



Yıldız Teknik Üniversitesi

Elektrik-Elektronik Fakültesi

Bilgisayar Mühendisliği

BLM1022

Sayısal Analiz

Gr: 2

Öğr. Gör. Dr. Ahmet ELBİR

Dönem Projesi

İsim: Yusuf Safa Köksal

Numara: 21011002

E posta: yusuf68815@gmail.com

İçindekiler

Ön Bilgi	4
Desteklenen Fonksiyonlar	5
Polinom	5
Örnek.....	5
Matris Girişi	6
Örnek.....	6
Ana Menü	7
Bisection Yöntemi	8
Parametreler.....	8
Örnek 1	8
Örnek 2.....	9
Regula-Falsi Yöntemi	10
Parametreler.....	10
Örnek.....	10
Newton-Raphson Yöntemi	11
Parametreler.....	11
Örnek 1	11
Örnek 2	12
Örnek 3.....	12
Matrisin Tersini Alma	13
Parametreler.....	13
Örnek 1	13
Örnek 2.....	14
Gauss Eliminasyon Yöntemi	15
Parametreler.....	15
Örnek 1	15
Örnek 2.....	16
Gauss-Seidel Yöntemi	17
Parametreler.....	17
Örnek 1	17
Örnek 2.....	18

Sayısal Türev Yöntemi	19
Parametreler.....	19
Örnek.....	19
Simpson Yöntemi (1/3 ve 3/8)	20
Parametreler.....	20
Örnek.....	20
Trapez Yöntemi	21
Parametreler.....	21
Örnek.....	21
Gregory-Newton Enterpolasyonu.....	22
Parametreler.....	22
Örnek.....	22

Ön Bilgi

Program sayısal analiz dersinde öğrenilen 10 farklı metodu içeriyor. Kullanıcıdan girilen işlemlerde yalnızca **polinom fonksiyonlar** destekleniyor. Bu işlemler ise sırasıyla şöyledir:

1. Bisection Yöntemi
2. Regula-Falsi Yöntemi
3. Newton-Raphson Yöntemi
4. Matrisin Tersini Alma
5. Gauss Eliminasyon Yöntemi
6. Gauss-Seidel Yöntemi
7. Sayısal Türev
8. Simpson Yöntemi (1/3 ve 3/8)
9. Trapez Yöntemi
10. Gregory-Newton Enterpolasyonu

YÖNTEMLERİN YAPILIP YAPILMADIĞINI AŞAĞIDAKİ TABLODA GÖSTERİLDİĞİ GİBİ 1/0 OLARAK GÖSTERİNİZ									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Desteklenen Fonksiyonlar

Kök bulma yöntemleri (1, 2, 3), sayısal türev ve integral yöntemleri (7, 8, 9) ve enterpolasyon yöntemleri (10) için ilk istenilen parametre fonksiyondur. Bu fonksiyonda **sadece polinom ifadeler** destekleniyor.

Polinom

İlk önce kullanıcıdan polinomun derecesi istenir. Daha sonra ise derece sayısının bir fazlası kadar katsayı girmesi beklenir. Katsayıları girmeye en büyük dereceli olan ifadeden başlanır. Katsayı girişi bittikten sonra girilen polinom fonksiyonu yazdırılır.

Örnek

$$-2x^3 + 5x^2 - 6$$

```
Please, enter polynomial's degree: 3
Coefficient of x^3: -2
Coefficient of x^2: 5
Coefficient of x^1: 0
Coefficient of x^0: -6

Function:  -2.00x^3 +5.00x^2 -6.00
```

Matris Girişi

Matrisin tersini alma (4) ve lineer denklem çözümü yöntemleri (5, 6) için ilk istenilen parametre $N \times N$ 'lik bir kare matris için N değeridir. Daha sonra ise kullanıcıdan ilk satırdan başlayarak birer birer değerleri girmesi istenir. Eleman giriş işlemi bittikten sonra matris yazdırılır.

Örnek

$$N = 3 \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

```
N : 3
[0][0] :3
[0][1] :1
[0][2] :-2
[1][0] :5
[1][1] :-7
[1][2] :3
[2][0] :6
[2][1] :0
[2][2] :8

Matrix:
3.00    1.00   -2.00
5.00   -7.00    3.00
6.00    0.00    8.00
```

Ana Menü

Program çalıştırıldıktan sonra bütün metotlar sırasıyla listelenir. Bu aşamada kullanıcıdan kullanmak istediği metodun numarasını girmesi beklenir. Metodu seçtikten sonra ise verilen o metodun gerektirdiği parametreleri girer veri sonuca ulaşır. Eğer kullanıcı menüde 0 girerse program kapanır.

```
***** Welcome *****  
  
Quit (0)  
Bisection (1)  
Regula-Falsi (2)  
Newton Raphson (3)  
Inverse Matrix (4)  
Gauss Elimination (5)  
Gauss-Seidel (6)  
Numerical Differentiation (7)  
Simpson's Rule (8)  
Trapezoidal Rule (9)  
Gregory-Newton (10)  
Your Choice :
```

Kullanıcının seçtiği metot ile olan ilgili işlemleri bittikten sonra devam edip etmeyeceği sorulur. Eğer 'y' veya 'Y' girerse menü tekrar listelenir. 'n' veya 'N' girmesi durumunda ise program kapanır.

```
Do you want to make another calculation? (Y/N) :
```

Bisection Yöntemi

Parametreler

Fonksiyon

Epsilon: Hata miktarı

A: Başlangıç değeri

B: Bitiş Değeri

Max iteration: Maksimum iterasyon sayısı

Örnek 1

Fonksiyon: $x^3 - 7x^2 + 14x - 6$

Epsilon: 0.01

A: 0

B: 1

Max iteration: 10

```
Please, enter polynomial's degree: 3

Coefficient of x^3: 1
Coefficient of x^2: -7
Coefficient of x^1: 14
Coefficient of x^0: -6

Function: +1.00x^3 -7.00x^2 +14.00x^1 -6.00

Please, enter epsilon value: 0.01

Please, enter max iteration amount: 10

Please enter range you want to examine for root
A: 0
B: 1

Iteration---->1      f( 0.500000)= -0.625000      error: 0.500000
Iteration---->2      f( 0.750000)=  0.984375      error: 0.125000
Iteration---->3      f( 0.625000)=  0.259766      error: 0.031250
Iteration---->4      f( 0.562500)= -0.161865      error: 0.007813

Root: 0.562500
```


Örnek 2

Bisection yönteminde kullanıcıdan aralık girmesini isterken girilen aralıkların fonksiyondaki değerlerinin çarpımının negatif olması şartı vardır. Bu yüzden eğer bu şart sağlanmazsa kullanıcıya “Girilen aralıkta kök olmayabilir.” çıktısı verir ve başka bir aralık girmesini ister. Örneğin aşağıdaki örnek için $x=2$ de kök vardır ancak fonksiyon çift katlıdır bu yüzden bisection yöntemi $x=2$ de kök bulamaz.

Fonksiyon: $x^2 - 4x + 4$

A: 1

B: 3

```
Please, enter polynomial's degree: 2
Coefficient of x^2: 1
Coefficient of x^1: -4
Coefficient of x^0: 4
Function: +1.00x^2 -4.00x^1 +4.00
Please, enter epsilon value: 0.001
Please, enter max iteration amount: 15
Please enter range you want to examine for root
A: 1
B: 3
There might be no root in the range of A and B. Please, enter different range.
A: |
```

Regula-Falsi Yöntemi

Parametreler

Fonksiyon

Epsilon: Hata miktarı

A: Başlangıç değeri

B: Bitiş Değeri

Max iteration: Maksimum iterasyon sayısı

Örnek

Fonksiyon: $x^3 - 2x^2 - 5$

Epsilon: 0.01

A: 2

B: 3

Max iteration: 10

```
Please, enter polynomial's degree: 3

Coefficient of x^3: 1
Coefficient of x^2: -2
Coefficient of x^1: 0
Coefficient of x^0: -5

Function: +1.00x^3 -2.00x^2 -5.00

Please, enter epsilon value: 0.01

Please, enter max iteration amount: 10

Please enter range you want to examine for root:
A: 2
B: 3

Iteration---->1      f( 2.555556)= -1.371743      error: 0.500000
Iteration---->2      f( 2.669050)= -0.233803      error: 0.111111
Iteration---->3      f( 2.687326)= -0.036320      error: 0.041369
Iteration---->4      f( 2.690140)= -0.005560      error: 0.019542
Iteration---->5      f( 2.690570)= -0.000850      error: 0.009683

Root: 2.690570
```

Newton-Raphson Yöntemi

Parametreler

Fonksiyon

Epsilon: Hata miktarı

Starting value: x'in başlangıç değeri

Max iteration: Maksimum iterasyon sayısı

Örnek 1

Fonksiyon: $x^3 - 7x^2 + 14x - 6$

Epsilon: 0.000001

Starting value: 0

Max iteration: 10

```
Please, enter polynomial's degree: 3

Coefficient of x^3: 1
Coefficient of x^2: -7
Coefficient of x^1: 14
Coefficient of x^0: -6

Function: +1.00x^3 -7.00x^2 +14.00x^1 -6.00

Please, enter epsilon value: 0.000001

Please, enter max iteration amount: 10

Please, enter starting value: 0

Iteration-->1      f( 0.428571)=-1.206997      error: 0.428571
Iteration-->2      f( 0.569724)=-0.111039      error: 0.141152
Iteration-->3      f( 0.585592)=-0.001328      error: 0.015868
Iteration-->4      f( 0.585786)=-0.000000      error: 0.000194
Iteration-->5      f( 0.585786)=-0.000000      error: 0.000000

Root: 0.585786
```

Örnek 2

Eğer kök bulmaya çalışırken türevin hesaplanan değeri 0 çıkarsa payda 0 olacağından dolayı tanımsızlık olur ve ekrana sonucun bulunamadığı yazdırılır.

Fonksiyon: $x^2 - 5x + 4$

Starting value: 2.5

```
Function: +1.00x^2 -5.00x^1 +4.00
Please, enter epsilon value: 0.001
Please, enter max iteration amount: 15
Please, enter starting value: 2.5
Iteration-->1      f( 2.500000)=-2.250000      error: 0.000000
No results were found because the derivative of the function was 0 at some point.
```

Örnek 3

Bazen uygun bir başlangıç değeri verilmediğinde sonuç ıraksayabilir ve sonuç bulunamaz. Örneğin aşağıdaki polinomun $x=-5.3$ de yaklaşık kökü vardır ancak ıraksamadan dolayı bulunamaz ve yazdırılır.

Fonksiyon: $x^3 + 5x^2 - x + 4$

Epsilon: 0.001

Starting value: 3

Max iteration: 20

```
Iteration-->15      f(-1.817292)=16.328348      error: 2.091789
Iteration-->16      f(-0.054975)= 4.069920      error: 1.762318
Iteration-->17      f( 2.586666)=52.174496      error: 2.641640
Iteration-->18      f( 1.425663)=15.634596      error: 1.161003
Iteration-->19      f( 0.617848)= 5.526688      error: 0.807815
Iteration-->20      f(-0.256118)= 4.567299      error: 0.873966
```

Root not found because of divergence!

Matrisin Tersini Alma

Parametreler

Matris

N: Matrisin boyutu

Örnek 1

Matris: $\begin{bmatrix} 5 & 2 & -4 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 6 \end{bmatrix}$

N: 3

N : 3

[0][0] :5
[0][1] :2
[0][2] :-4
[1][0] :1
[1][1] :4
[1][2] :2
[2][0] :2
[2][1] :3
[2][2] :6

Matrix:

5.00	2.00	-4.00
1.00	4.00	2.00
2.00	3.00	6.00

Inverse Matrix:

0.17	-0.23	0.19
-0.02	0.36	-0.13
-0.05	-0.10	0.17

Örnek 2

Eğer kullanıcı tarafından girilen matrisin determinantı 0 ise, tersinin olmadığı yazdırılır.

$$\text{Matris: } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

N: 3

```
N: 3

[0][0] :1
[0][1] :2
[0][2] :3
[1][0] :4
[1][1] :5
[1][2] :6
[2][0] :7
[2][1] :8
[2][2] :9

Matrix:
1.00    2.00    3.00
4.00    5.00    6.00
7.00    8.00    9.00

Since the determinant of the matrix is 0, there is no inverse.
```

Gauss Eliminasyon Yöntemi

Parametreler

Katsayılar Matrisi

Sonuçlar Matrisi

N: Matrisin boyutu

Örnek 1

Katsayılar Matrisi: $\begin{bmatrix} 3.6 & 2.4 & -1.8 \\ 4.2 & -5.8 & 2.1 \\ 0.8 & 3.5 & 6.5 \end{bmatrix}$

Sonuçlar Matrisi: $\begin{bmatrix} 6.3 \\ 7.5 \\ 3.7 \end{bmatrix}$

N: 3

```
N : 3

[0][0] :3.6
[0][1] :2.4
[0][2] :-1.8
[1][0] :4.2
[1][1] :-5.8
[1][2] :2.1
[2][0] :0.8
[2][1] :3.5
[2][2] :6.5

3.60    2.40   -1.80
4.20   -5.80    2.10
0.80    3.50    6.50

Please, enter result matrix:
[0]:6.3
[1]:7.5
[2]:3.7

Result
x0= 1.810759
x1= 0.120125
x2= 0.281685
```

Örnek 2

Eğer katsayılar matrisinin determinanı 0 ise sonucun olmadığı yazdırılır.

$$\text{Katsayılar Matrisi: } \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \\ -1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{Sonuçlar Matrisi: } \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

```
N: 3

[0][0] :1
[0][1] :2
[0][2] :-1
[1][0] :2
[1][1] :4
[1][2] :3
[2][0] :-1
[2][1] :-2
[2][2] :6

 1.00    2.00   -1.00
 2.00    4.00    3.00
-1.00   -2.00    6.00

Please, enter result matrix:
[0]:5
[1]:2
[2]:3

Since the determinant of the matrix is 0, there is no result.
```


Gauss-Seidel Yöntemi

Parametreler

Katsayılar Matrisi, Sonuçlar Matrisi

N: Matrisin boyutu

Epsilon: Hata Miktarı

Max iteration: Maksimum iterasyon sayısı

Initial value: Noktaların başlangıç değerleri

Örnek 1

Katsayılar Matrisi: $\begin{bmatrix} -1 & 4 & -3 \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$, **Sonuçlar Matrisi:** $\begin{bmatrix} -8 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}$

N: 3

Epsilon: 0.001

Max iteration: 15

Initial value: 1

```
Please, enter epsilon value: 0.001
Please, enter max iteration amount: 15
Please, enter initial value of points: 1
N: 3
[0][0] :-1
[0][1] :4
[0][2] :-3
[1][0] :3
[1][1] :1
[1][2] :-2
[2][0] :1
[2][1] :-1
[2][2] :4
Matrix:
-1.00  4.00 -3.00
 3.00  1.00 -2.00
 1.00 -1.00  4.00
Please, enter result matrix:
[0]: -8
[1]: 9
[2]: 1
Iteration---->1
x0=  3.333333 error: 2.333333
x1= -0.416667 error: 1.416667
x2= -0.687500 error: 1.687500
Iteration---->2
x0=  2.680556 error: 0.652778
x1= -1.845486 error: 1.428819
x2= -0.881510 error: 0.194010
```

```
Iteration---->3
x0=  3.027488 error: 0.346933
x1= -1.904261 error: 0.058775
x2= -0.982937 error: 0.101427
Iteration---->4
x0=  2.979462 error: 0.048027
x1= -1.992337 error: 0.088077
x2= -0.992950 error: 0.010013
Iteration---->5
x0=  3.002146 error: 0.022684
x1= -1.994176 error: 0.001838
x2= -0.999080 error: 0.006131
Iteration---->6
x0=  2.998672 error: 0.003474
x1= -1.999642 error: 0.005466
x2= -0.999578 error: 0.000498
Iteration---->7
x0=  3.000162 error: 0.001490
x1= -1.999643 error: 0.000001
x2= -0.999951 error: 0.000373
Iteration---->8
x0=  2.999913 error: 0.000248
x1= -1.999985 error: 0.000342
x2= -0.999975 error: 0.000023
Result:
x0=  2.999913
x1= -1.999985
x2= -0.999975
```

Örnek 2

Eğer girilen matrisin en büyük katsayıları köşegende değilse gauss-seidel methodunun doğru çalışması için köşegene getirilir sonra işlemlere başlanır.

$$\text{Katsayılar Matrisi: } \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 3 \end{bmatrix}, \text{ Sonuçlar Matrisi: } \begin{bmatrix} 20 \\ 12 \\ 15 \end{bmatrix}$$

N: 3

Epsilon: 0.001

Max iteration: 15

Initial value: 0

```
Please, enter epsilon value: 0.001
Please, enter max iteration amount: 15
Please, enter initial value of points: 0
N: 3
[0][0] :2
[0][1] :3
[0][2] :4
[1][0] :5
[1][1] :2
[1][2] :1
[2][0] :-4
[2][1] :5
[2][2] :3

Matrix:
  2.00   3.00   4.00
  5.00   2.00   1.00
 -4.00   5.00   3.00

Please, enter result matrix:
[0]: 20
[1]: 12
[2]: 15
```

```
Iteration---->6
x0=  1.015578      error: 0.008265
x1=  1.995867      error: 0.048643
x2=  2.995311      error: 0.032349

Iteration---->7
x0=  1.002591      error: 0.012987
x1=  2.004886      error: 0.009020
x2=  2.995040      error: 0.000271

Iteration---->8
x0=  0.999038      error: 0.003554
x1=  2.002206      error: 0.002680
x2=  2.998827      error: 0.003787

Iteration---->9
x0=  0.999352      error: 0.000315
x1=  2.000186      error: 0.002020
x2=  3.000185      error: 0.001358

Iteration---->10
x0=  0.999889      error: 0.000537
x1=  1.999800      error: 0.000386
x2=  3.000206      error: 0.000021

Result:
x0=  0.999889
x1=  1.999800
x2=  3.000206
```

Sayısal Türev Yöntemi

Parametreler

Fonksiyon

Derivative degree: Hesaplanacak türevin derecesi

x: Türevi hesaplanacak nokta

h: İleri fark formülünde kullanılacak değişim farkı

Örnek

Fonksiyon: $2x^2 - 3x + 6$

Derivative degree: 1

x: 3

h: 0.1

```
Please, enter polynomial's degree: 2

Coefficient of x^2: 2
Coefficient of x^1: -3
Coefficient of x^0: 6

Function: +2.00x^2 -3.00x^1 +6.00

Which derivative do you want to calculate(1,2 or 3): 1

x: 3

h: 0.1

Result:
f'(3.000000)= 8.999977
```

Simpson Yöntemi (1/3 ve 3/8)

Parametreler

Fonksiyon

Range of Integral: Hesaplanması istenen integral aralığı

n: Aralığın kaç bölüneceği

Örnek

Fonksiyon: $x^3 + 2x^2 - x - 2$

Range of Integral: -2'den -1'e

n: 4

```
Please, enter polynomial's degree: 3

Coefficient of x^3: 1
Coefficient of x^2: 2
Coefficient of x^1: -1
Coefficient of x^0: -2

Your function: +1.00x^3 +2.00x^2 -1.00x^1 -2.00

Please, enter range of integral: -2 -1

n: 4

Simpson 1/3 ---> Result: 0.416667
Simpson 3/8 ---> Result: 0.416667
```

Trapez Yöntemi

Parametreler

Fonksiyon

Range of Integral: Hesaplanması istenen integral aralığı

n: Aralığın kaç bölüneceği

Örnek

Fonksiyon: $x^3 + 2x^2 - x - 2$

Range of Integral: -2'den -1'e

n: 4

```
Please, enter polynomial's degree: 3

Coefficient of x^3: 1
Coefficient of x^2: 2
Coefficient of x^1: -1
Coefficient of x^0: -2

Your function: +1.00x^3 +2.00x^2 -1.00x^1 -2.00

Please, enter range of integral: -2 -1

n: 4

Result: 0.390625
```

Gregory-Newton Enterpolasyonu

Parametreler

x_0 : İlk nokta

h : Girilecek noktalar arasındaki fark

Number of points: Girilecek nokta sayısı

$f(x_i)$: Girilen noktaların fonksiyondaki sonuçları

Örnek

x_0 : 0

h : 1

Number of points: 7

$f(x_i)$: $f(0) = -4$, $f(1) = -2$, $f(2) = 14$, $f(3) = 62$

$f(4) = 160$, $f(5) = 326$, $f(6) = 578$

```
Please, enter x0: 0
Please, enter h: 1
Please, enter the number of points you will enter: 7
f(0.0)= -4
f(1.0)= -2
f(2.0)= 14
f(3.0)= 62
f(4.0)= 160
f(5.0)= 326
f(6.0)= 578
Which value do you want to calculate: 3
f(3.000000)= 62.000000
```