

## 紙ヘリコプターの作り方と飛行時間の測定方法

中央大学理工学部ビジネスデータサイエンス学科

23D7104001I 高木悠人

### 1. 目的

本実験では、紙ヘリコプターの最適設計条件を見つけることを第1目的とする。そして、最適条件を見つけるために実施する2手法のうち本実験で適する手法について検討することを第2目的とする。

### 2. 実験方法

紙ヘリコプターの設計条件(因子と水準)を表1に示す。本実験では、「地上からの高さ2.00mより放ち地面につくまでの滞空時間の長い機体の設計条件」を最適設計条件とした。

表1 実験で用いる因子・水準

因子	水準	
	第1水準	第2水準
A:翼の切り込みの有無	なし	あり
B:翼の長さ	7cm	12cm
C:胴体の長さ	9cm	6cm
D:胴体の幅	2cm	3cm
F:胴体につけるクリップ数	2個	1個
G:胴体の切り込みの有無	あり	なし
H:紙の種類	120g/m <sup>2</sup> (0.126mm)	200g/m <sup>2</sup> (0.200mm)

この表は「データサイエンス実験A」p.15表2.2を参考に作成した。

紙ヘリコプターは上記の因子、水準に従い作成することとした。次に、本実験の実験手順を示す。本実験では、因子の水準を自由に選択し計測する実験と直交配列表を用いて実験する2手法で行った。前者では、表2の通りに各因子での最適水準を予想しその組み合わせを設定した。そして、各因子の水準を1つずつ変更してその差から最適設計について検討した。

表 2 各因子において最適と予想する水準

因子	予想最適水準	理由
A:翼の切り込みの有無	[2]あり	重量を軽くすることで、 重力を小さくできるため。
B:翼の長さ	[2]12cm	長くすることで空気抵抗が大き くなると推測できるため。
C:胴体の長さ	[2]6cm	重量を軽くすることで、 重力を小さくできるため。
D:胴体の幅	[1]2cm	同上。
F:胴体につけるクリップ数	[2]1 個	同上。
G:胴体の切り込みの有無	[1]あり	同上。
H:紙の種類	[1]120g/m <sup>2</sup> (0.126mm)	同上。

この予想は共同実験者(根本氏と中沢氏)と協議し決定した。

上記の予想最適水準を用いて設定した因子の水準を自由に選んだ場合の設計条件  
を表 3 に示す。

表 3 因子の水準を自由に選んだ場合の設計条件

実験 No.	因子 A	因子 B	因子 C	因子 D	因子 F	因子 G	因子 H
1	2	2	2	1	2	1	1
2	1	2	2	1	2	1	1
3	2	1	2	1	2	1	1
4	2	2	1	1	2	1	1
5	2	2	2	2	2	1	1
6	2	2	2	1	1	1	1
7	2	2	2	1	2	2	1
8	2	2	2	1	2	1	2

そして後者の直交配列表を用いる手法では、因子数が7つ、各因子2水準であるため、表4に示す $L_8(2^7)$ 直交配列表を用いた。

表4  $L_8(2^7)$ 直交配列表を用いた設計条件

実験 No.	因子 A	因子 B	因子 C	因子 D	因子 F	因子 G	因子 H
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	2	1	2

表2と3を用いて紙ヘリコプターを作成後、以下の手順で滑空時間を測定した。

1. 手で翼の付け根を持ち、胴の下端がちょうど2.00mになる高さになるように保持する。
2. 掛け声で手を離し胴の下端が地面に着くまでの時間をストップウォッチで計測する。
3. 上記の測定を各設計条件で3回ずつ行う。

ただし、直交配列表を用いた実験では実験順序による順序効果がないものと仮定したためにランダム性をもつ必要がある。したがって、ExcelのRAND関数、RANK関数を用いてランダム化した。

### 3. 解析と結果

計測した結果、表 5 と 6 の結果が得られた。

表 5 因子の水準を自由に選んで実験した場合の結果

実験No.	因子A	因子B	因子C	因子D	因子F	因子G	因子H	時間1	時間2	時間3	平均
1	2	2	2	1	2	1	1	1.26	1.25	1.13	1.213
2	1	2	2	1	2	1	1	1.73	1.76	1.72	1.737
3	2	1	2	1	2	1	1	0.84	0.97	0.85	0.887
4	2	2	1	1	2	1	1	1.54	1.5	1.47	1.503
5	2	2	2	2	2	1	1	1.37	1.41	1.42	1.400
6	2	2	2	1	1	1	1	1.13	1.11	1.21	1.150
7	2	2	2	1	2	2	1	1.25	1.24	1.34	1.277
8	2	2	2	1	2	1	2	1.17	1.34	1.19	1.233

それぞれの因子水準における 3 回の滞空時間およびその平均を記録した。

表 6  $L_8(2^7)$ 直交配列表を用いて実験した場合の結果

実験No.	因子A	因子B	因子C	因子D	因子F	因子G	因子H	実験順序	時間1	時間2	時間3	平均
1	1	1	1	1	1	1	1	5	1.05	1.13	1.14	1.107
2	1	1	1	2	2	2	2	8	1.01	1.00	1.00	1.003
3	1	2	2	1	1	2	2	2	1.02	0.99	1.11	1.040
4	1	2	2	2	2	1	1	6	1.72	1.65	1.65	1.673
5	2	1	2	1	2	1	2	3	0.83	0.94	0.97	0.913
6	2	1	2	2	1	2	1	7	0.91	0.92	0.98	0.937
7	2	2	1	1	2	2	1	1	1.22	1.25	1.35	1.273
8	2	2	1	2	1	1	2	4	0.94	0.96	1.00	0.967

それぞれの因子水準における 3 回の滞空時間およびその平均を記録した。

上記の 2 つの表から以下のことがわかる。

1. 設計条件による滞空時間について有意かはわからないが差が生じている。

これらの表を用いて解析を行なっていくのだが、自由に水準を選んだ場合も  $L_8$  直交配列を用いる場合も解析手順が同一であるため、先に手順を示した後、それぞれの実験における解析をすることとする。まずは、解析手順を以下に示す。

- (1) データの構造式を考える。

以下に自由水準の実験におけるデータの構造式を示す。

$$x_{ij} = \mu + a_i + \varepsilon_{ij}$$

次に、直交配列表を用いた実験におけるデータの構造式を示す。

$$x_1 = \mu + a_1 + b_1 + c_1 + d_1 + f_1 + g_1 + h_1 + \varepsilon_1$$

$$x_2 = \mu + a_1 + b_1 + c_1 + d_2 + f_2 + g_2 + h_2 + \varepsilon_2$$

⋮

$$x_7 = \mu + a_2 + b_2 + c_1 + d_1 + f_2 + g_2 + h_1 + \varepsilon_7$$

$$x_8 = \mu + a_2 + b_2 + c_1 + d_2 + f_1 + g_1 + h_2 + \varepsilon_8$$

(2) データをグラフ化する。

(3) 仮説を設定する。

まず、自由水準を用いた場合の仮説を以下に示す。

$$H_0: a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = a_6 = a_7 = a_8 = 0 (\sigma_A^2 = 0)$$

$$H_1: \text{少なくとも1つの} a_i \text{が} 0 \text{でない} (\sigma_A^2 > 0)$$

次に、直交配列表を用いた実験の仮説を示す。

$$H_0: a_1 = a_2 = 0 (\sigma_A^2 = 0)$$

$$H_1: \text{少なくとも1つの} a_i \text{が} 0 \text{でない} (\sigma_A^2 > 0)$$

$$H_0: b_1 = b_2 = 0 (\sigma_B^2 = 0)$$

$$H_1: \text{少なくとも1つの} b_i \text{が} 0 \text{でない} (\sigma_B^2 > 0)$$

⋮

$$H_0: h_1 = h_2 = 0 (\sigma_H^2 = 0)$$

$$H_1: \text{少なくとも1つの} h_i \text{が} 0 \text{でない} (\sigma_H^2 > 0)$$

ただし、今回は交互作用がないものと仮定して立式した。

(4) 分散分析表を作成する。

(5) 有意となった要因の効果を推定する。

主効果が有意なら以下の式を用いて点推定値を算出する。

$$\widehat{\mu(A_i)} = \widehat{\mu + a_i} = \bar{x}(A_i) = \frac{T(A_i)}{4}$$

$$\widehat{\mu(B_i)} = \widehat{\mu + b_i} = \bar{x}(B_i) = \frac{T(B_i)}{4}$$

⋮

$$\widehat{\mu(H_i)} = \widehat{\mu + h_i} = \bar{x}(H_i) = \frac{T(H_i)}{4}$$

次に、95%信頼区間を算出する式を示す。

$$(\mu(A_i) \text{の} 95\% \text{信頼区間}) = \bar{x}(A_i) \pm t(\phi_E, 0.05) \sqrt{\frac{V_E}{4}}$$

$$(\mu(B_i) \text{の} 95\% \text{信頼区間}) = \bar{x}(B_i) \pm t(\phi_E, 0.05) \sqrt{\frac{V_E}{4}}$$

⋮

$$(\mu(H_i) \text{の} 95\% \text{信頼区間}) = \bar{x}(H_i) \pm t(\phi_E, 0.05) \sqrt{\frac{V_E}{4}}$$

$$lsd_{0.05} = t(\phi_E, 0.05) \sqrt{\frac{V_E}{4}}$$

(6) 最適水準における母平均を推定する。

(7) 将来を予測する。

因子 A,B,C が有意な場合は以下の式を用いる。

$$(95\% \text{予測区間}) = \bar{x}(A_i) + \bar{x}(B_i) + \bar{x}(C_i) - 2\bar{x} \pm t(\phi_E, 0.05) \sqrt{\frac{V_E}{4}}$$

#### (ア)自由に水準を選んだ場合

データの構造式は先に記述したものとするため、本項ではまずグラフ化を行う。表 5 を参照し、データをプロットしたものを図 1 に示す。

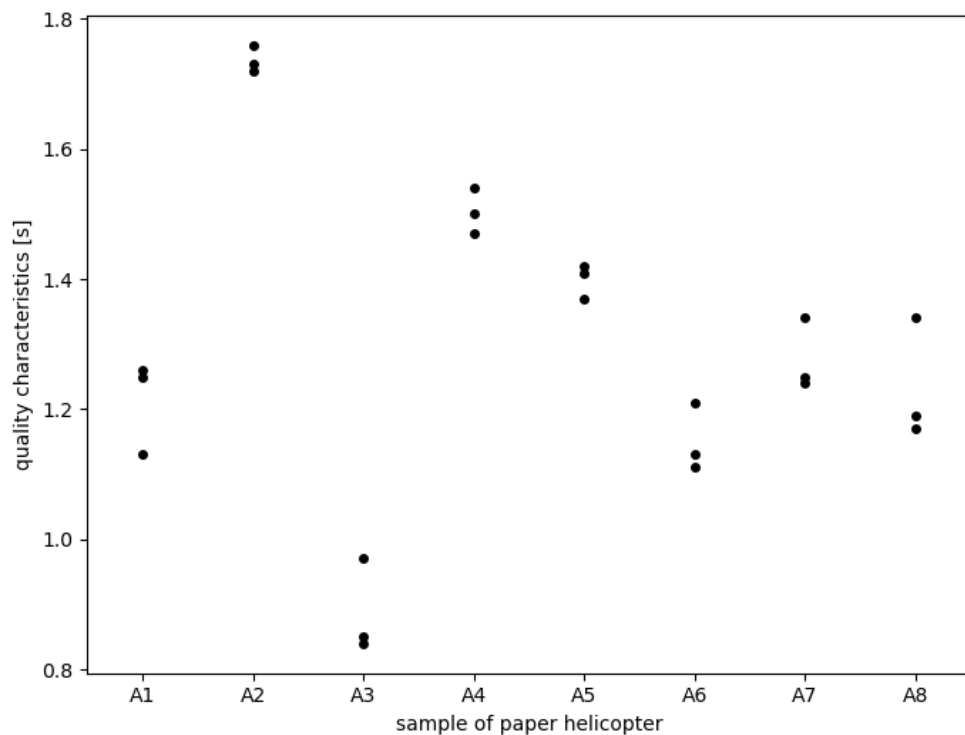


図 1 因子の水準を自由に決めた実験におけるグラフ

この図は表 5 を用いて Python(Seaborn)を用いて作図した。

図 1 から以下のことがわかる。

1. A2 の滞空時間が最も長く A3 が最も短くなった

仮説については、先に示しておりグラフ化によって大きく変わることはなかったため、次の分散分析表に移る。以下表 7 に分散分析表を示す。

表 7 分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	分散比	E(MS)
A	1.3436	7	0.19194286	56.2469911	$\sigma^2 + 2\sigma_A^2$
誤差E	0.0546	16	0.0034125		$\sigma^2$
T	1.3982	23			

この表から、以下のことがわかる。

1.  $F(7,16,0.005)=4.69$  より、要因 A の分散比が上回るため有意水準 0.5 % にて帰無仮説を棄却し、対立仮説を採択する。

因子 A が有意となったため、要因の効果を推定する。表 8 に点推定値と信頼区間を示す。

表 8 点推定値と信頼区間

i	$\mu(A_i)$	信頼区間	下限	上限
1	1.213	0.039	1.175	1.252
2	1.737	0.039	1.698	1.775
3	0.887	0.039	0.848	0.925
4	1.503	0.039	1.465	1.542
5	1.400	0.039	1.361	1.439
6	1.150	0.039	1.111	1.189
7	1.277	0.039	1.238	1.315
8	1.233	0.039	1.195	1.272

信頼区間は 95%において算出した。

この表より、以下のことがわかる。

1. 因子 3 の点推定値が最も低く,因子 2 が最も高くなっている。

これをもとに、図 2 効果図を表 9 に予測区間を示す。

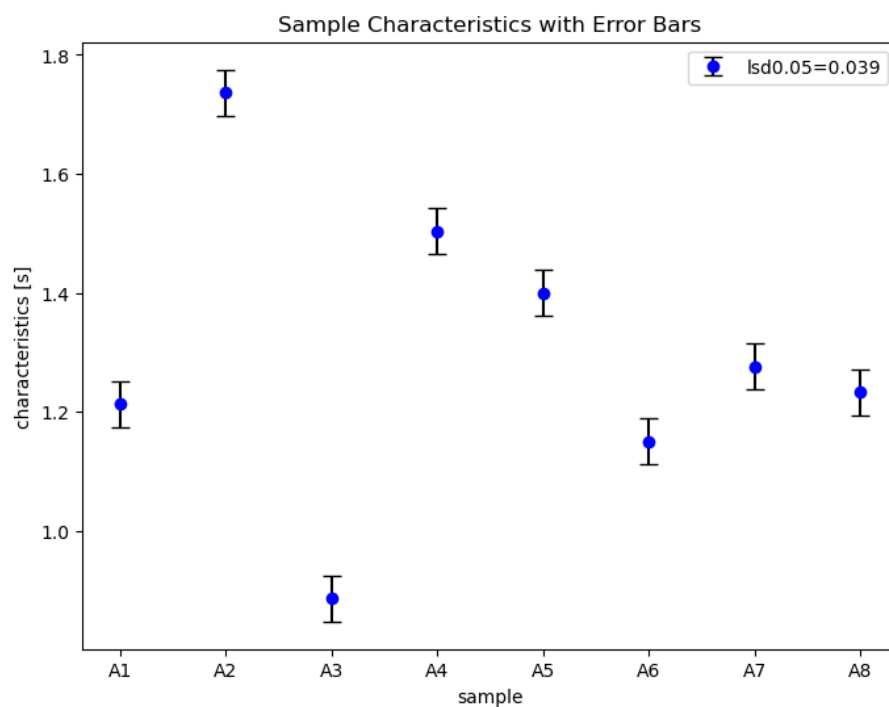


図 2 効果図

表 9 予測区間

信頼区間	上限	下限
0.06745369	1.804	1.669

これは、A3 をもとに算出した。

上記より、以下のことがわかる。

1. A2 が最大値で A3 が最小値となっていることから、翼の長さが滞空時間に対して正の相関を持つと言える。
2. A2 が最大値となっており、他の設計条件のものより滞空時間が大幅に優れているため、A2 の条件が最適条件であると言える。



### (イ)L8 直交配列実験の場合

同様の手順で、 $L_8(2^7)$ 直交配列実験の解析を進める。定式化は先に述べているため本項では省略する。よって、はじめにグラフ化を行う。表 6 を用いて作成したグラフを図 3 に示す。

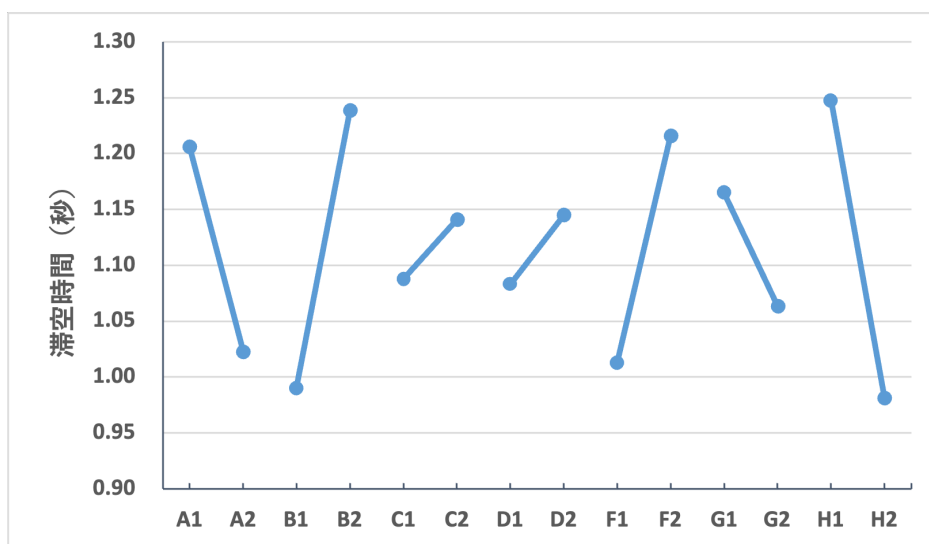


図 3. 要因効果図(1)

品質管理資料の列平方和を求めるための補助表をもとに作成した。  
そして、本実験では、先に述べたとおり交互作用はないものとして進めた。

1. 因子 A,G,H では傾きは負であり因子 B,C,D,F は正となっている。
  2. 因子 B の傾きが正方向に最も大きく、因子 H の傾きが負方向に最大。
- 上記の結果から、仮説を変更すべき特徴を見つけられなかったため、先に述べたまま利用する。分散分析表を表 10 に示す。

表 10 プーリング前における分散分析表

プーリング前分散分析表			
要因	平方和S	自由度φ	平均平方V
A	0.067222	1	0.067222
B	0.123339	1	0.123339
C	0.005689	1	0.005689
D	0.007606	1	0.007606
F	0.082689	1	0.082689
G	0.020672	1	0.020672
H	0.142222	1	0.142222
T	0.449439	7	

前ページのプーリング前の分散分析表において、以下のことがわかる。

1. 要因 C,D,G の平均平方が比較的小さいと言える。

よって、因子 C,D,G を誤差 E としてプーリングする。そして、その結果得られた分散分析表を表 11 に示す。

表 11 プーリング後の分散分析表(1)

プーリング後の分散分析表				
要因	平方和S	自由度 $\phi$	平均平方V	分散比F0
A	0.067222	1	0.067222	5.937193
B	0.123339	1	0.123339	10.89352
F	0.082689	1	0.082689	7.303238
H	0.142222	1	0.142222	12.56133
誤差E	2.584528	3	0.861509	
T	3	7		

$$F(1,3;0.05)=10.1279644860139$$

表 11 から以下のことがわかる。

1. 要因 A,F が有意水準 5% で有意判定式を満たさないが B,H は 5% について有意判定式を満たすため帰無仮説を棄却できる。
2. 要因 A,F を誤差として扱うことができないか確認する必要がある。

上記より、要因 A,F についてプーリングすると表 12 のような分散分析表が得られた。

表 12 プーリング後の分散分析表(2)

プーリング後の分散分析表				
要因	平方和S	自由度 $\phi$	平均平方V	分散比F0
B	0.123339	1	0.123339	3.353828
H	0.142222	1	0.142222	3.867303
誤差E	0.734439	5	0.146888	
T	1	7		

$$F(1,5;0.05)=6.60789097370337$$

表 12 より、以下のことがわかる。

1. 要因 B と H とともに、有意とは言いきれない結果となった。

したがって、本解析では、表 11 における有意とは言い切れない要因 A,F を含んだモデルを採用することとした。本モデルでは、要因 B,H による有意水準 5%において有意な変化があると言える。

次に、点推定,区間推定を行う。表 13 に推定結果を示す。

表 13 点推定,区間推定結果

要因	点推定値	信頼区間	下側限界	上側限界
A1	1.206	0.110	1.096	1.316
A2	1.023	0.110	0.913	1.132
B1	0.990	0.110	0.880	1.100
B2	1.238	0.110	1.129	1.348
F1	1.013	0.110	0.903	1.122
F2	1.216	0.110	1.106	1.326
H1	1.248	0.110	1.138	1.357
H2	0.981	0.110	0.871	1.091

上記の表を用いて推定結果を図 4 に示す。

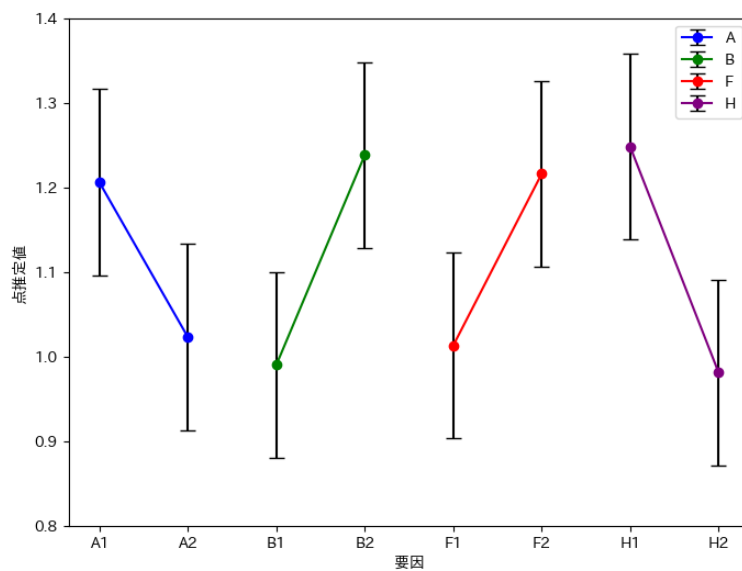


図 4 要因効果図(2)

この図は Python を用いて作成した。

上記の表とグラフから以下のことがわかる。

1. 因子 A と H は水準 1 の方が優れている。
2. 因子 B と F は水準 2 の方が優れている。

よって、直交配列表を用いた実験における最適条件は A1、B2、F2、H1 であると言える。これを再度定式化すると以下のように示せる。

$$x = \mu + a_1 + b_2 + f_2 + h_1 + \varepsilon$$

次に、将来のデータを予測する。田口の式から有効反復数を算出すると 2 と求められたため、この数値を用いて 95%信頼区間を求めると以下のように算出できた。

$$x = 1.227 \pm 0.253$$

#### (ウ) 確認実験の平均値の検定

自由に水準を選んだ場合においての実験 No.2 が最適であると言えたため、再現実験を行い平均値が区間内に収まっているか確認する。以下に再現実験の結果を示す。

表 14 再現実験の結果

	1回目	2回目	3回目	平均値
確認実験	1.63	1.74	1.54	1.64

このデータは求めた区間よりも下回る結果となった。その原因については考察で述べることとする。

#### 4. 考察

##### (ア)最適な設計条件

本実験における 2 手法の測定,解析において最適と言える設計条件はそれぞれ、表 15 のように求めることができた。

表 15 最適条件

因子	自由水準設定	直交配列実験
A:翼の切り込みの有無	なし	
B:翼の長さ	12cm	
C:胴体の長さ	6cm	-
D:胴体の幅	2cm	-
F:胴体につけるクリップ数	1個	
G:胴体の切り込みの有無	あり	-
H:紙の種類	120g/m2(0.126mm)	

この表から、2 つの手法での最適水準の相違はないことがわかる。そして、空気抵抗(降下を抑進する力)を生じうる翼の長さは長い方が最適であり重力(落下を促進する力)の原因となりうる胴体の長さや幅、クリップ数、紙の種類などは小さい方が最適となることが統計的に評価できた。しかし、直交配列実験では所々埋めることができない因子が存在した。具体的には胴体の長さと幅、胴体の切り込みの有無についてである。それらは、他の因子に比べて大きな影響を持たないと推測できる。なぜなら、今回使用した材質が紙製であり重力よりも空気抵抗が影響すると推測できるからだ。以下に力学の公式を用いて検証する。まず、空気抵抗は以下の式で求められる。

$$F_d = \frac{1}{2} C_d \rho A v^2$$

この式を用いて、本実験環境を簡易的に解釈する。本実験に用いた紙ヘリコプターは物体進行方向に対して垂直な翼を持つ。したがって抗力係数 $C_d$ を平板と近似し 1.28 として仮定する。さらに、投影面積  $A$  は紙ヘリコプターの翼面積となるため、計算することができる。本実験では翼の最大最小で比較するため、因子 A と B をそれぞれ変える。すると、面積最大と最小の場合それぞれ、 $37.5\text{cm}^2$  と  $21\text{cm}^2$  となる。さらに、速度の 2 乗 $v^2$ に比例するため、回転速度の速い物体ほど空気抵抗が大きくなる。要するに、空気抵抗を大きくし滞空時間を延ばすほど速度が速くなり伴って空気抵抗が曲線的に増加すると言える。これらをもとに翼の面積による空気抵抗の比較を行うと、最小面積の翼を持つ実験体に対し大きい翼では約 1.8 倍大きな空気抵抗を生じさせ

ることができる。一方、重力については因子 C と D、F、G に注目する必要がある。重力は質量に比例するため、翼を含む全体の面積と相関がある。よって当該因子の水準変化による面積変化を定量的に評価することで、重力変化についての議論は自明であると言える。まず、翼の面積が最大となる水準において、胴体の大小を比較した結果、 $76.5\text{cm}^2$  と  $49.5\text{cm}^2$  となった。この面積の差における比の値は 1.55 と算出される。つまり因子の水準変化における重力と空気抵抗の影響度は、空気抵抗の方が大きいと考えられる。

#### (イ)2つの実験方法の比較及び検証

本実験で行った、2つの手法について比較する。上記のとおり、直交配列表を用いた実験では断定しきれなかった因子の最適水準が存在し、それはパフォーマンスに対する影響度に依存するものであると言えた。要するに、ヘリコプターのパフォーマンスに対する影響度が小さい因子については直交配列表を使った実験では求められないと考えられる。換言するならば、直交配列表を用いて有意な因子だと評価できた因子は統計的有意性が高いと評価できる。そのため、実験対象をおおまかに理解している場合は有意である因子がどれであるか予想できるため簡易的な実験であれば自由選択水準の実験を行う方が、良い組み合わせを知ることができる。ただし、それぞれの因子の水準がどの程度影響を与えているのか、因子の有意性はどの程度なのかなど細かく調査したい場合は直交配列実験を行うべきであると考察した。

#### (ウ)再現実験で推定区間内に収まらなかった原因について

再現実験で、上記の結果となった原因は「実験回次による順序効果」と「ヘリコプターの劣化」が関係していると考えられる。本実験では、自由選択水準の実験を先に実施し直交配列実験、解析ののちに再現実験を行った。そのため、実験者の疲労やヘリコプターを離す際の感覚的な慣れが影響しているのではないかと推察した。そして、本実験機は紙を折り曲げることで翼を作り上げた。しかし、解析の間に、その折り目を逆向きに折り返すなど作用させてしまっていた。それにより、進行方向に対して垂直にあるべき翼が劣化したことで空気抵抗が小さくなり相対的に滞空時間が短くなったと考察する。よって、本実験における最適条件は上記のとおり変更なくて良いと判断する。

### 5. 結論

本実験では紙ヘリコプターの最適条件について考えた。その結果、翼をできるだけ大きくし空気抵抗を考慮するべきであるとわかった。そして、実験手法について2つ存在したが、今回は企業への商用目的ではなく学生の実験である点、おもちゃ開発への研究であり医療などの安全性が担保されるべき環境を目的とせず、その水準に対する高い信頼性、有意性を必要としないことから自由に水準を選択する実験が

本実験に適していると考えた。そして、本実験全体として直感的に推測できることを実験計画法や統計的仮説検定を用いて論理的かつ定量的に判断できたことに意味があると評価する。

## 6. 参考文献

1. データサイエンス実験 A 2024,中央大学理工学部ビジネスデータサイエンス学科,pp.14-26。
2. 大藤正・赤尾洋二・小野道照(1990):「品質展開法(1)」,日科技連出版社。
3. 鷲尾泰俊(1997):「実験計画法入門」,日本規格協会。
4. 小野寺勝重(2006):「FMEA 手法と実践事例」、日科技連出版社。
5. 大阪工業大学,「乗り物の物理-空気抵抗と闘う乗り物」,平成 27 年,pp.31-46,  
( [https://www.oit.ac.jp/is/shinkai/nishinomiya/2015/shinkai\\_text3.pdf](https://www.oit.ac.jp/is/shinkai/nishinomiya/2015/shinkai_text3.pdf)),  
2024/11/05 参照。

## 7. 付録

- ## 1. 紙ヘリコプターの構造

