線形な制約を持つ配送計画問題に対する巡回路評価法

学生番号：2055005 氏名：岡本 優太

2021 年 5 月 17 日

1 問題

1.1 概要

顧客の時間枠、車両の容量という 2 つの制約を考慮した配送計画問題において、任意の巡回路が与えられたとき、その巡回路を高速に評価する方法を考える。

上記の配送計画問題の制約式は全て一次式で書けるので、線形計画問題として定式化する。これを P とする。

巡回路を前後に分け、それぞれ線形計画問題として定式化する。これらを P_f、P_l とする。

P_f、P_l を解いたのちそれらの最適解を利用して、P の双対問題 D を解く。

1.2 数式による表現

1.2.1 主問題

1.2.1.1 定数定義

N：顧客数

$tour = (0, 1, \ldots, N-1)$：車両の順回路

$[e_i, l_i],\ (e_i, l_i \in \mathbb{R}^+, e_i \leq l_i)$: 顧客 $i \in tour$ の時間枠

$t_{ij} \in \mathbb{R}^+$：顧客 $i, j \in tour$ 間の移動時間

1.2.1.2 変数定義

$x_i \in \mathbb{R}^+,\ (i \in tour)$：顧客 i に車両が到着する時刻を表す変数

$p_i \in \mathbb{R}^+,\ (i \in tour)$：顧客 i における時間枠の違反量を表す変数

1.2.1.3　定式化

$$
\begin{aligned}
\text{minimize} \quad & \sum_{i \in tour} p_i & & (1)\\
\text{subject to} \quad & x_i + t_{ij} \le x_j & \forall i, j \in tour, i \neq j \quad & (2)\\
& -x_i \le -e_i + p_i & \forall i \in tour \quad & (3)\\
& x_i \le l_i + p_i & \forall i \in tour \quad & (4)\\
& x_i \ge 0 & \forall i \in tour \quad & (5)\\
& p_i \ge 0 & \forall i \in tour \quad & (6)\\
& & & (7)
\end{aligned}
$$

式 8 は、巡回路内の顧客への到着時刻の和を表す関数である。これを最小化する問題となっている

式 2 は、巡回路内の顧客を巡回する順序に関する制約である。二項関係 $<$ を用いて $i < j$ と表せる顧客 $\forall i, j \in tour$ について、i は j よりも先に訪問されなければならない。

式 3、式 4 は、各顧客の時間枠に関する制約である。各顧客の時間枠内に訪問されなければならない。

式 5 は、変数 x に関する非負制約である。

式 6 は、変数 p に関する非負制約である。

※式 5、6 は Gurobi での定式化には入れていない。

1.2.2　双対問題

※ n 次元ベクトルとは n 次元縦ベクトルのこととする。

1.2.2.1　定数定義

N：顧客数

M：主問題のおける制約式の数

Ax：主問題の制約式の左辺に現れる係数で変数 x に関する $(M \times N)$ 行列

Ap：主問題の制約式の左辺に現れる係数で変数 p に関する $(M \times N)$ 行列

$\boldsymbol{b}$：主問題の制約式における右辺の M 次元ベクトル

$\boldsymbol{c}$：主問題の目的関数における係数の N 次元ベクトル

1.2.2.2　変数定義

$\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^n_{>0}$：主問題における制約式 i の潜在価格を表す変数

1.2.2.3　定式化

$$
\begin{aligned}
\text{maximize} \quad & \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y} & (8)\\
\text{subject to} \quad & \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y} \ge \boldsymbol{0} & (9)\\
& \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y} + \boldsymbol{c} \ge \boldsymbol{0} & (10)\\
& \boldsymbol{y} \ge \boldsymbol{0} & (11)
\end{aligned}
$$