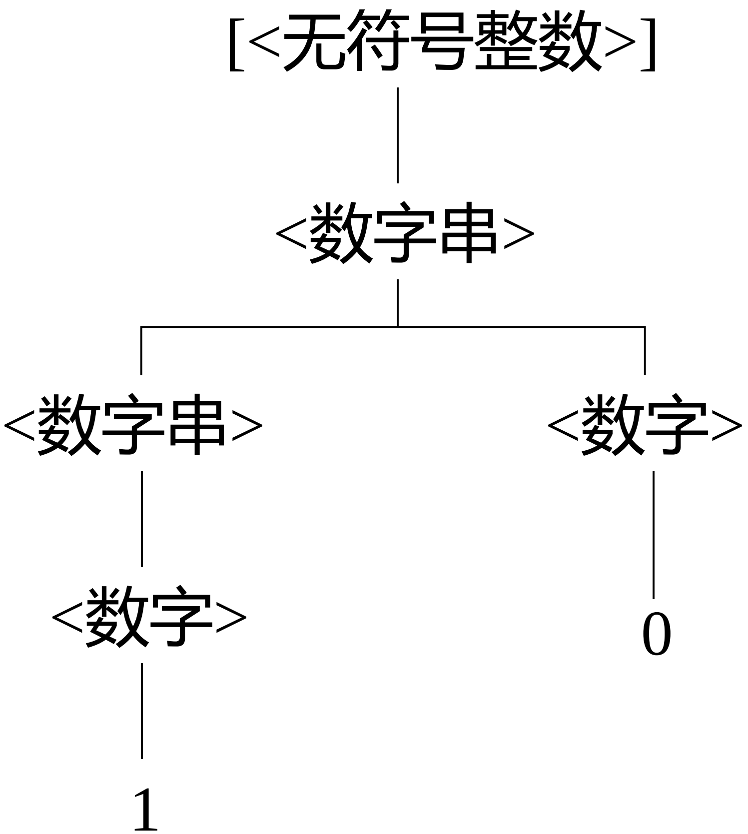
1 由推导构造语法树

从识别符号开始，自左向右建立推导序列。

↓

由根结点开始，自上而下建立语法树。

例：G[<无符号整数>]　　句型10



规范推导
(最右推导)

<无符号整数> ⇒ <数字串>

⇒ <数字串> <数字>

⇒ <数字串> 0

⇒ <数字> 0

⇒ 10

2 由语法树构造推导

自下而上地修剪子树的某些末端结点（短语），直至把整棵树剪掉（留根），每剪一次对应一次归约。

⇩

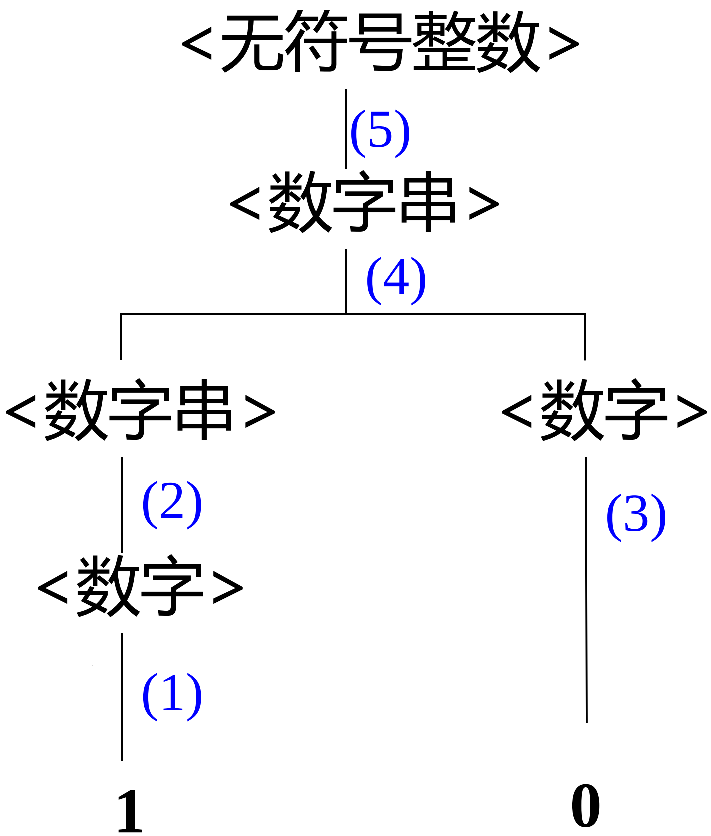
从句型开始，自右向左地逐步进行归约，建立推导序列。

通常我们每次都剪掉当前句型的句柄（最左简单短语）

即每次均进行规范归约

规范归约与规范推导互为逆过程

（最左归约） （最右推导）



<无符号整数>

=+> <数字串>

=+> <数字串> <数字>

=+> <数字串> 0

=+> <数字> 0

=+> 10

定义12. 对句型中最左简单短语（句柄）进行的归约称为规范归约。

定义13. 通过规范推导或规范归约所得到的句型称为规范句型。

句型<数字><数字>不是文法的规范句型，因为：

<无符号整数>=|=><数字串>

=+><数字串><数字>

==><数字><数字>

不是规范推导

2.4.2 文法的二义性

定义14.1 **若对于一个文法的某一句子（或句型）存在两棵不同的语法树，则该文法是二义性文法，否则是无二义性文法。**

换而言之，无二义性文法的句子只有一棵语法树，尽管推导过程可以不同。

二义性文法举例：

G[E]: E :: = E+E | E*E | (E) | i

Vn={E}

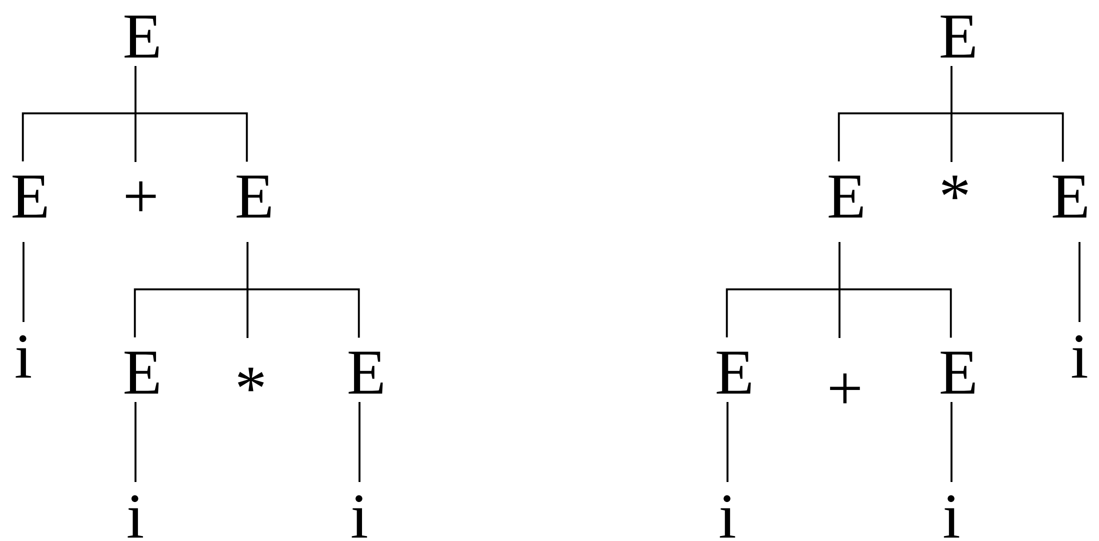
Vt={ +, * , (,) , i }

对于句子S = i + i * i ∈ L(G[E])，存在不同的规范推导：

(1) $E \Rightarrow E+E \Rightarrow E+E*E \Rightarrow E+E*i \Rightarrow E+i*i \Rightarrow i+i*i$

(2) $E \Rightarrow E*E \Rightarrow E*i \Rightarrow E+E*i \Rightarrow E+i*i \Rightarrow i+i*i$

这两种不同的推导对应了两棵不同的语法树：

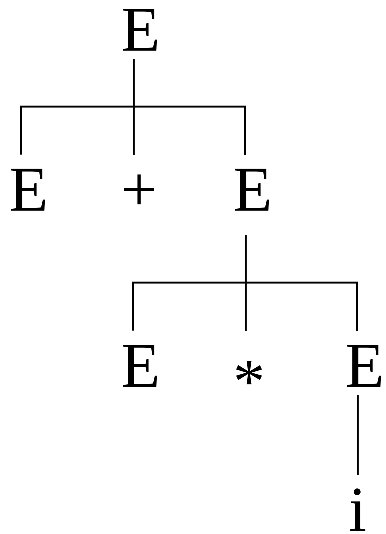


定义14.2 若一个文法的某句子存在两个不同的规范推导，则该文法是二义性的，否则是无二义性的。

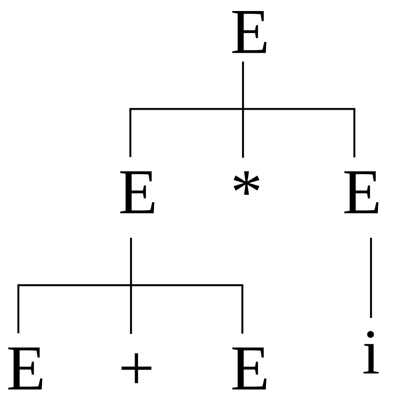
(1) $E \Rightarrow E+E \Rightarrow E+E*E \Rightarrow E+E*i \Rightarrow E+i*i \Rightarrow i+i*i$

(2) $E \Rightarrow E*E \Rightarrow E*i \Rightarrow E+E*i \Rightarrow E+i*i \Rightarrow i+i*i$

从自底向上的归约过程来看，上例中规范句型E+E*i 是由i + i * i通过两步规范归约得到的，但对于同一个句型E+E* i，它有两个不同的句柄（对应上述两棵不同的语法树）：i 和 E + E。因此，文法的二义性意味着句型的句柄不唯一。



句柄：i



句柄：E + E

定义14.3 若一个文法的某规范句型的句柄不唯一，则该文法是二义性的，否则是无二义性的。

若文法是二义性的，则在编译时就会产生不确定性，遗憾的是在理论上已经证明：**文法的二义性是不可判定的**，即不可能构造出一个算法，通过有限步骤来判定任一文法是否有二义性。

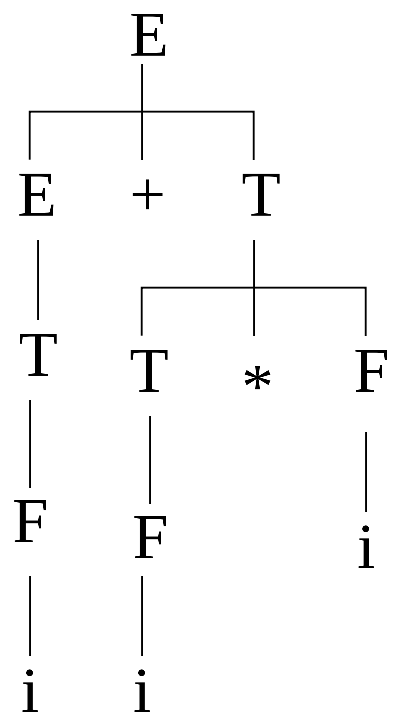
现在的解决办法是：提出一些**限制条件**，称为无二义性的充分条件，当文法满足这些条件时，就可以判定文法是无二义性的。

例:算术表达式的文法

E::= E+E | E*E | (E) | i

→

E::= E+T | T
T ::= T*F | F
F ::= (E) | i



句子： i+ i * i

E =|=> E+T =|=> E+T*F =|=> E+T*i

=|=> E+F*i =|=> E+i*i =|=> T+i*i

=|=> F+i*i =|=> i+i*i

无二义性的表达式文法：

E::= E+T | T
T ::= T*F | F
F ::= (E) | i

也可以采用另一种解决办法：即不改变二义性文法，而是确定一种编译算法，使该算法满足无二义性充分条件。

例: **Pascal** 条件语句的文法

<条件语句>::= If <布尔表达式>then<语句> |

If <布尔表达式> then <语句> else <语句>

<语句> ::= <条件语句> | <非条件语句> |…….

If B then If B then stmt else stmt

习题2-4：
P46-47 1,5,6,8,9

2.5 句子的分析

任务：给定G[Z]：$S \in V_t^*$，　判定是否有 $S \in L(G[Z])$？

这是**词法分析**和**语法分析**所要做的工作，将在第三、四章中详细介绍。

2.6 有关文法的实用限制

若文法中有如U::=U的规则，则这就是有害规则，它会引起二义性。

例如存在U::=U， U::= a | b,则有两棵语法树：

多余规则: (1) 在推导文法的所有句子中，始终用不到的规则。即该规则的左部非终结符不出现在任何句型中（不可达符号）

(2) 在推导句子的过程中，一旦使用了该规则，将推不出任何终结符号串。即该规则中含有推不出任何终结符号串的非终结符（不活动符号）

例如给定G[Z]，若其中关于U的规则只有如下一条：

U::=xUy

若还有U::=a，则此规则并非多余

该规则是多余规则。

若某文法中无有害规则或多余规则，则称该文法是**压缩过的**。

例1： G[<Z>] :

<Z> ::= <B> e

<A> ::= <A> e | e

<B> ::= <C> e | <A> f

<C> ::= <C> f

<D> ::= f

不活动

不可达

G'[<Z>] :

<Z> ::= <B> e

<A> ::= <A> e | e

<B> ::= <A> f

例2： G[S] :

S ::= ccc

S ::= Abccc

A ::= Ab

A ::= aBa

B ::= aBa

B ::= AD

D ::= Db

D ::= b

不活动

S ::=ccc

D ::= Db

D ::= b

不可达

G'[S] :

S ::= ccc

习题2-5： p53 3

2.7 文法的其它表示法

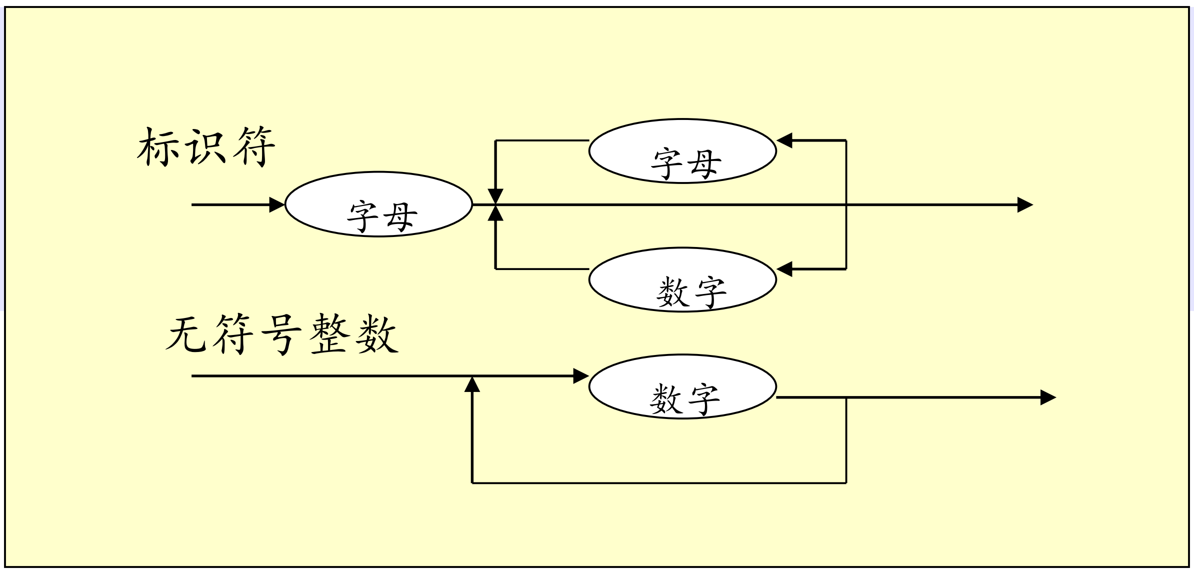
<标识符>:: = 字母{字母|数字}

<无符号整数>::=数字{数字}

1、扩充的BNF表示

- BNF的元符号： < , >, ::= , |
- 扩充的BNF的元符号： < , >, ::= , | , { , } , [,] , (,)

2、语法图



2.8 文法和语言分类

形式语言：用文法和自动机所描述的没有语义的语言。

文法定义：乔姆斯基将所有文法都定义为一个**四元组**：

G=（Vn，Vt，P，Z）

Vn：非终结符号集

Vt：终结符号集

P：产生式或规则的集合

Z：开始符号（识别符号） $Z \in Vn$

语言定义： $L(G[Z]) = \{x \mid x \in V_t^*, Z \overset{+}{\Longrightarrow} x\}$

文法和语言分类：0型、1型、2型、3型
这几类文法的差别在于对产生式（语法规则）施加不同的限制。

0型： P： $u ::= v$
其中 $u \in V^{+}$，$v \in V^{*}$ $V = V_n \cup V_t$

0型文法称为短语结构文法。规则的左部和右部都可以是符号串，一个短语可以产生另一个短语。

0型语言：L0 这种语言可以用图灵机(Turing)接受。

1型：　P：　$xUy ::= xuy$

其中 $U \in V_n$，

$x、y、u \in V^*$

称为**上下文敏感**或**上下文有关**。也即只有在x、y这样的上下文中才能把U改写为u

1型语言：L1　这种语言可以由一种**线性界限自动机**接受。

2型： P： U ::= u

其中 $U \in V_n$，

$u \in V^*$

称为上下文无关文法。也即把U改写为u时，不必考虑上下文。
(1型文法的规则中x，y均为 ε 时即为2型文法)

注意：2型文法与BNF表示相等价。

2型语言：L2 这种语言可以由下推自动机接受。

3型文法：

(左线性)

P： $U ::= t$

或 $U ::= Wt$

其中 U、W $\in V_n$

$t \in V_t$

(右线性)

P： $U ::= t$

或 $U ::= tW$

其中 U、W $\in V_n$

$t \in V_t$

3型文法称为**正则文法**。它是对2型文法进行进一步限制。

3型语言：L3 又称正则语言、正则集合
这种语言可以由**有穷自动机**接受。

- 根据上述讨论，$L0 \supset L1 \supset L2 \supset L3$
- 0型文法可以产生L0、L1、L2、L3，
- 但2型文法只能产生L2，L3不能产生L0，L1
- 3型文法只能产生L3

```
BLOCK  →  STMT
       |  { STMTS }

STMTS  →  ε
       |  STMT STMTS

STMT   →  EXPR;
       |  if (EXPR) BLOCK
       |  while (EXPR) BLOCK
       |  do BLOCK while (EXPR);
       |  BLOCK
       |  ...

EXPR   →  identifier
       |  constant
       |  EXPR + EXPR
       |  EXPR – EXPR
       |  EXPR * EXPR
       |  ...
```

Source: Stanford CS143 (2012)

小 结

- 掌握符号串和符号串集合的运算、文法和语言的定义
- 几个重要概念：推导、规约、递归、短语、简单短语和句柄、语法树、文法的二义性、文法的实用限制等。
- 掌握文法的表示：BNF、扩充的BNF范式、语法图。
- 了解文法和语言的分类。

谢谢！