解

$\rho(x)=\rho^L(x_0)\geq 0$, $\rho'(y)=\rho^L(x_0)!$ なる ρ, ρ^L, ρ' を考える.

$Exec_M(Fac_1, \rho, \rho') \Leftrightarrow Exec_M($while (z!=x){z=z+1; y=y*z}, $\rho[1/y][0/z], \rho')$

ここで, $\rho[1/y][0/z]$を ρ''とおく. また, $\rho^L(x_0)$をaとおく.

m=a+1とし, 以下の列(ρ_i) $(1\leq i\leq m)$を考える.

$\rho_1=\rho''$, $\rho_m=\rho'$, $\rho_i(x)=a$, $\rho_i(y)=(i-1)!$, $\rho_i(z)=i-1$.

ここで $\rho_i(y)=\rho_i(z)!$, $\rho_m(z)=a$より $\rho_m(y)=a!$.

この列は以下の3条件を満たす.

- $M, \rho_m \nvDash z\neq x$
- m未満のiに対して $M, \rho_i \vDash z\neq x$
- $Exec_M(z=z+1; y=y*z, \rho_i, \rho_{i+1})$.

    ∵ $\rho_i(z)=i-1$なので

    $Exec_M(z=z+1, \rho_i, \rho_i[i/z])$, $Exec_M(y=y*z, \rho_i[i/z], \rho_i[i/z][i((i-1)!)/y])$

    となるが, $i((i-1)!)=i!$であり, $\rho_i[i/z][i!/y]=\rho_{i+1}$である.

したがって, $Exec_M($while (z!=x){z=z+1; y=y*z}, $\rho[1/y][0/z], \rho')$を満たす.

ゆえに $\vDash_{tot}$ ⟪ $x=x_0 \wedge x_0\geq 0$ ⟫ Fac_1 ⟪ $y=x_0!$ ⟫が成り立つ.