

Ridge regression, hubness, and zero-shot learning

○重藤 優太朗, 鈴木 郁美,
原一夫, 新保 仁, 松本 裕治

Zero-shot learning [Larochelle+, '08]

ML, CV, NLP において盛んに研究されている

多くの応用:

- 画像ラベル付け (Image labeling)
- 対訳抽出 (Bilingual lexicon extraction)
 - + 異なるドメインにおけるオブジェクトマッチング問題

ZSL は多クラス分類問題

...ただし,

訓練データに含まれないラベルの分類を行う

一般的な分類

$$\begin{aligned} Y_{\text{train}} &= \{\text{gorilla}, \text{lion}, \text{tiger}\} \\ Y_{\text{test}} &= \{\text{gorilla}, \text{lion}, \text{tiger}\} \end{aligned} \rightarrow Y_{\text{train}} = Y_{\text{test}}$$

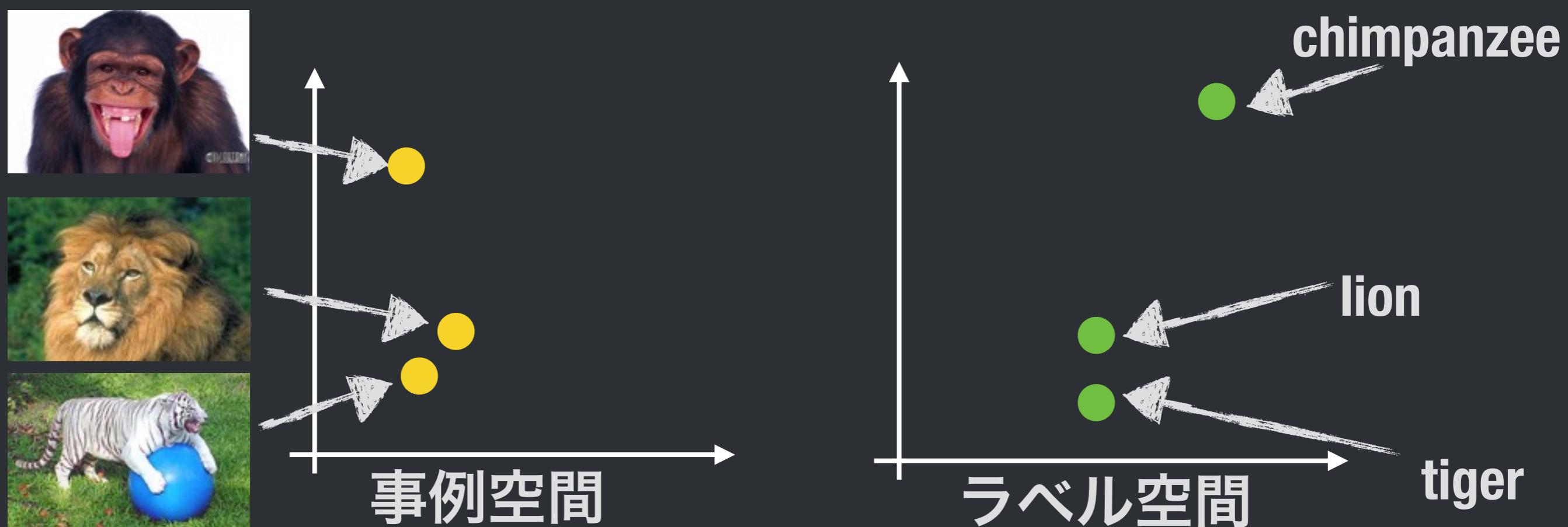
ZSL

$$\begin{aligned} Y_{\text{train}} &= \{\text{gorilla}, \text{lion}, \text{tiger}\} \\ Y_{\text{test}} &= \{\text{chimpanzee}, \text{leopard}\} \end{aligned} \rightarrow Y_{\text{train}} \cap Y_{\text{test}} = \emptyset$$

前処理: ラベル埋め込み (Label embedding)

ラベルが距離空間に埋め込まれていると仮定する

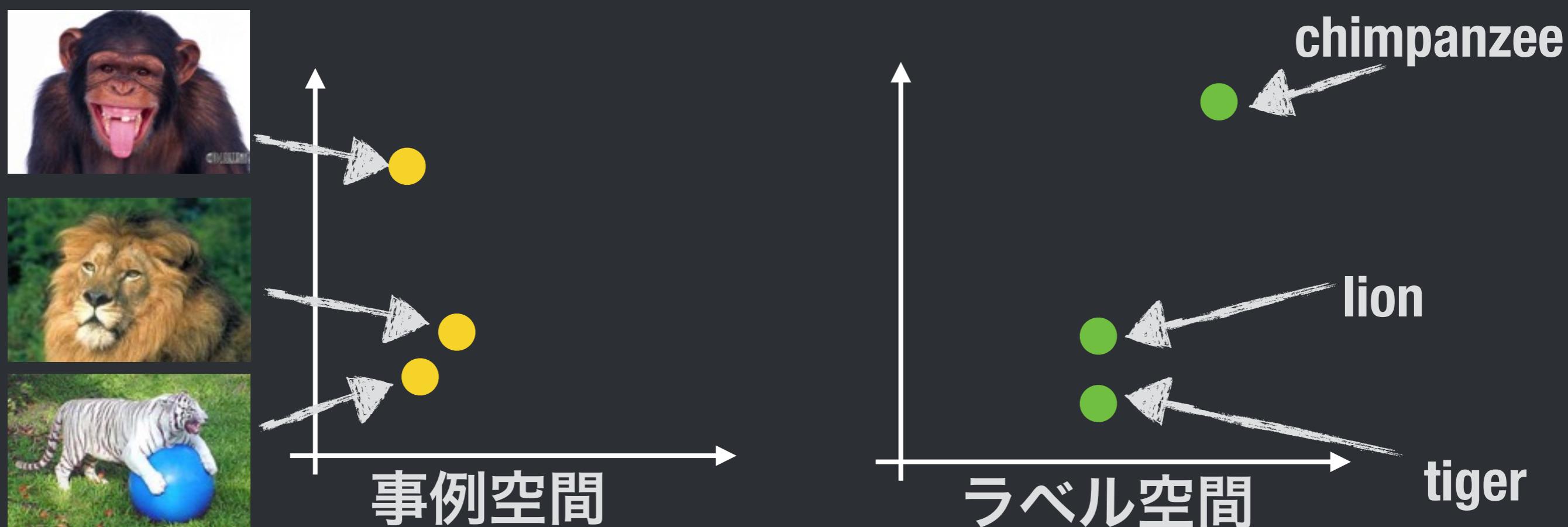
$$(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i), i = 1 \cdots, N$$



回帰に基づく ZSL: 訓練

事例をラベル空間へ写像する行列 \mathbf{M} を学習する

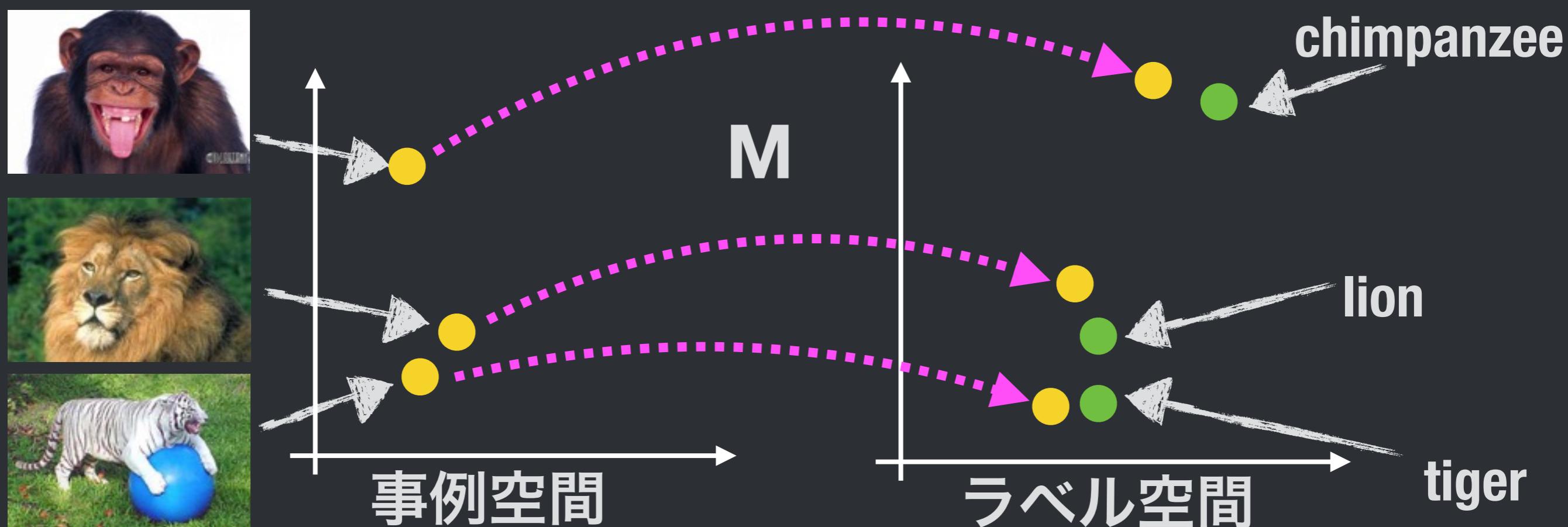
$$\min_{\mathbf{M}} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{M}\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i\|^2 + \lambda \|\mathbf{M}\|_F^2$$



回帰に基づく ZSL: 訓練

事例をラベル空間へ写像する行列 \mathbf{M} を学習する

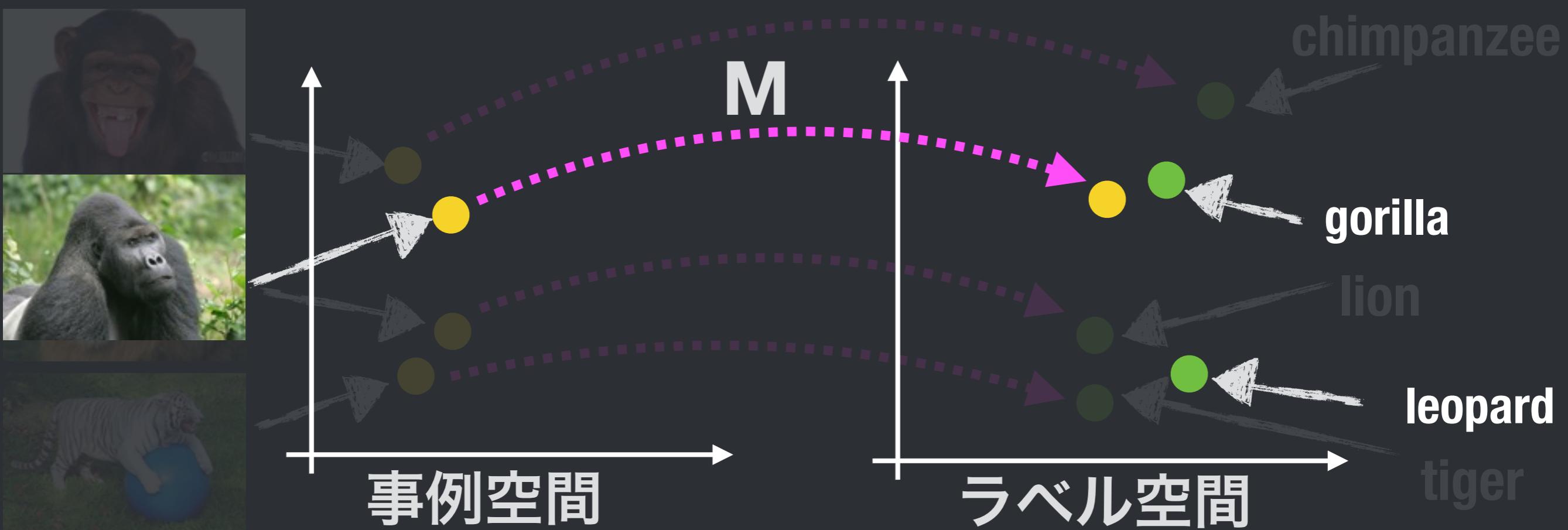
$$\min_{\mathbf{M}} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{M}\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i\|^2 + \lambda \|\mathbf{M}\|_F^2$$



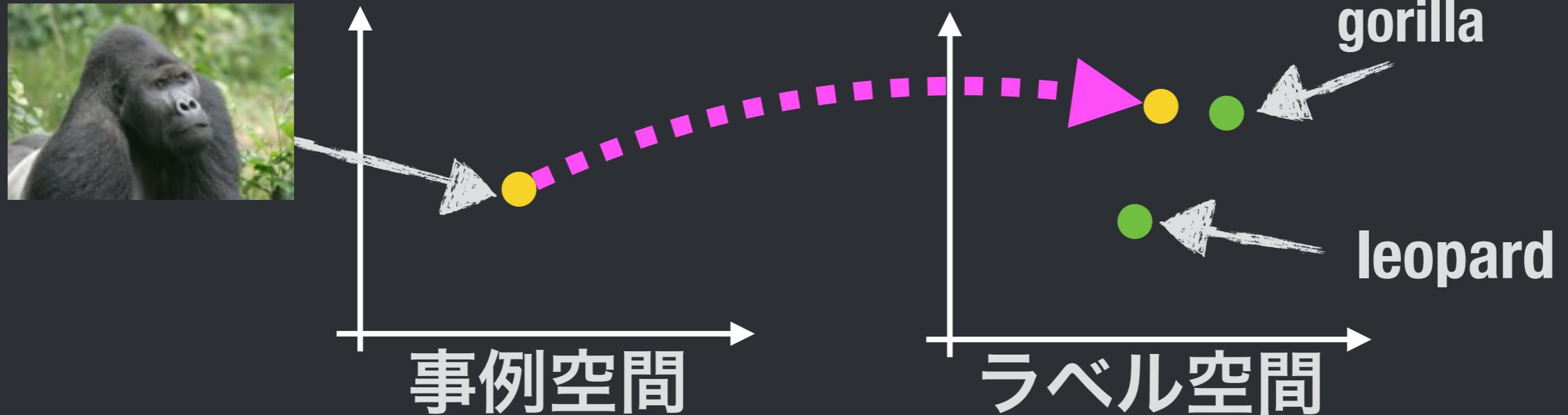
回帰に基づく ZSL: 予測

テスト事例の予測は

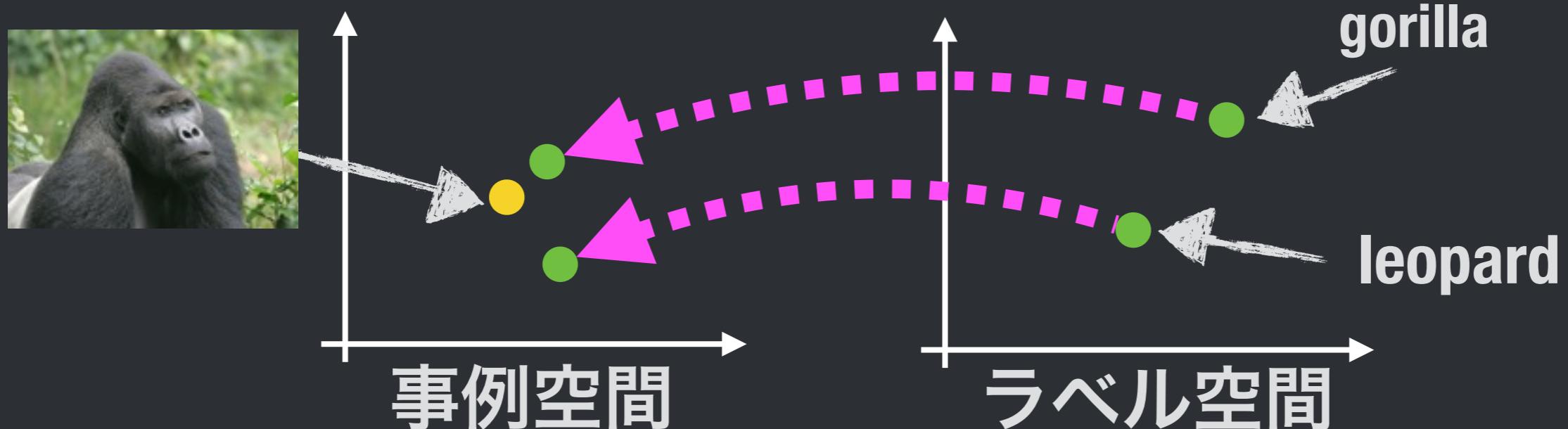
1. テスト事例を行列 M で、ラベル空間へ写像する
2. 最近傍ラベルを検索する



順方向: $\min_{\mathbf{M}} \sum \|\mathbf{M}\mathbf{x}_i - \mathbf{y}_i\|^2 + \lambda \|\mathbf{M}\|_F^2$

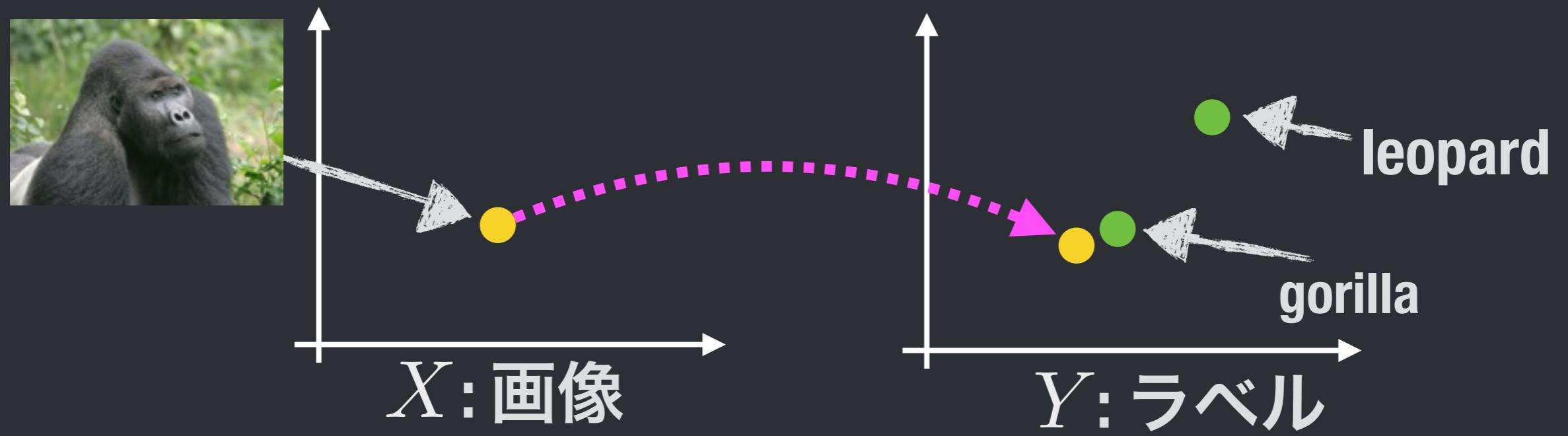


逆方向: $\min_{\mathbf{M}} \sum \|\mathbf{x}_i - \mathbf{M}\mathbf{y}_i\|^2 + \lambda \|\mathbf{M}\|_F^2$

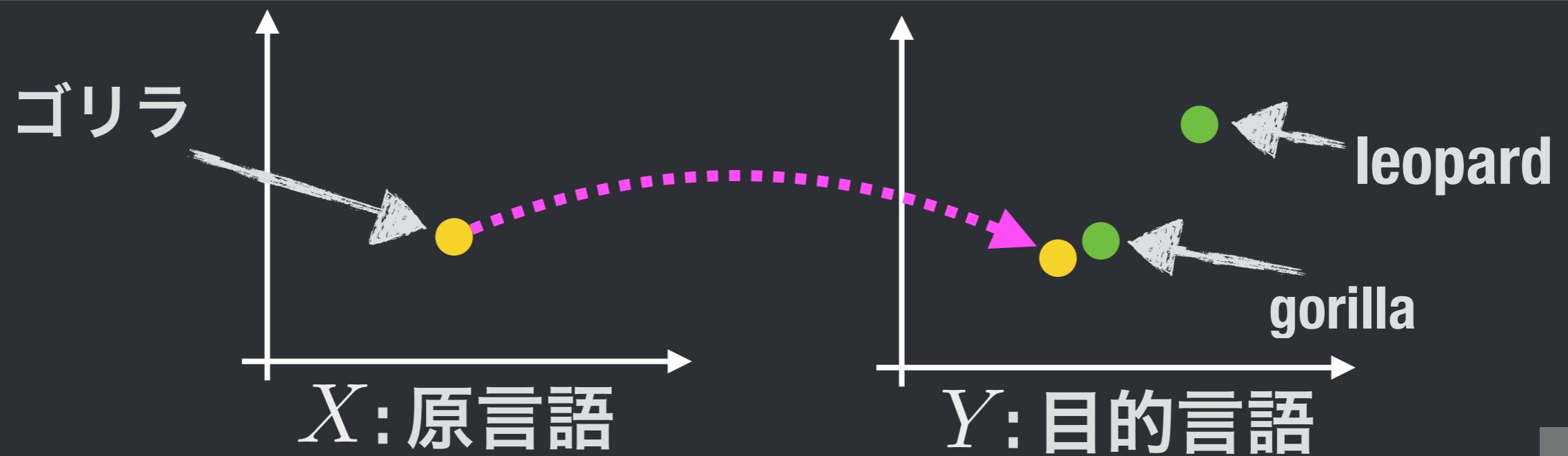


Zero-shot タスク

イメージラベル付け



対訳抽出

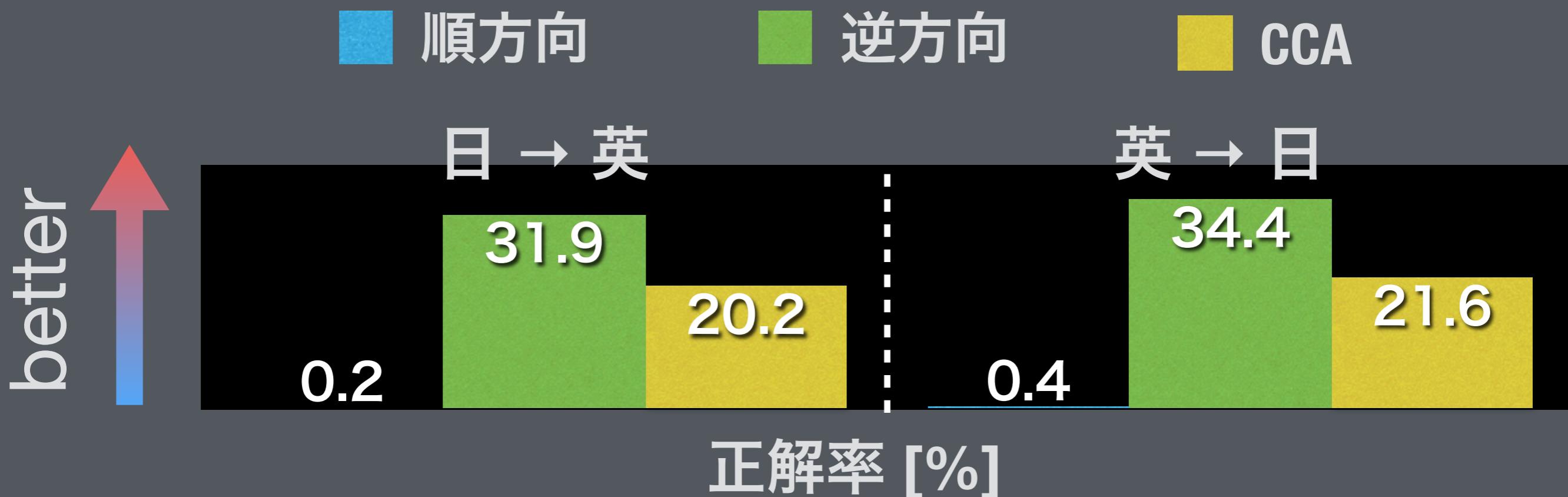


画像ラベル付け



写像方向を逆にするだけで精度が向上する

対訳抽出: 日本語 - 英語

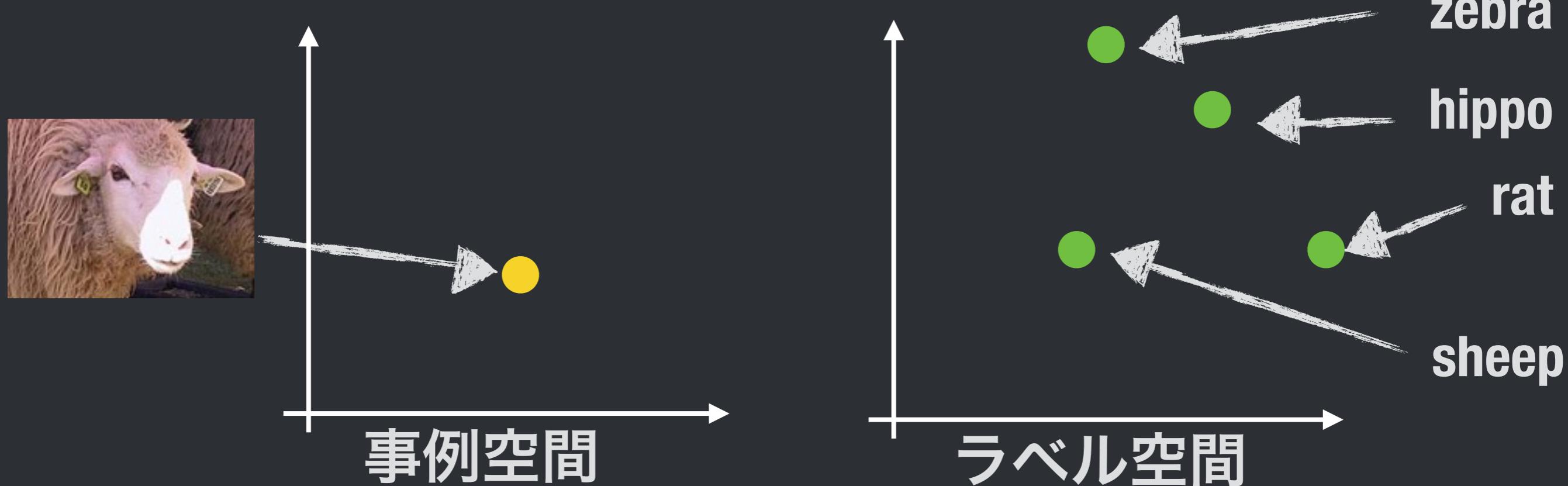


写像方向を逆にするだけで精度が向上する
どちらかの特徴空間が優れているという問題ではない

ハブの出現 (Hubness)

[Dinu and Baroni 15; see also Radovanovic 10]

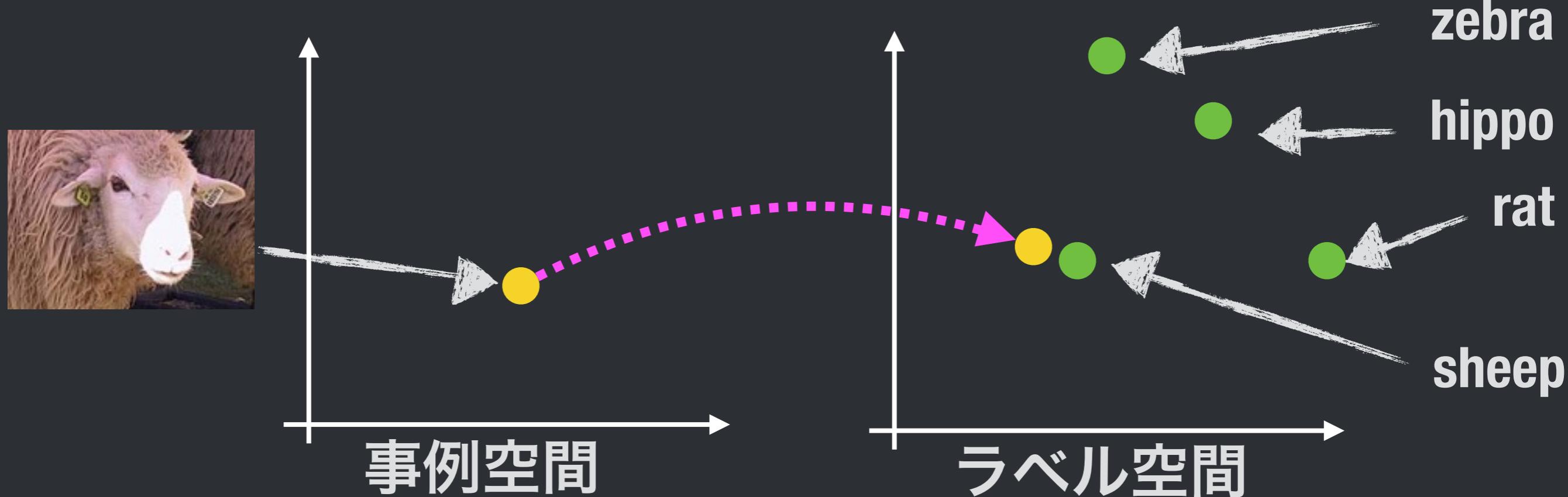
どのような事例を入力しても、同じラベルが出力される



ハブの出現 (Hubness)

[Dinu and Baroni 15; see also Radovanovic 10]

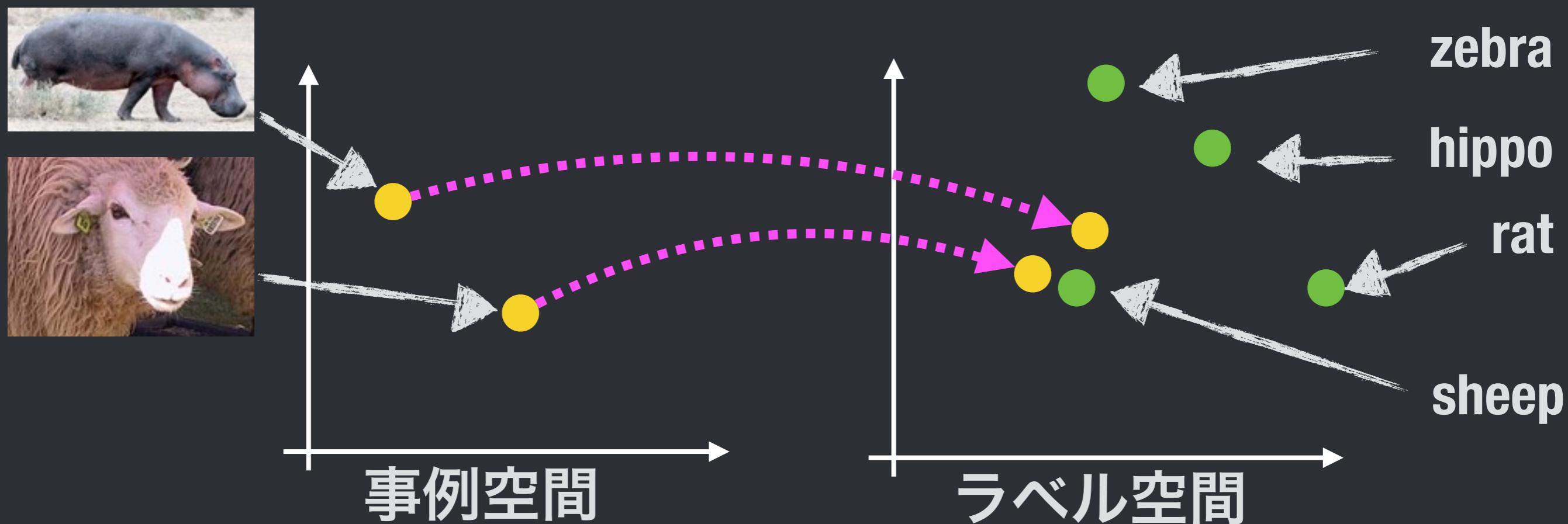
どのような事例を入力しても、同じラベルが出力される



ハブの出現 (Hubness)

[Dinu and Baroni 15; see also Radovanovic 10]

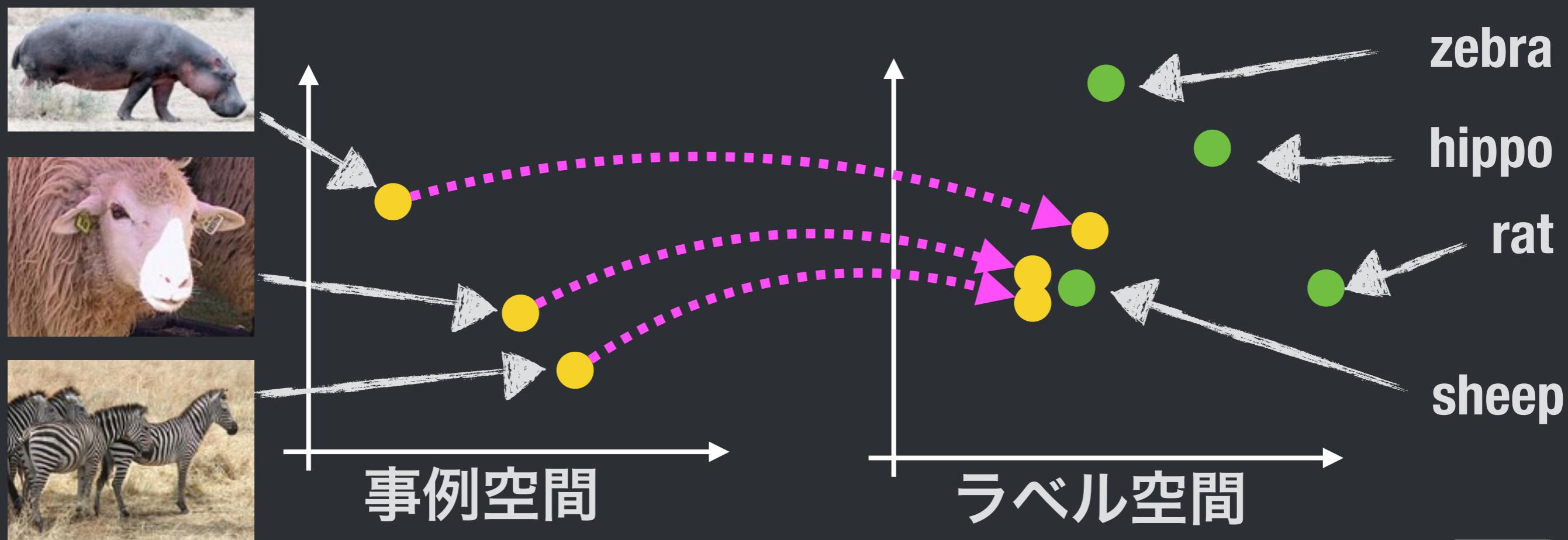
どのような事例を入力しても、同じラベルが出力される



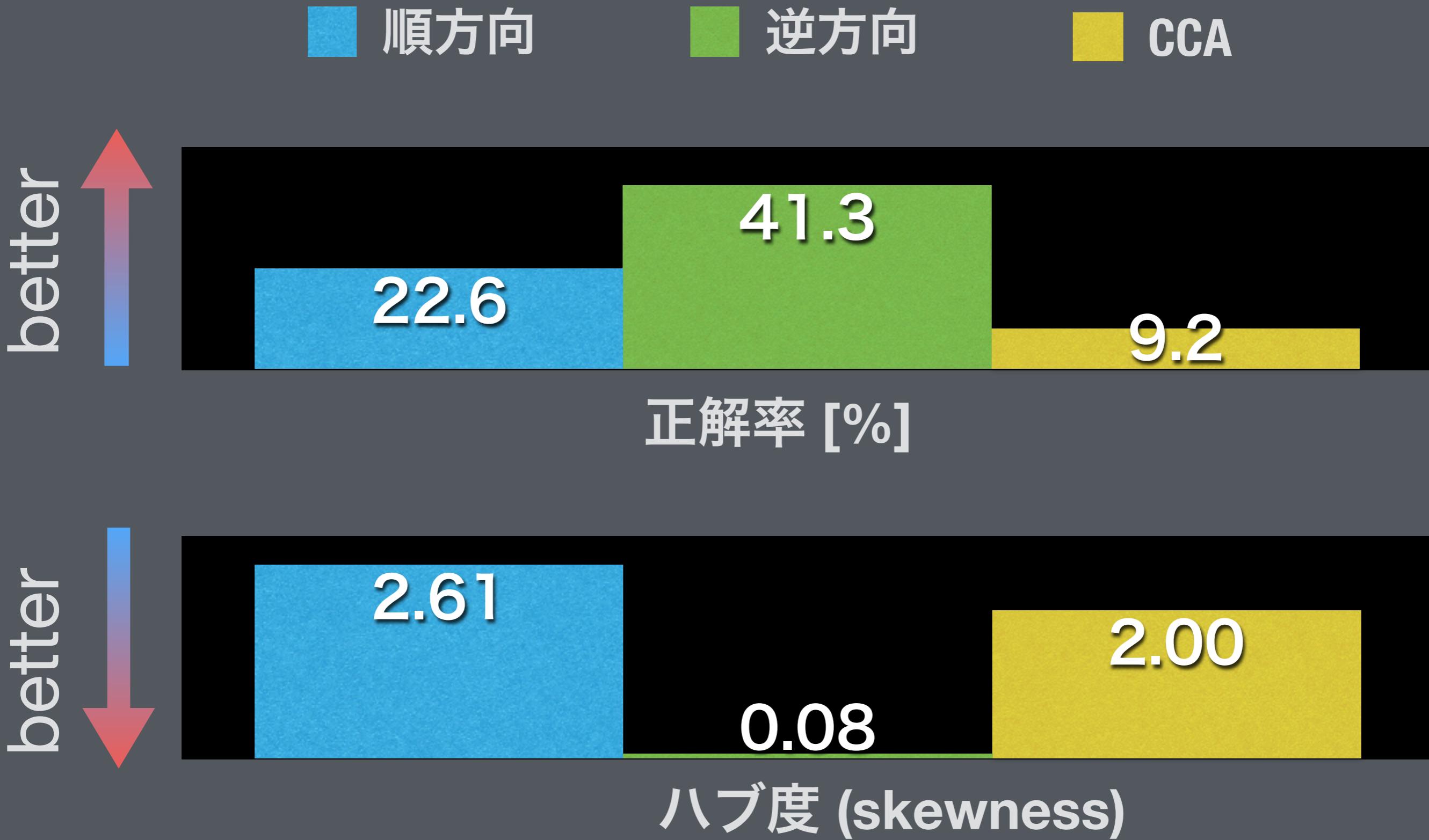
ハブの出現 (Hubness)

[Dinu and Baroni 15; see also Radovanovic 10]

どのような事例を入力しても、同じラベルが出力される



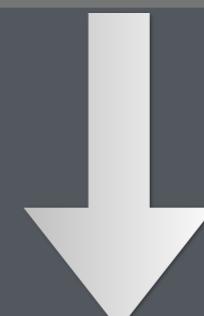
画像ラベル付け



逆方向に写像するだけで なぜハブの出現が抑制されるのか？

回帰における
Shrinkage

近傍検索における
Spatial centrality



逆方向の写像がハブを抑制する

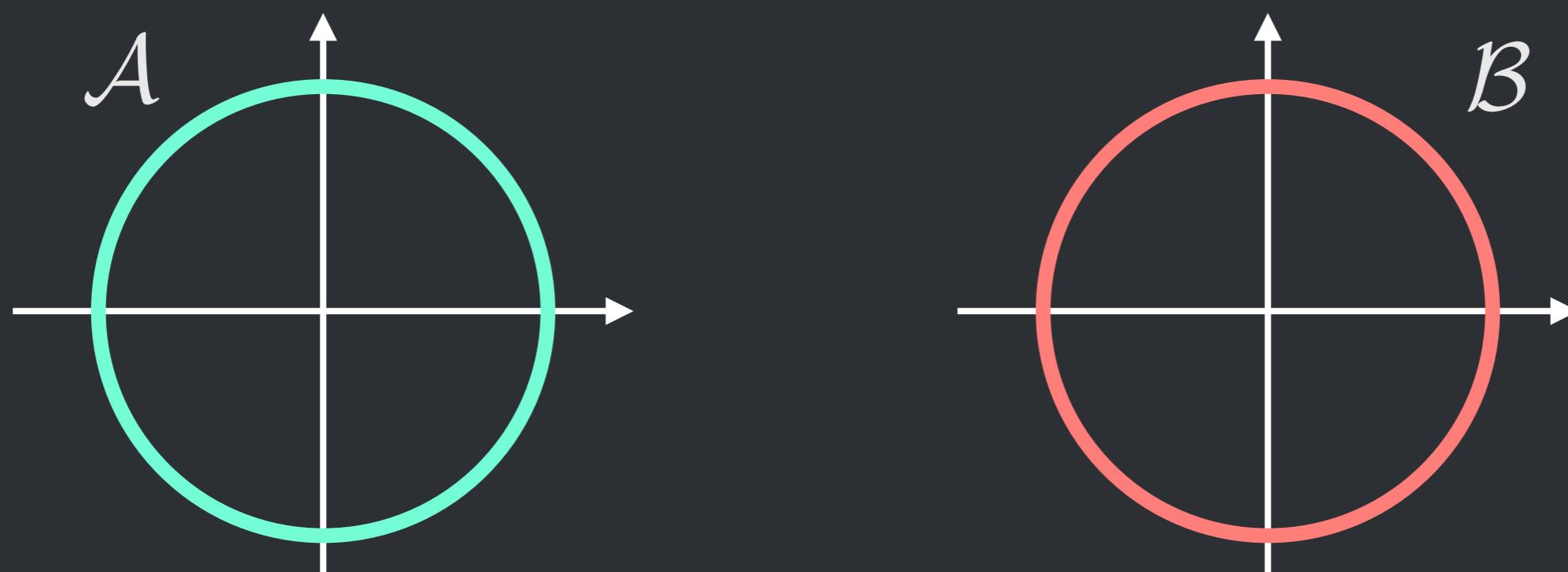
回帰における Shrinkage

目的関数:

$$\min_{\mathbf{M}} \|\mathbf{MA} - \mathbf{B}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{M}\|_F^2$$

その時,

$$\|\mathbf{MA}\|_2 \leq \|\mathbf{B}\|_2$$



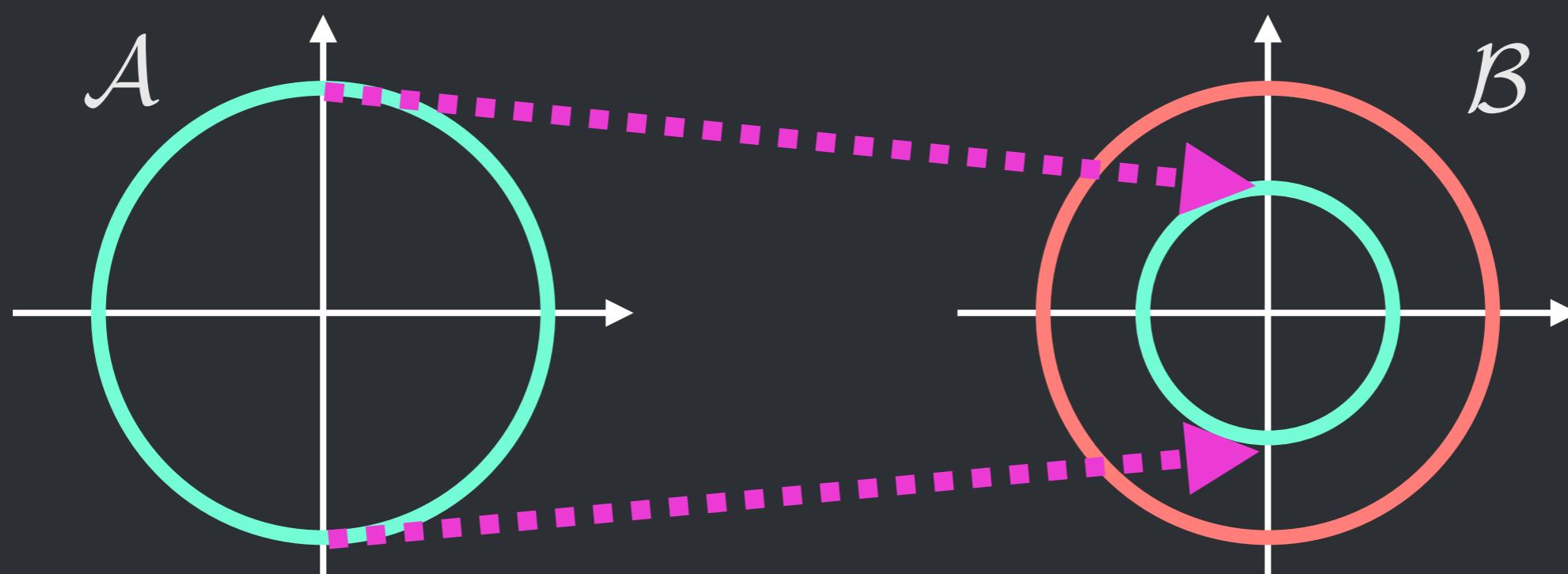
回帰における Shrinkage

目的関数:

$$\min_{\mathbf{M}} \|\mathbf{MA} - \mathbf{B}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{M}\|_F^2$$

その時,

$$\|\mathbf{MA}\|_2 \leq \|\mathbf{B}\|_2$$



説明を簡単にするために、写像後の説明変数 \mathbf{MA} も正規分布に従うとする

逆方向に写像するだけで なぜハブの出現が抑制されるのか？

帰における
Shrinkage

写像されたデータの分散が
小さくなる

近傍検索における
Spatial centrality



逆方向の写像がハブを抑制する

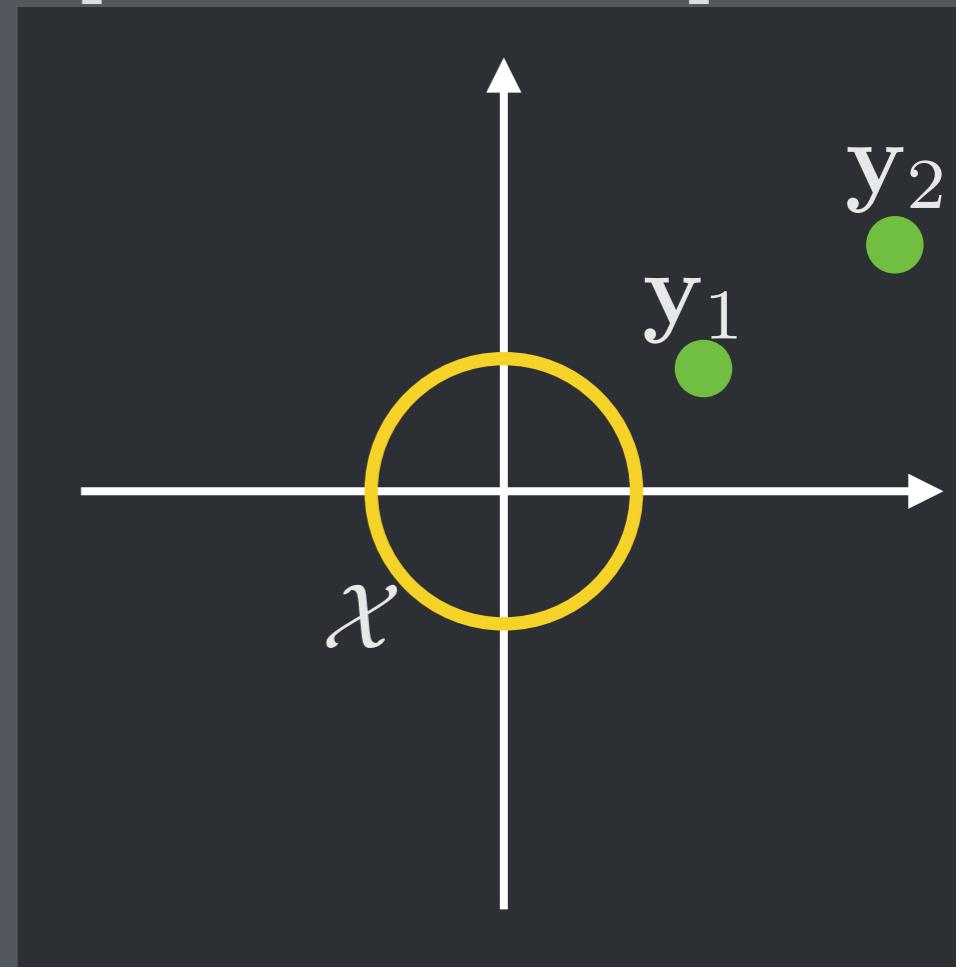
近傍検索における Spatial centrality

[Radovanović+ 10]

\mathcal{X} : クエリ分布 (平均0)

y_1, y_2 : 固定点

$$\|y_1\|^2 < \|y_2\|^2$$



近傍検索における Spatial centrality

[Radovanović+ 10]

\mathcal{X} : クエリ分布 (平均0)

y_1, y_2 : 固定点

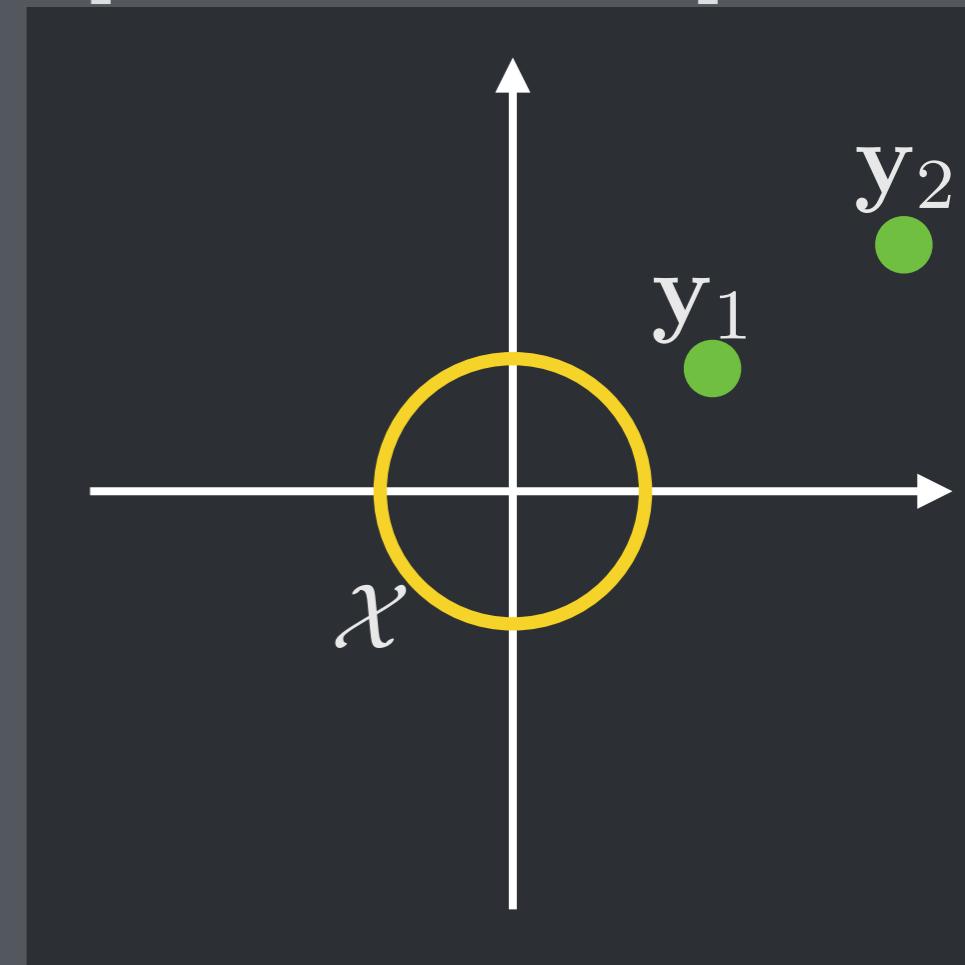
$$\|y_1\|^2 < \|y_2\|^2$$

この時,

$$E_{\mathcal{X}}[\|x - y_1\|^2] < E_{\mathcal{X}}[\|x - y_2\|^2]$$

y_1 がより $x \sim \mathcal{X}$ に近い

i.e. y_1 が最近傍点になりやすい



近傍検索における Spatial centrality

[Radovanović+ 10]

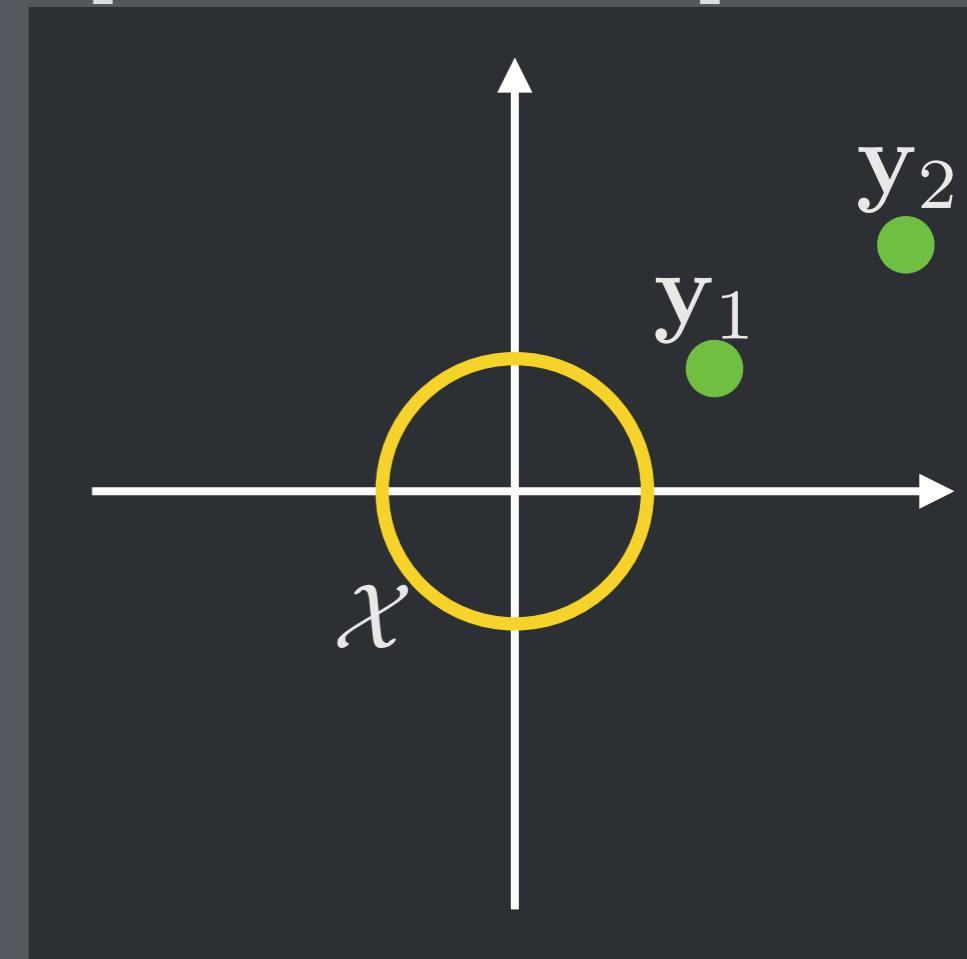
\mathcal{X} : クエリ分布 (平均0)

y_1, y_2 : 固定点

$$\|y_1\|^2 < \|y_2\|^2$$

この時,

$$E_{\mathcal{X}}[\|x - y_1\|^2] < E_{\mathcal{X}}[\|x - y_2\|^2]$$



この不等式は任意のペア y_1, y_2 で成り立つ

原点に近い事例がハブになりやすい

これは, “spatial centrality” と呼ばれている

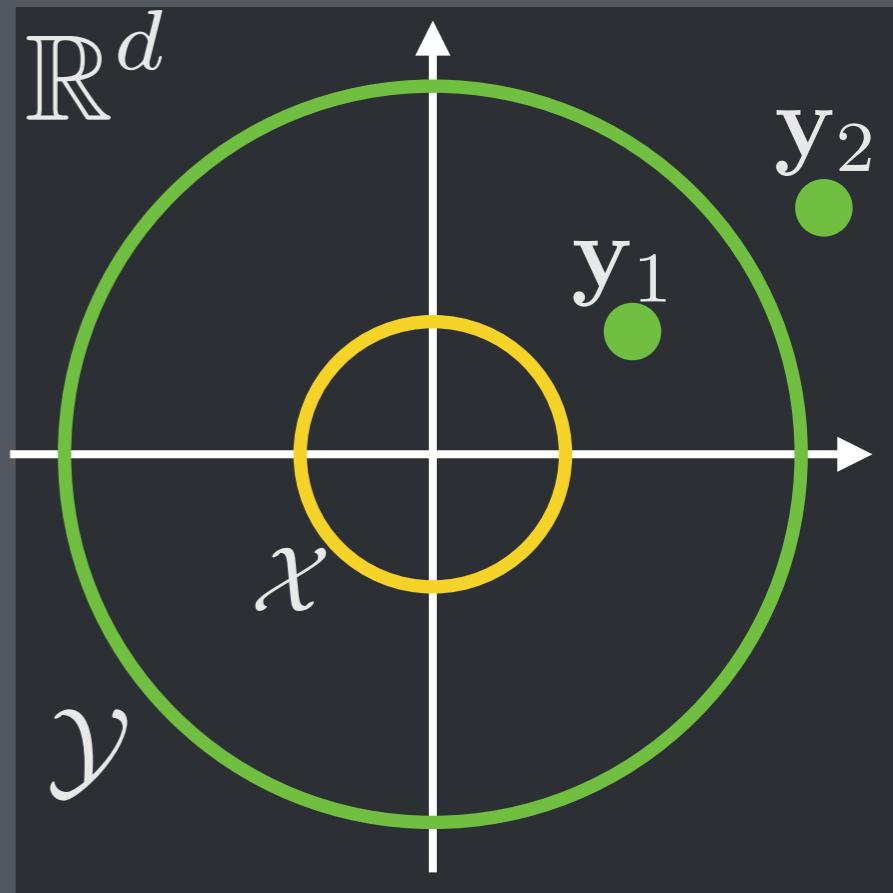
Degree of spatial centrality

さらに, 分布 γ を仮定し,

$$\gamma = \mathcal{N}(\mathbf{0}, s^2 \mathbf{I}_d)$$

$\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$ が

$$\|\mathbf{y}_2\|^2 - \|\mathbf{y}_1\|^2 = \gamma \sqrt{\text{Var}_{\gamma}[\|\mathbf{y}\|^2]}$$



Degree of spatial centrality

さらに, 分布 γ を仮定し,

$$\gamma = \mathcal{N}(\mathbf{0}, s^2 \mathbf{I}_d)$$

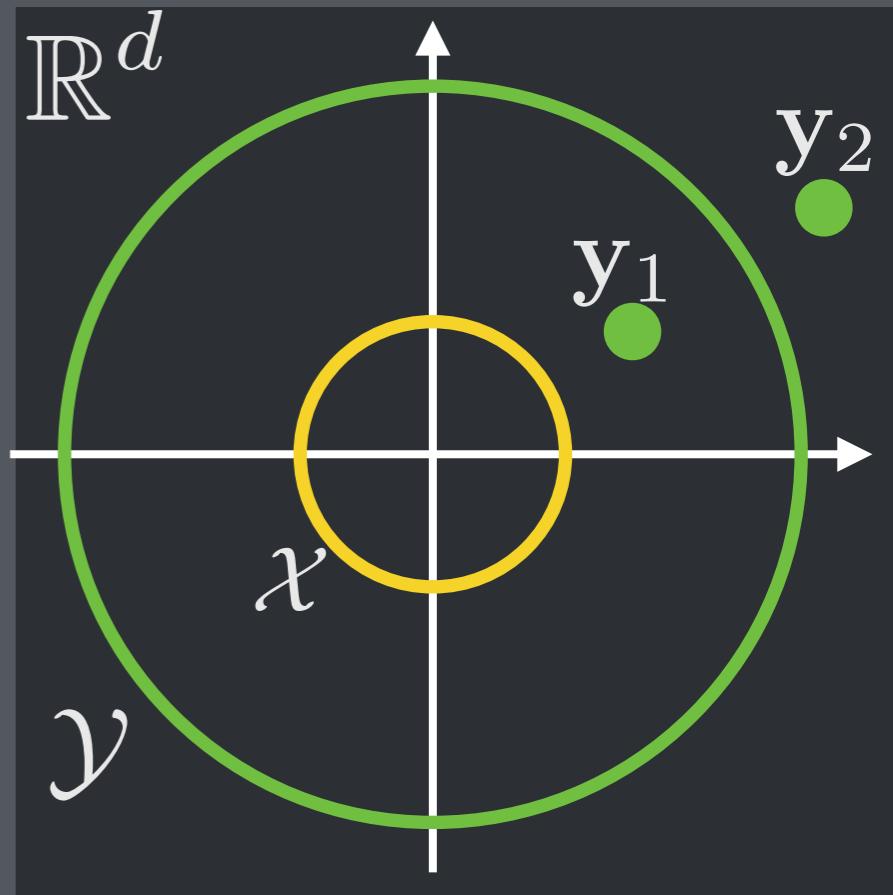
$\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$ が

$$\|\mathbf{y}_2\|^2 - \|\mathbf{y}_1\|^2 = \gamma \sqrt{\text{Var}_{\gamma}[\|\mathbf{y}\|^2]}$$

この時,

$$\mathbb{E}_{\mathcal{X}}[\|\mathbf{x} - \mathbf{y}_2\|^2] - \mathbb{E}_{\mathcal{X}}[\|\mathbf{x} - \mathbf{y}_1\|^2] = \gamma s^2 \sqrt{2d}$$

これは, **the degree of spatial centrality** を表す



Spatial centrality は ラベル分布の分散に比例する

$$E_{\mathcal{X}}[\|\mathbf{x} - \mathbf{y}_2\|^2] - E_{\mathcal{X}}[\|\mathbf{x} - \mathbf{y}_1\|^2] = \gamma s^2 \sqrt{2d}$$

ラベル分布 γ の分散 s^2 が小さいほど,
spatial centrality が小さくなる (= ハブが抑制される)

逆方向に写像するだけで なぜハブの出現が抑制されるのか？

回帰における
Shrinkage

写像されたデータの分散が
小さくなる

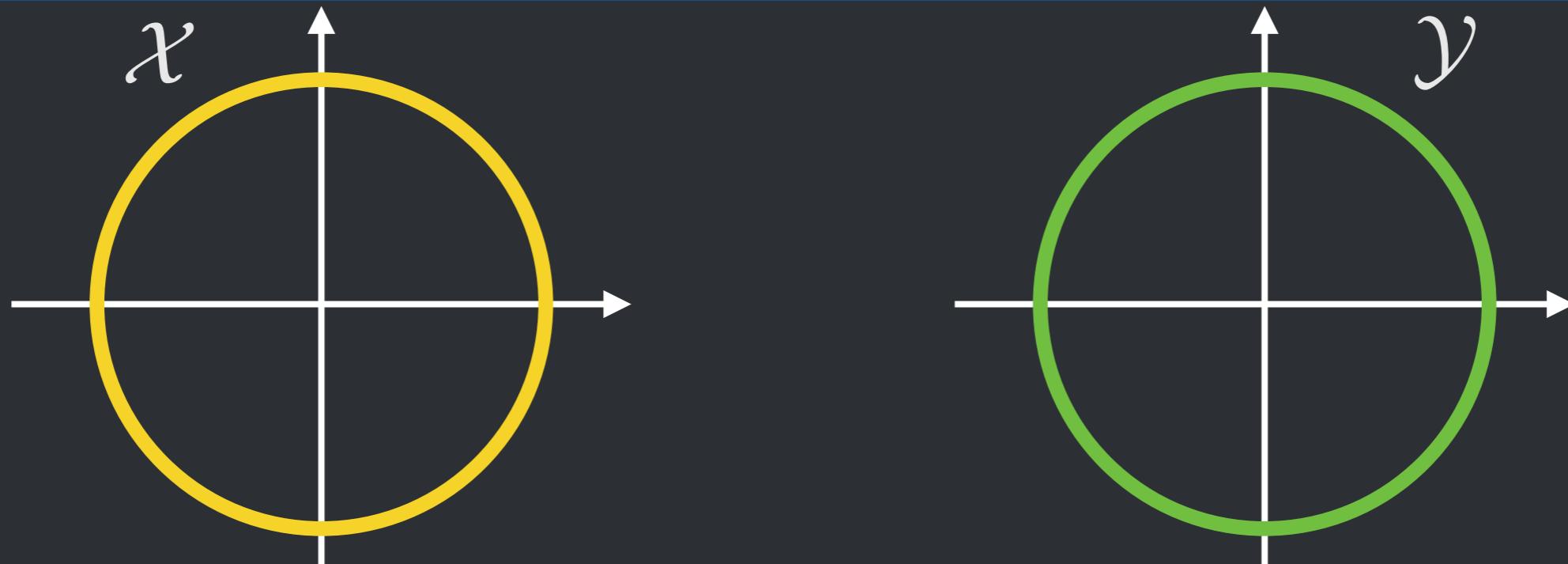
近傍検索における
Spatial centrality

ラベルの分散が小さければ
ハブの出現が抑制される

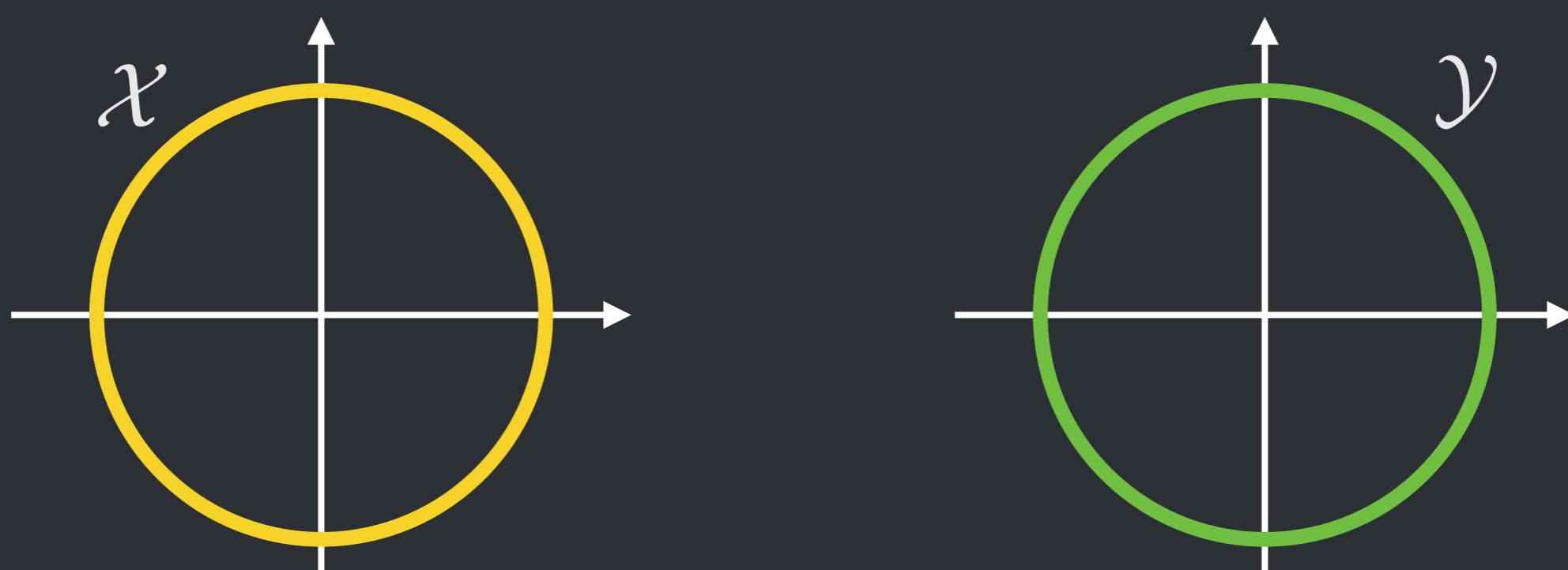


逆方向の写像がハブを抑制する

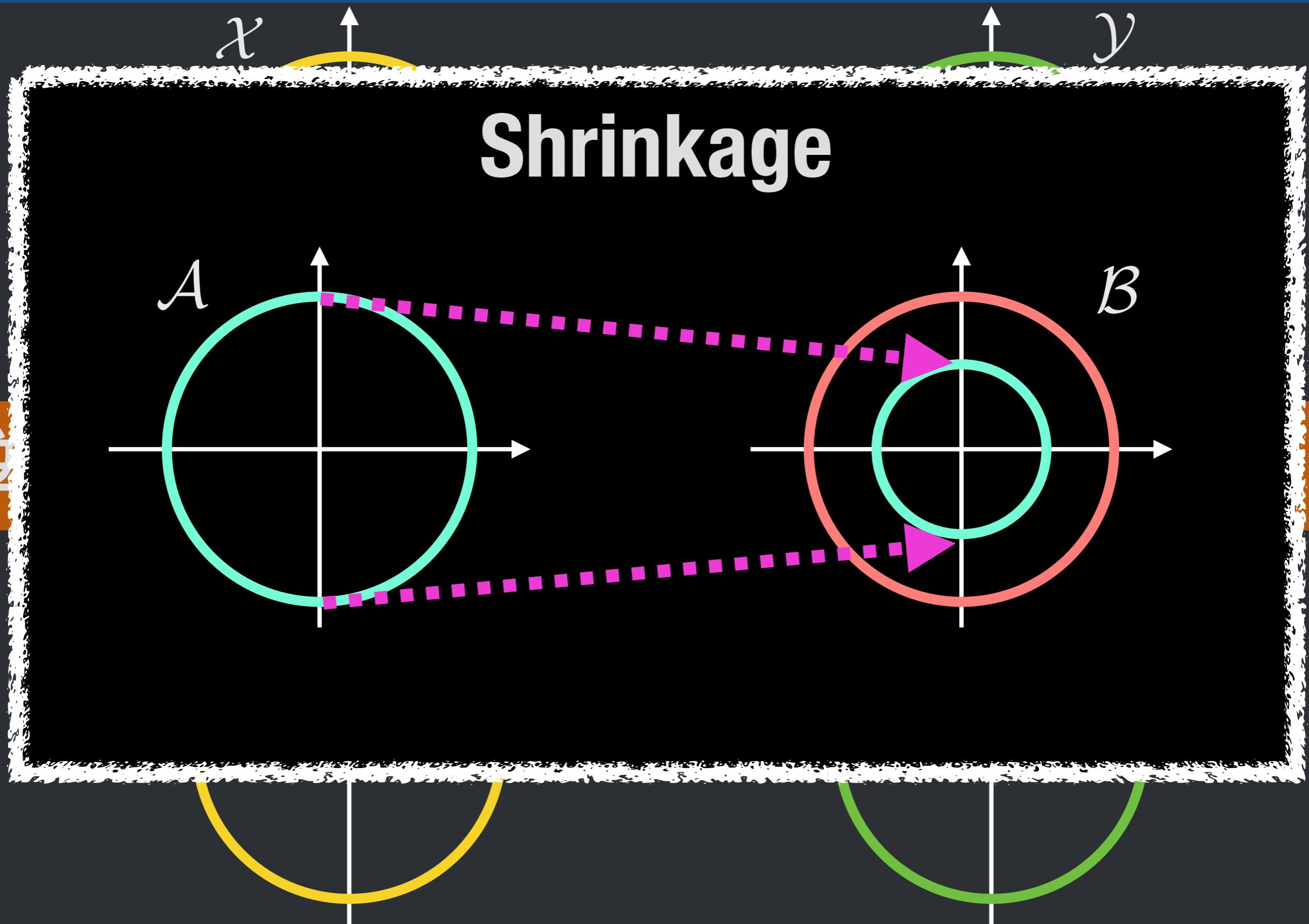
順方向: 事例 (X) をラベル空間 (Y) へ射影



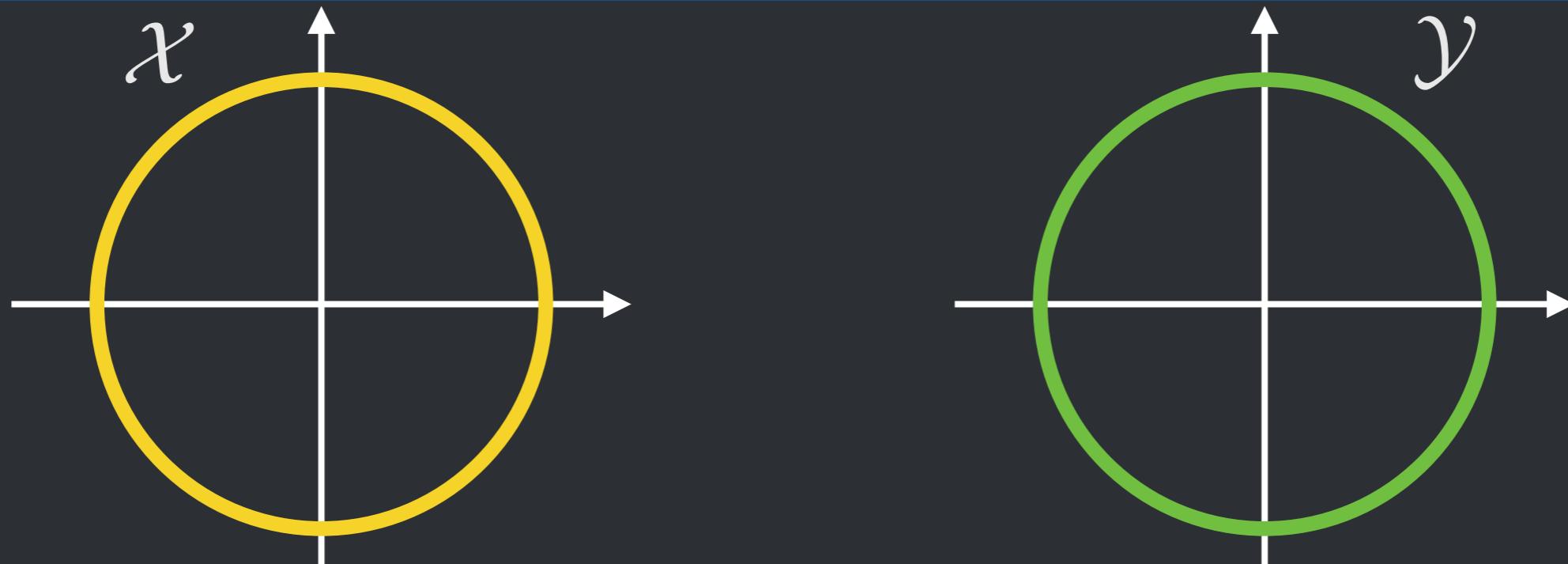
逆方向: ラベル (Y) を事例空間 (X) へ射影



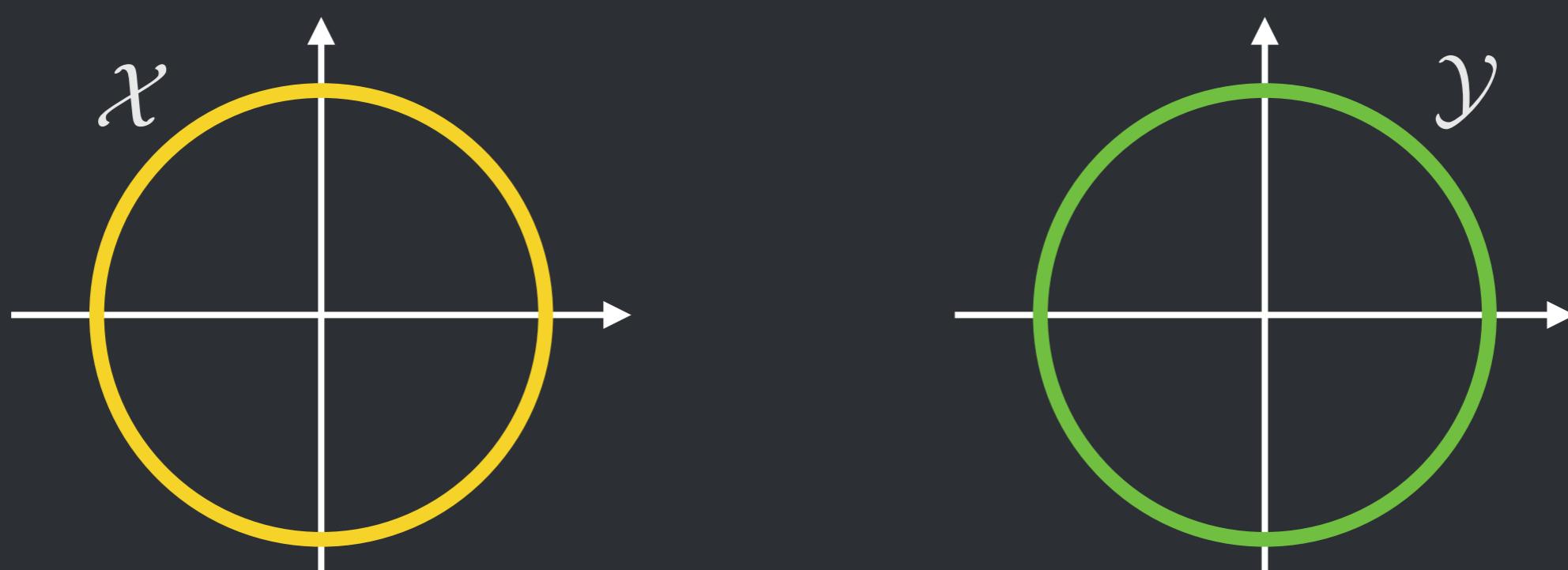
順方向: 事例 (X) をラベル空間 (Y) へ射影



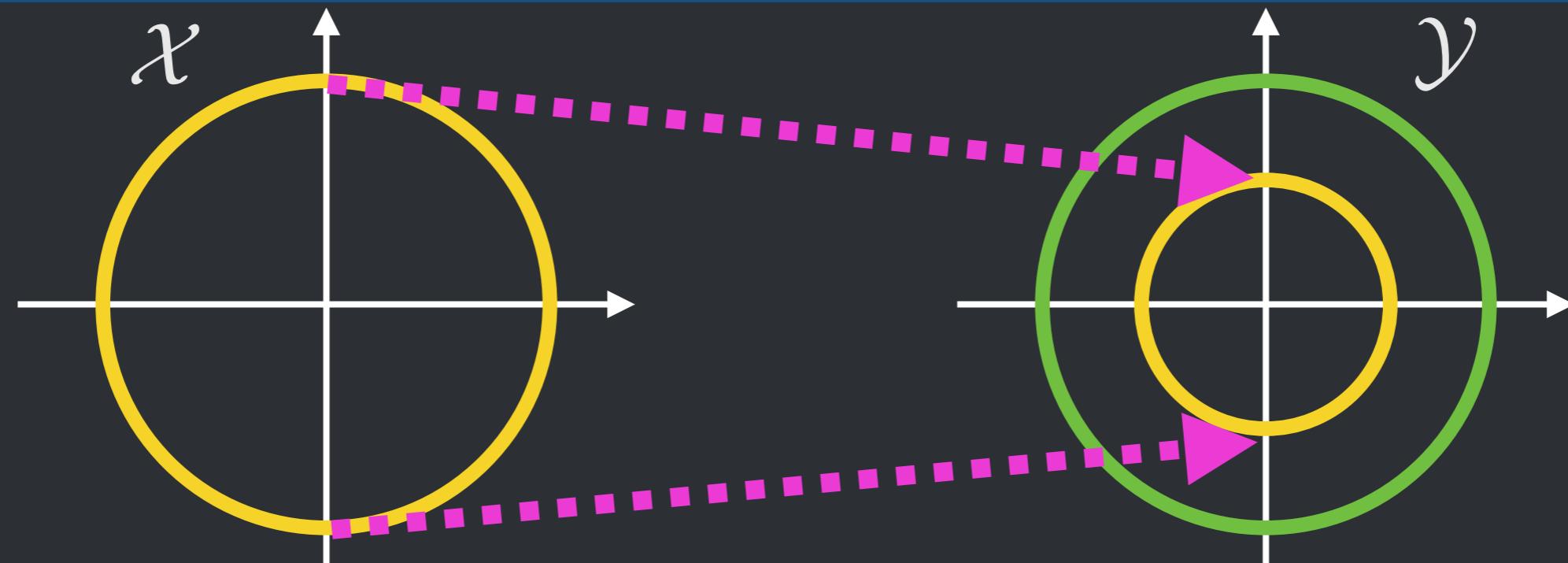
順方向: 事例 (X) をラベル空間 (Y) へ射影



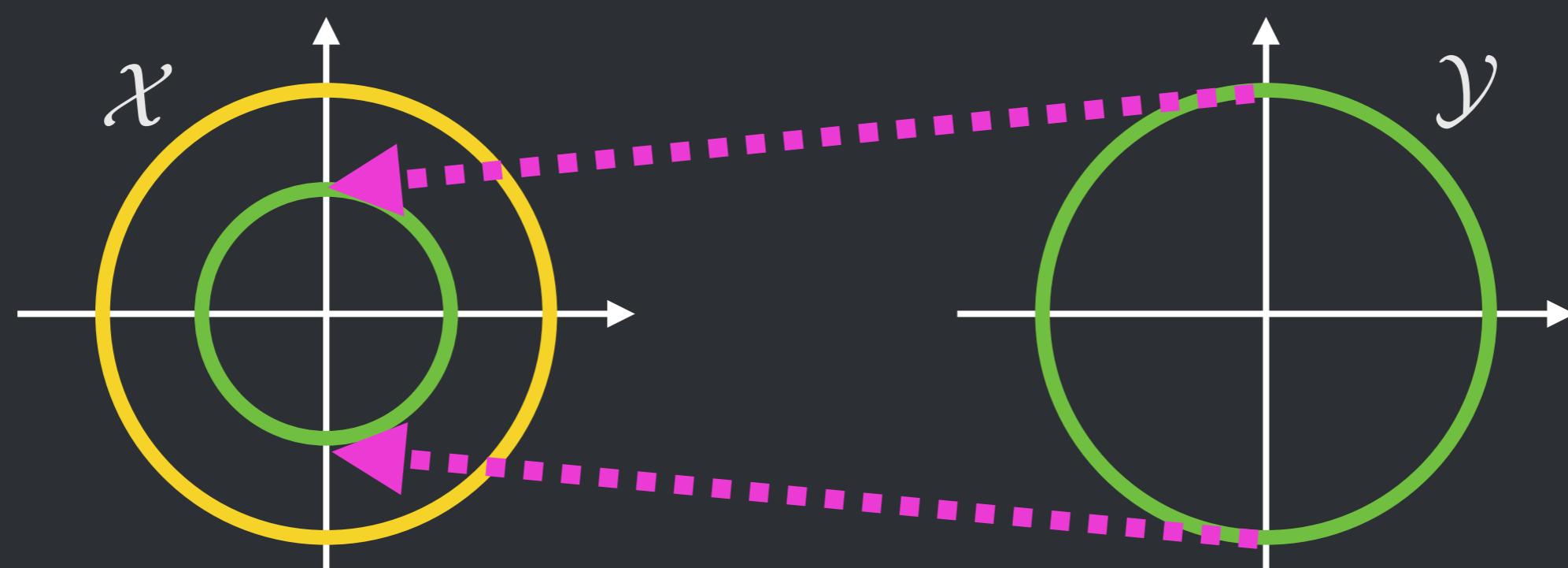
逆方向: ラベル (Y) を事例空間 (X) へ射影



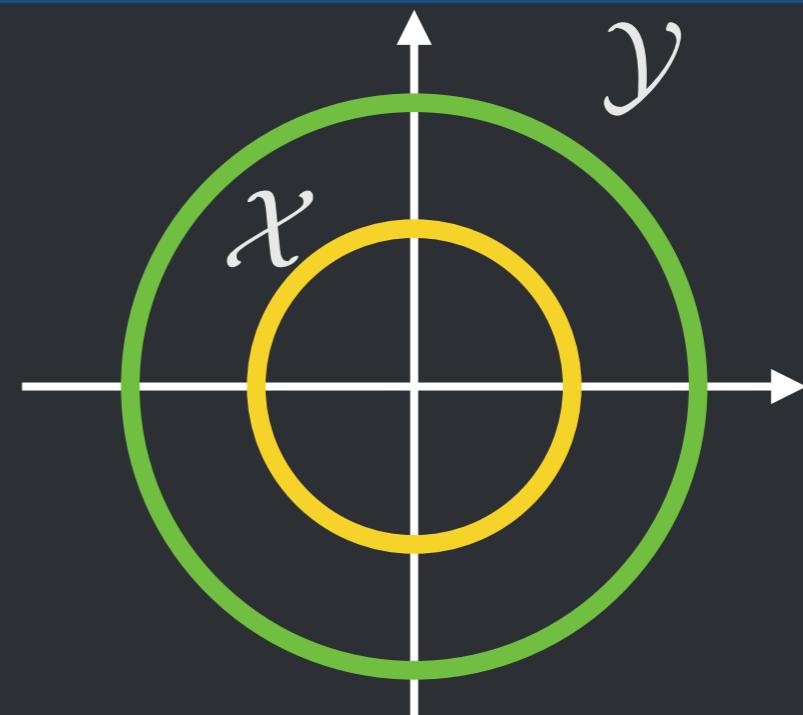
順方向: 事例 (X) をラベル空間 (Y) へ射影



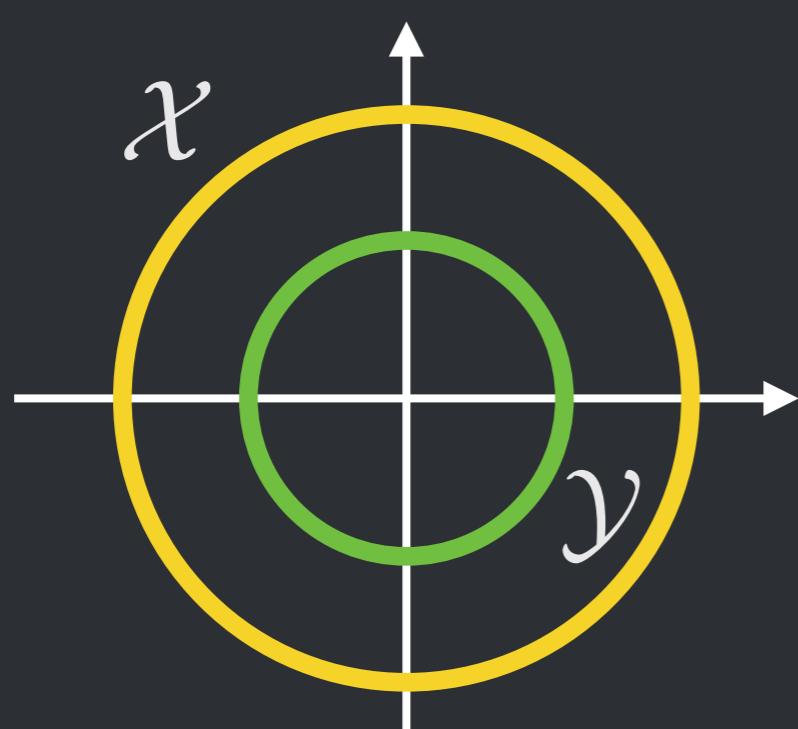
逆方向: ラベル (Y) を事例空間 (X) へ射影



順方向: 事例 (X) をラベル空間 (Y) へ射影



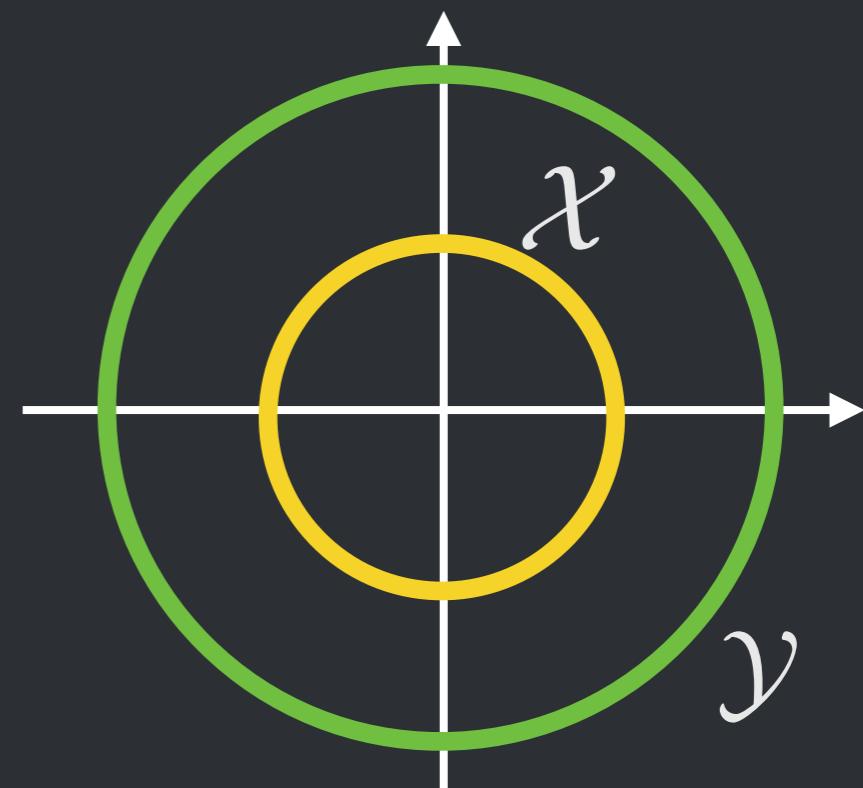
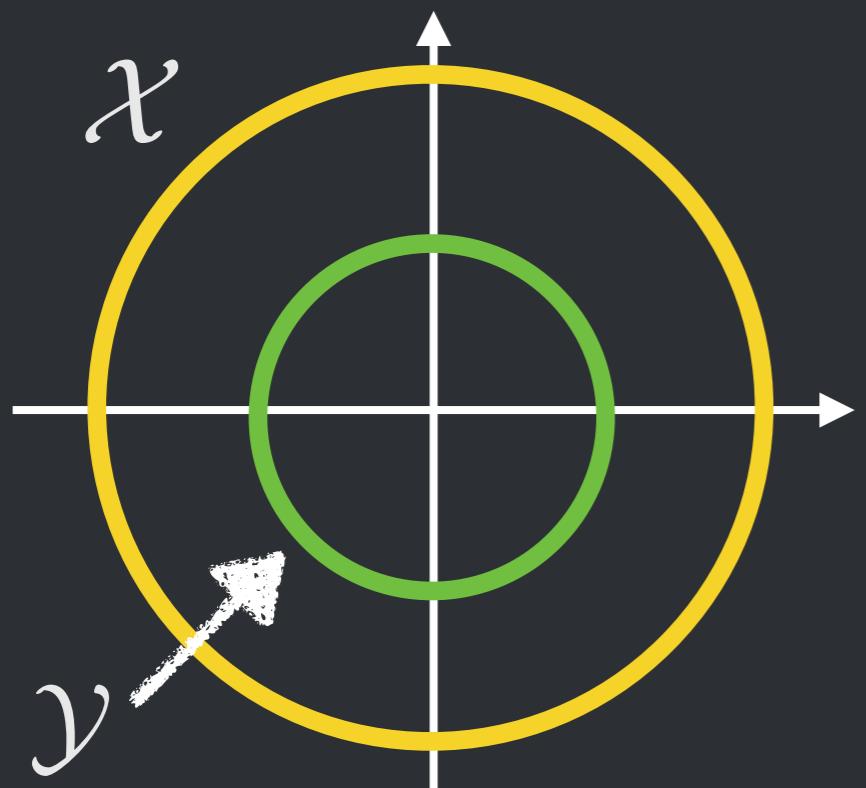
逆方向: ラベル (Y) を事例空間 (X) へ射影



Q. どちらの関係の方がハブが出現し難い?

逆方向

順方向



Q. どちらの関係の方がハブが出現し難い?

Spatial centrality

$$E_{\mathcal{X}}[\|\mathbf{x} - \mathbf{y}_2\|^2] - E_{\mathcal{X}}[\|\mathbf{x} - \mathbf{y}_1\|^2] = \gamma s^2 \sqrt{2d}$$

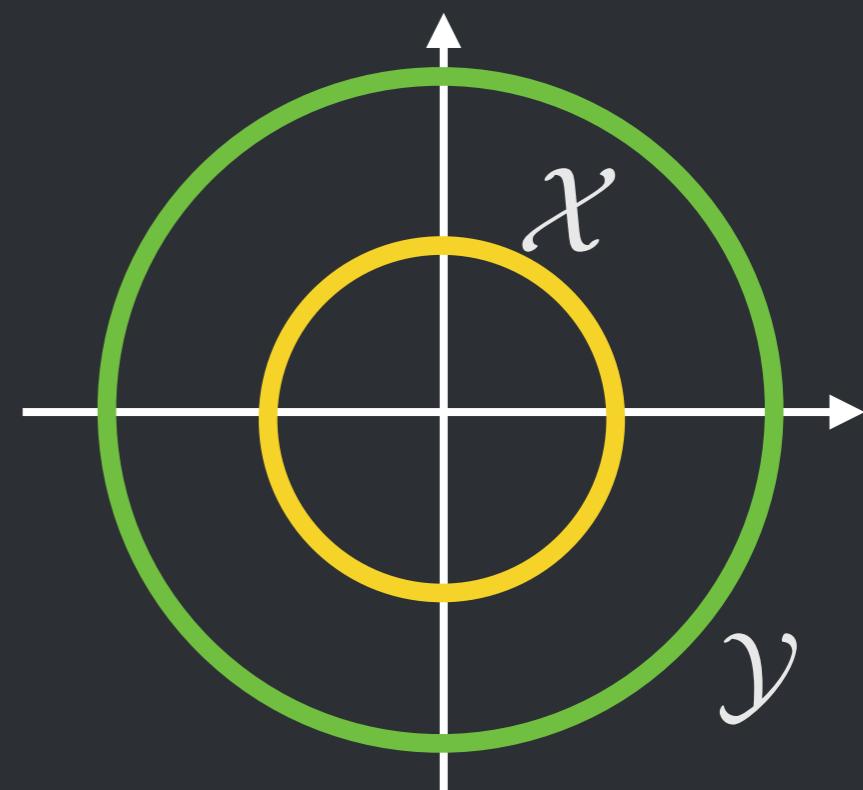
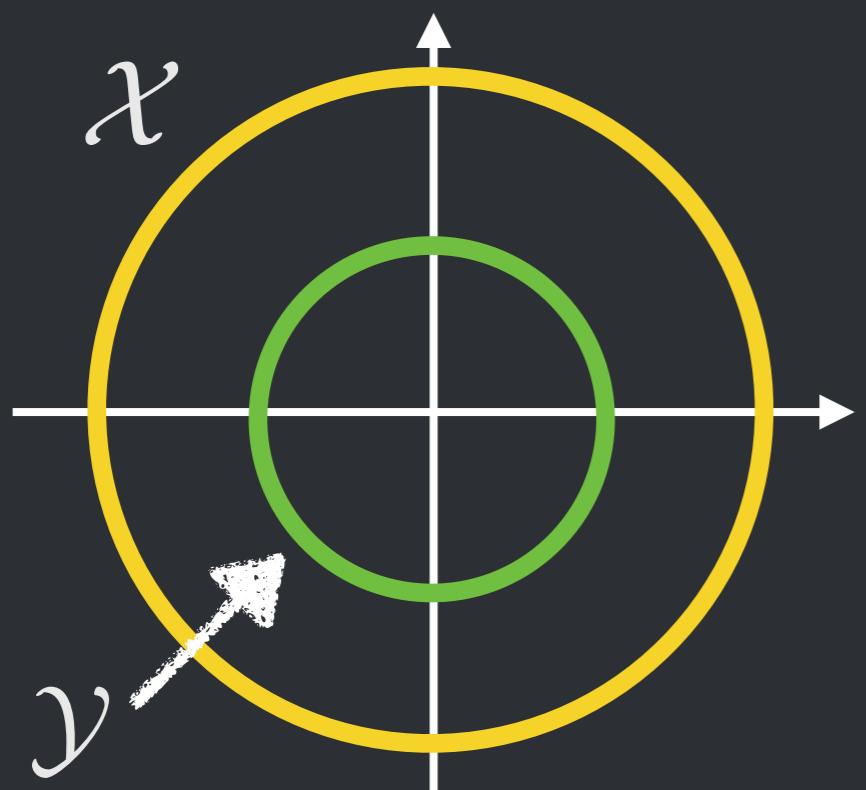
ラベル分布 γ の分散 s^2 が小さいほど,
ハブが抑制される



Q. どちらの関係の方がハブが出現し難い?

逆方向

順方向



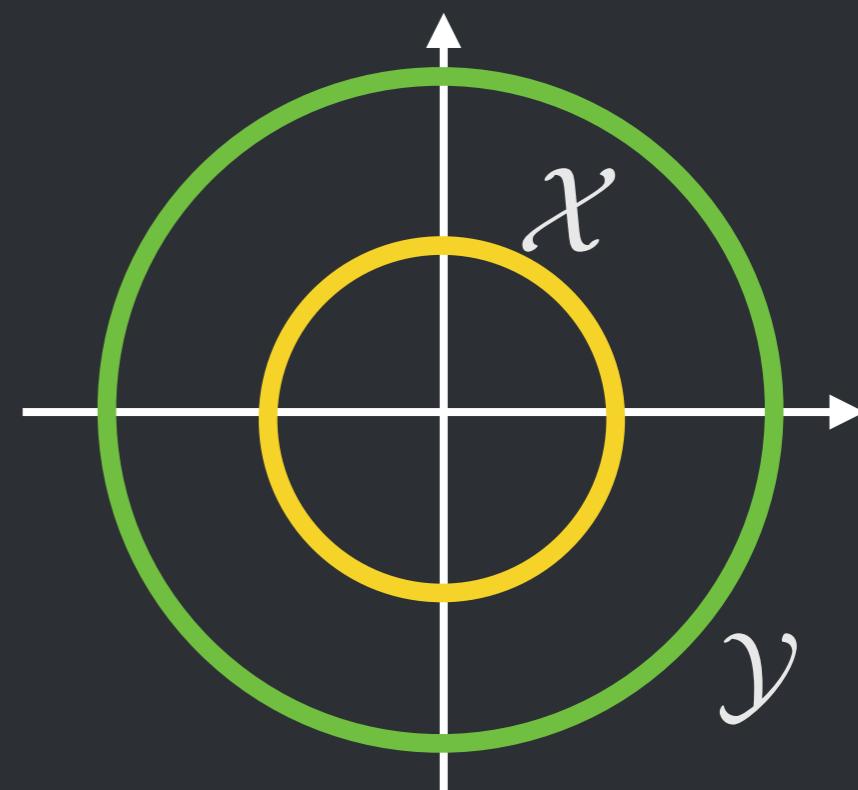
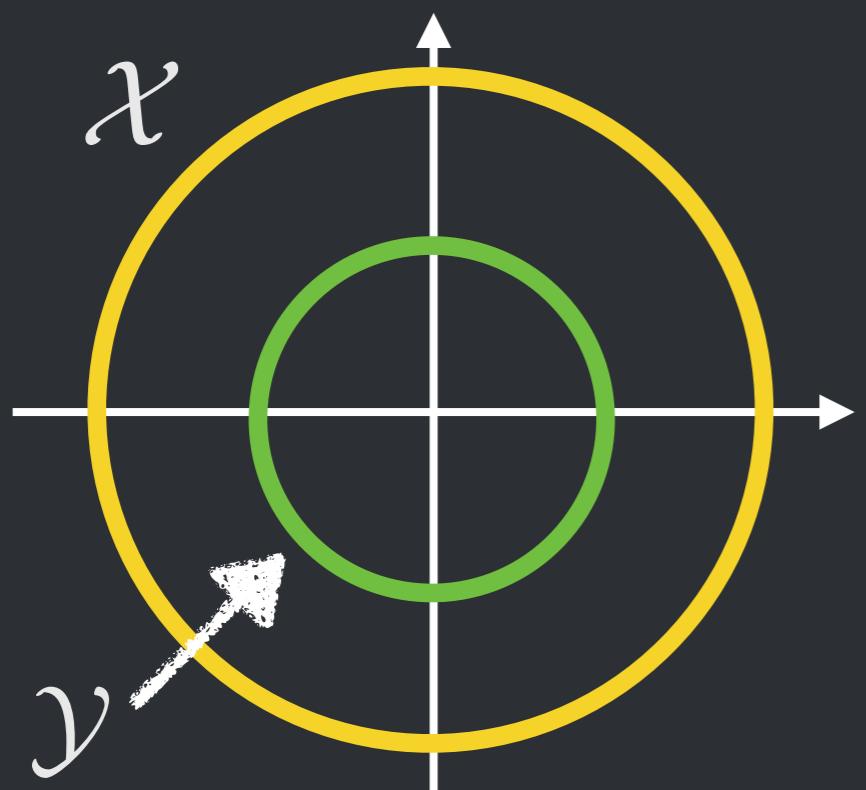
Q. どちらの関係の方がハブが出現し難い?

分布 χ が異なるので、

分布 γ の分散の大きさを比較しても意味が無い

逆方向

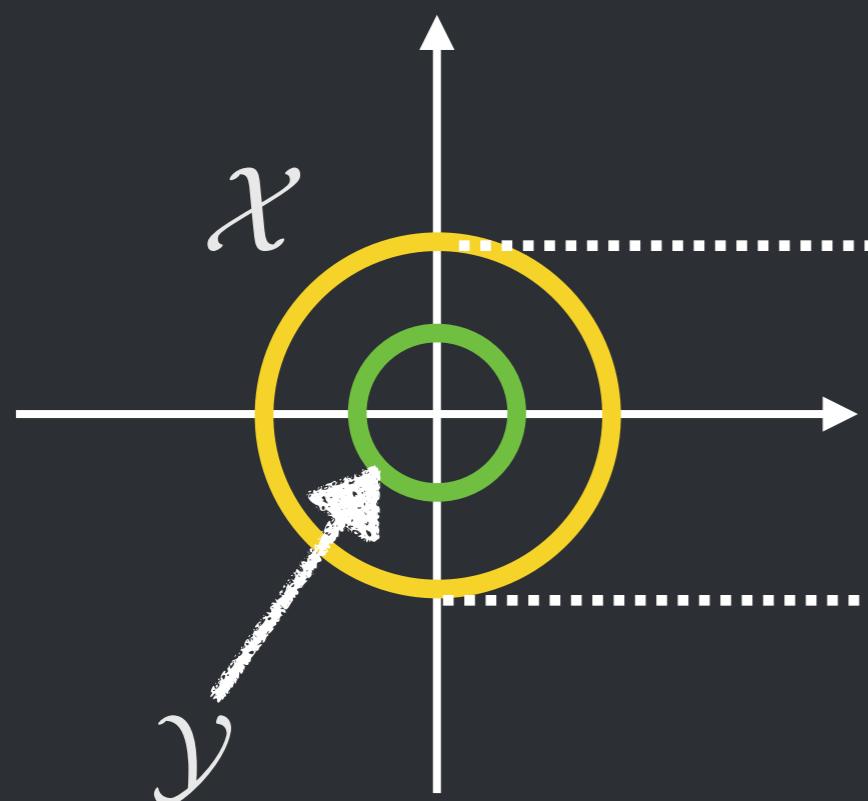
順方向



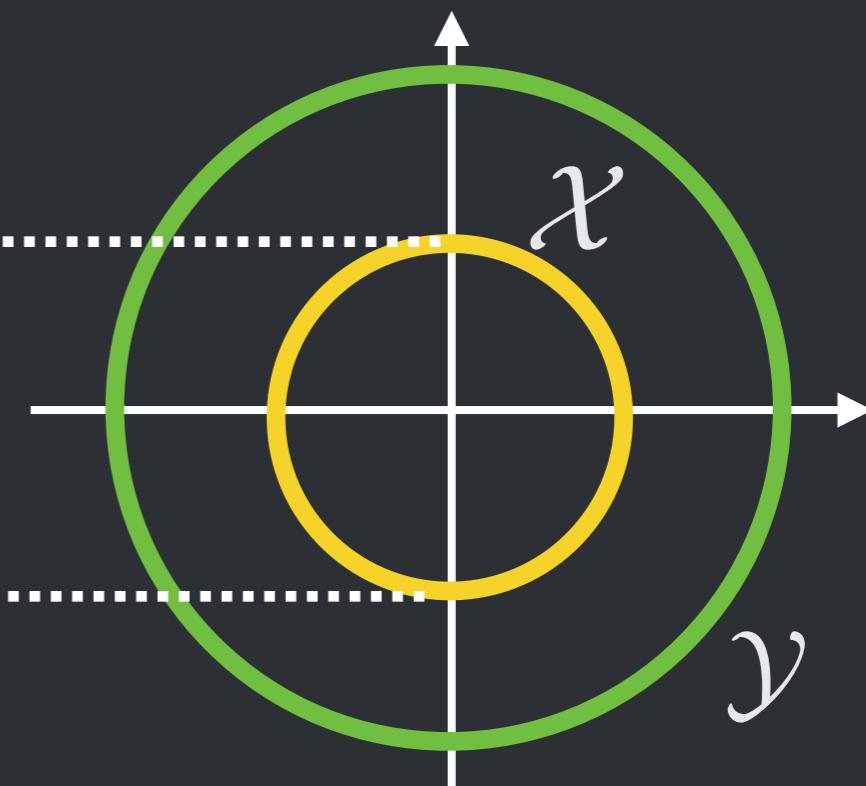
Q. どちらの関係の方がハブが出現し難い?

分布 \mathcal{X}, \mathcal{Y} のスケールを変更しても
最近傍関係は変わらない

逆方向 (scaled)



順方向



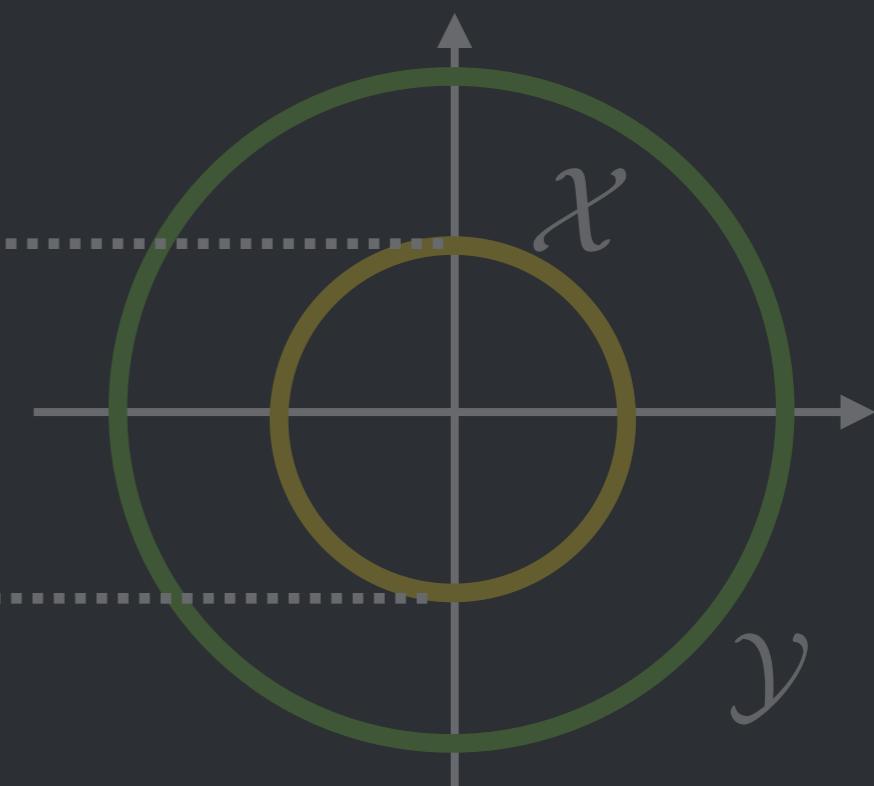
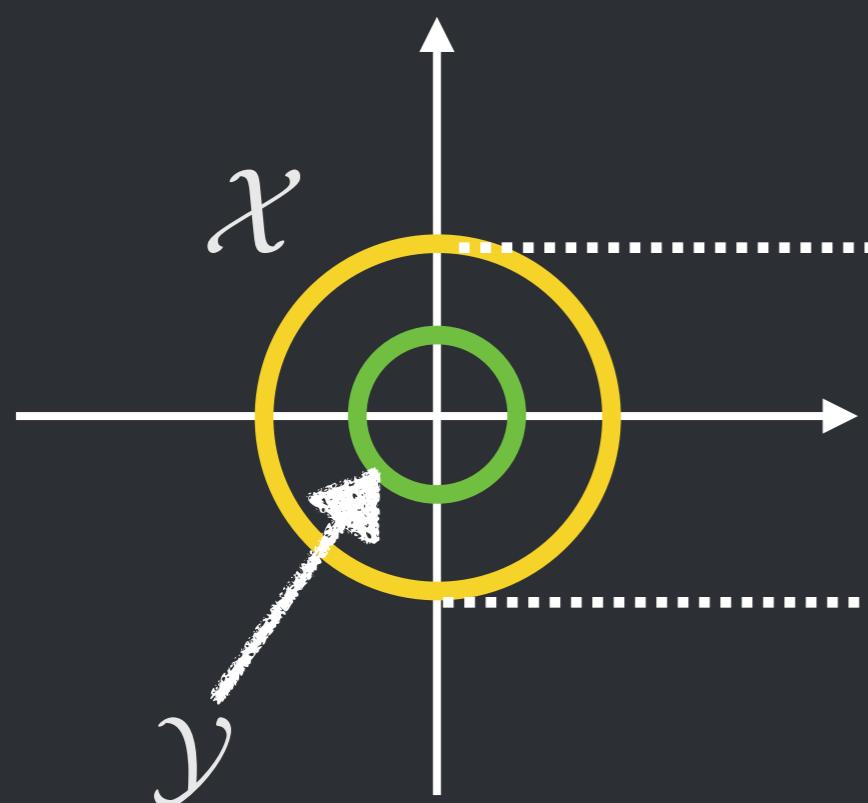
Q. どちらの関係の方がハブが出現し難い?

A. 逆方向に写像するとハブが出現し難い

固定された分布 χ に対して, 分布 γ の分散が小さい

逆方向 (scaled)

順方向



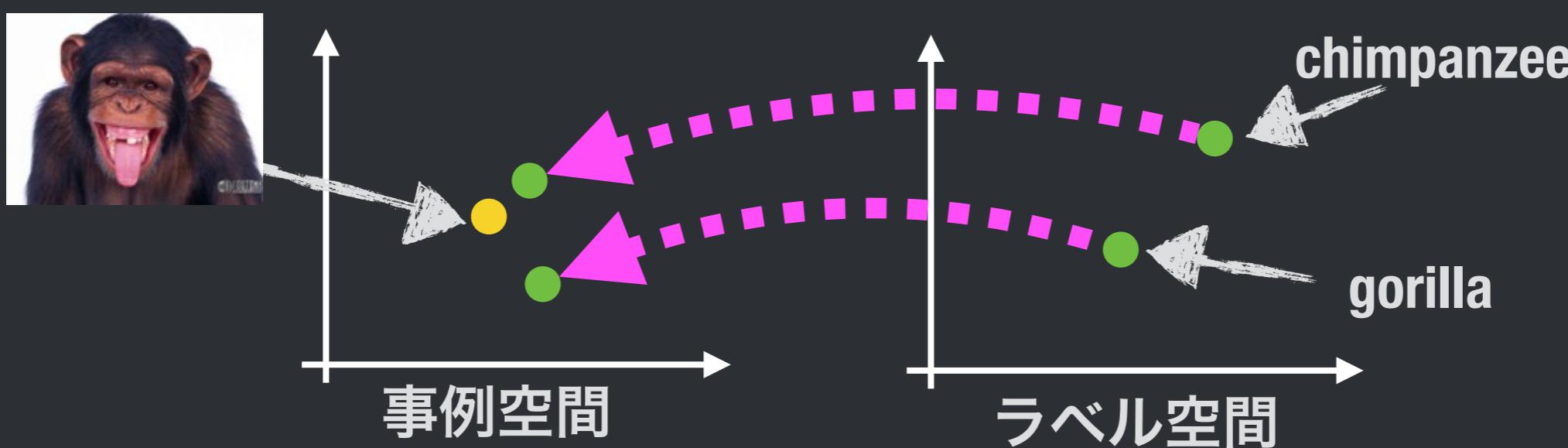
逆方向に写像するだけで なぜハブの出現が抑制されるのか?

Shrinkage 写像されたデータの分散が小さくなる

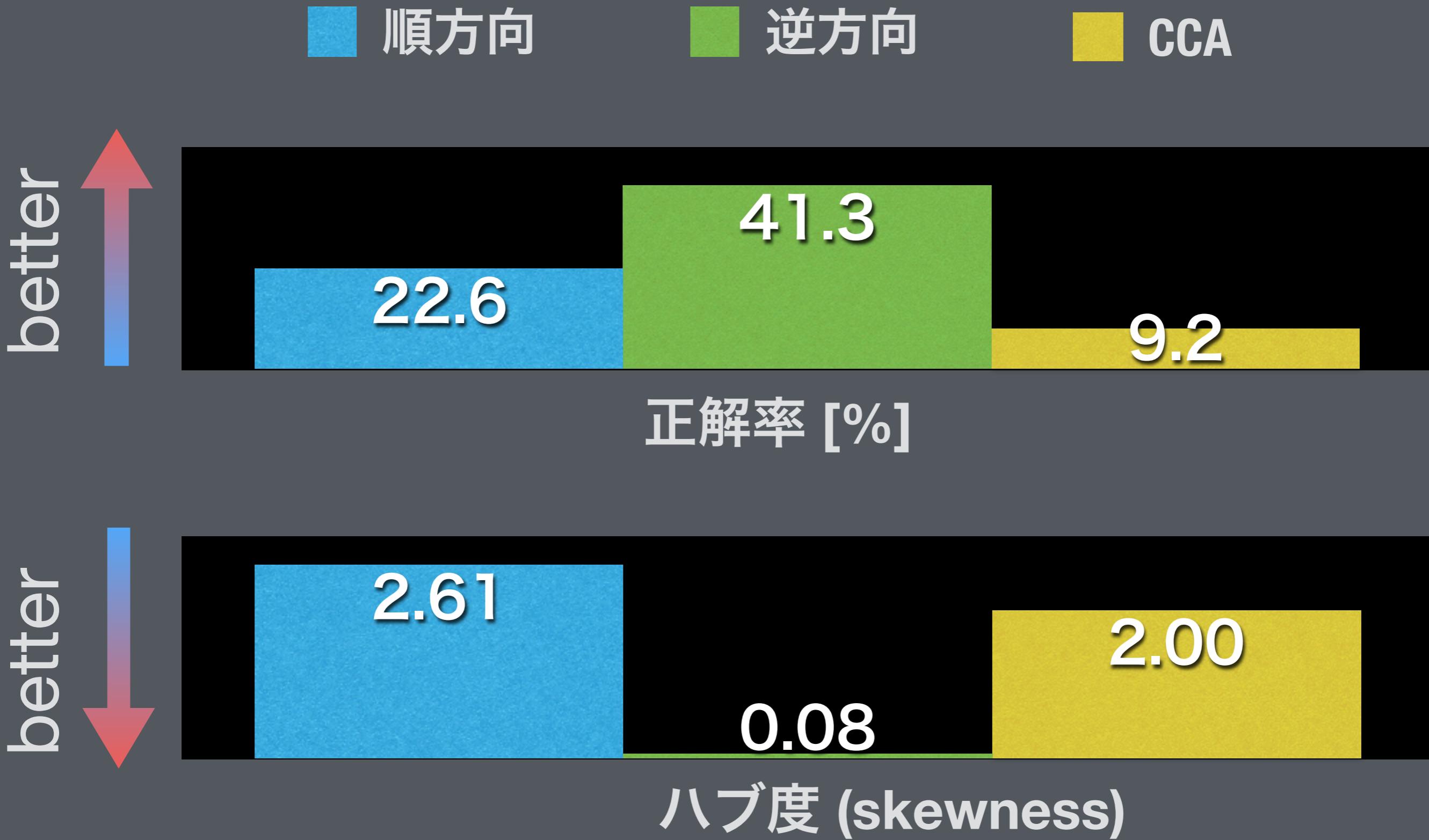
Spatial centrality ラベル分布の分散が小さい方が望ましい

Proposal ラベルを事例空間へ写像する

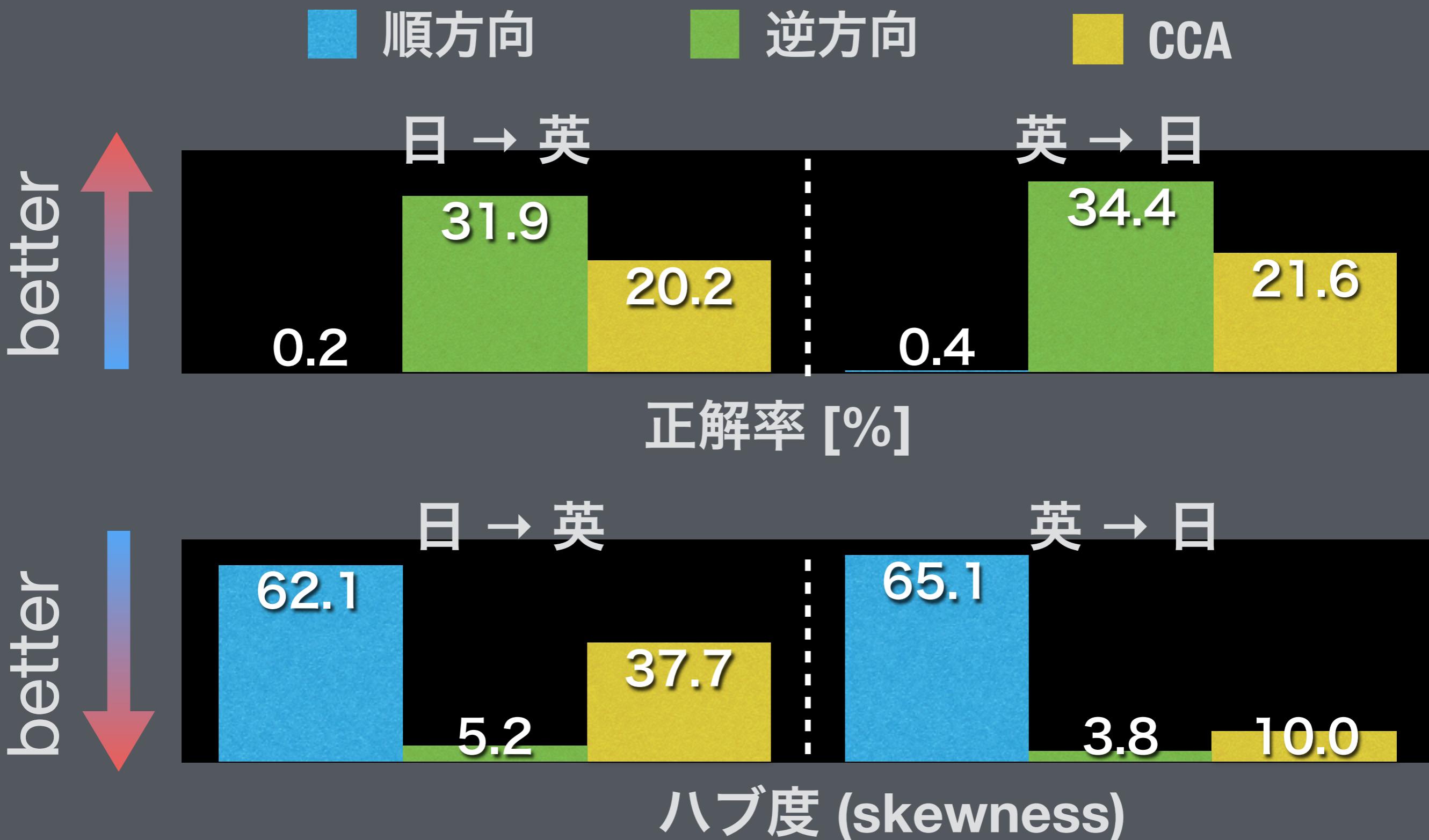
→ ラベルの分散が小さくなり,
結果として、ハブの出現が抑制される



画像ラベル付け



対訳抽出: 日本語 - 英語



まとめ

- 回帰を用いた ZSL におけるハブの出現する理由を説明した
 - ラベルの分散が大きいほど、ハブが出現しやすい
- ハブの出現を抑制する方法を示した
 - 写像方向を逆にすればよい
- 実験において、逆方向に写像することでハブの出現が抑制され、精度が改善されることを確認した