

## ♠ 【測定法】

1. 実験条件（天候・室温・湿度・気圧）を記録する. 1 週目・2 週目
2. 金属線の長さ  $l$  をメジャーで 1 回測定する. 1 週目・2 週目
  - 中心軸まわりの円筒の慣性モーメント  $I = (6.64 \pm 0.04) \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .
  - 金属線の半径  $r = 0.15 \text{ mm}$ .
  - 金属線（リン青銅）の剛性率  $n = 4.36 \times 10^{10} \text{ Pa}$ .
3. 水／グリセリン水溶液の入った容器を台に置く. 1 週目・2 週目
4. 鏡とスケール板との距離  $L$  が約 1 m となる位置に、望遠鏡とスケール板を取り付けた台とを置く. このとき、望遠鏡と鏡とを結ぶ直線とスケール板とが垂直になるようにする（教科書の図 3 を参照）. 1 週目・2 週目
5. スケール板を蛍光灯で照らし、鏡で反射したスケールと望遠鏡の十字線とが明瞭に見えるよう、望遠鏡の方向や焦点を調節する. 1 週目・2 週目
6.  $L$  をメジャーで 1 回測定する. 1 週目・2 週目
7. 空気中で、円筒に微小な回転振動を与え、その後の円筒の回転振動を測定する. 1 週目
  - 円筒の回転方向が逆転する瞬間の目盛り  $x$  と時刻  $t$  とを 20 周期分記録する.
  - 円筒を静かに水に浸け振動を止めてから、振動中心  $x_0$  を記録する.
8. 水中で、円筒に微小な回転振動を与え、その後の円筒の回転振動を（7. と同様の方法で）振動が止まるまで（または 20 周期分）測定する. 円筒が水中に浸かっている高さ  $h$  は、4 cm とする. 1 週目
9. グリセリン水溶液中で、円筒に微小な回転振動を与え、その後の円筒の回転運動を運動が止まるまで測定する. 円筒がグリセリン水溶液中に浸かっている高さ  $h$  は、2 cm, 4 cm, 6 cm, 8 cm の 4 種類とする. 2 週目
  - 5 秒おきに目盛り  $x$  を記録する.

## ♠ 減衰振動の例

【インスリンによる血糖値の制御<sup>[5]</sup>】

体の調節機構にも減衰振動で近似できる現象がある. 例えば、インスリンによる血糖値の制御では、インスリン濃度や血糖値の時間変化が減衰振動で近似できる. 血糖値からその最適値を引いた量を  $x = x(t)$ 、膵臓から出るインスリンの濃度からその最適値を引いた量を  $y = y(t)$  とすると、血糖値の時間変化について、組織による吸収  $-Ax$  とインスリンの効果  $-By$  とから、

$$\frac{dx}{dt} = -Ax - By$$

が成り立つとする. また、インスリン濃度の時間変化は、血糖値の効果  $Cx$  と最適値に近づこうとする効果  $-Dy$  とから、

$$\frac{dy}{dt} = Cx - Dy$$

が成り立つとする. ただし、 $A, B, C, D$  はある定数である. 以上 2 式から、

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + (A + D)\frac{dx}{dt} + (AD + BC)x &= 0 \\ \frac{d^2y}{dt^2} + (A + D)\frac{dy}{dt} + (AD + BC)y &= 0 \end{aligned}$$

が得られる. これらは、教科書の式 (8.4) と同じ型の微分方程式で、インスリン濃度や血糖値は減衰振動することが分かる.

## ♠ 参考文献

ここでは、実験のテキスト以外に参考になりそうな文献を挙げる。この実験と同様の実験が載っている参考書として、

[1] 三宅静雄ら，新編 基礎物理学実験，産業図書（1988）

がある。また，力学の教科書としては、

[2] 原島鮮，力学（三訂版），裳華房（1985）

[3] 藤原邦男，基礎物理学 I 物理学序論としての力学，東京大学出版会（1984）

[4] 後藤憲一，力学，学術図書出版社（1975）

などが古くから有名。最近の教科書としては、

[5] 篠本滋ら，基幹講座 物理学 力学，東京図書（2013）

などがある。質点の力学と微分方程式については、

[6] 山本義隆，数学書房選書 1 力学と微分方程式，数学書房（2009）

が，振動系の物理に関しては、

[7] A. P. French, VIBRATIONS AND WAVES (The M.I.T Introductory Physics Series), Norton (1966)

（邦訳もある）が，それぞれ面白い。ねじり振り子などの「連続体の力学」の教科書は、

[8] 佐野理，基礎物理学選書 26 連続体の力学，裳華房（2003）

などがある。

次週，パソコン（関数電卓）やレポート用紙・グラフ用紙を持ってくること。

## ♠ レポート課題について

### レポート全般に関わる注意

- 教科書や【配布資料】を参考にしてレポートを書いてゆく。LETUS の指示にも注意すること。
- 構成・文体や図・表・数式などの書式に注意すること。また、文体は常体（「だ・である」調）を用いる。
  - 構成は「レポートの項目ごとの注意」を参照。
  - レポートは“報告書”なので、言葉での説明を書くこと（例えば、単に実験結果や解析結果を羅列するのは NG）。
  - 数式に関して、物理量はイタリック体で、他（cos や単位）はローマン体で書く。
- ページ番号を振ること。
- 表紙に必要事項を記入し、レポート本体と共にホッチキス留めか紐で綴じて提出すること。

### レポートの項目ごとの注意

#### 1. 実験の目的

教科書にある通りでよい。

#### 2. 実験の原理

教科書にある通りでよい。

#### 3. 実験方法

配布資料の「測定法」を参考を書くこと。ただし、すべての文は「～した」のように“過去形”にすること。また、教科書を参考に、実験に用いた装置の説明もすること。

#### 4. 実験結果とその解析結果

以下をレポートに載せること。ただし、単位・有効数字には気を付けて書くこと。

- 1 週目の配布資料に与えた、円筒の慣性モーメント  $I$ 、金属線の直径  $2r$ （半径  $r$ ）と剛性率  $n$ 。
- 金属線の長さ  $\ell$ 、鏡とスケール板との距離  $L$  の測定結果（2 日分あるものは、2 日分をそれぞれ記載）。
- 金属線のねじり係数  $c = \frac{\pi n r^4}{2\ell}$  の計算結果。
  - 値を代入する際、長さの単位をすべて m に揃えることに注意。
  - このとき、ねじり係数  $c$  の単位は、 $\text{N} \cdot \text{m}$  である。
- 円筒の運動のグラフ（表は載せなくてよい）。回転角  $\theta = \frac{x - x_0}{2L}$  を計算し、縦軸に  $\theta/\text{rad}$ 、横軸に時刻  $t/\text{s}$  をとってグラフを描く。
  - 空気中・水中・グリセリン水溶液中 4 種の場合について、それぞれ（6 枚別々に）描くこと。
  - プロットを線で結んではいけない。
- （空気中・水中の場合のみ）振動の周期  $T$  の計算結果。実験結果の時刻のデータ  $\{t_1, t_2, \dots, t_{2N}\}$  から、

$$\bar{T} = \frac{2}{N} \bar{\tau}, \quad \bar{\tau} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_i, \quad \tau_i := t_{i+N} - t_i,$$

$$\sigma_{\bar{T}} = \frac{2}{N} \sigma_{\bar{\tau}}, \quad \sigma_{\bar{\tau}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\tau_i - \bar{\tau})^2}{N(N-1)}},$$

を計算する。

- データが奇数個（ $2N + 1$  個）ある場合には、最後のデータ  $t_{2N+1}$  を無視して計算すれば良い。
- 計算結果は、例えば  $T = 20.89 \pm 0.27 \text{ s}$  のように書くこと。

## 5. 考察 (課題)

以下のものを考察課題とする (教科書のものはやらなくてよい)．●印は必修，○印は任意の課題とする．

- 実験データから得られた空気中での振動周期  $T$  と  $T_0 \equiv 2\pi\sqrt{\frac{I}{c}}$  とを比較する．

－  $T_0$  は空気による抵抗を無視した場合の周期であるから，

$$T > T_0 \implies \text{空気による抵抗を無視できない (たとえ空気中でも抵抗がある)}$$

$$T = T_0 \implies \text{空気による抵抗を無視できる (空気中では単振動をする)}$$

と結論できる．

－ ただし， $>$  と  $=$  は，不確かさを考慮した上での「より大きい」「等しい」の意味である．

- 実験データから得られた水中での振動周期  $T$  を用いて，抵抗係数  $k = \sqrt{4Ic - \frac{16\pi^2 I^2}{T^2}}$  を計算する．

－ 不確かさ  $\sigma_k = \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial I}\right)^2 \sigma_I^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial T}\right)^2 \sigma_T^2}$  まで計算すれば，加点対象とする．

－ 抵抗係数  $k$  の単位は，運動方程式 (テキストの式 (4)) から， $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  と分かる．

－ 片対数グラフの傾き  $-\frac{k}{2I}$  から求める方法もある．

- グラフの概形から， $h$  ごとに，グリセリン水溶液中での円筒の運動を「減衰振動」or「過制動」に分類する．高さ  $h$  が大きくなるにつれて，抵抗係数  $k$  はどうなるといえるか，またそれはなぜかを考察する．

－ 教科書の式 (5), (7) から， $\theta = 0$  を横切る回数が 2 回以上であれば「減衰振動」，0 回または 1 回であれば「過制動」といえる．

－ 比較的  $k$  が小さいときには「減衰振動」が，大きいときには「過制動」が起こる．このことから，

$$h \text{ を大きくするにつれて運動が，減衰振動から過制動へと変化する} \implies h \text{ を大きくすると } k \text{ が大きくなる}$$

と結論できる．

－ これは，「円筒とグリセリン水溶液との接触面積が大きくなったことで，円筒がグリセリン水溶液から受ける抵抗力が大きくなったから」だと説明できそう．

## 6. 結論

「目的」がどのように達成されたか，などについて簡潔にまとめる．例えば，「振動する物体に抵抗力を加え，物体が減衰振動する様子を観測することができた．また，抵抗力が大きくなるほど振動は早く止まろうとし，更に大きな抵抗の下では過制動が観測された．」など．

## ● 参考文献

文献や Web ページなどを参考にした場合，レポートの最後に「参考文献」の一覧を載せること．書き方は，配布資料の 2 ページ「参考文献」を参照．尚，Web ページを参照した場合には，最終閲覧日 (時刻) を併記すること．

## その他

- 実験の原理的な部分の説明や解析・考察において，上記以外のものがあれば加点対象とする．
- 特に，物理学では，**不確かさを正しく考慮することが重要である** (「不確かさが正しく考慮できていなければ，その実験は無意味だ」という人もいる)． $l$  や  $L$ ， $x$  などの測定値が，どのような不確かさをもつか考えてみるのもよい．

★ 質問は，いつでも受け付けています．分からないことがあれば，是非，質問してください (直接居室に来るか，メールをください)．