◪ 関数の増減，極値，グラフの凹凸，変曲点

【例題 4.3】

関数 $y = x^3 - 3x^2 + 4$ の増減とグラフの凹凸を調べよ．

✍

※　関数 $f(x)$ について，$x = a$ の近くの任意の x に対して $f(a) > f(x)$ が成り立つ（周囲より大きい）とき，$f(x)$ は $x = a$ で極大になるといい，$f(a)$ を極大値 (local maximum) と呼ぶ．　*cf.* 最大値

同様に，$x = a$ の近くの任意の x に対して $f(a) < f(x)$ が成り立つ（周囲より小さい）とき，$f(x)$ は $x = a$ で極小になるといい，$f(a)$ を極小値 (local minimum) と呼ぶ．　*cf.* 最小値

また，極大値と極小値をまとめて，極値 (extremum) という．
（関数 $f(x)$ が $x = a$ で微分可能で，その点で極値をとるならば，$f'(a) = 0$.）

※　$x < a$ と $x > a$ とで曲線 $y = f(x)$ の凹凸が変わるとき，点 $(a, f(a))$ をこの曲線の変曲点という．
（関数 $f(x)$ が $x = a$ で 2 階微分可能で，その点で変曲点になるならば，$f''(a) = 0$.）

問題 4.4　次の関数の増減を調べよ．

(1)　$y = 2x^2 + 8x + 5$　　(2)　$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 7$　　(3)　$y = x^4 - 2x^2 + 3$

【例題 4.4】

次の関数の増減，極値，グラフの凹凸，変曲点を調べ，グラフの概形をかけ．

(1)　$y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$　　(2)　$y = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2$　　(3)　$y = x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 11$

✍

問題 4.5　次の関数の増減，極値，グラフの凹凸，変曲点を調べ，グラフの概形をかけ．

(1)　$y = x^3 - 3x^2 + 1$　　(2)　$y = -x^4 + 2x^2$　　(3)　$y = 3x^4 - 8x^3 + 7$

(4)　$y = x^3 - 3x$　　(5)　$y = x^4 - 4x^3$