平成19年度 京都大学大学院理学研究科(数学・数理解析専攻)

## 数学系 入学試験問題 基礎数学

- ⊗ 1 から 4 までの全間を解答せよ.
- ⊗ 解答時間は 2時間 である.
- ⊗ 参考書・ノート類の持ち込みは 禁止 する.

## [注意]

- 1. 指示のあるまで開かぬこと.
- 2. 解答用紙・計算用紙のすべてに、受験番号・氏名を記入せよ、
- 3. 解答は各間ごとに別の解答用紙を用い, 問題番号を各解答用紙の枠内に記入せよ.
- 4. 1 間を 2 枚以上にわたって解答するときは、つづきのあることを用紙下端に明示して次の用紙に移ること。
- 5. 提出の際は、解答用紙を問題番号順に重ね、計算用紙をその下に揃え、記入した面を外にして一括して二つ折にして提出すること.
- 6. この問題用紙は持ち帰ってよい.

## [記号]

以下の問題で  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  はそれぞれ, 自然数の全体, 整数の全体, 有理数の全体, 実数の全体, 複素数の全体を表す.

1 次の行列は正則かどうか判定せよ.正則行列ならば、その逆行列を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

- **2**  $\mathbb{R}$  を係数に持つ 2 次以下の多項式のなすベクトル空間を V で表す. V の元 f(x) に対して,xf''(x)-2f'(x) を対応させる V の一次変換を F とする. V の基底  $1, x, x^2$  に関する F の行列表示を与えよ.また F の階数を求めよ.
- 3 次の積分を計算せよ.

$$\iint_D (x^2 - y^2) dx dy$$

ここで領域 D は, $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\mid x-y\geq 0,\ x+y\leq 2,\ y\geq 0\}$  で与えられるものとする.

- $\boxed{\mathbf{4}}$  区間  $(0,\infty)$  で定義された次の函数は一様連続か. 理由を付けて答えよ.
  - (a)  $\frac{1}{x}$
- (b)  $\sin x$