◪ 部分積分を繰り返し用いて，同じ形を作る

cf. 問題 1.16 (3) で，x を微分に，$\ln x$ を積分に使って部分積分すると，

$$\underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{\int x\ln x\,dx} = x(x\ln x - x) - \int 1\cdot(x\ln x - x)\,dx = x(x\ln x - x) - \underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{\int x\ln x\,dx} + \int x\,dx$$

のように，元の積分と全く同じ形が現れる．そこで，$I = \displaystyle\int x\ln x\,dx$ とおけば，

$$I = x(x\ln x - x) - I + \int x\,dx \qquad \therefore\quad 2I = x(x\ln x - x) + \int x\,dx$$

$$\therefore\quad I = \frac{1}{2}x(x\ln x - x) + \frac{1}{4}x^2 + C = \underline{\frac{1}{2}x^2\ln x - \frac{1}{4}x^2 + C}$$

と計算できる．（諦めないことも重要！？）

問 次の不定積分を，部分積分法を用いて求めよ．ただし，a は正の定数とする．

(1) $\displaystyle\int \sqrt{a^2 - x^2}\,dx$ (2) $\displaystyle\int \sqrt{x^2 + A}\,dx$