

Университет ИТМО

Факультет Программной Инженерии и Компьютерных Техники

Лабораторная работа №5

Вариант № 15

Выполнила:
Студент группы Р3213
Юсупова Алиса Ильясовна
Преподаватель:

Преподаватель практики

Санкт-Петербург

2025

Цель лабораторной работы: решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

Лабораторная работа состоит из двух частей: вычислительной и программной. № варианта задания лабораторной работы определяется как номер в списке группы согласно ИСУ.

Для исследования использовать:

- многочлен Лагранжа;
- многочлен Ньютона;
- многочлен Гаусса.

Обязательное задание (до 80 баллов)

Вычислительная реализация задачи:

1. Выбрать из табл. 1 заданную по варианту таблицу $y = f(x)$ (таблица 1.1 – таблица 1.5);
2. Построить таблицу конечных разностей для заданной таблицы. Таблицу отразить в отчете;
3. Вычислить значения функции для аргумента X_1 (см. табл.1), используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона. Обратить внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;
4. Вычислить значения функции для аргумента X_2 (см. табл. 1), используя первую или вторую интерполяционную формулу Гаусса. Обратить внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;
5. *Подробные вычисления привести в отчете.*

Программная реализация задачи:

1. Исходные данные задаются тремя способами:
 - a) в виде набора данных (таблицы x, y), пользователь вводит значения с клавиатуры;
 - b) в виде сформированных в файле данных (подготовить не менее трех тестовых вариантов);
 - c) на основе выбранной функции, из тех, которые предлагает программа, например, $\sin x$. Пользователь выбирает уравнение, исследуемый интервал и количество точек на интервале (не менее двух функций).
2. Сформировать и вывести таблицу конечных разностей;
3. Вычислить приближенное значение функции для заданного значения аргумента, введенного с клавиатуры, указанными методами (см. табл. 2). Сравнить полученные значения;
4. Построить графики заданной функции с отмеченными узлами интерполяции и интерполяционного многочлена Ньютона/Гаусса (разными цветами);

Необязательное задание (до 20 баллов)

1. Реализовать в программе вычисление значения функции для заданного значения аргумента, введенного с клавиатуры, используя схемы Стирлинга;
2. Реализовать в программе вычисление значения функции для заданного значения аргумента, введенного с клавиатуры, используя схемы Бесселя.

	X	y	№ варианта	X ₁	X ₂
Таблица 1.5	2,10	3,7587	5	2,112	2,205
	2,15	4,1861	10	2,355	2,254
	2,20	4,9218	15	2,114	2,216
	2,25	5,3487	20	2,359	2,259
	2,30	5,9275	25	2,128	2,232
	2,35	6,4193	30	2,352	2,284
	2,40	7,0839	35	2,147	2,247

Методы для реализации в программе:

- 1 - Многочлен Лагранжа,
- 2 - Многочлен Ньютона с разделенными разностями,
- 3 - Многочлен Ньютона с конечными разностями,
- 4 - Многочлен Гаусса.

15	1, 2, 3
----	---------

Вычислительная часть:

Таблица конечных разностей

n	n	x	y	$\Delta^1 y$	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$	$\Delta^6 y$
-3	0	2.10	3.7587	0.4274	0.3083	-0.6171	1.0778	-1.774	2.9757
-2	1	2.15	4.1861	0.7357	-0.3088	0.4607	-0.6996	1.1983	
-1	2	2.20	4.9218	0.4269	0.1519	-0.2389	0.4987		
0	3	2.25	5.3487	0.5788	-0.087	0.2598			
1	4	2.30	5.9275	0.4918	0.1728				
2	5	2.35	6.4193	0.6644					
3	6	2.40	7.0839						

Вычислить значения функций для аргумента x_1 , используя первую/вторую интерполяционную формулу Ньютона.

$x_1 = 2.114$ в левой половине отрезка => первая интерполяционная формула

$$N_n(x) = y_i + t\Delta^1 y + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y + \dots + \frac{t(t-1)\dots(t-n+1)}{n!}\Delta^n y_i$$

$$t = \frac{x - x_n}{h} = \frac{2.114 - 2.10}{0.05} = 0.28$$

$$\begin{aligned}
y(2.114) = & 3.7587 + 0.28 * 0.4274 + \frac{0.28 * (0.28 - 1)}{2} * 0.3083 + \frac{0.28 * (0.28 - 1) * (0.28 - 2)}{6} * (-0.6171) \\
& + \frac{0.28 * (0.28 - 1) * (0.28 - 2) * (0.28 - 3)}{24} * 1.0778 \\
& + \frac{0.28 * (0.28 - 1) * (0.28 - 2) * (0.28 - 3) * (0.28 - 4)}{120} * (-1.774) \\
& + \frac{0.28 * (0.28 - 1) * (0.28 - 2) * (0.28 - 3) * (0.28 - 4) * (0.28 - 5)}{720} * 2.9757 = 3.65
\end{aligned}$$

Вычислить значения функции для аргумента x_2 , используя первую/вторую интерполяционную формулу Гаусса.

$x_2 = 2.216$; $a = 2.25$; $x < a \Rightarrow$ вторая интерполяционная формула Гаусса

$$\begin{aligned}
P_n(x) = & y_0 + t\Delta^1 y(-1) + \frac{t(t+1)}{2!}\Delta^2 y(-1) + \frac{t(t-1)(t+1)}{3!}\Delta^3 y(-2) + \frac{t(t-1)(t+1)(t+2)}{3!}\Delta^4 y(-2) + \dots \\
& + \frac{(t+n-1) \dots (t-n+1)}{(2n-1)!}\Delta^{2n-1} y(-n) + \frac{t(t+n)(t+n-1) \dots (t-n-1)}{2n!}\Delta^{2n} y(-n)
\end{aligned}$$

$$t = \frac{x - xn}{h} = \frac{2.216 - 2.10}{0.05} = 2.32$$

$$\begin{aligned}
y(2.216) = & 5.3487 + 2.32 * 0.4269 + \frac{(2.32 + 1) * 2.32}{2} * 0.1519 + \frac{(2.32 + 1) * 2.32 * (2.32 - 1)}{6} * 0.4607 \\
& + \frac{(2.32 + 2) * (2.32 + 1) * 2.32 * (2.32 - 1)}{24} * (-0.6996) \\
& + \frac{(2.32 + 2) * (2.32 + 1) * 2.32 * (2.32 - 1) * (2.32 - 2)}{120} * (-1.7774) \\
& + \frac{(2.32 + 3)(2.32 + 2) * (2.32 + 1) * 2.32 * (2.32 - 1) * (2.32 - 2)}{720} * 2.9757 = 5.06
\end{aligned}$$

Программная реализация:

См. приложение

Вывод: Я решила задачу интерполяции, нашла значение функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек и реализовала методы на языке Python.