

微分方程式の数値解析とデータサイエンス 正誤表

宮武勇登・佐藤峻 / 2025 年 5 月 2 日

表 1: 正誤一覧

ページ	行・位置	誤	正	備考
7	注意 2.1 上から 6 行目	$g(t; \theta)$	$v(t; \theta)$	文字の誤り
7	注意 2.1 上から 12 行目	$f(v'(t; \theta))$	$f(v(t; \theta))$	f の中の v の微分 が不要
27	注意 2.3 下から 2 行目	$u_1 = (u_0 - 1)\frac{2-h}{2+h} + \frac{2}{2+h}$	$u_1 = (u_0 - 1)\frac{2-h}{2+h} + 1$	u_1 の計算の誤り. 例そのものが適切 ではない.
31	注意 2.5 の 6 行目 上	かつ g が x に	かつ g が z に	文字の誤り
36	4 行目 (最初の 数式の 2 行目)	$= (\cdots)^\top S(\cdots) = 0$	$= h(\cdots)^\top S(\cdots) = 0$	h が必要
54	3.2.1 節 最後の別 行立ての 数式	$\nabla_{u(t)} C(u(t_N; \theta))$	$\nabla_u C(u(t_N; \theta))$	(t) が不要
55	最初の数 式の右辺 第一項	$(\nabla_\theta u(t_N; \theta))^\top \nabla_u C(u(t_N; \theta)) \varepsilon$	$(C(u(t_N; \theta)))^\top \nabla_\theta u(t_N; \theta) \varepsilon$	行列とベクトルの 順序が逆
55	上以外の 残り二つ の別行立 ての数式	$(\nabla_\theta u(t_N; \theta))^\top \delta(t_N)$	$(\nabla_u C(u(t_N; \theta)))^\top \delta(t_N)$	$\delta(t_N)$ と内積をとる 相手の誤り
56	最後の行	∇_u	∇_θ	文字の誤り

注意 2.3 の修正および補足

以下、時間の添字は上付きで表す.

ここで挙げている $\dot{u} = 1 - u$ や $\dot{u} = 1 - u^2$ に対し中点則を適用すると, $u^{(0)} = 1$ ならば $u^{(1)} = 1$ であり, この注意で取り上げる例としては不適切であった.

別の例として

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - u_1^2 \\ -u_1 u_2 \end{bmatrix}$$

を考える．この方程式に対し，初期値が $\|\mathbf{u}^{(0)}\|^2 = 1$ を満たすとき， $Q(\mathbf{u}) = \|\mathbf{u}\|^2$ は保存量である．この方程式に対して中点則を適用すると

$$\frac{u_1^{(1)} - u_1^{(0)}}{h} = 1 - \left(\frac{u_1^{(1)} + u_1^{(0)}}{2} \right)^2, \quad \frac{u_2^{(1)} - u_2^{(0)}}{h} = - \left(\frac{u_1^{(1)} + u_1^{(0)}}{2} \right) \left(\frac{u_2^{(1)} + u_2^{(0)}}{2} \right)$$

となる．これを解いて

$$u_1^{(1)} = -u_1^{(0)} + \frac{2\sqrt{2u_1^{(0)}h + h^2 + 1} - 2}{h}, \quad u_2^{(1)} = -\frac{\sqrt{2u_1^{(0)}h + h^2 + 1} - 3}{\sqrt{2u_1^{(0)}h + h^2 + 1} + 1} u_2^{(0)}$$

を得る ($u_1^{(1)}$ については二つの解があるが，微分方程式の近似解として自然な方を選択する)．簡単のため $u_1^{(0)} = 0, u_2^{(0)} = 1$ ，さらに $h = 3/4$ のとき

$$u_1^{(1)} = \frac{2}{3}, \quad u_2^{(1)} = \frac{7}{9}$$

であるが， $\|\mathbf{u}^{(1)}\|^2 \approx 1.04938$ より $Q(\mathbf{u})$ は保存されていないことが分かる．