## 微分方程式の数値解析とデータサイエンス 正誤表

## 宮武勇登・佐藤峻 / 2025年5月2日

表 1: 正誤一覧

ページ	行・位置	誤	正	備考
7	注意 2.1	$oldsymbol{g}(t;oldsymbol{ heta})$	$oldsymbol{v}(t;oldsymbol{ heta})$	文字の誤り
	上から 6			
	行目			
7	注意 2.1	$m{f}(m{v}'(t;m{ heta}))$	$m{f}(m{v}(t;m{ heta}))$	f の中の $v$ の微分
	上から			が不要
	12 行目		2	
27	注意 2.3	$u_1 = (u_0 - 1)\frac{2-h}{2+h} + \frac{2}{2+h}$	$u_1 = (u_0 - 1)\frac{2 - h}{2 + h} + 1$	$u_1$ の計算の誤り.
	下から 2	z + n = z + n	z + n	例そのものが適切
	行目			ではない.
31	注意 2.5	かつgがxに	かつgがzに	文字の誤り
	の6行目			
	上			
36		$= (\cdots)^{T} S(\cdots) = 0$	$=h(\cdots)^{T}S(\cdots)=0$	h が必要
	(最初の			
	数式の 2			
	行目)			
54 55	3.2.1 節	$ abla_{m{u}(t)}C(m{u}(t_N;m{ heta}))$	$\nabla_{\boldsymbol{u}} C(\boldsymbol{u}(t_N; \boldsymbol{\theta}))$	(t) が不要
	最後の別			
	行立ての			
	数式	(\(\tau_{\text{\tiny{\tint{\text{\tiny{\tint{\text{\tiny{\tint{\text{\text{\text{\text{\text{\tiny{\tint{\text{\tiny{\tiny{\tiny{\tiny{\text{\tiny{\text{\text{\tiny{\tiny{\tiny{\tiny{\tiny{\tiny{\tiny{\tiny{\tiny{\tiny{\titil\tiny{\tin	$(\nabla G(x), G(y))^{T} \nabla G(y)$	ATIL AND A
	最初の数	$(\nabla_{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{u}(t_N; \boldsymbol{\theta}))^* \nabla_{\boldsymbol{u}} C(\boldsymbol{u}(t_N; \boldsymbol{\theta}))$	$\boldsymbol{\varepsilon} \left( \nabla_{\boldsymbol{u}} C(\boldsymbol{u}(t_N; \boldsymbol{\theta})) \right)^{T} \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{u}(t_N; \boldsymbol{\theta})$	<ul><li>ε 行列とペクトルの</li><li>順序が逆</li></ul>
	式の右辺 第一項			順序が建
55	衆 上以外の	$( abla_{m{ heta}}m{u}(t_N;m{ heta}))^{\intercal}m{\delta}(t_N)$	$( abla_{oldsymbol{u}}C(oldsymbol{u}(t_N;oldsymbol{ heta}))^{\scriptscriptstyle{\intercal}}oldsymbol{\delta}(t_N)$	$oldsymbol{\delta}(t_N)$ と内積をとる
	残り二つ	$(\mathbf{v}_{\theta}\mathbf{u}(\iota_N,\mathbf{v}))(\iota_N)$	$(\mathbf{v}_{\mathbf{u}} \cup (\mathbf{u}(\iota_N, \mathbf{v})), \mathbf{v}(\iota_N))$	<b>8</b> ( <i>t<sub>N</sub></i> ) と
	の別行立			JH 1 へかど A
	ての数式			
56	最後の行	$\nabla_{u}$	$ abla_{m{ heta}}$	文字の誤り

## 注意 2.3 の修正および補足

以下,時間の添字は上付きで表す.

ここで挙げている  $\dot{u}=1-u$  や  $\dot{u}=1-u^2$  に対し中点則を適用すると, $u^{(0)}=1$  ならば  $u^{(1)}=1$  であり,この注意で取り上げる例としては不適切であった.

別の例として

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - u_1^2 \\ -u_1 u_2 \end{bmatrix}$$

を考える.この方程式に対し,初期値が  $\| {m u}^{(0)} \|^2 = 1$  を満たすとき, $Q({m u}) = \| {m u} \|^2$  は保存量である.この方程式に対して中点則を適用すると

$$\frac{u_1^{(1)} - u_1^{(0)}}{h} = 1 - \left(\frac{u_1^{(1)} + u_1^{(0)}}{2}\right)^2, \quad \frac{u_2^{(1)} - u_2^{(0)}}{h} = -\left(\frac{u_1^{(1)} + u_1^{(0)}}{2}\right) \left(\frac{u_2^{(1)} + u_2^{(0)}}{2}\right)$$

となる. これを解いて

$$u_1^{(1)} = -u_1^{(0)} + \frac{2\sqrt{2u_1^{(0)}h + h^2 + 1} - 2}{h}, \quad u_2^{(1)} = -\frac{\sqrt{2u_1^{(0)}h + h^2 + 1} - 3}{\sqrt{2u_1^{(0)}h + h^2 + 1} + 1}u_2^{(0)}$$

を得る( $u_1^{(1)}$  については二つの解があるが,微分方程式の近似解として自然な方を選択する).簡単のため  $u_1^{(0)}=0,\,u_2^{(0)}=1$ , さらに h=3/4 のとき

$$u_1^{(1)} = \frac{2}{3}, \quad u_2^{(1)} = \frac{7}{9}$$

であるが、 $\|\mathbf{u}^{(1)}\|^2 \approx 1.04938$  より  $Q(\mathbf{u})$  は保存されていないことが分かる.