

底の変換公式

$\log_a b = M$ とすると, \log の定義より $a^M = b$ である.

今度は $N \times \log_a b = M$ とすると, $\log_a b = \frac{M}{N}$ なので, 同様に \log の定義より $a^{\frac{M}{N}} = b$ である.

したがって, 両辺を N 乗すると, $a^M = b^N$ となるので, \log を使って M の式で表すと, $\log_a b^N = M$ となる. よって, $N \times \log_a b = \log_a b^N$ である.

よって次のように計算できる.

$$\log_a b \times \log_c a = \log_c a^{\log_a b}$$

また, $a^{\log_a b}$ については, $\log_a b = M$ とおくと $a^M = b$ で, $M = \log_a b$ を代入すると $a^{\log_a b} = b$ であることがわかる. よって,

$$\begin{aligned}\log_a b \times \log_c a &= \log_c a^{\log_a b} \\ \log_a b \times \log_c a &= \log_c b \\ \therefore \log_a b &= \frac{\log_c b}{\log_c a}\end{aligned}$$