

微分方程式の数値解析とデータサイエンス 正誤表

宮武勇登・佐藤峻 / 2025 年 10 月 4 日

表 1: 正誤一覧

ページ	行・位置	誤	正	備考
7	注意 2.1 上から 6 行目	$g(t; \theta)$	$v(t; \theta)$	文字の誤り
7	注意 2.1 上から 12 行目	$f(v'(t; \theta))$	$f(v(t; \theta))$	f の中の v の微分 が不要
18	表の中の $p = 10$ に対応す る最小段 数 s	17(?)	16(?)	数字の誤り
27	注意 2.3 下から 2 行目	$u_1 = (u_0 - 1)\frac{2-h}{2+h} + \frac{2}{2+h}$	$u_1 = (u_0 - 1)\frac{2-h}{2+h} + 1$	u_1 の計算の誤り. 例そのものが適切 ではない.
31	注意 2.5 の 6 行目 上	かつ g が x に	かつ g が z に	文字の誤り
36	4 行目 (最初の 数式の 2 行目)	$= (\cdots)^\top S(\cdots) = 0$	$= h(\cdots)^\top S(\cdots) = 0$	h が必要
36	Gonzalez による離 散勾配: 右辺第 2 項の分子 の最初	$f(\mathbf{u}) + f(\mathbf{v})$	$f(\mathbf{u}) - f(\mathbf{v})$	符号の誤り
39	定義 2.8	Φ_h が Φ_{-h}^{-1} を満たすとき	Φ_h が $\Phi_h = \Phi_{-h}^{-1}$ を満たす とき	$\Phi_h =$ が必要
42	下から 6 行目	3^s 回の合成で $2s$ 次解法を	3^s 回の合成で $2(s+1)$ 次解 法を	数式の誤り
47	下から 2 行目	$Y^\top Y + I$	$Y^\top Y = I$	数式の誤り
54	3.2.1 節 最後の別 行立ての 数式	$\nabla_{\mathbf{u}(t)} C(\mathbf{u}(t_N; \theta))$	$\nabla_{\mathbf{u}} C(\mathbf{u}(t_N; \theta))$	(t) が不要

(次ページに続く)

ページ	行・位置	誤	正	備考
55	最初の数式 の右辺 第一項	$(\nabla_{\theta} \mathbf{u}(t_N; \theta))^{\top} \nabla_{\mathbf{u}} C(\mathbf{u}(t_N; \theta)) \varepsilon$	$(\nabla_{\mathbf{u}} C(\mathbf{u}(t_N; \theta)))^{\top} \nabla_{\theta} \mathbf{u}(t_N; \theta) \varepsilon$	行列とベクトルの 順序が逆
55	上以外の 残り二つ の別行立 ての数式	$(\nabla_{\theta} \mathbf{u}(t_N; \theta))^{\top} \delta(t_N)$	$(\nabla_{\mathbf{u}} C(\mathbf{u}(t_N; \theta)))^{\top} \delta(t_N)$	$\delta(t_N)$ と内積をとる 相手の誤り
56	最後の行	$\nabla_{\mathbf{u}}$	∇_{θ}	文字の誤り
81	16–17 行 目	比較すると, KLS 法のほうが 格段に誤差が小さい. また, KLS 法については	比較すると, KSL 法のほうが 格段に誤差が小さい. また, KSL 法については	文字の誤り

10 次の陽的 Runge–Kutta 法について

本書の出版日と同日に, arXiv に

M. Stepanov: On Runge–Kutta methods of order 10, arXiv:2504.17329

が公開された. この論文の主張は, 15 段の陽的 Runge–Kutta 法を代数的に導いたというものである.

2025 年 5 月現在, 本書の著者の二人は, この論文の主張について, 数学的 (および数値実験による) 検証を行っていないが, すでに一部の研究者は, 検証を行ったうえで, この主張は成立していると考えているようである.

注意 2.3 の修正および補足

以下, 時間の添字は上付きで表す.

ここで挙げている $\dot{u} = 1 - u$ や $\dot{u} = 1 - u^2$ に対し中点則を適用すると, $u^{(0)} = 1$ ならば $u^{(1)} = 1$ であり, この注意で取り上げる例としては不適切であった.

別の例として

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - u_1^2 \\ -u_1 u_2 \end{bmatrix}$$

を考える. この方程式に対し, 初期値が $\|\mathbf{u}^{(0)}\|^2 = 1$ を満たすとき, $Q(\mathbf{u}) = \|\mathbf{u}\|^2$ は保存量である. この方程式に対して中点則を適用すると

$$\frac{u_1^{(1)} - u_1^{(0)}}{h} = 1 - \left(\frac{u_1^{(1)} + u_1^{(0)}}{2} \right)^2, \quad \frac{u_2^{(1)} - u_2^{(0)}}{h} = - \left(\frac{u_1^{(1)} + u_1^{(0)}}{2} \right) \left(\frac{u_2^{(1)} + u_2^{(0)}}{2} \right)$$

となる. これを解いて

$$u_1^{(1)} = -u_1^{(0)} + \frac{2\sqrt{2u_1^{(0)}h + h^2 + 1} - 2}{h}, \quad u_2^{(1)} = -\frac{\sqrt{2u_1^{(0)}h + h^2 + 1} - 3}{\sqrt{2u_1^{(0)}h + h^2 + 1} + 1} u_2^{(0)}$$

を得る ($u_1^{(1)}$ については二つの解があるが, 微分方程式の近似解として自然な方を選択する). 簡単のため $u_1^{(0)} = 0, u_2^{(0)} = 1$, さらに $h = 3/4$ のとき

$$u_1^{(1)} = \frac{2}{3}, \quad u_2^{(1)} = \frac{7}{9}$$

であるが, $\|\mathbf{u}^{(1)}\|^2 \approx 1.04938$ より $Q(\mathbf{u})$ は保存されていないことが分かる.