

LaTeX練習課題2

次の規則で繰り返される「連分数」がある, 分母の項数が無限となった時の値が次のように求められる.

規則:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{1}{1 + a_n} \end{cases} \quad (1)$$

式(1)に基づき各行を求めると,

$$a_1 = \frac{1}{1+1}, a_2 = \frac{1}{1+\left(\frac{1}{1+1}\right)}, a_3 = \frac{1}{1+\left(\frac{1}{1+\left(\frac{1}{1+1}\right)}\right)}, a_4 = \frac{1}{1+\left(\frac{1}{1+\left(\frac{1}{1+\left(\frac{1}{1+1}\right)}\right)}\right)}$$

十分項数が大きくなるとある一定の値に収束することが予想されるので, $a_{n+1} \doteq a_n \doteq a_\infty$ とすると式(1)は,

$$a_\infty = \frac{1}{1 + a_\infty}$$

$$a_\infty(1 + a_\infty) = 1$$

$$a_\infty^2 + a_\infty - 1 = 0$$

$$a_\infty = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

初期値が1で明らかに正の数である.

$$\therefore a_\infty = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$