論理回路

問題１：２変数の論理関数は全部で１６種類あります。これらの全てについてその真理値表を作成してください。

問題２：３変数の論理関数がある。３つの変数のうち２つ以上は１のときに関数の値は１となり，それ以外は０となるとき，この関数の真理値表およびベン図を作成してください。

問題３：２変数，x_1，x_2 を用い，ド・モルガンの定理を，真理値表およびベン図によって証明しなさい。

問題４：n 変数に対するド・モルガンの定理

$$(\overline{x_1 x_2 x_3 \cdots x_n}) = \overline{x_1} + \overline{x_2} + \overline{x_3} + \cdots + \overline{x_n}$$
$$(\overline{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}) = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3} \cdots \overline{x_n}$$

が成り立つとすれば，n+1 変数に対するド・モルガンの定理も成り立つことを帰納法によって証明してください。

問題５：ある論理関数 f_1 に対し，全ての変数の否定を取り，かつ，論理関数全体に否定を施して得る論理関数を双対関数 f_1^d と呼ぶ。例えば，論理積と論理和は双対である。

$$(x_1 x_2)^d = \overline{(\overline{x_1}\,\overline{x_2})} = \overline{\overline{x_1}} + \overline{\overline{x_2}} = x_1 + x_2$$
$$(x_1 + x_2)^d = \overline{(\overline{x_1} + \overline{x_2})} = \overline{\overline{x_1}}\,\overline{\overline{x_2}} = x_1 x_2$$

このとき，排他的論理和について，その双対関数 $(x_1 \oplus x_2)^d$ を求めよ。

問題６：$f_1 = f_1^d$ となる場合を自己双対関数と呼ぶ。f_1 を

$$f_1 = x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1$$

としたとき，f_1 が自己双対関数かどうかを確認しなさい。

問題７：２変数の論理関数 $f_1(x_1, x_2)$がある。以下の等式

$$x_1 + f_1(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

が成立するとき，必ずしも$f_1(x_1, x_2) = x_2$ であるとは限らない。上の等式を満たす論理関数として，他にどのような関数があるか考えよ。

問題８：以下の２つの等式が成立する変数x_1，x_2，x_3の組み合わせを求めなさい。

$$x_1\,\overline{x_2}\,x_3 = 1$$
$$x_1 + \overline{x_2} + x_3 = 0$$

問題９：右表で示される論理関数 f の論理和標準形を示した後，論理積標準形でも表しなさい。

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

問題１０：問題９の論理積標準形の括弧を外し，公式や定理を利用し，可能な限り簡便な形に変形しなさい。また，変形した形式と論理和標準形を比較し，その違いを述べなさい。

問題１１：３変数x_1，x_2，x_3 と出力 z との関係が

$$z = x_1(x_2 + x_3)$$

で与えられる組み合わせ回路について，MIL 記号を用いて回路図を書きなさい。

問題１２：x_1，x_2 はそれぞれ 10 進数の－8 以上 7 以下の数を２進数で表す変数とする。

① x_1，x_2に対して，適切なビット幅および適切な値の割り当てを考えなさい。なお，②以降の問題では，オーバーフローやアンダーフローを考慮し，演算結果を適切に出力するようにしてください。出力のビット幅は問題に応じて変更するものとし一定ではありません。

② この２つの変数を用いて加算を行う際，演算を実現する加算器の回路を MIL 記号で書きなさい。ただし，半加算器および全加算器の構造を別に書いた場合，半加算器および全加算器を一つのモジュール（長方形）として解答してよいものとする。

③ この２つの変数を用いて減算を行う際，演算を実現する加算器の回路を MIL 記号で書きなさい。②と同様に，半加算器および全加算器を一つのモジュールとして解答して良い。

④ この２つの変数を用いて乗算を行う際，演算を実現する乗算器の回路を MIL 記号で書きなさい。②と同様に，半加算器および全加算器を一つのモジュールとして解答して良い。

⑤ x_1 / x_2 という演算を実現する除算器の回路を MIL 記号で書きなさい。このとき，商と剰余が出力としてえられるものとする。②と同様に，半加算器および全加算器を一つのモジュールとして解答して良い。