

♠ 【測定法】

1. 実験条件（天候・室温・湿度・気圧）を記録する。 **1 週目・2 週目**
2. 金属線の直径 $2r$ ，長さ ℓ をそれぞれマイクロメータとメジャーで 3 回ずつ測定する。 **1 週目（・2 週目）**
 - － 中心軸まわりの円筒の慣性モーメント $I = (6.64 \pm 0.04) \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。
 - － 金属線（リン青銅）の剛性率 $n = 4.36 \times 10^{10} \text{ Pa}$ 。
3. 水（グリセリン水溶液）の入った容器を台に置く。 **1 週目・2 週目**
4. 鏡とスケール板との距離 L が約 1 m となる位置に、望遠鏡とスケール板を取り付けた台とを置く。このとき、望遠鏡と鏡とを結ぶ直線とスケール板とが垂直になるようにする（テキストの図 3 を参照）。 **1 週目・2 週目**
5. スケール板を蛍光灯で照らし、鏡で反射したスケールと望遠鏡の十字線とが明瞭に見えるよう、望遠鏡の方向や焦点を調節する。 **1 週目・2 週目**
6. L をメジャーで 3 回測定する。 **1 週目・2 週目**
7. 空気中で、円筒に微小な回転振動を与え、その後の円筒の回転振動を測定する。 **1 週目**
 - － 円筒の回転方向が逆転する瞬間の目盛り x と時刻 t とを 20 周期分記録する。
 - － 円筒を静かに水に浸け振動を止めてから、振動中心 x_0 を記録する。
8. 水中で、円筒に微小な回転振動を与え、その後の円筒の回転振動を（7. と同様の方法で）振動が止まるまで（または 20 周期分）測定する。円筒が水中に浸かっている高さ h は、2 cm, 4 cm, 6 cm, 8 cm の 4 種類とする。 **1 週目**
9. グリセリン水溶液中で、円筒に微小な回転振動を与え、その後の円筒の回転運動を運動が止まるまで測定する。円筒がグリセリン水溶液中に浸かっている高さ h は、2 cm, 4 cm, 6 cm, 8 cm の 4 種類とする。 **2 週目**
 - － 5 秒おきに目盛り x を記録する。

♠ 2 週目までの課題

以下の課題を、2 週目の実験開始までに実験ノートに行うこと（チェック・採点します）。●印は必修、○印は任意の課題とする。尚、以下に加えて、自分で考えた解析を進めてもよい。

- 金属線の直径 $2r$ （半径 r ）と長さ ℓ ，鏡とスケール板との距離 L ，金属線のねじり係数 c ，周期 T （5 種類）を（単位と不確かさも併せて）求める。
- 目盛り x から、回転角 θ に変換する（本題目では、 θ の不確かさは求めなくてよいこととする）。また、縦軸に回転角 θ/rad ，横軸に時刻 t/s をとったグラフを描く（手がき；プロットを線で結ばない）。

次週、パソコン（関数電卓）やレポート用紙・グラフ用紙を持ってくること。

2 週目までの課題のためのヒント

- A. 計算の際に、単位に注意すること。例えば、 $\text{mm} = 10^{-3} \text{ m}$ である。
- B. 不確かさや合成不確かさの求め方は、『序論』のテキストの式 (3.6) や式 (3.29) を参照。
- C. 周期 T の求め方には、次の 2 通りが考えられる：

1. 時刻のデータ $\{t_i; i = 1, \dots, 2N\}$ に対して、 $\frac{2}{N^2} \sum_{i=1}^N (t_{i+N} - t_i)$ で求める（勿論、不確かさも求めること；そのための式は、自分で考えてみてください）。cf. テキスト『二本吊りによる慣性モーメントの測定』の式 (24)。
2. 最小二乗法を用いる。 cf. 資料『パソコンを使ったグラフのかき方 Mathematica 編/gnuplot 編』。

♠ 参考文献

ここでは、実験のテキスト以外に参考になりそうな文献を挙げる。この実験と同様の実験が載っている参考書として、

- [1] 三宅静雄ら，新編 基礎物理学実験，産業図書（1988）

がある。また、力学の教科書としては、

- [2] 原島鮮，力学（三訂版），裳華房（1985）
 [3] 藤原邦男，基礎物理学 I 物理学序論としての力学，東京大学出版会（1984）
 [4] 後藤憲一，力学，学術図書出版社（1975）

などが古くから有名。最近の教科書としては、

- [5] 篠本滋ら，基幹講座 物理学 力学，東京図書（2013）

などがある。質点の力学と微分方程式については、

- [6] 山本義隆，数学書房選書 1 力学と微分方程式，数学書房（2009）

が、振動系の物理に関しては、

- [7] A. P. French, VIBRATIONS AND WAVES (The M.I.T Introductory Physics Series), Norton (1966)

（邦訳もある）が、それぞれ面白い。ねじり振り子などの「連続体の力学」の教科書は、

- [8] 佐野理，基礎物理学選書 26 連続体の力学，裳華房（2003）

などがある。

♠ 【原理】の補足 ①

- A. 回転の運動方程式 $I\ddot{\theta} = N_z$ は、質点の運動方程式 $m\ddot{x} = F_x$ と同じ型の方程式である。このことに着目して、質点の運動方程式の知識からの **類推 (analogy)** で、回転の運動方程式を理解してみようとする。よい。

例えば、質量 m は、“速度の変化のしにくさ”を表す、物体固有の量であると解釈される。このことから、慣性モーメント I は、“角速度の変化のしにくさ”を表す、物体固有の量である、と類推できる。

物理学では、至る所で、この考え方が役に立つ。学部 2 年次で学ぶ内容から、一例を挙げると、古典力学（解析力学）における「最小作用の原理」と幾何光学における「Fermat の定理」とには、類似性がある。幾何光学から「波動光学」への発展にヒントを得て、E. Schrödinger は古典力学を発展させた「波動力学」を考えたとされる。

- B. 一様な中空円筒の中心軸まわりの慣性モーメント I は、全質量を M 、内径を R_1 、外径を R_2 として、どのように表されるか分かりますか？

$$\text{答：} \frac{M}{2} (R_2^2 - R_1^2).$$

- C. 実験装置の原理。微小な変位を拡大して測定し、より精密な測定をするための装置を「光てこ」とよぶことがある。本実験において、 θ は微小だが、 $x - x_0 \simeq 2\theta \times L$ は（ θ と比べて充分）大きい。テキストの図 3 を参照。

- D. （減衰振動の場合）減衰の度合いを表す量として、次のふたつが有名：

1. 対数減衰率 γ . 隣り合う振幅の比は、 $\frac{Ce^{-\frac{k}{2I}T}}{C} = \frac{Ce^{-\frac{k}{2I}T}}{Ce^{-\frac{k}{2I}\frac{T}{2}}} = \dots = e^{-\frac{k}{2I}\frac{T}{2}} \equiv \frac{1}{\rho}$ と一定になる。このとき、 $2 \ln \rho = \frac{k}{2I}T =: \gamma$ と定義する。以上から、対数減衰率は減衰の“速さ”を表す量である、といえる。

2. Q 値. $Q := \frac{\sqrt{c/I}}{k/I} = \frac{\sqrt{Ic}}{k}$ で定義される。これを用いれば、減衰振動の式は、

$$\theta(t) = Ce^{-\frac{\gamma}{2Q}t} \cos \left[\sqrt{\frac{c}{I}} \left(1 - \frac{1}{4Q^2} \right) t + \delta \right]$$

と書かれ、 Q が大きいほど減衰の効果は小さくなり、約 Q/π 回の振動の間に、振幅が $1/e$ に減少することが分かる。

- ★ グラフの“見た目”から「より早く減衰した」と判断するのではなく、これらの量を用いた **定量的な議論** を心掛けること。

♠ 【原理】の補足②

- A. グリセリンの性質（粘度など）は、http://www.miyoshi-yushi.co.jp/chemical/products/pdf/fatty_acid/02-glycerin2015.09.pdf などが参考になる。適宜、参照のこと。

グリセリンが使われている身近な例：化粧水、甘味料、etc.

- B. （過制動と臨界制動の場合）そのグラフは、初期条件によって、様々な概形：(a)–(c)，があり得る。解析を簡単にするには、**初速度がゼロとなるようにする**とよい。

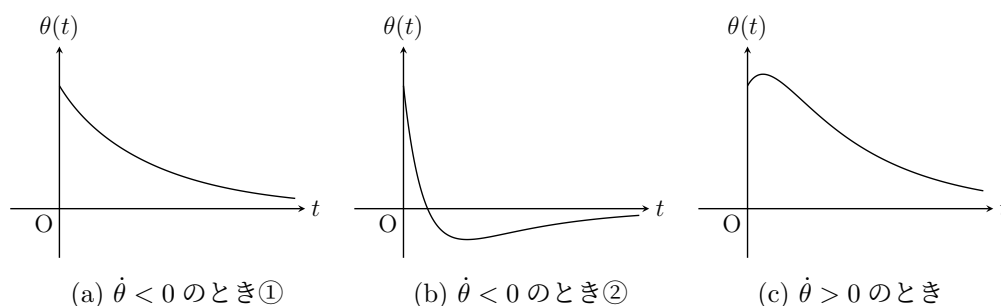


図 1: 様々な初期条件の下での過制動.

♠ 解析・考察（課題）について

実験における解析・考察の位置付け

実験の授業中には、実際に測定をして「実験データ」を得た。「実験データ」は、基本的には、数字の羅列であり、これからすぐに意味を読み取るのは、極めて困難である。そこで我々は、数字の羅列を、人間がみて意味が分かる（～解釈が付けられる；考察に使える）形に変える必要がある。これが「解析」である。複数回測定したデータから、最適推定値（平均値）と不確かさを求めたり、データをグラフ化することが、この「解析」にあたる。更に、実験の目的を達成するために、この結果をもとに何がいえるかを考え、示すことが「考察」である。

考察している途中で、更なる解析が必要になれば、再度解析をし、また、新たな実験を行ってデータを集める必要があれば、再度実験を行うこともある（ただし、この授業では、実験を再度行うことは認められていない）。

以上をまとめたのが、図 2 である。

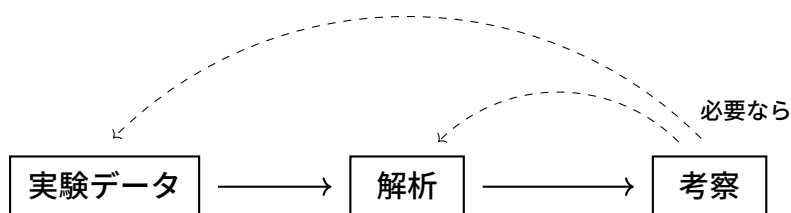


図 2: 実験における解析・考察の位置付け.

解析のためのヒント

- A. 「2 週目までの課題」を参照。勿論、「任意の課題」と書いたのは、2 週目までにやってくるか否かは各自の判断に任せる、という意味で、レポートでは必ず行うこと。

- B. 抵抗係数 k の求め方（勿論、不確かさも求め、単位も書くこと）には、次の 2 通りが考えられる：

1. グラフから求める（グリセリン水溶液中の運動については、 k を具体的に求めなくてもよい；実験レポートでは、定性的な議論だけで充分）。

cf. 資料『パソコンを使ったグラフのかき方 Mathematica 編/gnuplot 編』。

2. 振動周期 T から求める（ただし、この方法は、周期が求められない場合には使えない）。

考察のためのヒント

考察は、以上の解析から（必要に応じて追加の解析をして）自由にすすめればよい。ただ、慣れないうちは、何をすればいいかわからないこともあると思うので、そんなときは、以下やテキストの【課題】を参考にしてみてください。

考察の題材の見つけ方〈参考〉

「考察」は課題を行うことではない。実験や解析から得られた結果をもとに、何がいえるかを、目的に沿って、自分で考えるものである。何がいえそうかは、例えば、次の視点で考えるとよい：

- 「原理などから理論的に分かること」と「実験結果・解析結果から分かること」とを照らし合わせる、という視点。
 - － 両者は一致するのか、一致しないのか。一致しない場合、それは何故か。
- 実験を「計画する」立場で、何を調べようとするか？という視点。
 - － 本実験題目は、大きく分けて「空気中での測定」「水中での測定」「グリセリン水溶液中での測定」の 3 つがある。これらは、それぞれ、何を調べるために設定されていたのか。
 - － 水中やグリセリン水溶液中での測定では、高さ h を変えて複数回測定を行った。なぜこのような指示があったのか。

本題目では、具体的に、以下のような考察が考えられる：

- 空気中の場合の周期 T について、実験データから得られたものと $k \rightarrow 0$ のもの（テキストの式 (3)）との比較をする。
- 水中の場合、高さ h の変化（ \Leftrightarrow 抵抗係数 k の変化）によって、運動の様子はどうか変化したかを議論する。また、グリセリン水溶液中の場合はどうか。
- 観測された円筒の運動をそれぞれ、減衰振動・過制動・臨界制動に分類する。また、その判断基準は何か。
- 高さ h と抵抗係数 k との関係を定量的に評価する。例えば、グラフを描いてみて近似直線／曲線を求める。また、定性的にはどういうことか。
- 水中の場合とグリセリン水溶液中の場合の結果が異なるのは、水やグリセリンのどのような性質によるものか。

他にも、次のような考察もある：

- 誤差の原因や測定精度の改善について考える（「測定が難しかったから」「もっと集中して実験を行う」のような稚拙なものとは不可。それが原因だと考えられる理由を明確に述べたり、新たな実験方法を提案したりできるとよい）。
- 「そもそも、テキストの【原理】に書かれているモデルが妥当だったのか」という評価をする。つまり、今回の測定精度の範囲内で、所謂「減衰振動」のモデルが実験データと矛盾なく成り立っているか、を考える。
- ★ 実験や解析の結果から、全てのことが分かる訳ではない。 分からないことは、テキトーな理由を付けて誤魔化すのではなく、疑問点として挙げておく。ただし事前に、TA や実験班の人と議論をし、十分に検討を重ねること。

テキストの【課題】

0. $L = 1 \text{ m}$ のとき、(10) 式の近似が相対不確かさ 3 % 以下で成り立つためには $|x - x_0|$ はいくら以下にすれば良いか。
 1. 円筒が空気中にあるときの振動の様子をグラフに表せ。この振動の周期を求めよ。
 2. 円筒を水に浸したときの振動の様子をグラフに表し、水中部分の高さ h に応じて何がどう変化したかを確かめよ。また、この振動の周期を求めよ。(5), (7) 式と実験結果を比較し、 k と h の関係について考察せよ。
 3. 円筒をグリセリンに浸したときの振動の様子をグラフに表し、液中部分の高さ h に応じて何がどう変化したかを確かめよ。(7), (8) 式と実験結果を比較し、水とグリセリンとの k の値について考察せよ。
- ★ レポートに「課題」の章をわざわざ設ける必要はないが、「解析」「考察」を通して、これらの内容を網羅していることが望ましい（本レポートの採点基準の一部は、これら、テキストの【課題】に基づいています）。

余談 個人的には、3 年間の学生実験を通して、gnuplot などのグラフ描画ソフトや Mathematica などの数式処理ソフト、及びこの文書を作成するのにも使っている L^AT_EX の使い方を身に付けて欲しいなと思っています。

♠ レポート作成について

テキストや配布資料を参考にしてレポートを書いてゆく。レポートは「報告書」なので、他人が読むことを強く意識して書く必要がある（これに対して、実験ノートは、自分や共同実験者いつでも見返せるようなものであるべきで、且つ実験をしてデータを得たことを証明する証拠書類となるもの）。ここで「他人」とは、まだこの実験をしていない同期であり、実験をする前の自分であり、採点者で、この人たちは、(今の)自分とは考え方の違う、全く別の人間です。

レポート全般に関わる注意

まず第一に、構成・文体（この資料では、常体と敬体とが混ざってしまっていますね...；レポートでは NG です）や図・表・数式などの書式に注意すること。勿論、A4 サイズのレポート用紙（縦置き、横罫線の入ったもの、片面のみ）に書くこと。非本質的なことのようにも思えますが、**体裁を整える**ということは、（おそらくみなさんが思っている以上に）重要なことなのです。— “Beauty is truth, truth beauty.”

次に、「報告書」であるレポートでは、(板書のような綺麗な図解ではなく)言葉での説明を書く、ということが重要である。勿論、適宜、図を用いて説明を補足することも必要である。

ここで、文章、特に筋道だった説明のための文章を書く上でのポイント及びこれまでレポートを採点してきて指導を要すると思った点を、幾つか紹介する。

- 論理的な文章を書け、といわれると、「P だから Q である」と、主張と根拠を示すことができる者は多い。しかしながら、「根拠」とは多くの場合データや事実であり、必ずしも主張に直結するものではなく、根拠と主張とのギャップを適切に埋める **論拠**が必要になってくる(図 3)。多くの人(日本語話者?)は、これが苦手なようである。

次の状況を考えてみよう。友人の A と B が、昼食に何を食べに行くか相談している。

A: 「今日のお昼、カレーかラーメン、どっちがいい?」

B: 「カレー。」

A: 「なんで?」

B: 「昨日、ラーメン食べたから。」

B の「昨日ラーメンを食べたから、今日のお昼はカレーを食べたい」という意見は、一見、理屈が通っているように思える。しかし、なぜ、昨日ラーメン食べたからといって、今日のお昼はカレーを食べたい、といえるのだろうか? ラーメンが好きなら(そして健康を気にしないなら)、毎日ラーメンを食べてもいいだろう。この点を考えると、B の頭の中には、「2 日連続で同じものは食べたくない」という思いがあったのかもしれない。

[参考文献：福澤一吉『新版 議論のレッスン』NHK 出版新書 552 (2018)]

日常会話では、上の例のようなやりとりで充分(というか、それ以上やると嫌われる?)だが、レポートでは、暗に前提としていること・自分の判断基準や着眼点などの **論拠**を明確に記すべきである。

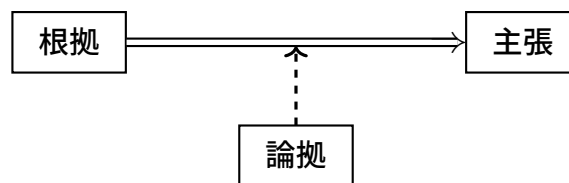


図 3: 根拠・論拠・主張の関係。

- 高校の数学の授業で学ぶことであるが、 $P \Rightarrow Q$ だからといって必ずしも $Q \Rightarrow P$ とは限らない。文章を書くとなると、この手のミスは、案外多い。何が条件で何が帰結か、意識しながら文章を書くこと。
- 物理量を表す文字は、レポート内で定義すること。なんの断りもなく「 k が大きくなると、 \sim 」などと書いてはいけない(減衰振動の実験なんだから、 k は抵抗係数だと分かるでしょ、という考え方はレポートでは通じない)。だからといって定義さえすれば何でもよい訳ではなく、「物体の全質量を I 、その物体の中心軸まわりの慣性モーメントを M とする」というような、誤解を招く文字の定め方は、避けること。また、同じ文字を、ひとつのレポート内で、異なる意味で用いてはいけない。例えば、抵抗係数を k としたならば、包含係数は k と書いてはいけない。
- 次のような日本語の誤りも散見される：
 - 主語と述語の不一致。 × 「 \sim の測定では、過制動が観測した。」
○ 「 \sim の測定では、過制動が観測された。」 or 「 \sim の測定では、過制動を観測した。」
 - 誤字。 × 低抵抗係数 ○ 抵抗係数, × 雲り ○ 曇り。
- 結局、どんな文章を書くにしても、**その手の文章をたくさん読む**ということが、よい文章を書けるようになるコツだと思います。物理学の専門家が書いたものを濫読してください。自分の文章に取り入れてみたいものとそうでないものとを意識して読んだり、過去に自分の書いた文章も読み返してみたりするとよいでしょう。

レポートの項目ごとの注意

1. 実験の目的

自分の言葉でまとめるのが望ましい。また、実験の「背景」に軽く触れるとよい。

2. 実験の原理

自分の言葉でまとめるのが望ましい。

3. 実験方法

「テキスト通り」ではなく「実際に測定した通り」に書く。その記述から、同じ実験を再現することができるように、具体的に書くこと。また、すべての文は「～した」のように“過去形”にすること。実験に用いた装置の説明もすること。

4. 実験結果とその解析結果

実験で得られたデータは、すべて表にまとめ、必要なものはグラフにもまとめる（手がき）。尚、単に結果の図表を羅列するだけでは不十分であり、必ず本文中にその図表が何を示すのかを記すこと。また、解析結果は、解析手法や解析に用いた数値（円筒の慣性モーメント I など）と共に載せること。包含係数をいくつとしたかも記しておくこと。

5. 考察

「何をどう考えたか」を論理的にかつ分かりやすく書くこと。

6. 結論

「目的」がどのように達成されたか、などについて簡潔にまとめること。

● その他

実験の原理の説明や解析・考察において、テキスト以上のものがあれば加点対象とする。また、感想は書かないこと。

● 参考文献

必要に応じて、レポートの最後に「参考文献」の一覧を載せること。書き方は、配布資料の 2 ページを参照。尚、（本来は望ましくないが）Web ページを参照した場合には、最終閲覧日（時刻）を併記すること。

★ 以上を踏まえて、また、LETUS の諸注意をよく読んで、レポートを書き、必要事項を記入した指定の表紙と共に提出すること。

♠ 演習問題（おまけ）

運動方程式：

$$m\ddot{x} = -kx - m\gamma\dot{x} \quad \Longleftrightarrow \quad \ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad \omega_0 \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (*)$$

で表される質点の運動を考える。初期条件は、 $t = 0$ で $x = x_0$, $\dot{x} = v_0$ とする。

[1] 運動方程式 (*) の解を導出せよ（導出は一通りではない）。

[2] 外部から (a) 力 $f \cos \omega t$, (b) 時刻 $t_1 (> 0)$ に δ 関数型の撃力 $I\delta(t - t_1)$ が加えられた場合の運動はどうなるか、それぞれ論ぜよ。また、(c) 一般に時間に依存する力 $f(t)$ の場合はどうか。

[3] $L = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 - \omega_0^2 x^2) e^{\gamma t}$ に対して、 $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x}$ を計算せよ。（→ 解析力学）

[4] k や γ が時間に依存する場合、運動はどうなるか。また、非線形振動について論ぜよ。非線形振動とは、例えば、 $\ddot{x} + \gamma\dot{x}|\dot{x}| + \omega_0^2 x = 0$ や $\ddot{x} + \omega_0^2 x + \varepsilon x^3 = 0$, $\ddot{x} - (1 - \varepsilon x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ （ただし $\varepsilon > 0$ ）などが挙げられる。