微分方程式の数値解析とデータサイエンス 正誤表

宮武勇登・佐藤峻 / 2025 年 5 月 19 日

表 1: 正誤一覧

ページ	行・位置	誤	正	備考
7	注意 2.1 上から 6 行目	$\boldsymbol{g}(t;\boldsymbol{\theta})$	$\boldsymbol{v}(t;\boldsymbol{\theta})$	文字の誤り
7	注意 2.1 上から 12 行目	$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{v}'(t;\boldsymbol{\theta}))$	$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{v}(t;\boldsymbol{\theta}))$	$\boldsymbol{f}$ の中の $\boldsymbol{v}$ の微分が不要
18	表の中の $p=10$ に対応する最小段数 s	17(?)	16(?)	数字の誤り
27	注意 2.3 下から 2 行目	$u_1=(u_0-1)\dfrac{2-h}{2+h}+\dfrac{2}{2+h}$	$u_1=(u_0-1)\dfrac{2-h}{2+h}+1$	u_1 の計算の誤り．例そのものが適切ではない．
31	注意 2.5 の 6 行目上	かつ $\boldsymbol{g}$ が $\boldsymbol{x}$ に	かつ $\boldsymbol{g}$ が $\boldsymbol{z}$ に	文字の誤り
36	4 行目（最初の数式の 2 行目）	$=(\cdots)^{\mathsf{T}}S(\cdots)=0$	$=h(\cdots)^{\mathsf{T}}S(\cdots)=0$	h が必要
36	Gonzalez による離散勾配：右辺第 2 項の分子の最初	$f(\boldsymbol{u})+f(\boldsymbol{v})$	$f(\boldsymbol{u})-f(\boldsymbol{v})$	符号の誤り
39	定義 2.8	$\boldsymbol{\Phi}_h$ が $\boldsymbol{\Phi}_{-h}^{-1}$ を満たすとき	$\boldsymbol{\Phi}_h$ が $\boldsymbol{\Phi}_h=\boldsymbol{\Phi}_{-h}^{-1}$ を満たすとき	$\boldsymbol{\Phi}_h=$ が必要
42	下から 6 行目	3^s 回の合成で $2s$ 次解法を	3^s 回の合成で $2(s+1)$ 次解法を	数式の誤り
54	3.2.1 節最後の別行立ての数式	$\nabla_{\boldsymbol{u}(t)}C(\boldsymbol{u}(t_N;\boldsymbol{\theta}))$	$\nabla_{\boldsymbol{u}}C(\boldsymbol{u}(t_N;\boldsymbol{\theta}))$	(t) が不要

（次ページに続く）

ページ	行・位置	誤	正	備考
55	最初の数式の右辺第一項	$(\nabla_{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{u}(t_N; \boldsymbol{\theta}))^\top \nabla_{\boldsymbol{u}} C(\boldsymbol{u}(t_N; \boldsymbol{\theta}))\boldsymbol{\varepsilon}$	$\bigl(\nabla_{\boldsymbol{u}} C(\boldsymbol{u}(t_N; \boldsymbol{\theta}))\bigr)^\top \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{u}(t_N; \boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\varepsilon}$	行列とベクトルの順序が逆
55	上以外の残り二つの別行立ての数式	$(\nabla_{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{u}(t_N; \boldsymbol{\theta}))^\top \boldsymbol{\delta}(t_N)$	$(\nabla_{\boldsymbol{u}} C(\boldsymbol{u}(t_N; \boldsymbol{\theta}))^\top \boldsymbol{\delta}(t_N)$	$\boldsymbol{\delta}(t_N)$ と内積をとる相手の誤り
56	最後の行	$\nabla_{\boldsymbol{u}}$	$\nabla_{\boldsymbol{\theta}}$	文字の誤り
81	16–17 行目	比較すると，KLS 法のほうが格段に誤差が小さい．また，KLS 法については	比較すると，KSL 法のほうが格段に誤差が小さい．また，KSL 法については	文字の誤り

10 次の陽的 Runge–Kutta 法について

本書の出版日と同日に，arXiv に

M. Stepanov: On Runge–Kutta methods of order 10, arXiv:2504.17329

が公開された．この論文の主張は，15 段の陽的 Runge–Kutta 法を代数的に導いたというものである．

2025 年 5 月現在，本書の著者の二人は，この論文の主張について，数学的（および数値実験による）検証を行っていないが，すでに一部の研究者は，検証を行ったうえで，この主張は成立していると考えているようである．

注意 2.3 の修正および補足

以下，時間の添字は上付きで表す．

ここで挙げている $\dot{u} = 1 - u$ や $\dot{u} = 1 - u^2$ に対し中点則を適用すると，$u^{(0)} = 1$ ならば $u^{(1)} = 1$ であり，この注意で取り上げる例としては不適切であった．

別の例として

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - u_1^2 \\ -u_1 u_2 \end{bmatrix}$$

を考える．この方程式に対し，初期値が $\|\boldsymbol{u}^{(0)}\|^2 = 1$ を満たすとき，$Q(\boldsymbol{u}) = \|\boldsymbol{u}\|^2$ は保存量である．この方程式に対して中点則を適用すると

$$\frac{u_1^{(1)} - u_1^{(0)}}{h} = 1 - \left(\frac{u_1^{(1)} + u_1^{(0)}}{2}\right)^2, \quad \frac{u_2^{(1)} - u_2^{(0)}}{h} = -\left(\frac{u_1^{(1)} + u_1^{(0)}}{2}\right)\left(\frac{u_2^{(1)} + u_2^{(0)}}{2}\right)$$

となる．これを解いて

$$u_1^{(1)} = -u_1^{(0)} + \frac{2\sqrt{2u_1^{(0)}h + h^2 + 1} - 2}{h}, \quad u_2^{(1)} = -\frac{\sqrt{2u_1^{(0)}h + h^2 + 1} - 3}{\sqrt{2u_1^{(0)}h + h^2 + 1} + 1} u_2^{(0)}$$

を得る（$u_1^{(1)}$ については二つの解があるが，微分方程式の近似解として自然な方を選択する）．簡単のため $u_1^{(0)} = 0, u_2^{(0)} = 1$，さらに $h = 3/4$ のとき

$$u_1^{(1)} = \frac{2}{3}, \quad u_2^{(1)} = \frac{7}{9}$$

であるが，$\|\boldsymbol{u}^{(1)}\|^2 \approx 1.04938$ より $Q(\boldsymbol{u})$ は保存されていないことが分かる．