

2017 Digital IC Design

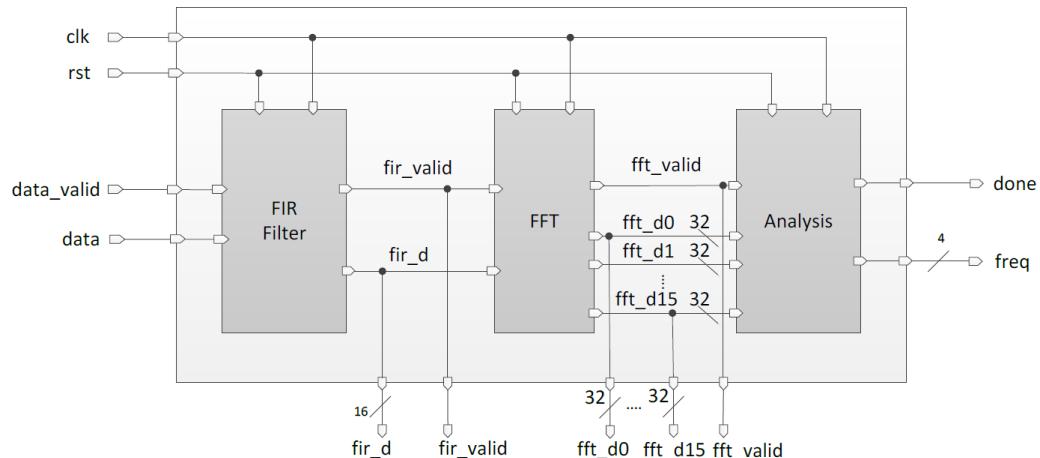
Homework 6: Frequency Analysis System

1. Introduction

近來加速度感測器被廣泛地被應用在 3C 產品、通訊設備、車輛安全、醫療電子、工業監控…等方面，其中以加速度感測器的應用更為常見；加速度感測器可提供加速度、速度及位移的資訊，可以進行時域 (time domain)、頻域 (frequency domain) 資料的分析，依據其提供的資料可分析、檢測出機械設備的軸承的平衡、故障…等問題，用以預防機械設備的嚴重損壞及提高產品的可靠度及安全性。本運算分析電路是一個應用在感測系統中，判斷儀器、設備運作震動訊號的運算分析電路。系統前端將會讀取感測電路所傳出的重力加速度值，由此重力加速度值所產生的時域訊號，經過濾波器 (Filter)，鎖定儀器、設備的震動頻率範圍，並將環境所產生的雜訊及高頻訊號過濾，並由 FFT (快速傅利葉轉換) 電路，將時域訊號轉換為頻域訊號，最後分析頻率資訊，找出主要頻段，請完成一有限脈衝響應濾波器 (Finite Impulse Response Filter, FIR Filter)、一快速傅利葉轉換(FFT : Fast Fourier transform)及一頻譜分析電路 (Analysis)。本系統有 4 只信號輸入 (clk, rst, data, data_valid)、21 只信號輸出 (fir_d, fir_valid, fft_d0~fft_d15, fft_valid, done, freq)，如圖一所示，關於各輸入/輸出信號的功能說明，請參考表一。

2. Design Specifications

2.1 Block Overview



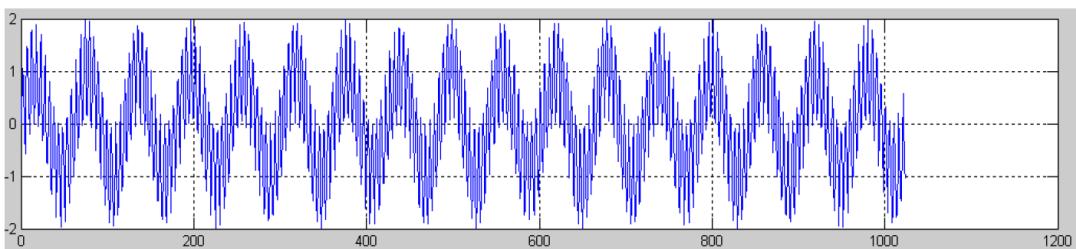
圖一、系統方塊圖

2.2 I/O Interface

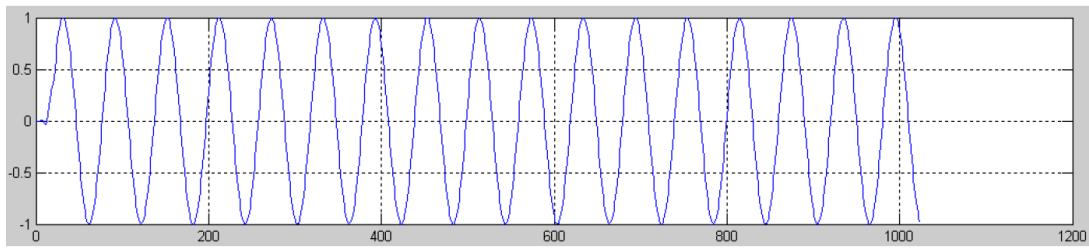
Name	I/O	Width	Description
<i>clk</i>	input	1	時脈信號。主控端與內部記憶體於時脈正緣時動作。
<i>rst</i>	input	1	高位準非同步(active high asynchronous)之系統重置信號。此信號於系統啟動時送出。
<i>data_valid</i>	input	1	資料預備信號。當主控端預備傳送資料時，會將此信號設為high。
<i>data</i>	input	16	主控端時域訊號輸入。
<i>done</i>	output	1	完成指令輸出信號。當電路完成系統運算時，將 <i>done</i> 設為high表示完成。
<i>fir_d</i>	output	16	16位元FIR filter之資料輸出訊號。
<i>fir_valid</i>	output	1	FIR filter資料有效信號。
<i>fft_d0~fft_d15</i>	output	32	32位元FFT之資料輸出訊號。 說明：16個32位元FFT之輸出訊號。
<i>fft_valid</i>	output	1	FFT資料有效信號。
<i>freq</i>	output	4	4位元主要頻段輸出訊號。

2.3 Function Description

本系統從主控端傳送時域資料，經過有限脈衝響應濾波器(Finite Impulse Response Filter, FIR Filter)，將高頻訊號及雜訊濾除掉，並進行快速傅利葉轉換(FFT: Fast Fourier transform)，將時域訊號轉為頻域訊號，最後自行設計一頻譜分析電路，找出此段訊號的主要頻段為何。主控端的訊號為17Hz sin 訊號混合200Hz sin 訊號，如圖二所示。經過FIR濾波器後，其200Hz sin 訊號將被濾除、削減，如圖三所示。



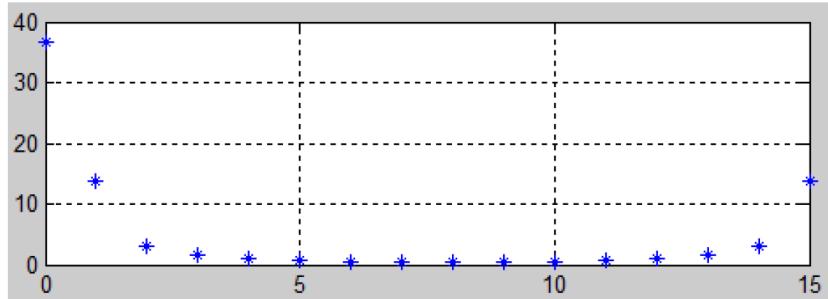
圖二、主控端時序訊號



圖三、FIR濾波器後之訊號

在傳送濾波後的訊號時，將fir_valid信號拉為high，fir_d使資料能夠一個時脈週期傳送一筆資料（參考圖七），經過FFT處理後會得到頻域訊號，如圖四所示。將fft_valid信號拉為high，fft_d使資料能夠一個時脈週期傳送一筆資料至頻譜分析電路（參考圖八），完成分析後，將done信號拉為high，freq輸出主要頻段為第0頻段($freq=4'b0000$)（參考圖四）。

FFT 共有 fft_d0~fft_d15 共 16 個平行輸出訊號，其中 fft_d0 代表的即為第 0 頻段 ($freq=4'b0000$)、fft_d1 代表第 1 頻段 ($freq=4'b0001$)、而 fft_d15 代表第 15 頻段 ($freq=4'b1111$)，其他依此類推。



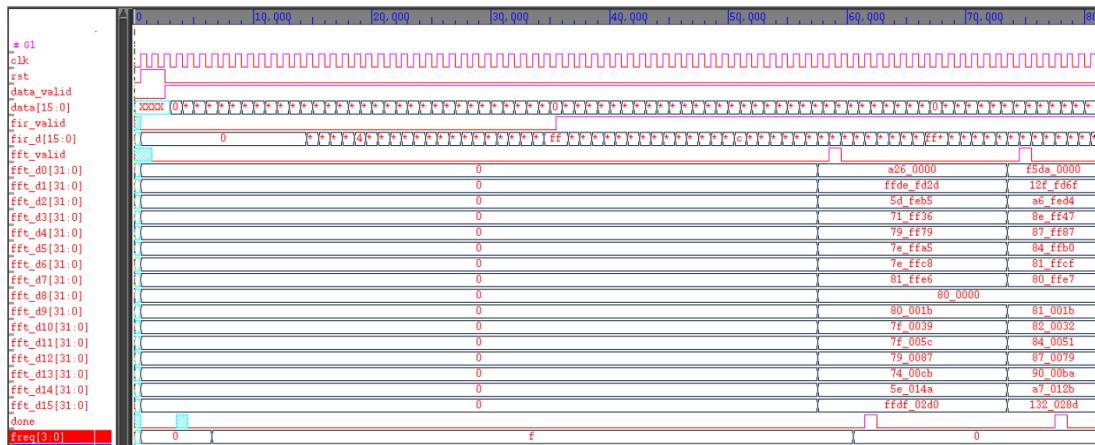
圖四、FFT 處理後之頻譜

2.4 Timing Specification

本系統時序規格，共有系統時脈重置及完成訊號時序規格、主控端資料傳輸時序規格、FIR 濾波器輸出有效資料比對時序規格、FFT 輸出有效資料比對時序規格，四個部分。

2.4.1 系統時脈重置及完成訊號時序規格

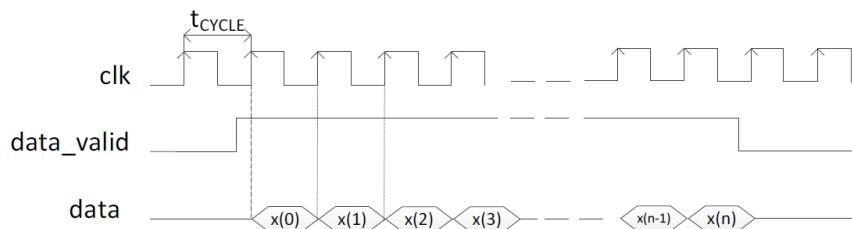
主控端時脈與重置訊號的時序波形如圖五所示，其中的時脈週期 tCYCLE 預設為 20ns。當系統啟動時，串列輸入訊號首先將先經過 FIR 處理後由 fir_d 及 fir_valid 串列輸出。FIR 訊號輸出同時，將此輸出訊號依每 16 筆為一組轉為並列訊號，接著將每組並列訊號進行 FFT 訊號處理，FFT 處理後之訊號使用 fft_d0~fft_f15 及 fft_valid 並列輸出。接著將每 16 點 FFT 資料處理並進行頻率分析後，將結果輸出 ($freq$)，並將 done 信號設定為 high 表示此組訊號處理完成。其中，fir_valid、fft_valid 及 done 等訊號皆為輸出有效提示訊號，週期皆為 1 clock cycle。另外，FIR 有效輸出的串列輸出訊號轉成 FFT 並列輸入訊號時，訊號間將不做任何 overlap，例如：第 1 筆 FFT 並列輸入訊號組成成份為 fir_d(0)~fir_d(15)，第 2 筆 FFT 並列輸入訊號組成成份為 fir_d(16)~fir_d(31)，其他依此類推。以上說明可參考圖 5.。本系統將由主控端輸入 1024 筆資料，故會有 64 次運算結果。



圖五、系統時序圖

2.4.2 主控端資料傳輸時序規格

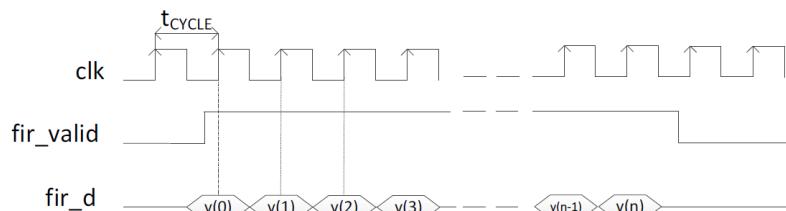
當主控端將 *data_valid* 訊號設定為 high 時，主控端 *data* 埠，將會在每一個時脈送出一筆時域資料，其時序規格如圖六所示。主控端 *data* 訊號之資料格式為 16bits，含 1bit 的 sign bit、7 bits 的整數資料及 8bits 的小數資料，組成方式可參考圖十.所示。



圖六、主控端資料傳輸時序圖

2.4.3 FIR 濾波器輸出有效資料比對時序規格

當資料經過 FIR 濾波器處理後，會將處理後的資料輸出至 FFT 電路，在資料傳輸的過程中，若 *fir_valid* 信號設為 high，則表示 *fir_d* 始傳送資料至 FFT 電路，測試程式將同時進行資料比對，資料比對時序如圖七所示。

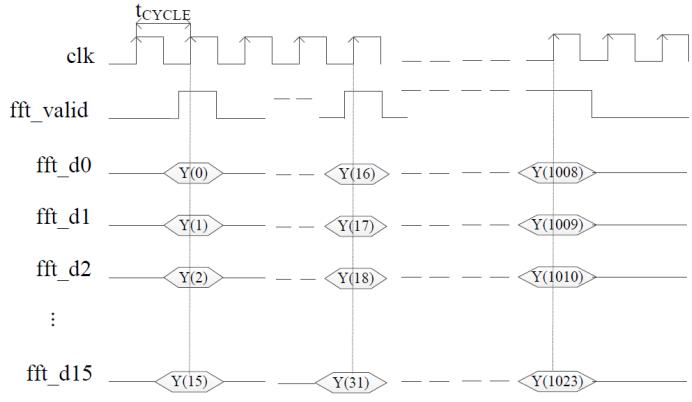


圖七、FIR 端資料比對時序圖

2.4.4 FFT 輸出有效資料比對時序規格

當資料經過 FFT 處理後，會將處理後的資料輸出至頻譜分析電路，在資料傳輸的過程中，若 *fft_valid* 信號設為 high，則表示 *fft_d0~fft_d15* 開始傳送

資料至頻譜分析電路，測試程式將同時進行資料比對，其資料比對時序如圖八所示。



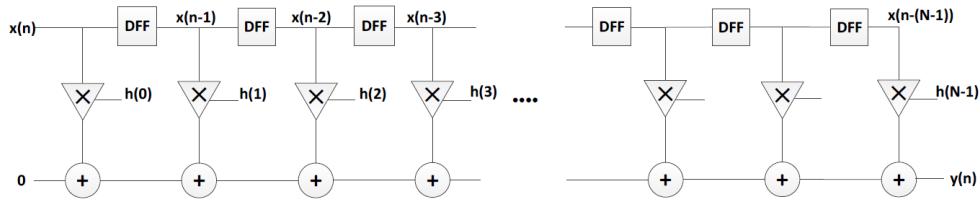
圖八、FFT 端資料比對時序圖

2.5 Finite Impulse Response Filter (FIR)

本系統中所使用的有限脈衝響應濾波器（Finite Impulse Response Filter，FIR Filter）為31階低通濾波器（32個係數），此濾波器主要功能為濾除不必要的高頻訊號，其濾波器係數為固定之係數，其係數如下表所示。須注意，有效輸出資料為主控端第32筆進入FIR filter電路開始計算。單一頻道的FIR濾波器可用公式(1)表示，硬體架構如圖九所示，其FIR資料格式如圖十所示。

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) x(n-k) \quad (1)$$

Low-pass Filter Coefficient (h) 內容已存放於FIR_coefficient.dat			
h(0)	-0.001505748051548	h(16)	0.229154203266836
h(1)	-0.001868548463782	h(17)	0.186019113110601
h(2)	-0.001366448872269	h(18)	0.115911664195512
h(3)	9.086560980884849e-04	h(19)	0.043365841112764
h(4)	0.005060978234550	h(20)	-0.009960448073993
h(5)	0.008948776436908	h(21)	-0.033966171510252
h(6)	0.008342764987706	h(22)	-0.032084609166509
h(7)	-4.333516292017973e-04	h(23)	-0.016526671675409
h(8)	-0.016526671675409	h(24)	-4.333516292017973e-04
h(9)	-0.032084609166509	h(25)	0.008342764987706
h(10)	-0.033966171510252	h(26)	0.008948776436908
h(11)	-0.009960448073993	h(27)	0.005060978234550
h(12)	0.043365841112764	h(28)	9.086560980884849e-04
h(13)	0.115911664195512	h(29)	-0.001366448872269
h(14)	0.186019113110601	h(30)	-0.001868548463782
h(15)	0.229154203266836	h(31)	-0.001505748051548



圖九、FIR 濾波器硬體架構

正/負	整數	小數
1bit	7bit	8 bit

圖十、FIR 資料格式 (data, fir_d)

2.6 Fast Fourier Transform

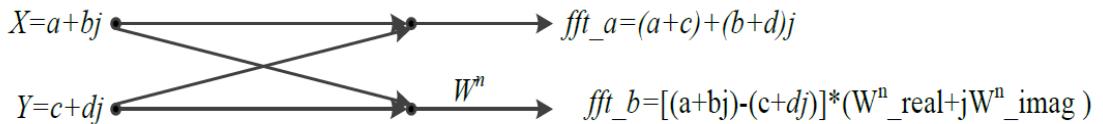
本題目中所使用的快速傅利葉轉換(FFT : Fast Fourier transform)，本系統規格須完成 16 點的快速傅利葉轉換，硬體架構如圖十一所示。此快速傅利葉轉換電路，是為將時域訊號轉換為頻域訊號，以利後續之訊號分析及處理，其原始數學表示式如公式(2)所示。

$$Y(k) = \sum_{m=0}^{N-1} w^{mk} y(m) \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

$$w = e^{-2\pi j / N}$$

$$j = \sqrt{-1} \quad (2)$$

而在進行硬體數值運算過程，可參考圖十二.FFT 運算說明；其中 B 路徑下方有一負號 (-)，代表作 X 資料減 Y 資料的運算， W_n 為 FFT 之係數，須注意此係數有實部 (W_n_{real}) 與虛部 ($W_n_{imaginary}$) 資料，在 B 結果須進行複數運算，運算過程中需要個別紀錄、運算實部與虛部資料， W_n 係數表如表三.所示，其 FFT 輸出 (fft_d0~fft_d15) 資料格式如圖十三.所示。



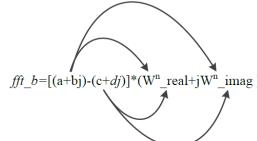
圖十二、FFT 運算

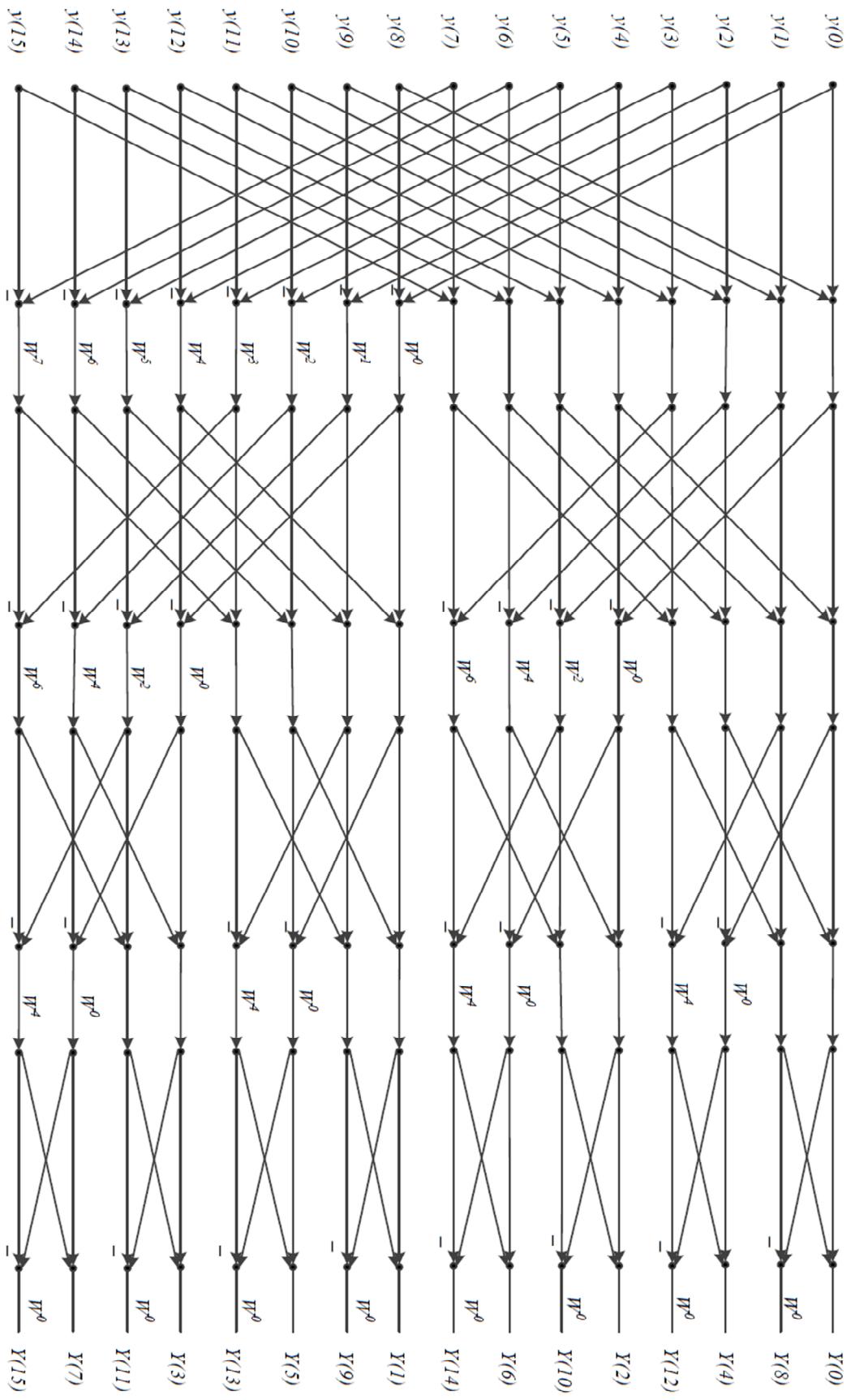
$$\text{fft_a} = (a+c)+(b+d)j$$

$\text{fft_b} = [(a+bj)-(c+dj)] * (W_n_{real} + jW_n_{imag})$ ，fft_b 運算，進行交叉相乘，其運算式為 $\text{fft_b} = (a-c)*W_n_{real} + (a-c)W_n_{imag}j + (b-d)W_n_{real}j - (b-d)W_n_{imag}$ ，可整理成 $\text{fft_b} = (a-c)W_n_{real} + (d-b)W_n_{imag} + [(a-c)W_n_{imag} + (b-d)W_n_{real}]j$

最後可整理為

實部資料	$(a-c)*W_n_{real} + (d-b)*W_n_{imag}$
虛部資料	$(a-c)*W_n_{imag} + (b-d)*W_n_{real}$





圖十一、十六點 FFT 硬體架構

Wn			
W0	1.000 + 0.000j	W4	0.000 -1.0000j
W1	0.923879532511287 -0.382683432365090 j	W5	-0.382683432365090 -0.923879532511287 j
W2	0.707106781186548 -0.707106781186548 j	W6	-0.707106781186548 -0.707106781186547 j
W3	0.382683432365090 -0.923879532511287 j	W7	-0.923879532511287 -0.382683432365089 j

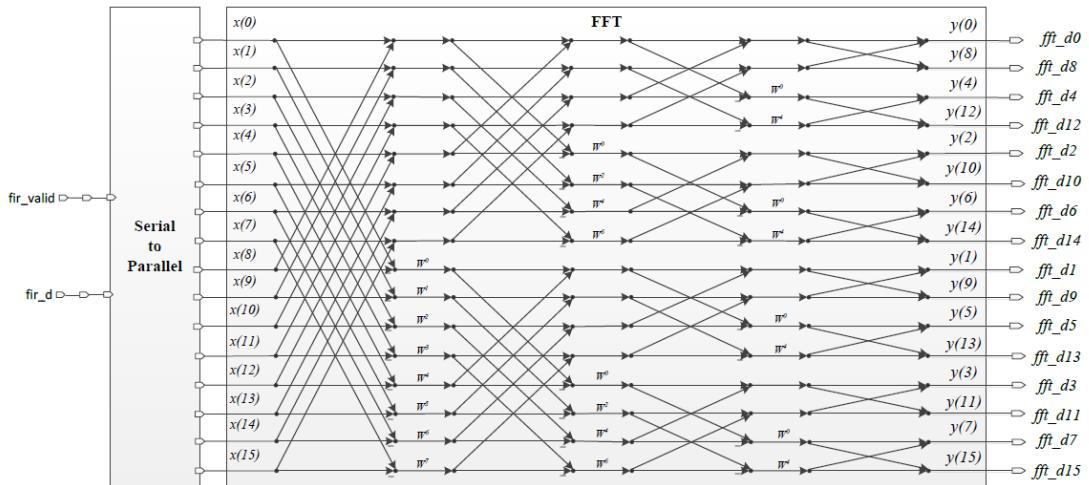
表3. W_n係數

(表3內容，實部資料已存放於Real_Value_Ref.dat，虛部資料已存放於Imag_Value_Ref.dat)

正/負	實數整數	實數小數	正/負	虛部整數	虛部小數
1bit	7	8 bit	1 bit	7 bit	8 bit

圖十三、FFT 資料格式 (fft_d0 ~ fft_d15)

而在進行 FFT 運算之前，需自行設計一個串列轉並列電路(Serial to Parallel)，如圖十一範例所示，使得資料依 FIR 濾波器輸出有效資料比對時序規格(圖七)輸入至 FFT 進行運算前，先將串列格式資料能夠轉成並列訊號 16 點處理一次，如圖十四範例所示，使得輸出資料能符合 FFT 輸出有效資料比對時序規格 (圖八)。關於 FFT 運算過程，末頁為第一組測試樣本的第一筆 FFT 資料處理過程說明。



圖十四、16 點快速傅利葉轉換 (FFT) 硬體架構含 Serial to Parallel 示意圖

2.7 Analysis

將FFT運算結果輸入至頻譜分析電路後，須找出頻譜的主要頻段；本題目主要頻段定義為，FFT運算結果所輸出的資料，會得到16個輸出結果(Y(0)~Y(15))，此16個輸出結果，實部資料與虛部資料各別平方後相加(a+bj; a²+b²)，數值最大者輸出Y(n)的編號。

例如：Y(0)=10、Y(1)=15、Y(2)=512...Y(15)=20，其中 Y(2)的數值最大，故 freq 輸出 4'b0010。

2.8 File description

檔名	說明
testfixture1.v testfixture2.v	測試樣本檔。此測試樣本檔定義了時脈週期與測試樣本之輸入信號
FAS.v	所使用的設計檔，已包含系統輸/出入埠之宣告
FIR_coefficient.dat	FIR filter之係數檔，可自行決定是否使用。 本內容所顯示之資料格式為20 bits。其中MSB為前4 bits表示整數位；LSB為後16 bits表示小數位。
Golden1_FIR.dat Golden2_FIR.dat	兩組測試樣本的Golden Pattern。每一樣本提供FIR Filter運算後的golden pattern，各有1024筆資料需做比對。[註1.][註2.]
Golden1_FFT_real.dat Golden2_FFT_real.dat	兩組測試樣本的Golden Pattern。每一樣本提供FFT運算後的實部結果golden pattern，各有1024筆資料需做比對。[註1.][註2.]
Golden1_FFT_imag.dat Golden2_FFT_imag.dat	兩組測試樣本的Golden Pattern。每一樣本提供FFT運算後的虛部結果golden pattern，各有1024筆資料需做比對。[註1.][註2.]
Real_Value_Ref.dat	wn的實部數值檔，可自行決定是否使用。 本內容所顯示之資料格式為32 bits。其中MSB為前16 bits表示整數位；LSB為後16 bits表示小數位。
Imag_Value_Ref.dat	wn的虛部數值檔，可自行決定是否使用。 本內容所顯示之資料格式為32 bits。其中MSB為前16 bits表示整數位；LSB為後16 bits表示小數位。

[註1.]兩組golden pattern皆以十六進制表示。

[註2.] FFT 的 Goldenpattern 均有設定一定程度的容許誤差。只要於每次 FFT 乘法運算後，小數點後的 bit 數留下 16 bits 以上，即可讓最終結果落在容許誤差範圍內。

3. Scoring

3.1 Functional Part

電路功能通過pre-sim，

[5%+5%] C等級： testfixture1 & 2通過FIR filter輸出資料比對

[10%+10%]B等級：完成C等級下， testfixture1 & 2通過FFT資料比對

[10%+10%]A等級：完成B等級下， testfixture1 & 2通過與Analysis資料比對

請在報告中註明完成之等級

3.2 Gate-level Part

完成 Quartus 合成(Device : Cyclone II EP2C70F896C8)及 post-sim

[5%+5%] C等級： testfixture1 & 2通過FIR filter輸出資料比對

[10%+10%]B等級：完成C等級下， testfixture1 & 2通過FFT資料比對

[10%+10%]A等級：完成B等級下， testfixture1 & 2通過與Analysis資料比對

請在報告中註明完成之等級

3.3 Performance Part

[20%] 完成 3.2 之 A 等級要求並記錄合成後的 logic element 數量，以及模擬時能通過的最小 cycle 與模擬時間。評分標準為

(Total logic elements + total memory bit + 9*embedded multiplier 9-bit element)

× (longest gate-level simulation time in ns)

越低越好

4. Submission

4.1 Submitted files

You should classified your files into three directories and compressed to .zip format. The naming rule is **HW6_studentID_name_version.zip**. The vision is v1 for the first submission, and v2, v3... for the revisions.

RTL category	
*.v	All of your verilog RTL code
Gate-Level category	
*.vo	Gate-Level netlist generated by Quartus
Documentary category	
*.pdf	The report file of your design (in pdf).

4.2 Report file

You have to describe how the circuit is designed as detailed as possible, and the Flow Summary result after synthesis is necessary in the report.

4.3 Please submit your .zip file to folder HW6 in the ftp site.

Deadline: 2018-1-19 23:59

ftp : 140.116.245.92

Username : ic_design

Password : icdesign

5. If you have any problem, please contact the TA by email :

p78031175@mail.ncku.edu.tw

FFT 公式推導

由於原始的離散型傅利葉轉換，需要用到大量的乘法器（MUL）及加法器（ADD），其 DFT 與 FFT 乘法器、加法器個數如表八所示，所以一般會將離散型傅利葉公式一拆解成公式三。

表八 DFT 與 FFT 運算元個數

DFT		FFT	
MUL	ADD	MUL	ADD
$(N-2)^2$	N^2	$\frac{N}{2 \log_2 N - (N-1)}$	$N \log_2 N$

$$y(k) = \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} w^{mk} x(m) + w^{\frac{N}{2}k} \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} w^{mk} x(m + \frac{N}{2}) \quad \text{公式三}$$

透由尤拉公式 (Euler Formula) 可知 $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ ，其中 $w^{\frac{N}{2}}$ 對應到旋轉角度為 180 度，故此因子可被視為 $(-1)^k$ 如公式四。

$$w^{\frac{N}{2}k} = (-1)^k \quad \text{公式四}$$

將此因子代入公式三，可以表示為公式五。

$$y(k) = \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} w^{mk} [x(m) + (-1)^k x(m + \frac{N}{2})] \quad \text{公式五}$$

將 k 拆為奇數部分與偶數部分，可得到公式六。

$$\begin{aligned} y(2r) &= \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} [x(m) + x(m + \frac{N}{2})] w^{m2r} \\ y(2r+1) &= \sum_{m=0}^{\frac{N}{2}-1} [x(m) - x(m + \frac{N}{2})] w^m \bullet w^{m2r} \\ r &= 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1 \end{aligned} \quad \text{公式六}$$

並可將公式六代換表示為公式七

$$\begin{aligned} x'0(m) &= x(m) + x(m + \frac{N}{2}) \\ x'1(m) &= [x(m) - x(m + \frac{N}{2})] w^m \end{aligned} \quad \text{公式七}$$

最後，可推導出公式八，而在硬體實現上，架構如圖十一。

其 2 點及 4 點快速傅利葉轉換，硬體架構如圖十六所示。

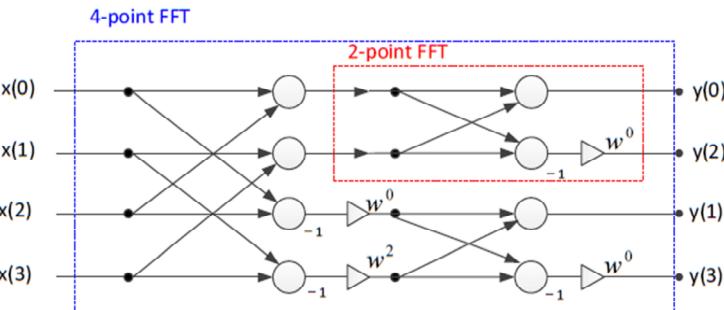


圖 十五、2 點及 4 點快速傅利葉轉換 (FFT) 硬體架構

其 8 點快速傅利葉轉換硬體架構如圖十七所示。

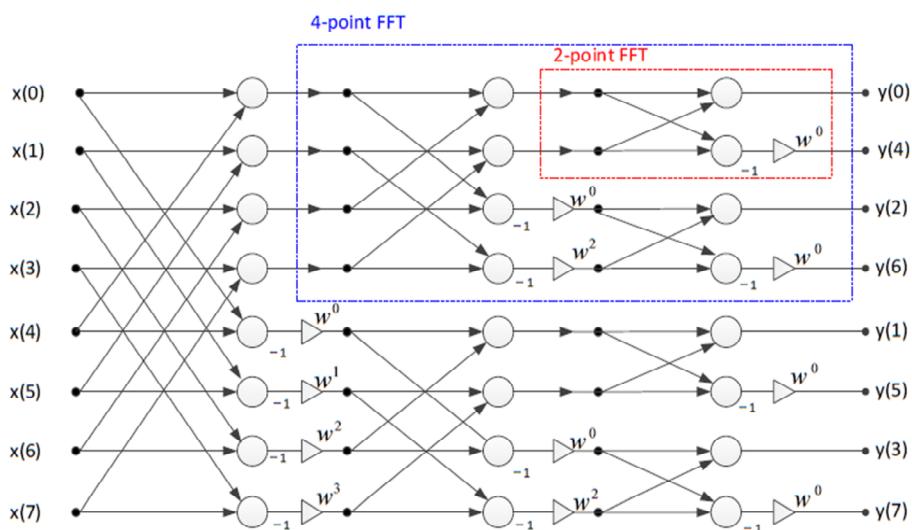


圖 十六、8 點快速傅利葉轉換 (FFT) 硬體架構

第一組測試樣本的第一筆FFT 資料處理過程

Stage1		Stage2		Stage3	
實數	虛數	實數	虛數	實數	虛數
32'hFFFFDA00	32'h00000000	32'hFFFFFE00	32'h00000000	32'h00002D00	32'h00000000
32'hFFFFEA00	32'h00000000	32'h00001900	32'h00000000	32'h00005800	32'h00000000
32'hFFFFFE00	32'h00000000	32'h00002F00	32'h00000000	32'hFFFFCF00	32'h00000000
32'h00001300	32'h00000000	32'h00003F00	32'h00000000	32'h00000000	32'h00002600
32'h00002400	32'h00000000	32'hFFFFB600	32'h00000000	32'hFFFFB600	32'h00003300
32'h00002F00	32'h00000000	32'hFFFFCF36	32'h000030CA	32'hFFFFE0E3	32'h00004277
32'h00003100	32'h00000000	32'h00000000	32'h00003300	32'hFFFFB600	32'hFFFFCD00
32'h00002C00	32'h00000000	32'h000011AD	32'h000011AD	32'h00001F1D	32'h00004277
32'h00014400	32'h00000000	32'h00014400	32'hFFFEA000	32'h0002BE4A	32'hFFFD518C
32'h0001A370	32'hFFFF5244	32'h00016079	32'hFFEB097	32'h0002EA48	32'hFFFD5813
32'h0001645F	32'hFFFE9BA1	32'h00017A4A	32'hFFEB18C	32'hFFFFC9B6	32'hFFFFEE74
32'h0000B379	32'hFFFE4EB5	32'h000189CF	32'hFFEA77C	32'h000091B	32'h00002956
32'h00000000	32'hFFFEA000	32'h00014400	32'h00016000	32'hFFFFC9B6	32'h0000118C
32'hFFFFBD09	32'hFFFF5E53	32'h00014F67	32'hFFFE9F8B	32'hFFFFF6E7	32'h00002958
32'h000015EB	32'h000015EB	32'hFFFE85B6	32'hFFEB18C	32'h0002BE4A	32'h0002AE74
32'h0000D656	32'h000058C7	32'hFFFEA780	32'h000189CD	32'hFFFD15BE	32'hFFFD5819

Stage4	
實數	虛數
32'h00008500	32'h00000000
32'hFFFD500	32'h00000000
32'hFFFFCF00	32'h00002600
32'hFFFFCF00	32'hFFFFDA00
32'hFFFF96E3	32'h00007577
32'hFFFD51D	32'hFFFFF089
32'hFFFD51D	32'h00000F77
32'hFFFF96E3	32'hFFFF8A89
32'h0005A892	32'hFFFAA99F
32'hFFFD402	32'hFFFFF979
32'hFFFD2D1	32'h000017CA
32'hFFFC09B	32'hFFFC51E
32'hFFFC09D	32'h00003AE4
32'hFFFD2CF	32'hFFFE834
32'hFFFD408	32'h0000068D